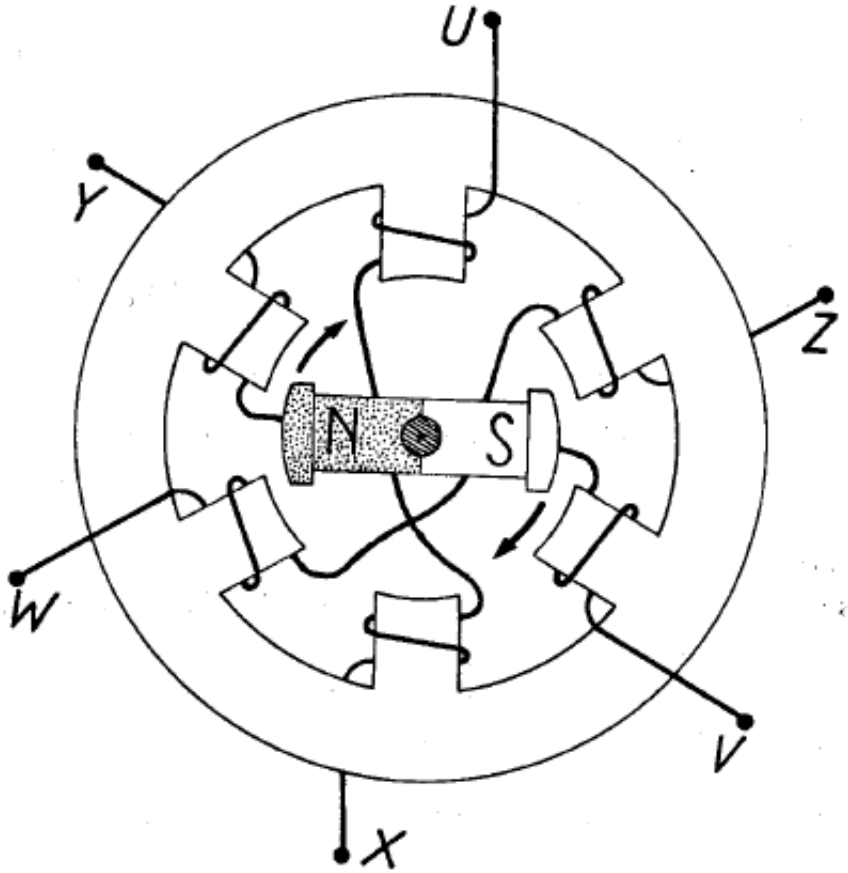
CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

Electrotecnia y Máquinas Eléctricas

26/03/10

Generador Elemental de C.A. trifásica

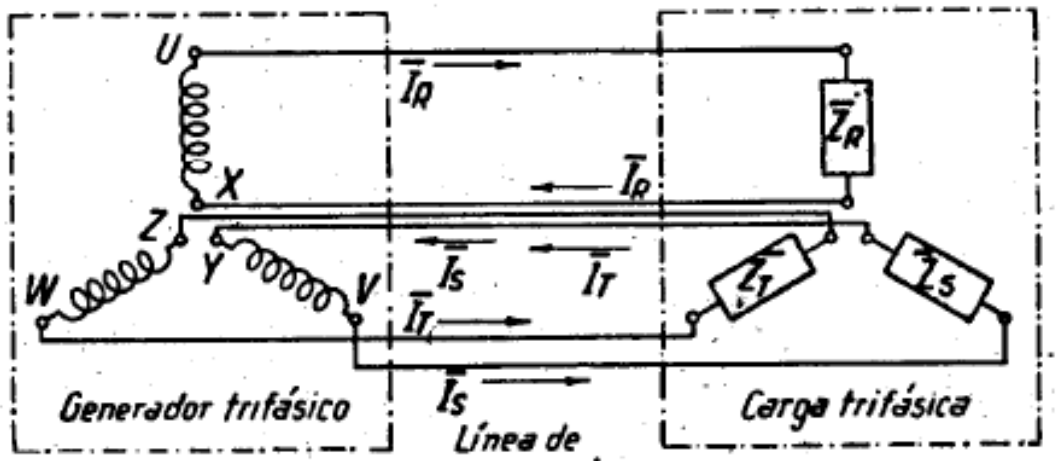


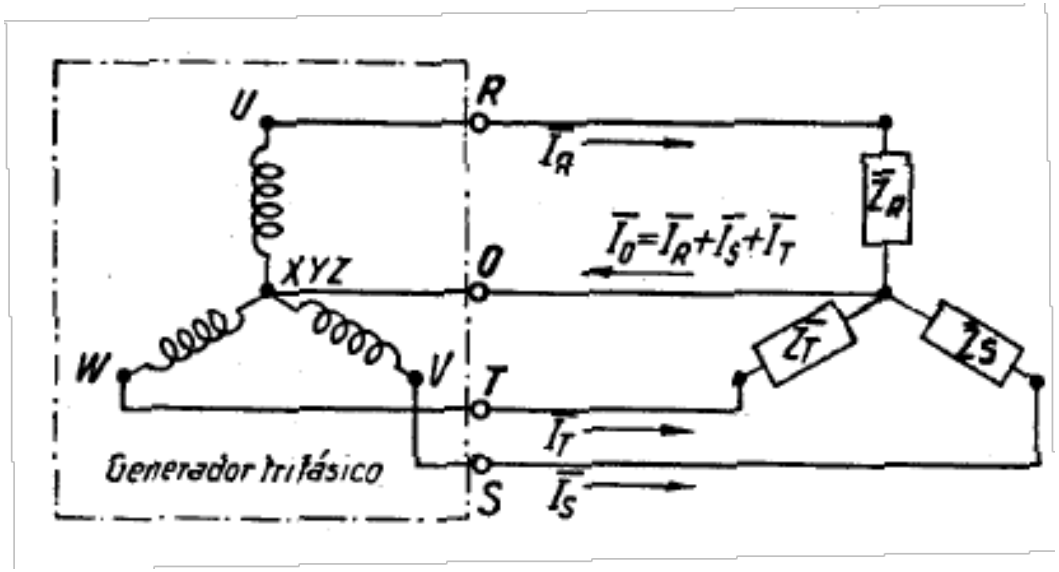
- **Es simétrico: bobinas iguales, igual n° de espiras N, distribuidas 120° entre sí.**
- **Lo que sucede en el circuito UX también sucede en el VY pero 120° después, y en el WZ pero 240° más tarde.**
- **Designación normalizada UX, VY y WZ.**

