



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DEPARTAMENTAL ELECTROTECNIA**



TEORÍA DE CIRCUITOS I

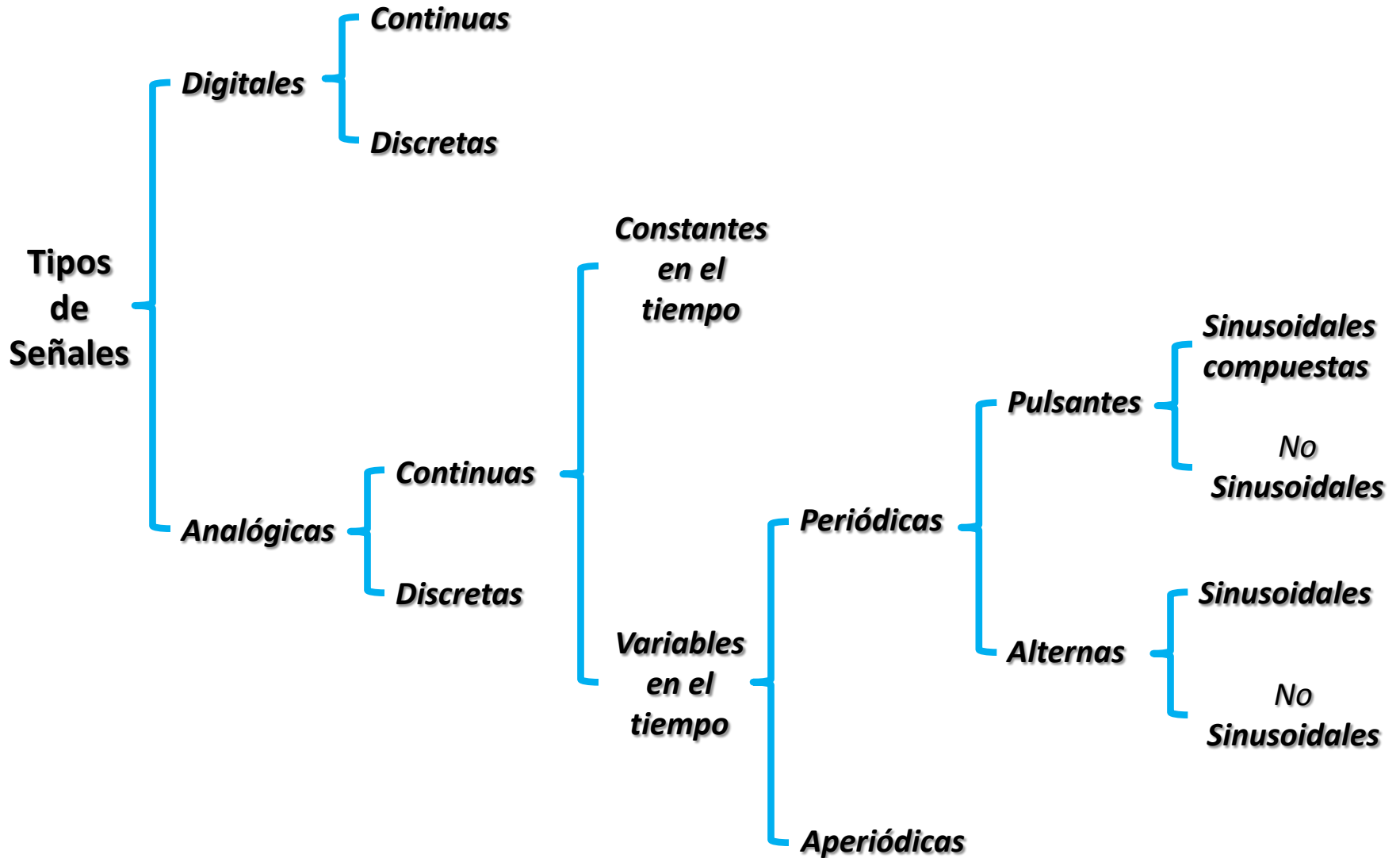
AÑO 2011

CLASE II

**Ing. Eduardo Ariel Ponzano
Jefe de Trabajos Prácticos**

Tipos de Señales

(Resumen)



Tipos de Señales

Analógicas:

$y=f(t)$ puede tomar cualquier valor, dependiendo ese valor sólo de t .

Continuas en el Tiempo:

$y=f_{ac}(t)$ está definida para todo t .

Discretas en el Tiempo:

$y=f_{ad}(t)$ sólo está definida para ciertos valores de t .

Digitales:

$y=f(t)$ sólo puede tomar ciertos valores dentro de su rango de actividad. (Por ejemplo, uno de los cinco valores $[f_1, f_2, f_3, f_4, f_5]$).

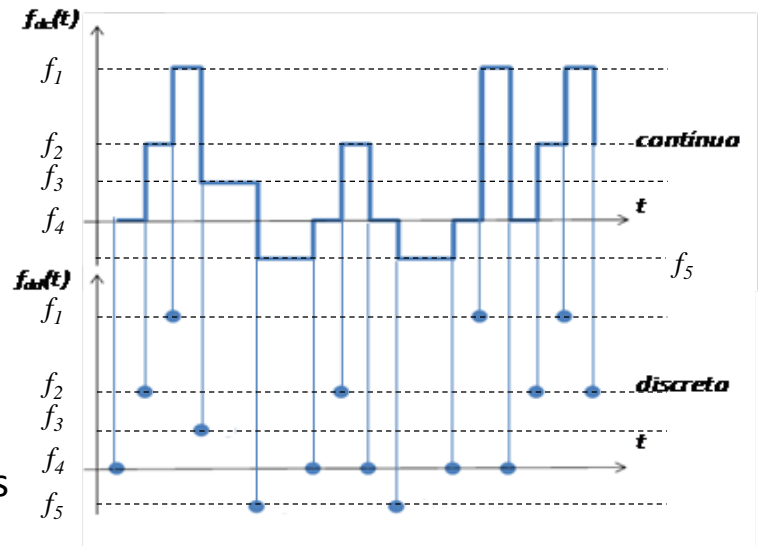
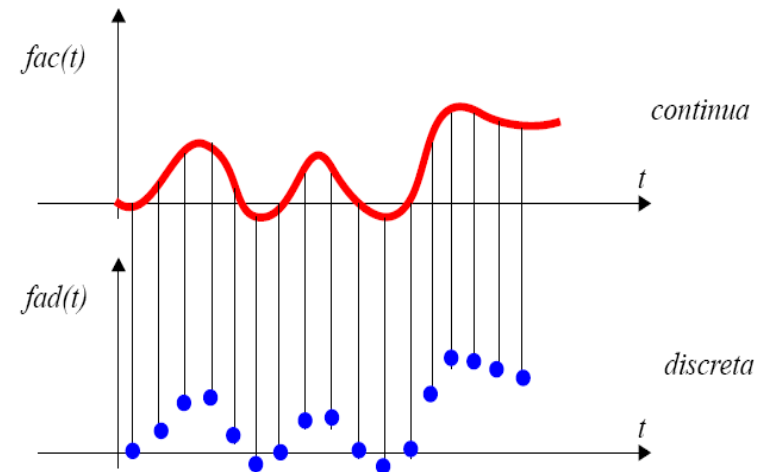
Continuas en el Tiempo :

$y=f_{dc}(t)$ está definida para todo t .