Generador Elemental de C.A. trifásica

- **Las tres fases del generador, alimentan tres circuitos independientes, con sus respectivas cargas.**
- **Cada fase puede funcionar como circuito independiente.**
- **Los tres conductores centrales se agrupan en uno solo que transporta la corriente suma: POLO NEUTRO.**

- **Finales de fase:** XYZ
- **Principios de fase:** UVW





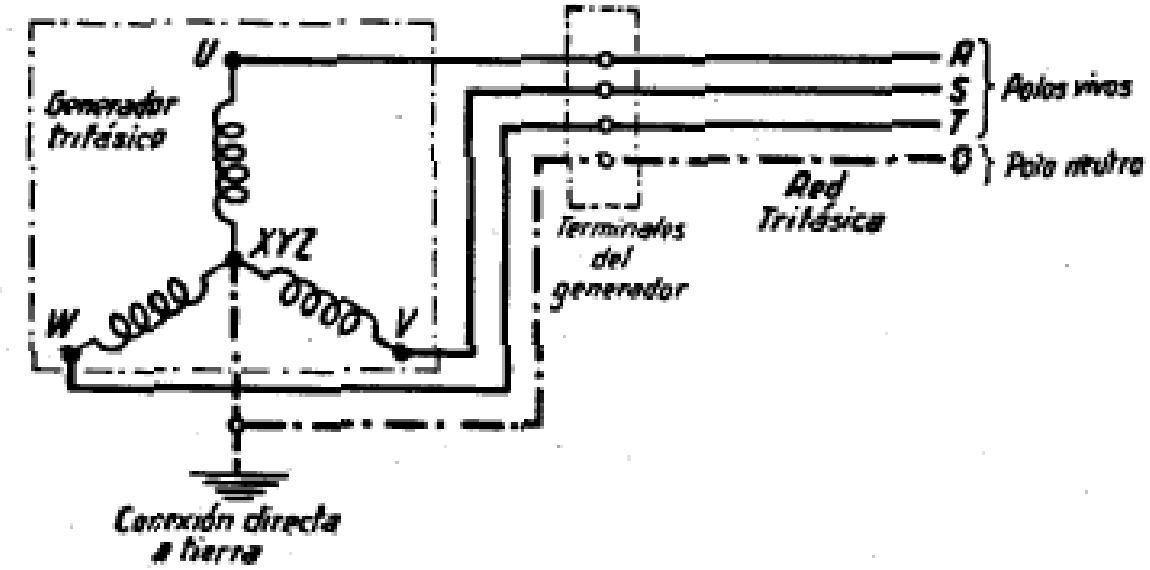
Generador Elemental de C.A. trifásica

- ***Neutro puesto a tierra*:** medida de seguridad y prevención de accidentes. Menor sección que los polos vivos.

- **Generadores con neutro** → red tetrafilar, 3 polos vivos RST y 1 polo neutro O.

- **Generadores sin neutro** → red trifilar, 3 polos vivos RST.

- **Denominación normalizada:** R S T O.



Convenciones

- **Sistema simétrico en fase o "propio":**

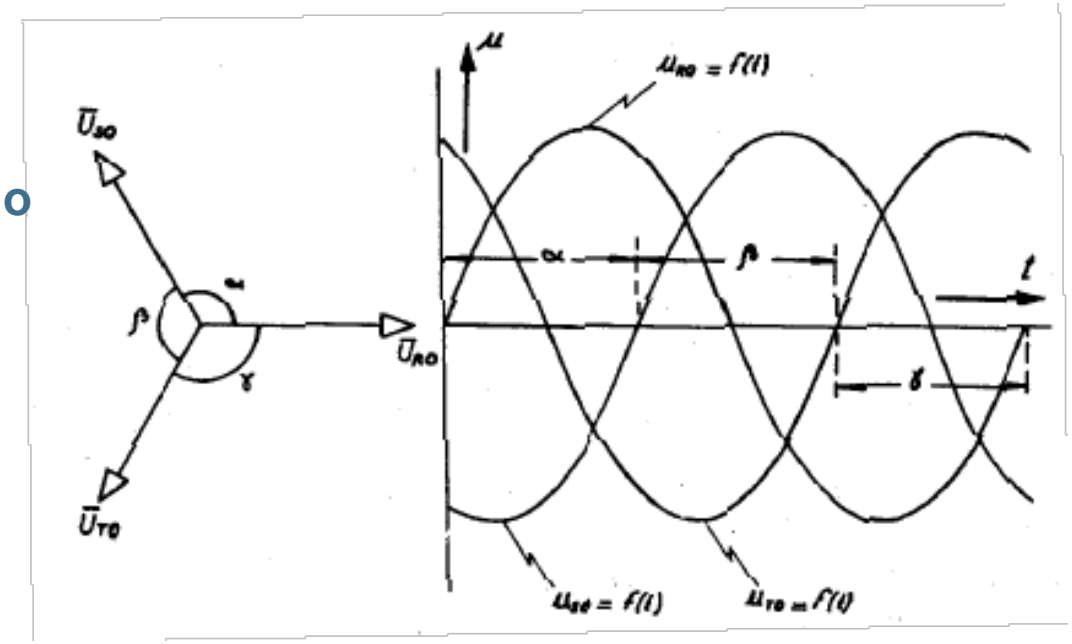
$$\alpha = \beta = \gamma = 120°$$

- **Sistema simétrico en magnitud o "regular":**

$$|U_{RO}| = |U_{SO}| = |U_{TO}|$$

- **Sistema equilibrado o perfecto:**

$$\overline{U}_{RO} + \overline{U}_{SO} + \overline{U}_{TO} = 0$$

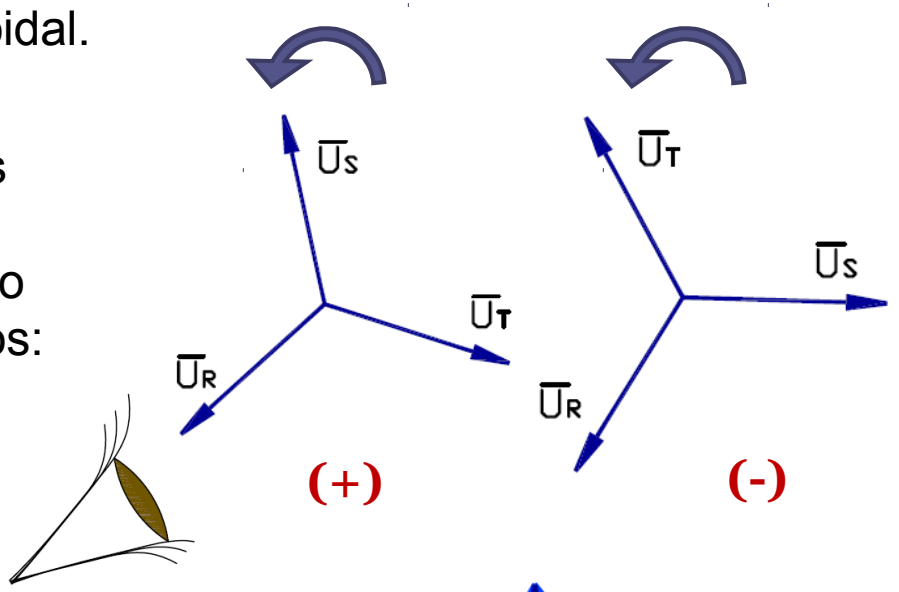


- **Los sistemas trifásicos de tensiones que producen los generadores son equilibrados. Una red asimétrica es producto de una anormalidad de funcionamiento.**

- **Las corrientes que de dichas tensiones se deriven pueden o no ser equilibrados, según las características de las cargas conectadas.**

Convenciones

• **Sentido de giro de los vectores:** en sentido antihorario, de esa manera proyectan sobre un eje fijo una onda sinusoidal.

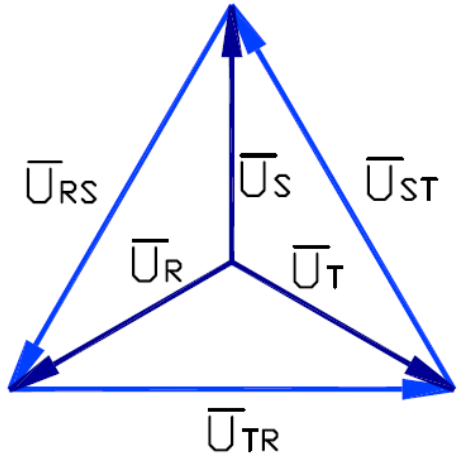


•**Secuencia:** es el orden de sucesión de las fases. Depende del sentido de rotación del rotor y la disposición de las bobinas, pero no del sentido de giro de los vectores. Dos tipos:

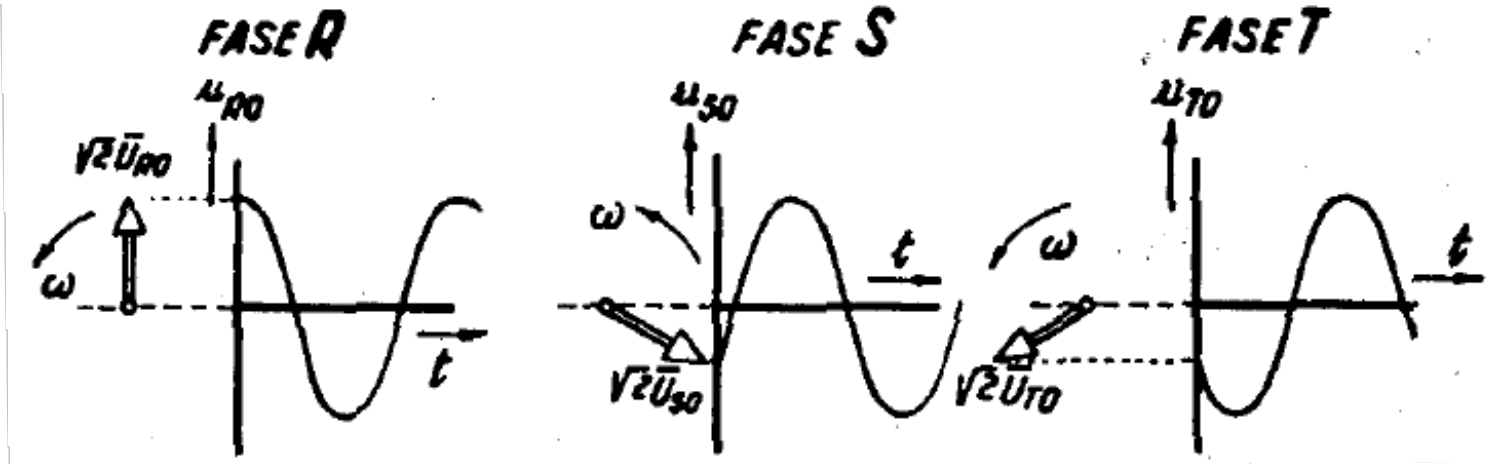
- positiva, directa o dextrógira:
  RST, TRS, STR
- negativa, inversa, o levógira:
  RTS, SRT, TRS

• **Triángulo didáctico:** triángulo equilátero, sus lados son las tensiones de línea.

Se construye a partir de un vector de referencia y la secuencia.



Tensiones en sistemas perfectos



Tensión producida por fase UX

Tensión producida por fase VY

Tensión producida por fase WZ

- **Expresiones de los valores instantáneos**

$$u_{RO} = \sqrt{2}\ U_{RO}\ .\ \text{sen}\ \omega\ t$$

$$u_{SO} = \sqrt{2}\ U_{SO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t - 120°) = \sqrt{2}\ U_{SO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t + 240)$$

$$u_{TO} = \sqrt{2}\ U_{RO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t - 240°) = \sqrt{2}\ U_{TO}\ \text{sen}\ (\omega t + 120)$$

Tensiones en sistemas perfectos

- **Expresiones vectoriales de las tensiones, en valores eficaces.**

$$\overline{U}_{RO} = U \angle 90° = U\,(\cos 90° + j \operatorname{sen} 90°) = U\,(0 + j)$$