Discretas en el Tiempo:

$y=f_{dd}(t)$ sólo está definida en ciertos instantes, a veces múltiplos enteros de un período T .

Desarrollo



Tipos de Señales Analógicas

En Teoría de Circuitos I nos concentraremos en analizar circuitos excitados por **señales analógicas continuas**, tanto **constantes** como **variables en el tiempo**.

De acuerdo al tipo de expresión matemática que representa la evolución de la señal en el tiempo **$y=f(t)$** , como hemos visto se las puede clasificar de modo enumerativo no excluyente en:

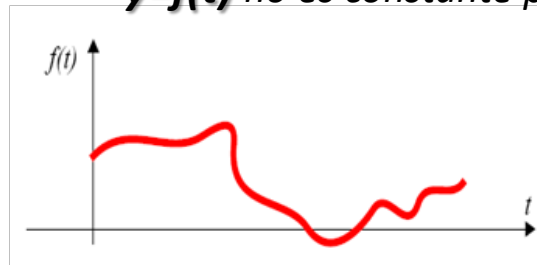
- **Constantes en el tiempo:**

$y=f(t)$ es constante para todo t .



- **Variables en el tiempo:**

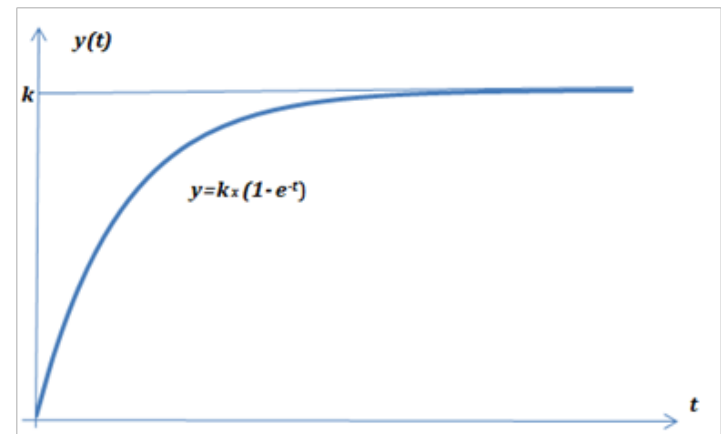
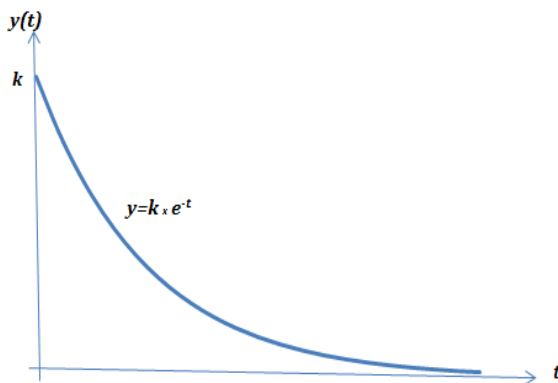
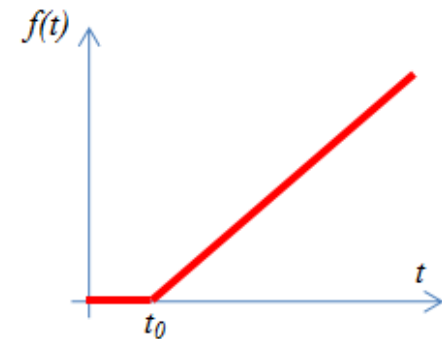
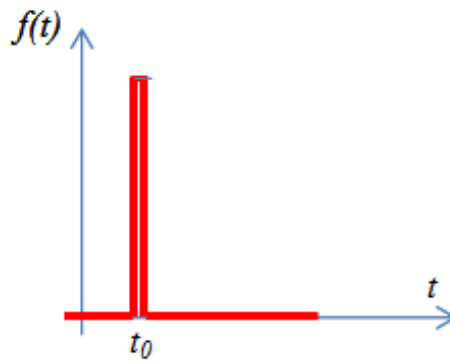
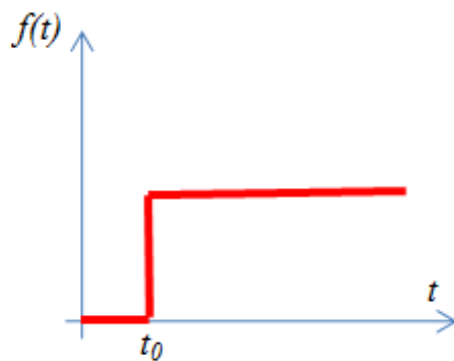
$y=f(t)$ no es constante para todo t .



Señales Analógicas Variables en el Tiempo

•Aperiódicas:

No existe dentro de todo el rango de validez de una función un intervalo fijo T , denominado período, tal que dicha función cumpla la condición $y = f(t) = f(t+T)$ para todo t . Son ejemplo de este tipo de señales las que responden a una función escalón, impulso, rampa, exponenciales, etc.

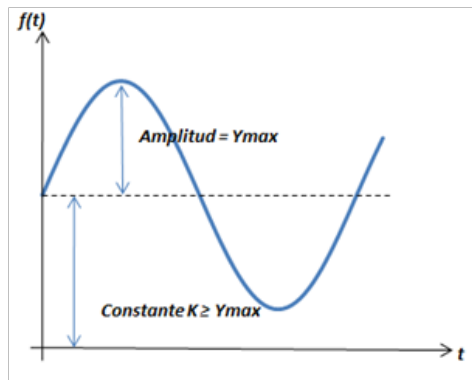


Señales Analógicas Variables en el Tiempo

• Periódicas:

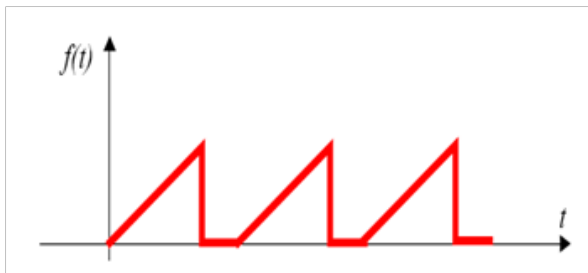
Cumplen la condición $y = f(t) = f(t+T)$ para todo t , siendo T un intervalo fijo que se denomina período. Se clasifican en:

• **Pulsantes:** si no cambian de signo, (de + a – o viceversa), en el período. Son algunos ejemplos de este tipo de señales:



Sinusoidales compuestas:

definidas por la suma de una función seno o coseno, más un término constante (K) mayor o igual a la amplitud de la señal senoidal (Y_{max})



No sinusoidales:

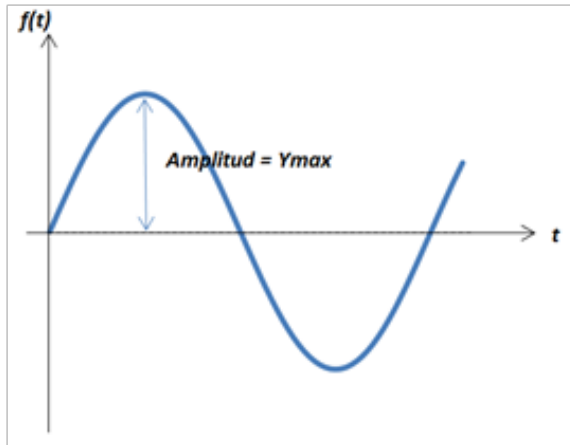
cuyas formas de onda pueden ser triangulares, rectangulares, cuadradas, dientes de sierra, etc.

Señales Analógicas Variables en el Tiempo

Alternas:

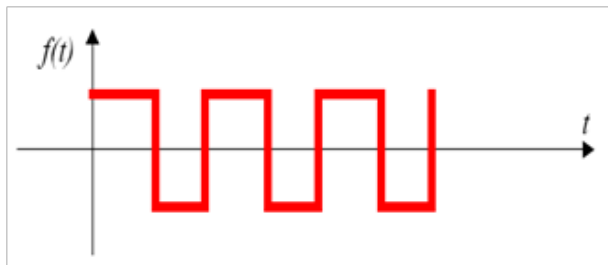
cambian de signo en el período.

*Pueden ser **simétricas** o **asimétricas** respecto del eje de tiempos t , **según sea su valor medio en el período nulo o no.***



Sinusoidales:

Funciones seno ó coseno



No sinusoidales:

cuyas formas de onda pueden ser triangulares, rectangulares, cuadradas, dientes de sierra, etc.

Valor Medio de una Señal

Si una función cualquiera $f(t)$ es integrable en el intervalo $[a;b]$; se llama *valor medio de f en el intervalo $[a;b]$* , al número real definido por:

$$F_{med\ a}^b = \frac{1}{(b-a)} \times \int_a^b f(t) \times dt$$

Si una función $f(t)$ además de integrable en el intervalo $[a;b]$ es periódica de período T siendo $T \ll [a;b]$; es usual definir al *valor medio de f en un período T* , al número real obtenido de la expresión:

$$F_{med\ T} = \frac{1}{T} \times \int_0^T f(t) \times dt$$

Finalmente, si $f(t)$ es además alterna y simétrica, *el valor medio resulta nulo*. Sin embargo, en ciertos casos donde es conveniente contar con un valor medio para estas funciones, se recurre a definirlo en el semiperíodo positivo. Por ejemplo, si la señal es alterna sinusoidal simétrica (tal como el $\text{sen } \theta$), la aplicación de lo anterior conduce a:

$$Y_{med\ 0}^{\pi} = \frac{1}{\pi} \times \int_0^{\pi} Y_{max} \times \text{sen}(\theta) \times d\theta$$

$$Y_{med\ T/2} = 0,6366 \times Y_{max}$$


Valor Eficaz de una Señal

Si una función cualquiera $f(t)$ es integrable en el intervalo $[a;b]$, se llama *valor eficaz de $f(t)$ en el intervalo $[a;b]$* , al número real definido por:

$$F_{ef\ a}^b = \sqrt{\left[\frac{1}{(b-a)} \times \int_a^b f^2(t) \times dt \right]}$$

Si una función $f(t)$ además de integrable en el intervalo $[a;b]$ es periódica de período T siendo $T \ll [a;b]$; es usual definir al *valor eficaz de f en un período T* , al número real determinado por:

$$F_{ef\ T} = \sqrt{\left[\frac{1}{T} \times \int_0^T f^2(t) \times dt \right]}$$

Finalmente, si $f(t)$ es además *una senoide pura* (Por ejemplo $\text{sen } \theta$), su *valor eficaz resulta*:

$$Y_{ef\ 0}^{2\pi} = \sqrt{\left[\frac{1}{2\pi} \times \int_0^{2\pi} Y_{max}^2 \times \text{sen}^2(\theta) \times d\theta \right]} = \frac{Y_{max}}{\sqrt{2}}$$

Idéntico resultado se obtiene si $f(t)$ es una función *coseno*.

Relaciones entre Valor Medio, Valor Eficaz y Valor Máximo de una Señal Sinusoidal

Con cierta frecuencia se utiliza en la práctica relaciones entre los valores medios, eficaz y máximo como una de las maneras de caracterizar la forma de onda. A continuación damos un breve resumen de los mismos:

Factor de Pico	$FC = \frac{Y_{max}}{Y_{ef}}$	Relación entre el valor máximo y el valor eficaz. Para una senoide pura vale 1,4142
Factor de Forma	$FF = \frac{Y_{ef}}{Y_{med}}$	Relación entre el valor eficaz y el valormedio. Para una senoide pura vale 1,1107

Si la senoide no es un seno o un coseno “puros”, aún cuando las definiciones anteriores siguen siendo aplicable, dejan de ser válidos los valores numéricos indicados.

Valor Medio y Valor Eficaz Instantáneos

Una de las aplicaciones más comunes de éstos factores es la *calibración de multímetros analógicos* (La deflexión de la aguja indicadora se corresponde con el valor medio de la onda medida, siendo la resultante de la inercia y del amortiguamiento del bobinado).

Frecuentemente también se usan esos factores para calibrar *multímetros digitales antiguos y/o económicos*.