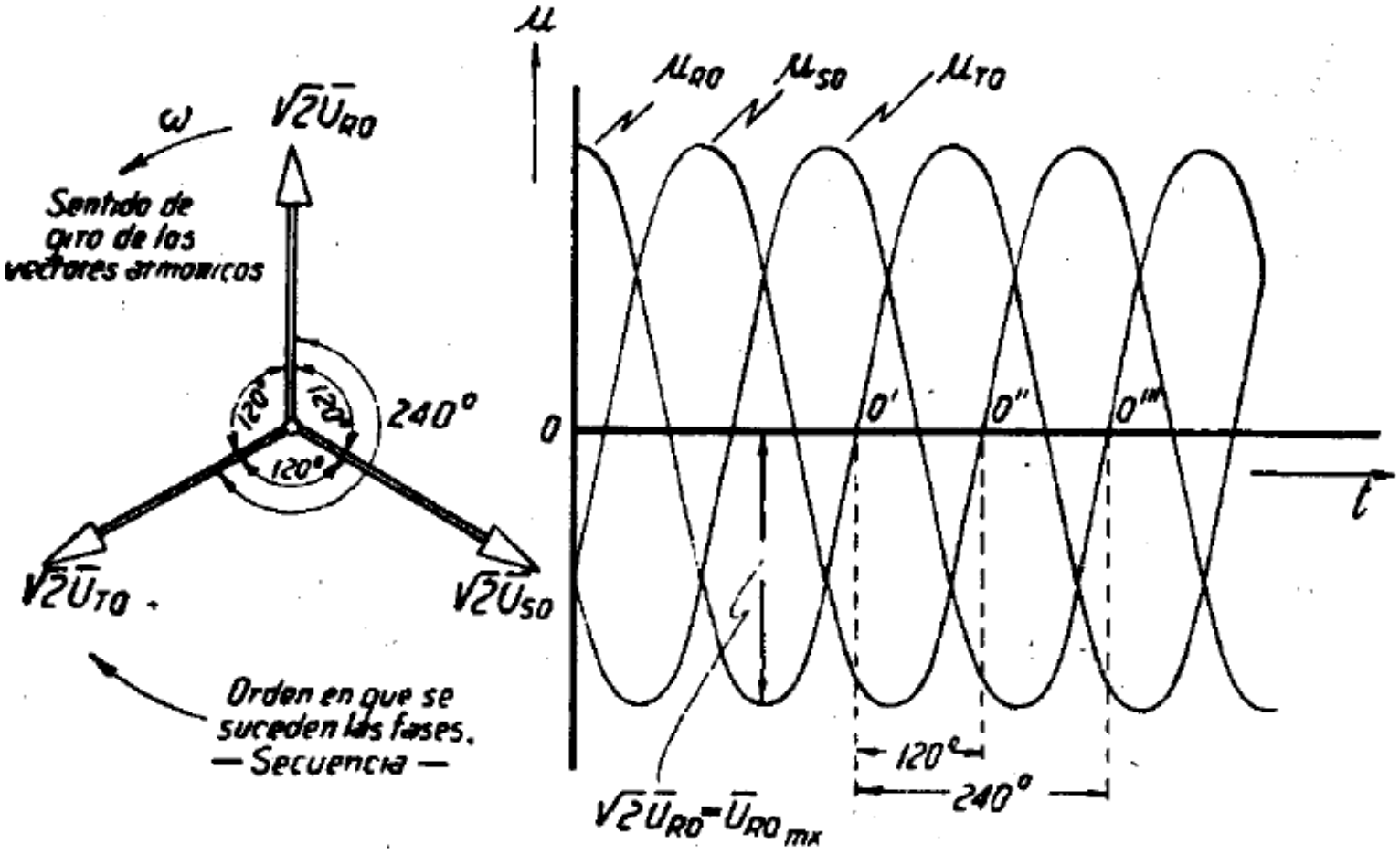
$$\overline{U}_{SO} = U \angle 330° = U\,(\cos 330° + j \operatorname{sen} 330°) = U\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\,\frac{1}{2}\right)$$

$$\overline{U}_{TO} = U \angle 210° = U\,(\cos 210° + j \operatorname{sen} 210°) = U\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\,\frac{1}{2}\right)$$

- **Su resultante es nula:**

$$\overline{U}_{RO} + \overline{U}_{SO} + \overline{U}_{TO} = j\overline{U} + \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\,\frac{U}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\,\frac{U}{2} = 0$$

Tensiones en sistemas perfectos



Tensiones en sistemas perfectos

TENSIONES DE FASE O SIMPLES

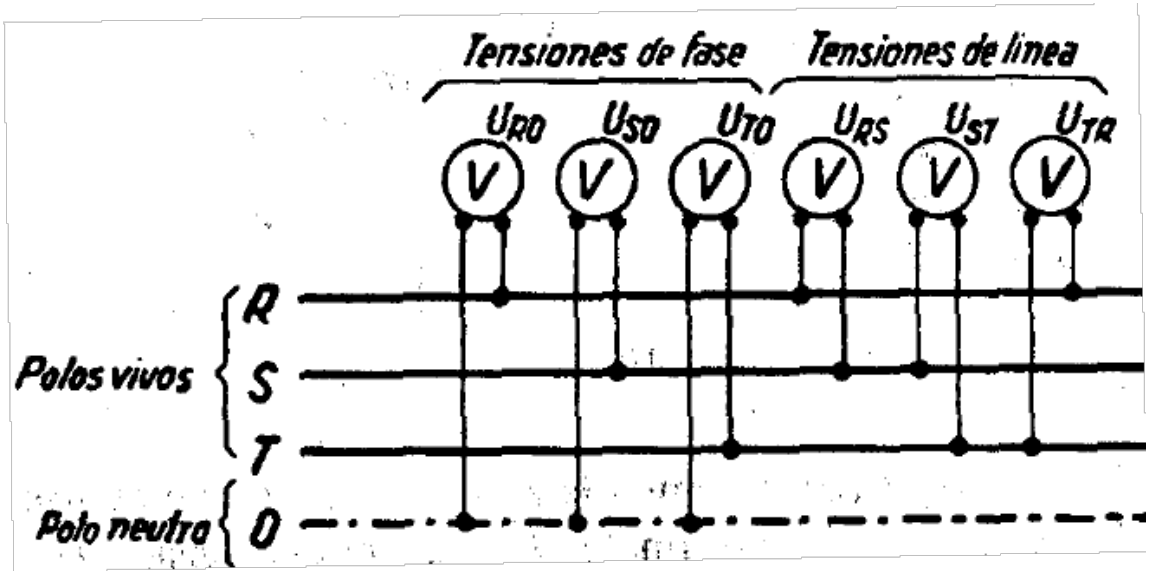
Tensiones existentes entre cualquiera de los vivos y el neutro.

$$U_{RO} = U_{SO} = U_{TO} = U_f$$

TENSIONES DE LÍNEA O COMPUESTAS

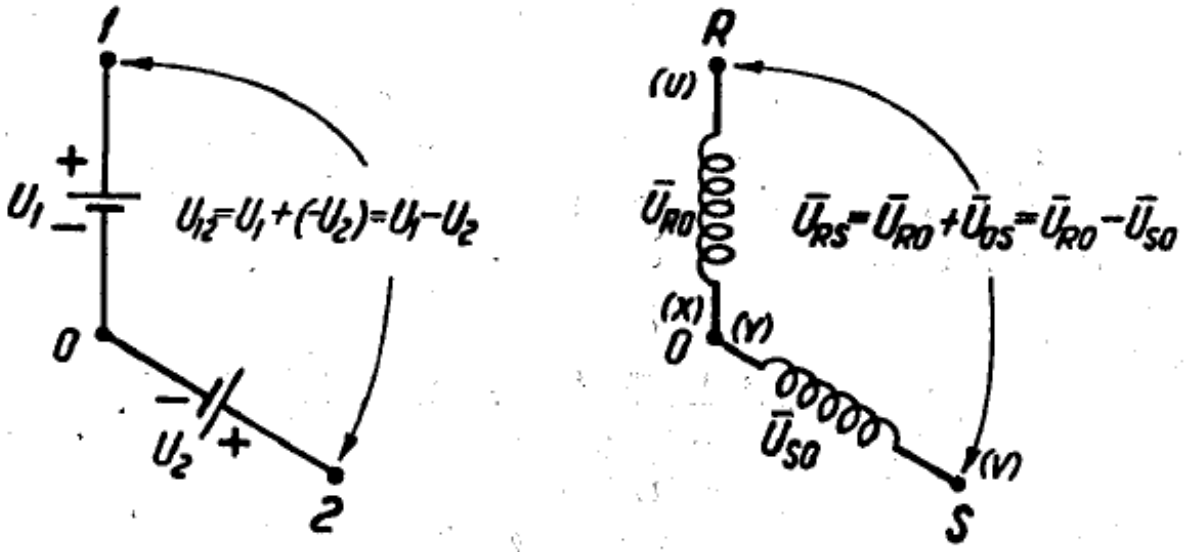
Tensiones existentes entre los vivos.

$$U_{RS} = U_{TR} = U_{ST} = U$$



Tensiones en sistemas perfectos

RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA



Entre R y S: $\overline{U}_{RS}=\overline{U}_{RO}+\overline{U}_{OS}=\overline{U}_{RO}-\overline{U}_{SO}$

Entre T y R: $\overline{U}_{TR}=\overline{U}_{TO}+\overline{U}_{OR}=\overline{U}_{TO}-\overline{U}_{RO}$

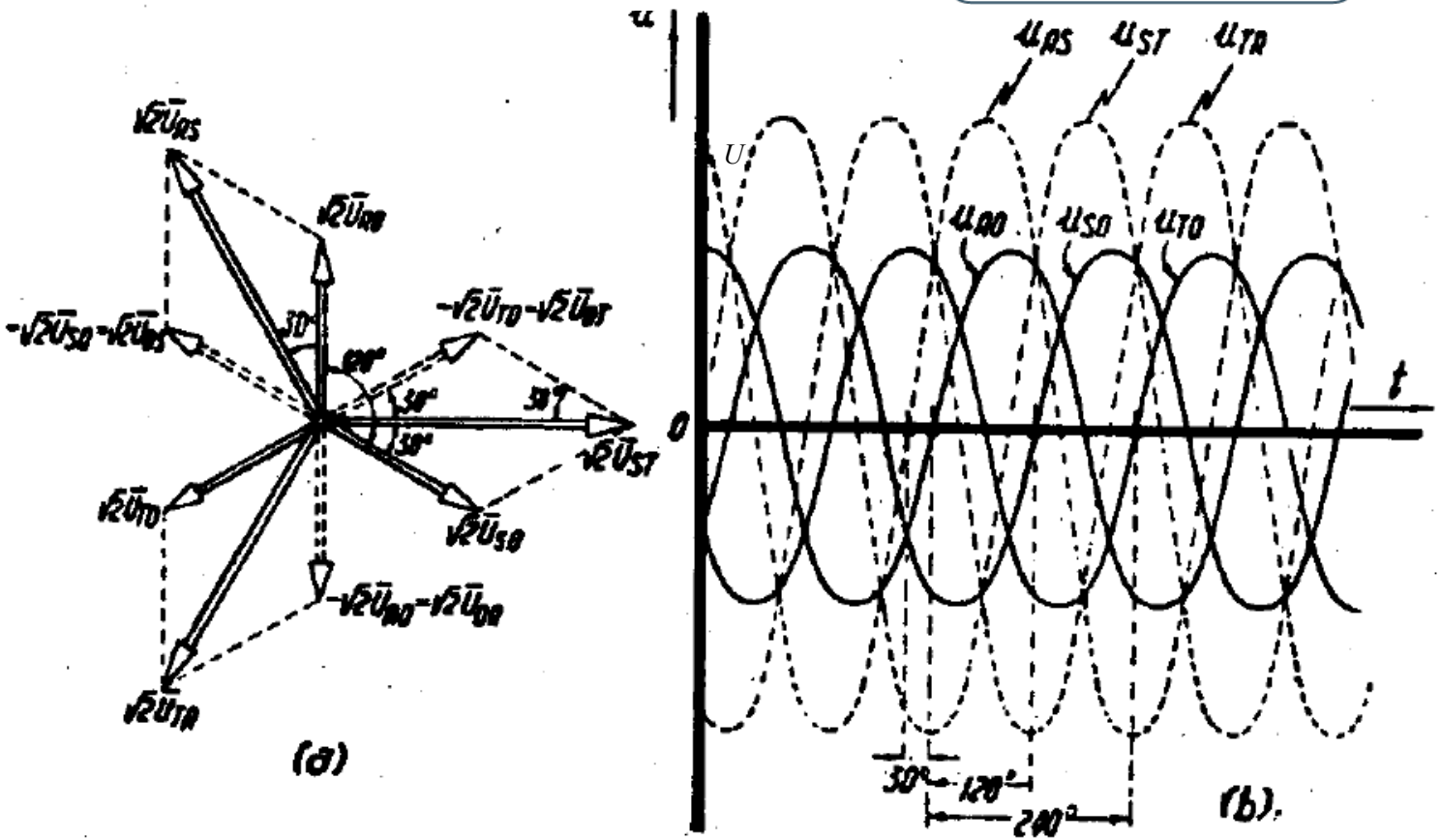
Entre S y T: $\overline{U}_{ST}=\overline{U}_{SO}+\overline{U}_{OT}=\overline{U}_{SO}-\overline{U}_{TO}$