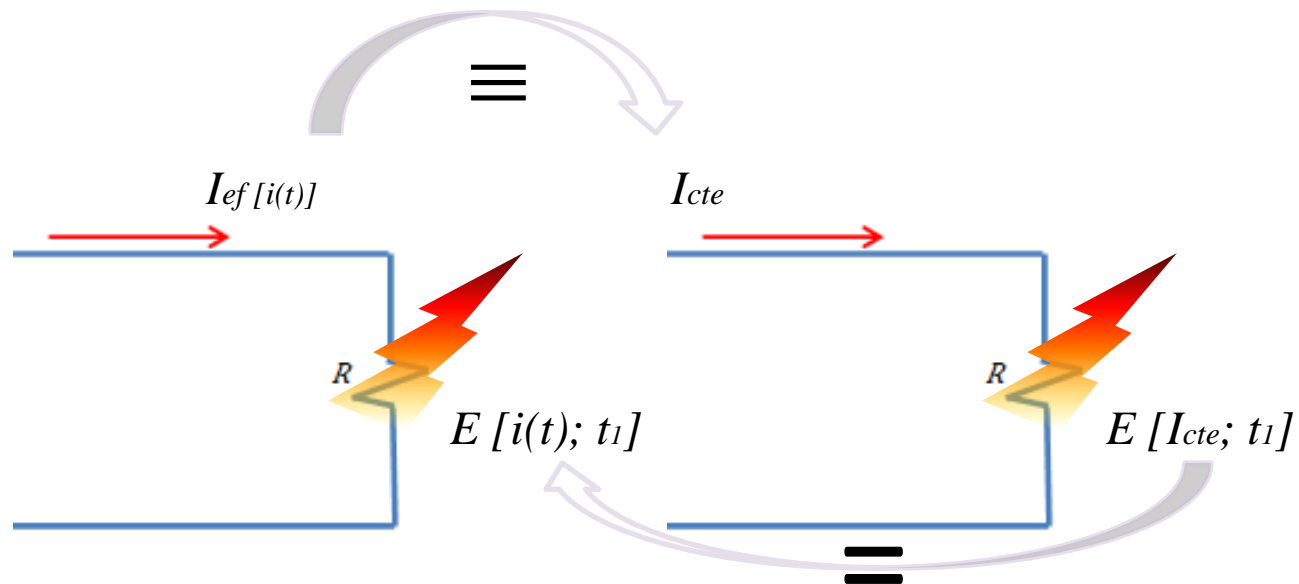
En tales instrumentos, la *escala* para *valores eficaces y máximos* se gradúa usando los dos factores anteriores (Factores de pico y de forma) *para ondas sinusoidales puras*, teniendo en cuenta que *la deflexión o indicación del instrumento en realidad se corresponde con el valor medio de la onda que se está midiendo*. Entonces, si la onda no es una senoide “pura”, como frecuentemente ocurre en la práctica, las indicaciones de valor eficaz y máximo dadas por esos instrumentos, pueden alejarse bastante de la realidad. Por ejemplo, para una onda cuadrada, un multímetro analógico puede indicar un valor eficaz del orden de 10% más alto que el verdadero.

Actualmente están disponibles en el mercado *multímetros de valor eficaz verdadero* que salvan esta dificultad y funcionan electrónicamente.

Lo que ellos hacen es calcular directamente los algoritmos del valor eficaz o del valor medio (O medir el valor máximo según sea lo que el operador solicite), utilizando un ordenador interno. Para ello, mediante un muestreo digital de la señal a muy alta velocidad, se miden sucesivos valores instantáneos de la misma muy próximos entre sí, permitiendo calcular matemáticamente las integrales (o se busca el valor máximo) dentro del intervalo que el operador también especifica. A los valores medios y eficaces así calculados, se los suele designar como *valores medios instantáneos* y *valores eficaces instantáneos*.

Interpretación Física del Valor Eficaz

El *valor eficaz* de una señal variable en el tiempo, es igual el valor que debería tener una señal constante en el tiempo, para que al ser ambas aplicadas sucesivamente *sobre una carga resistiva pura*, ambas disiparan respectivamente la misma cantidad de energía en el mismo tiempo.



Generalización de Leyes Básicas

Para señales variable en el tiempo

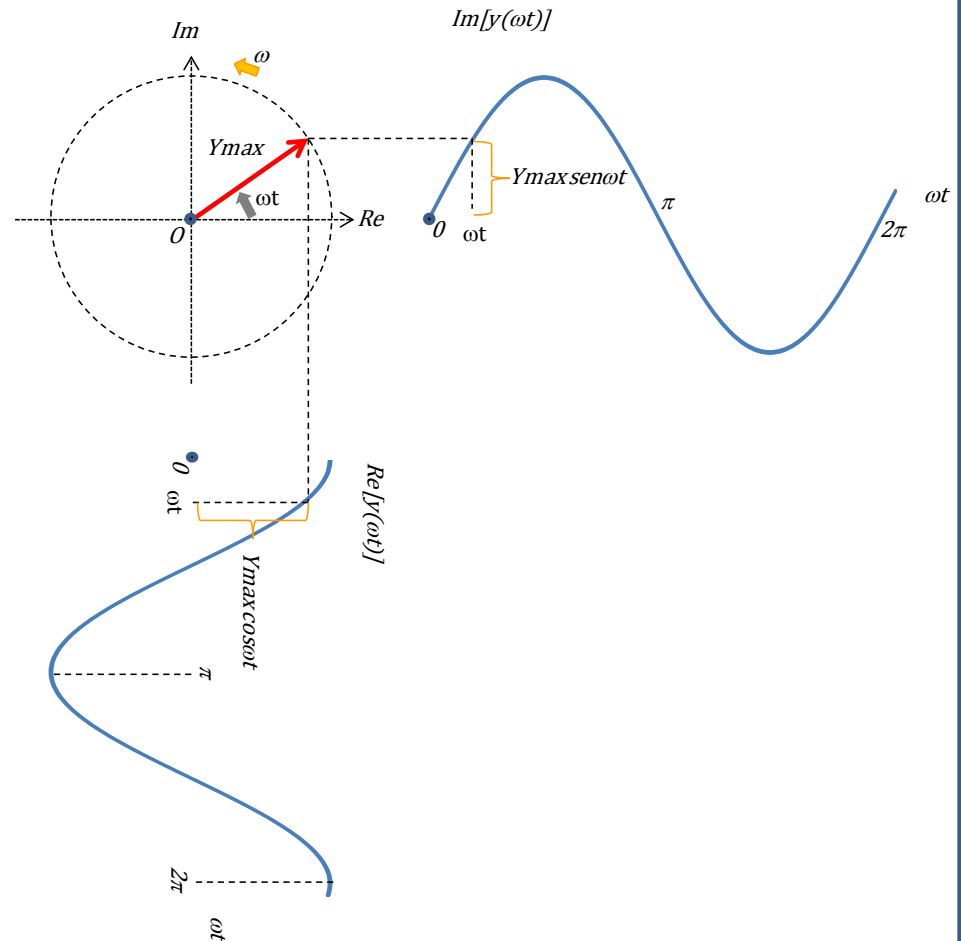
Relaciones tensión - corriente en:	Resistor	$u(t) = i(t) \times R$
	Inductor	$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
	Capacitor	$u(t) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^t i(t) dt$
Primera Ley de Kirchhoff		$\sum_{e=1}^n i_e(t) = \sum_{s=1}^m i_s(t)$ <p>ó</p> $\sum_{e=1}^n i_e(t) - \sum_{s=1}^m i_s(t) = 0$
Segunda Ley de Kirchhoff		$\sum_i f e m_i(t) = \sum_j u_j(t)$ <p>ó</p> $\sum_i f e m_i(t) - \sum_j u_j(t) = 0$

Método Fasorial

El **MÉTODO FASORIAL** simplifica notablemente la solución de *circuitos con componentes pasivos lineales excitados con fuentes sinusoidales, funcionando en régimen permanente*. En esencia *permite reemplazar*, bajo las restricciones antedichas, las *operaciones con funciones trigonométricas* por *operaciones con números complejos*.