Tensiones en sistemas perfectos

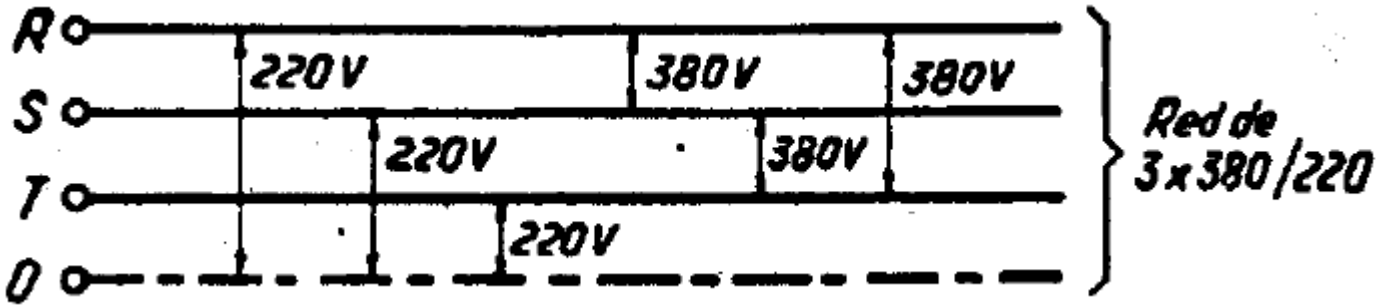
RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA

$$\frac{U}{2} = U_f \cdot \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} U_f$$

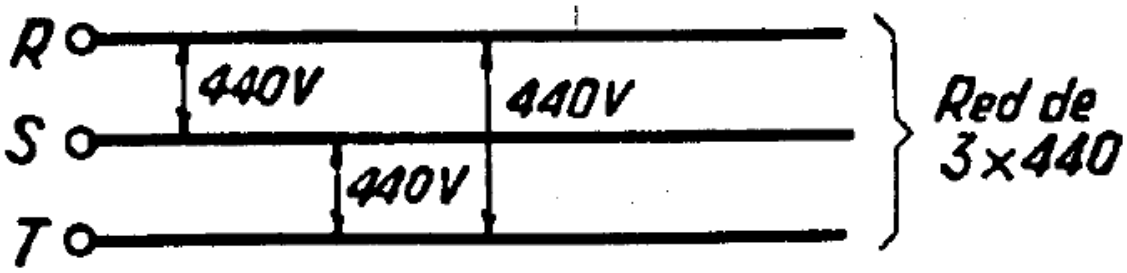
$$U = \sqrt{3}\, U_f$$



Denominación de redes



(Red tetrafilar)

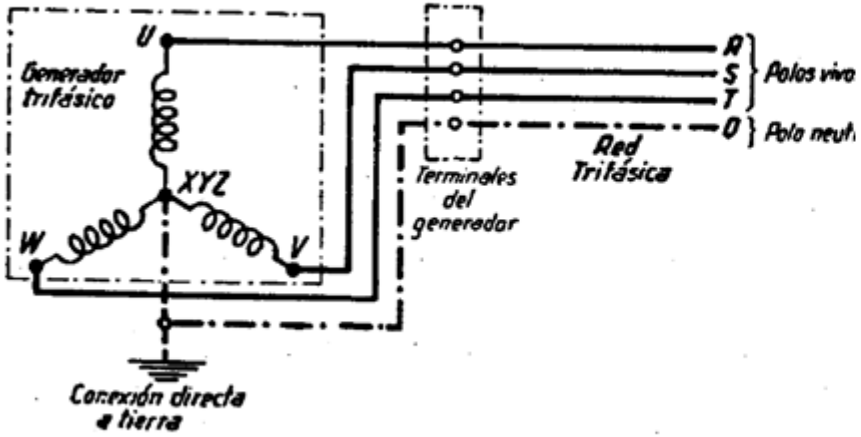


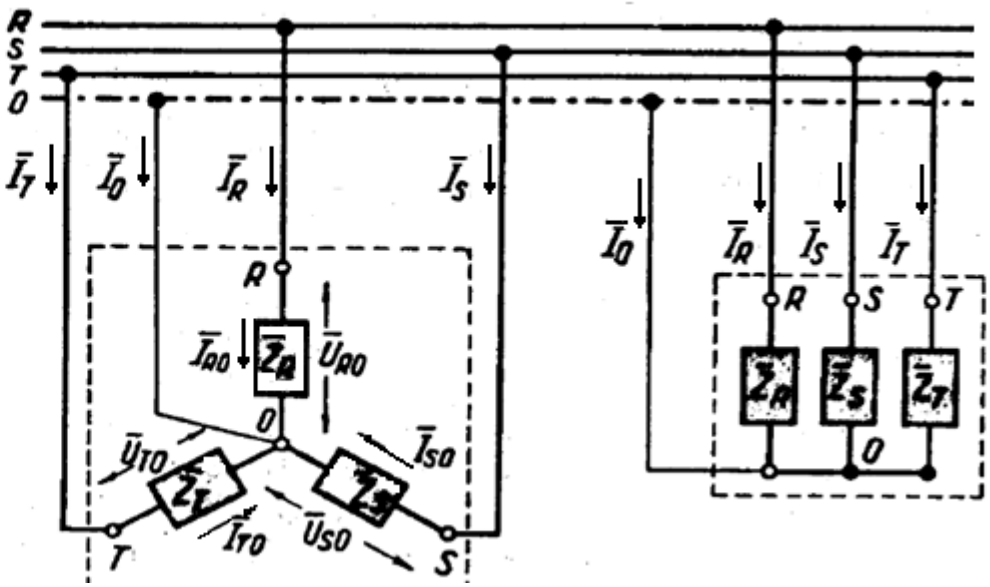
(Red trifilar)