Para ello, asocia a cada **función armónica** seno o coseno de **amplitud Y_{max}** , **fase inicial φ** (En este caso supuesta nula) y **pulsación ω** , un **vector rotatorio** llamado **fasor**, que gira en sentido anti horario con una **velocidad angular** igual a la **pulsación ω** .

El **fasor**, como puede verse en la figura, **representa simultáneamente** las funciones **seno y coseno**, según tomemos las **proyecciones sobre los ejes reales e imaginarias**, en función del tiempo.



Comparación Método Tradicional vs Fasorial

Método Tradicional

Aplicando la primera ley de Kirchhoff

$$i_1(t) + i_2(t) = i_3(t)$$

Reemplazando las corrientes por sus expresiones instantáneas

$$I_{1max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_1) + I_{2max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_2) = I_{3max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_3)$$

Desarrollando el seno de la suma de dos ángulos en el primer y segundo miembro y sacando factor común $\text{sen}(\omega t)$ y $\text{cos}(\omega t)$ en todos los casos, se obtiene:

$$\text{sen}\omega t \times (I_{1max} \times \text{cos}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{cos}\varphi_2) = \text{sen}\omega t \times (I_{3max} \times \text{cos}\varphi_3)$$

$$\text{cos}\omega t \times (I_{1max} \times \text{sen}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{sen}\varphi_2) = \text{cos}\omega t \times (I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3)$$

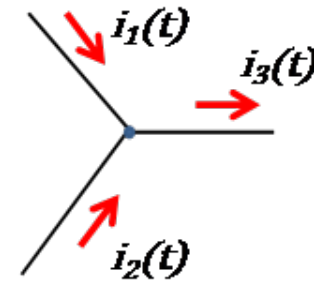
Igualando los términos en seno y en coseno:

$$I_{1max} \times \text{cos}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{cos}\varphi_2 = I_{3max} \times \text{cos}\varphi_3$$

$$I_{1max} \times \text{sen}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{sen}\varphi_2 = I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3$$

Elevando las ecuaciones anteriores al cuadrado, sumando miembro a miembro y despejando I_{3max} resulta:

$$I_{3max} = \sqrt{I_{1max}^2 + I_{2max}^2 + 2 \times I_{1max} \times I_{2max} \times \text{cos}(\varphi_2 - \varphi_1)}$$



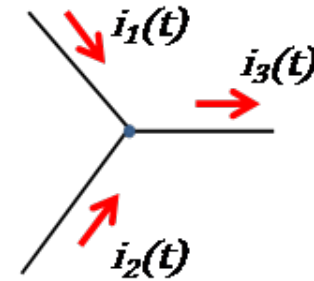
Comparación Método Tradicional vs Fasorial

Método Tradicional (Continuación)

En la página anterior vimos que:

$$I_{1max} \times \text{sen}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{sen}\varphi_2 = I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3$$

$$I_{1max} \times \text{cos}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{cos}\varphi_2 = I_{3max} \times \text{cos}\varphi_3$$



Dividiendo miembro a miembro la primera ecuación por la segunda y operando se obtiene:

$$\frac{I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3}{I_{3max} \times \text{cos}\varphi_3} = \frac{I_{1max} \times \text{sen}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{sen}\varphi_2}{I_{1max} \times \text{cos}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{cos}\varphi_2}$$

Y finalmente

$$\varphi_3 = \text{arctg} \left(\frac{I_{1max} \times \text{sen}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{sen}\varphi_2}{I_{1max} \times \text{cos}\varphi_1 + I_{2max} \times \text{cos}\varphi_2} \right)$$

Con lo cual tenemos los valores que nos permiten escribir la ecuación del valor instantáneo de $i_3(t)$:

$$i_3(t) = I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3$$

Comparación Método Tradicional vs Fasorial

Método Fasorial

Aplicando la primera ley de Kirchhoff en forma fasorial:

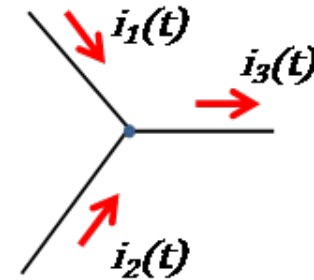
$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

Asociando a cada función armónica su fasor:

$$i_1(t) = I_{1max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_1) \Leftrightarrow \dot{I}_1 = I_{1ef} \times e^{j\varphi_1}$$

$$i_2(t) = I_{2max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_2) \Leftrightarrow \dot{I}_2 = I_{2ef} \times e^{j\varphi_2}$$

$$i_3(t) = I_{3max} \times \text{sen}(\omega t + \varphi_3) \Leftrightarrow \dot{I}_3 = I_{3ef} \times e^{j\varphi_3}$$



Pasando los complejos representativos de los fasores del primer y segundo miembro de la primera Ley de Kirchhoff a la forma binómica, resulta:

$$I_{3ef} \times (\cos\varphi_3 + j\text{sen}\varphi_3) = I_{1ef} \times (\cos\varphi_1 + j\text{sen}\varphi_1) + I_{2ef} \times (\cos\varphi_2 + j\text{sen}\varphi_2)$$

Agrupando en el segundo miembro partes reales por una parte e imaginarias por otra e igualando luego partes reales y partes imaginarias entre primer y segundo miembro, tenemos la expresión del fasor representativo de $i_3(t)$ expresado en forma binómica. Tomando sólo la parte imaginaria (Para quedarnos con la función seno), concluimos que:

$$i_3(t) = \sqrt{2} \times I_{3ef} \times \text{sen}\varphi_3 = I_{3max} \times \text{sen}\varphi_3$$

Nótese que se trabaja indistintamente con valores eficaces o máximos, considerando que $I_{ef} = I_{max} / (2)^{1/2}$

Respuesta de Componentes Pasivos Lineales Usando Fasores

Se vió en la transparencia N° 13 que las *ecuaciones de estado instantáneo* caracterizan la relación excitación-respuesta instante a instante, en *componentes pasivos lineales*, cuando:

- las *excitaciones son funciones sinusoidales "puras"* y
- el circuito funciona en *régimen permanente*.

Esas condiciones permiten usar el *método fasorial*, reemplazando $i(t) = I_{max} \text{sen}(\omega t + \phi_1)$ por su fasor asociado $I_{max} e^{j(\omega t + \phi_1)}$.

Realizando las operaciones indicadas en las ecuaciones de estado instantáneo se obtienen los resultados resumidos en la columna denominada "*Método Fasorial*".

Elemento	Relaciones tensión - corriente:	
	Valores Instantáneos	Método Fasorial
Resistor	$u_R(t) = i(t) \times R$	$\dot{U}_R = R \times \dot{I}$
Inductor	$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$\dot{U}_L = j\omega L \times \dot{I}$
Capacitor	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt$	$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \times \dot{I}$

Respuesta de Componentes Pasivos Lineales Usando Fasores

Ejemplo

Para un inductor, usando *valores instantáneos*:

$$u(t) = U_{max} \text{sen}(\omega t + \varphi_U) = L \frac{di(t)}{dt} = L \times \frac{d(I_{max} \text{sen} \omega t)}{dt} = \omega L \times I_{max} \text{cos} \omega t$$
$$u(t) = \omega L \times I_{max} \left[\text{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Para un inductor, usando *fasores*:

$$\dot{U} = L \frac{d\dot{I}}{dt} = L \frac{d(I_{max} \times e^{j\omega t})}{dt} = j\omega L \times I_{max} \times e^{j\omega t} = j\omega L \times \dot{I}$$

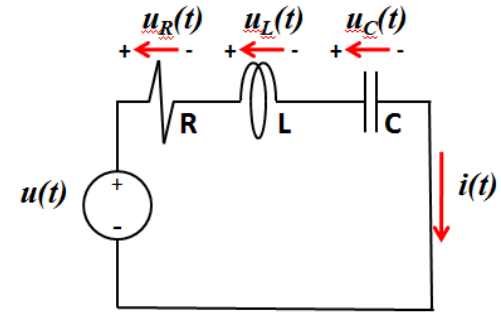
$$\dot{U}_L = j\omega L \times \dot{I}$$

Segunda Ley de Kirchhoff con Fasores

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito de la figura, se obtiene la siguiente *ecuación de estado instantáneo*:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

$$u(t) = i(t) \times R + L \times \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \times \int i(t) dt$$



Reemplazando $i(t) = I_{max} \text{sen}(\omega t + \varphi_I)$ por su fasor asociado $I_{max} e^{j(\omega t + \varphi_I)}$ y operando:

$$\dot{U} = \dot{I} \times R + L \times \frac{d\dot{I}}{dt} + \frac{1}{C} \times \int \dot{I} dt$$

$$\dot{U} = \dot{I} \times R + j\omega L \times \dot{I} + \frac{1}{j\omega C} \times \dot{I} = \dot{I} \times \left[R + j \times \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$$

Impedancia Compleja Z

El Concepto de Impedancia Compleja

Al término $R + j(\omega L - 1/\omega C)$ lo denominamos **impedancia compleja \underline{Z}** , arribando así a la expresión de la Ley de Ohm en forma fasorial:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$$

Podemos comprobar que la **impedancia compleja \underline{Z} no es un fasor** fácilmente:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U_{max} \times e^{j(\omega t + \phi_U)}}{I_{max} \times e^{j(\omega t + \phi_I)}} = \frac{U_{max}}{I_{max}} \times e^{j(\omega t + \phi_U - \omega t - \phi_I)} = \frac{U_{max}}{I_{max}} \times e^{j(\phi_U - \phi_I)}$$

$$\underline{Z} = \frac{U_{max}}{I_{max}} \times e^{j(\phi_U - \phi_I)} = Z \times e^{j\phi_Z}$$

Aplicando a la anterior la fórmula de Euler y recordando la definición de **impedancia compleja \underline{Z}** :

$$Z \times \cos \phi_Z + j \times Z \times \sin \phi_Z = R + j \times \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad \leftarrow \text{Módulo de } \underline{Z}$$

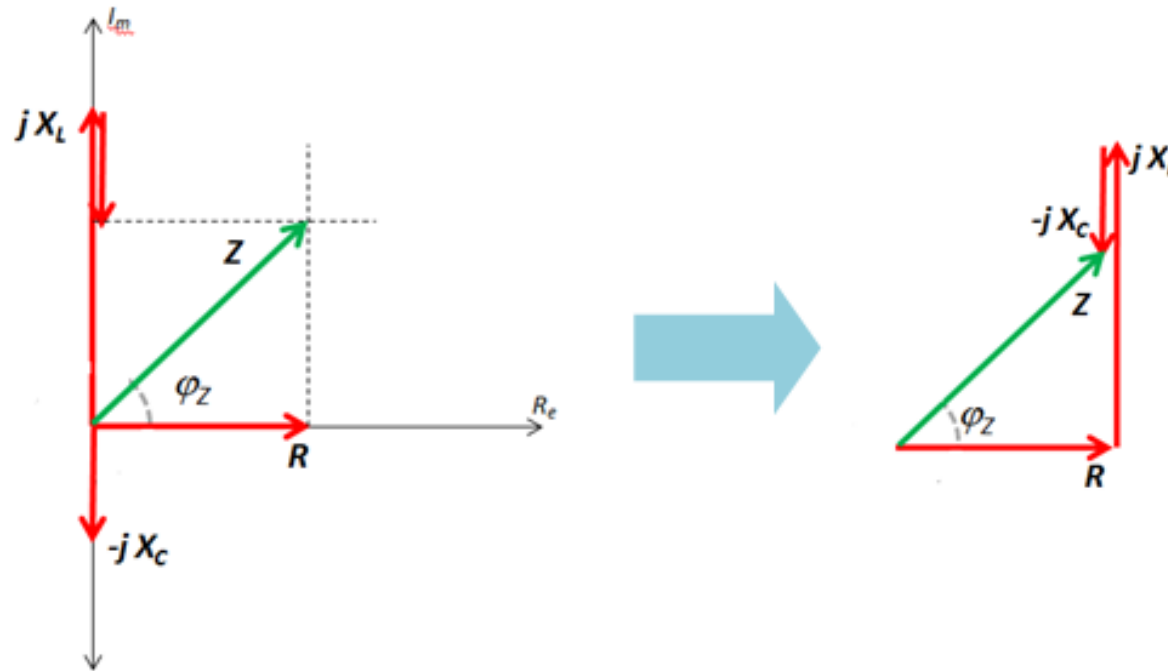
Argumento de \underline{Z} $\rightarrow \phi_Z = \arctg \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R}$

El Concepto de Impedancia Compleja

Al término $X_L = \omega L$ lo denominamos **Reactancia Inductiva**, y al término $X_C = 1/\omega C$ lo denominamos **Reactancia Capacitiva**.

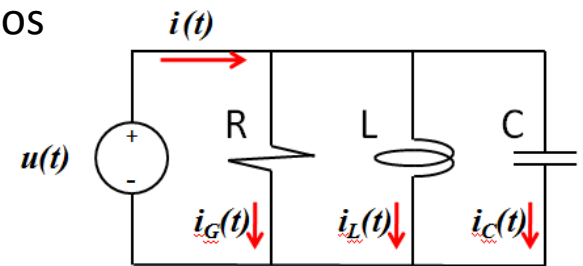
Ambas magnitudes, al igual que la impedancia y la resistencia, relacionan tensiones y corrientes, siendo por ello en todos los casos la unidad de medida el Ohm [Ω].