Carga Equilibrada

Conexión estrella equilibrada

- **Consiste en unir tres finales de fase pare formar el polo neutro.**
- **Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía.**
- **Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.**





Conexión estrella equilibrada

- **Las 3 impedancias de carga son iguales.**

$$\overline{Z}_R = \overline{Z}_S = \overline{Z}_T = \overline{Z}_C = Z_C \angle \varphi_C$$

$$\varphi_R = \varphi_S = \varphi_T = \varphi_C$$

- **Tensiones de fase**

$$\overline{U}_{RO} = U_{RO} \angle 90°$$

$$\overline{U}_{SO} = U_{SO} \angle 330°$$

$$\overline{U}_{TO} = U_{TO} \angle 210°$$

- **Tensiones de línea**

$$\overline{U}_{RS} = U_{RS} \angle 120°$$

$$\overline{U}_{TR} = U_{TR} \angle 240°$$

$$\overline{U}_{ST} = U_{ST} \angle 0°$$

$$U = \sqrt{3}\, U_f$$

Conexión estrella equilibrada

CORRIENTES DE FASE

Son las corrientes que circulan por cada fase de la carga.

$$I_{RO},\ I_{SO}\ \text{é}\ I_{TO}$$

CORRIENTES DE LÍNEA

Son las corrientes que circulan hacia la carga, por las líneas de transmisión.

$$I_R,\ I_S\ \text{é}\ I_T$$

- **En conexión estrella equilibrada son iguales:**

$$I = I_f = \frac{U_f}{Z_C}$$

$$\overline{I_R} = \overline{I_{RO}} = \frac{\overline{U_{RO}}}{Z_R} \qquad \overline{I_S} = \overline{I_{SO}} = \frac{\overline{U_{SO}}}{Z_S} \qquad \overline{I_T} = \overline{I_{TO}} = \frac{\overline{U_{TO}}}{Z_T}$$

Conexión estrella equilibrada

- **Neutro**

  Aplicando Ley de Kirchhoff al punto O:

$$\bar{I}_O + \bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0$$

$$\bar{I}_O = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T)$$

En un sistema simétrico y equilibrado *la corriente en el neutro es nula*. En el caso de un desequilibrio sirve como válvula de escape para conservar la simetría de tensiones.

Conexión en estrella equilibrada

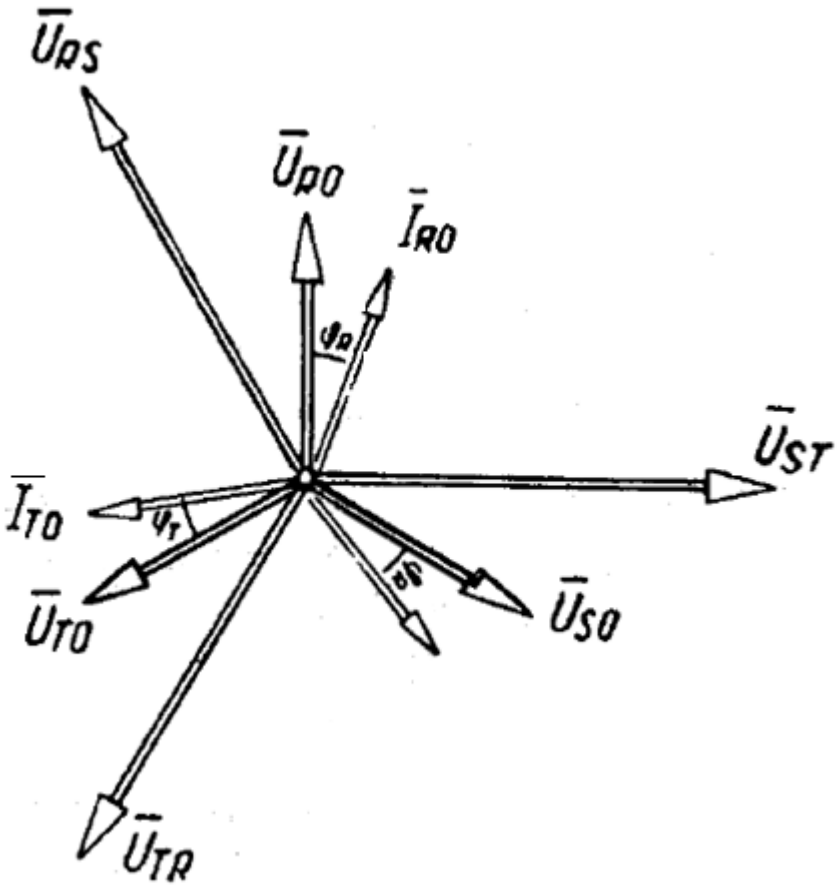
- **CONCLUSIONES**

- Impedancias de carga iguales

- Corrientes de línea iguales a corrientes de fase.

- Corriente nula en el neutro.

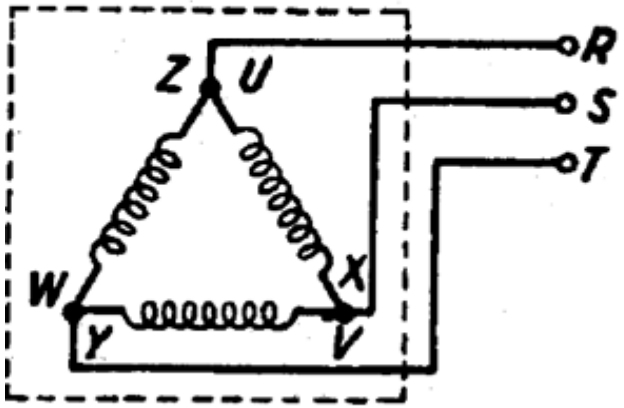
- Tensión de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.