Si ahora representamos en un sistema de ejes cartesianos las componentes de la impedancia, resulta el denominado triángulo de impedancias:



El Concepto de Admitancia Compleja

Si en lugar de considerar un circuito serie RLC hubiésemos considerado uno paralelo, siguiendo similares razonamientos y considerando el principio de dualidad, llegaríamos al concepto de **Admitancia Compleja \underline{Y}** :



$$\underline{Y} = \frac{\underline{i}}{\underline{U}} = \frac{\underline{i}_R + \underline{i}_L + \underline{i}_C}{\underline{U}} = (G + jB_C - jB_L)$$

Podemos comprobar que la **admitancia compleja \underline{Y} no es un fasor** fácilmente:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{i}}{\underline{U}} = \frac{I_{max} \times e^{j(\omega t + \phi_I)}}{U_{max} \times e^{j(\omega t + \phi_U)}} = \frac{I_{max}}{U_{max}} \times e^{j(\omega t - \phi_U - \omega t + \phi_I)} = \frac{I_{max}}{U_{max}} \times e^{j(\phi_I - \phi_U)}$$

$$\underline{Y} = \frac{I_{max}}{U_{max}} \times e^{j(\phi_I - \phi_U)} = Y \times e^{j\phi_Y}$$

Aplicando a la anterior la fórmula de Euler y recordando la definición de **admitancia compleja \underline{Y}** :

$$\underline{Y} = Y \times \cos \phi_Y + j \times Y \times \sen \phi_Y = G + j \times \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

$$|\underline{Y}| = Y = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \quad \leftarrow \text{Módulo de } \underline{Y}$$

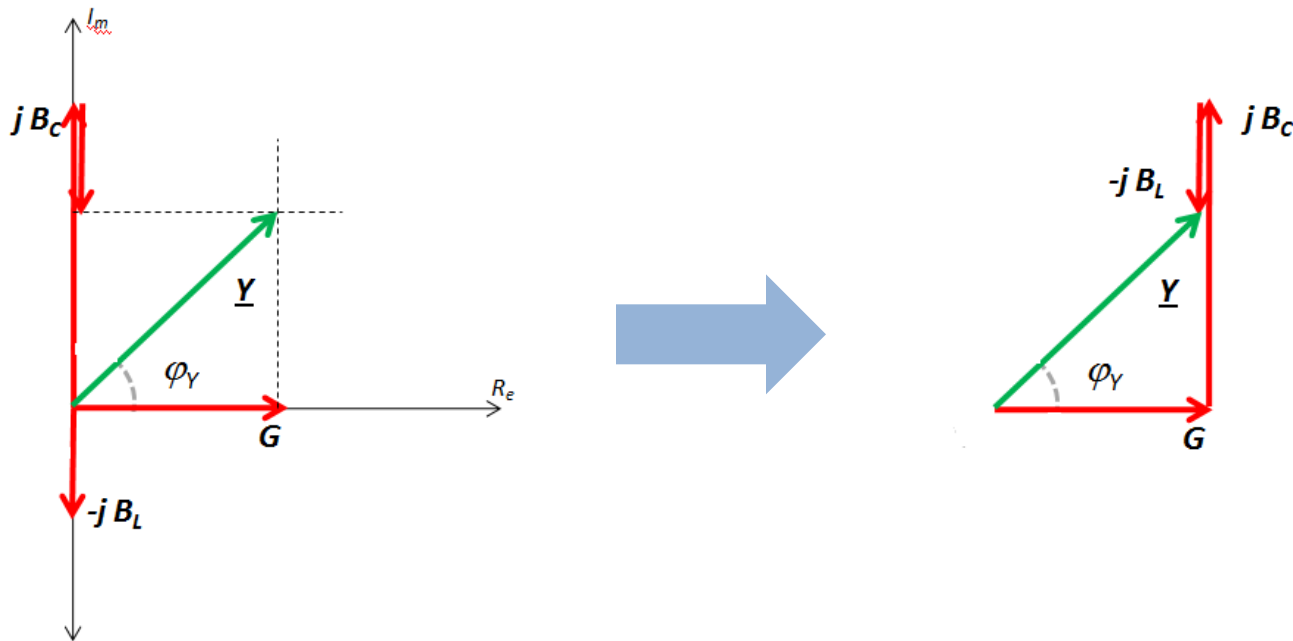
$$\phi_Y = \arctg \frac{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)}{G} \quad \leftarrow \text{Argumento de } \underline{Y}$$

El Concepto de Admitancia Compleja



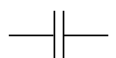


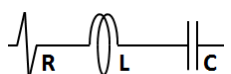
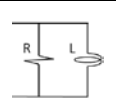
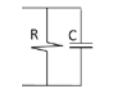
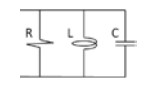
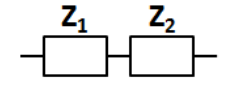
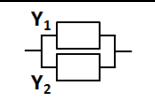
Al término $B_C = \omega C$ lo denominamos **Suceptancia Capacitiva**, y al término $B_L = 1/\omega L$ lo denominamos **Suceptancia Inductiva**.

Ambas magnitudes, al igual que la admitancia (Y) y la conductancia (G), relacionan corrientes y tensiones, siendo por ello en todos los casos la unidad de medida el Siemens [S].

Si ahora representamos en un sistema de ejes cartesianos las componentes de la admitancia, resulta el denominado triángulo de admitancias:



Combinaciones de Elementos Pasivos

Impedancia	Admitancia	Modelo
$\underline{Z} = R$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 1/R = G$	
$\underline{Z} = jX_L$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = -j / X_L = -jB_L$	
$\underline{Z} = -jX_C$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = j / X_C = jB_C$	
$\underline{Z} = R + jX_L$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 1 / (R + jX_L)$	
$\underline{Z} = R - jX_C$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 1 / (R - jX_C)$	
$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 1 / [R + j(X_L - X_C)]$	
$\underline{Z} = 1 / \underline{Y} = 1 / (G - jB_L)$	$\underline{Y} = G - jB_L$	
$\underline{Z} = 1 / \underline{Y} = 1 / (G + jB_C)$	$\underline{Y} = G + jB_C$	
$\underline{Z} = 1 / \underline{Y} = 1 / [G + j(B_C - B_L)]$	$\underline{Y} = G + j(B_C - B_L)$	
$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$	$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 1 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$	
$\underline{Z} = 1 / \underline{Y} = 1 / (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2)$	$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$	

CUESTIONARIO

Definir y explicar los siguientes conceptos:

- ***Dada la función, realizar su gráfica e indicar o calcular, según el caso:***
 - ***Frecuencia; Período; Fase; Valor medio (instantáneo y en un período); Valor medio cuadrático (instantáneo y en un período)***
- ***¿Cómo se calcula y cuál es la interpretación física del valor eficaz?***
- ***Para los componentes de circuito R, L y C, realizar un resumen de fórmulas de Z e Y para todas las combinaciones posibles;***
- ***Realizar un cuadro sinóptico con la relación entre $u(t)$ e $i(t)$ senoidal;***
- ***¿Qué son los triángulos de impedancia y admitancia y que otros parámetros representan sus lados?***
- ***Definir qué es un fasor y su relación con las funciones armónicas. Indicar las expresiones en forma cartesiana, polar y exponencial. Tabular las expresiones que permiten pasar de una forma a otra.***
- ***Enunciar y explicar las leyes de Kirchhoff en corriente alterna.***
- ***Escribir las expresiones genéricas de la Ley de Ohm y de las Leyes de Kirchhoff utilizando notación fasorial***

II) ACTIVIDAD PREVIA (AP)

Ej.: 02-03-11

En el circuito de la Fig. 02-03-11: $\underline{U}_f = 50 \angle 0^\circ \text{ V}$; $R_1 = 3 \Omega$; $X_{C1} = 4 \Omega$ y $R_2 = 10 \Omega$.

1. Calcular \underline{I}_1 , \underline{I}_2 e \underline{I}_T .

2. Encontrar la expresión $\underline{Z}_e = \underline{U}_f / \underline{I}_T$ y compararla con $\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$

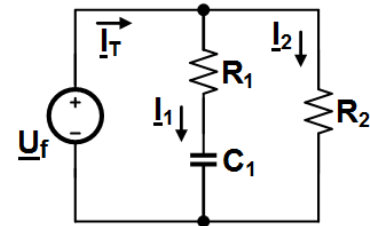


Fig. 02-03-11

Resolución:

I) Para hallar \underline{I}_1 e \underline{I}_2 , aplicamos ley de Ohm junto con el concepto de impedancia compleja. Así obtenemos:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_f / (R_1 - jX_{C1}) = 50 / (3 - j4) = 10 e^{j53,13^\circ} \text{ [A]}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_f / R_2 = 50 / 10 = 5 \text{ [A]}$$

II) Aplicando la primera Ley de Kirchhoff en el nodo superior, determinamos \underline{I}_T :

$$\underline{I}_T = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10 e^{j53,13^\circ} + 5 = 6 + j8 + 5 = 11 + j8 \text{ [A]}$$

III) Finalmente calculamos \underline{Z}_e por los dos caminos posibles:

$$\underline{Z}_e = \underline{U}_f / \underline{I}_T = 50 / (11 + j8) = 2,97 - j2,16 \text{ [\Omega]}$$

$$\underline{Z}_e = (\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2) / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = [(3 - j4) \times 5] / [(3 + 5 - j4)] = 2,97 - j2,16 \text{ [\Omega]}$$

Evidentemente, si los cálculos están bien realizados, los valores de \underline{Z}_e calculados por ambos métodos deben coincidir.

Ej.: 02-04-11

I) En la configuración de la Fig. 02-04-11-I: $i_1(t) = 13,2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - 31^\circ)$ A e $i_T(t) = 3,54 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + 20^\circ)$ A:

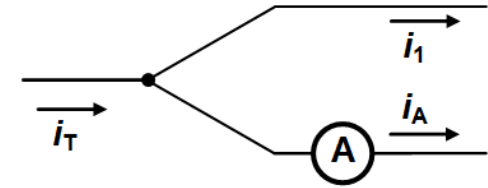


Fig. 02-04-11-I

II) Para la Fig. 02-04-11-II, usando la representación gráfica de los fasores calcular la tensión \underline{U}_{AB} , para los siguientes pares de valores de las fuentes de tensión.

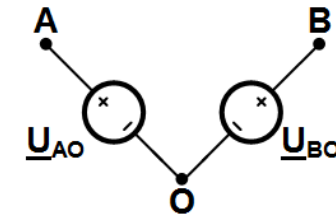


Fig. 02-03-11-II

1. $\underline{U}_{AO} = 100 \cdot e^{j \cdot 120^\circ}$ V; $\underline{U}_{OB} = 100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}$ V

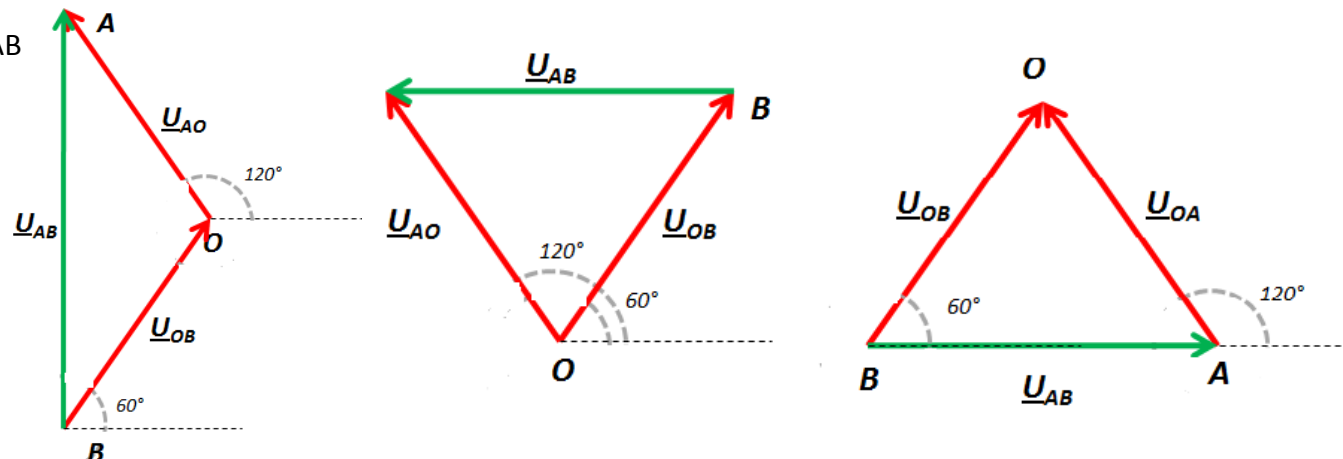
2. $\underline{U}_{AO} = 100 \cdot e^{j \cdot 120^\circ}$ V; $\underline{U}_{BO} = 100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}$ V

3. $\underline{U}_{OA} = 100 \cdot e^{j \cdot 120^\circ}$ V; $\underline{U}_{OB} = 100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}$ V

Resolución:

I) El procedimiento de resolución está descrito en las transparencias N° 15, 16 y 17

II) Comenzamos por identificar el punto del modelo en el que concurren la mayor cantidad de fasores conocidos, en este caso el **O**, y los representamos. Luego encontramos \underline{U}_{AB}



Es todo
Gracias y a trabajar