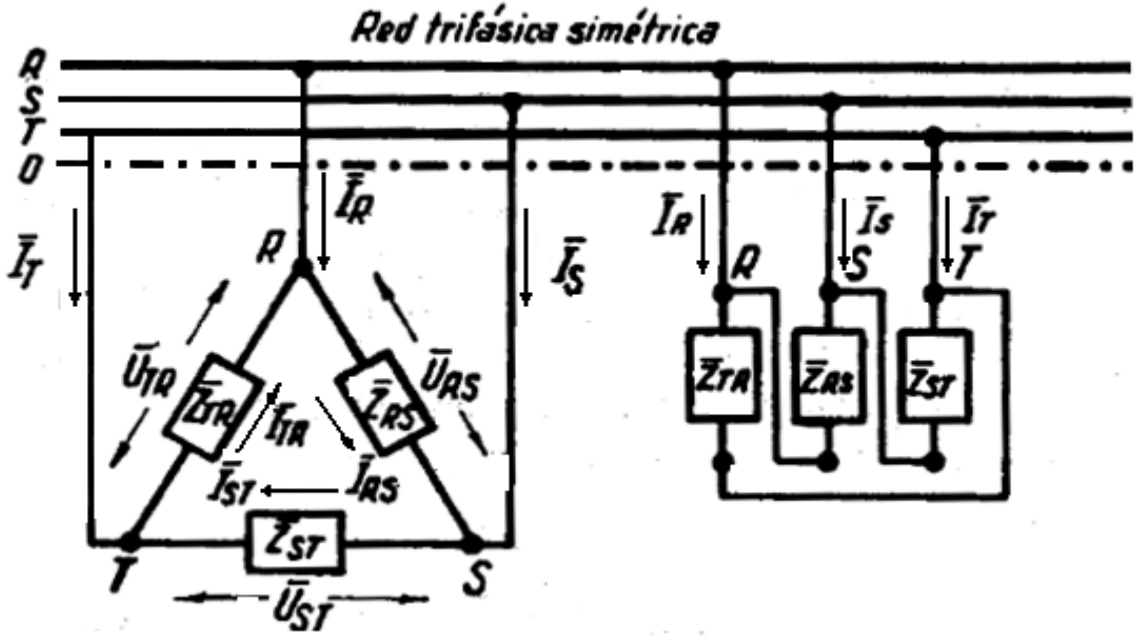


Conexión en triángulo equilibrado

- **Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía. Los generadores en triángulo crean redes sin neutro.**

- **Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.**





Conexión en triángulo equilibrado

- **Las 3 impedancias de carga son iguales.**

$$\bar{Z}_{RS} = \bar{Z}_{ST} = \bar{Z}_{TR} = \bar{Z}_C = Z_C \angle \varphi_C \qquad \varphi_{RS} = \varphi_{ST} = \varphi_{TR} = \varphi_C$$

- **Corrientes de fase**

$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{U}_{RS}}{\bar{Z}_{RS}} \qquad \bar{I}_{TR} = \frac{\bar{U}_{TR}}{\bar{Z}_{TR}} \qquad \bar{I}_{ST} = \frac{\bar{U}_{ST}}{\bar{Z}_{ST}}$$

- **Aplicando Kirchhoff a los 3 nodos:**

$$\text{(Nodo R)} \qquad \bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR}$$

$$\text{(Nodo S)} \qquad \bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS}$$

$$\text{(Nodo T)} \qquad \bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST}$$

$$I = \sqrt{3}\, I_f$$

Conexión en triángulo equilibrado

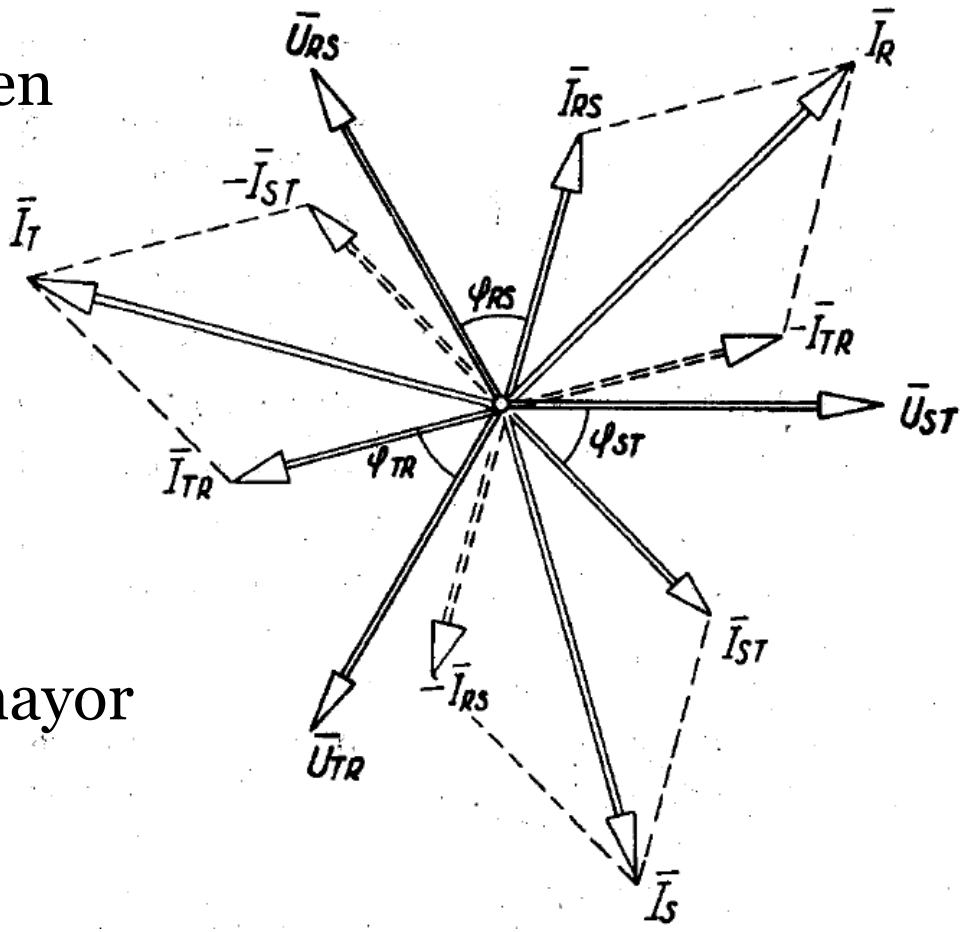
- **CONCLUSIONES**

- Impedancias de carga iguales en las 3 fases.

- Tensiones de fase iguales a tensiones de línea.

- Ausencia de punto neutro.

- Corriente de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.



Cargas equilibradas

	Estrella	Triángulo
Corrientes	$I_f = I$	$I_f = {}^1/\sqrt{3} \cdot I$
Tensiones	$U_f = {}^1/\sqrt{3}\, U$	$U_f = U$

I_f = corriente de fase.

U_f = tensión de fase.

I = corriente de línea.

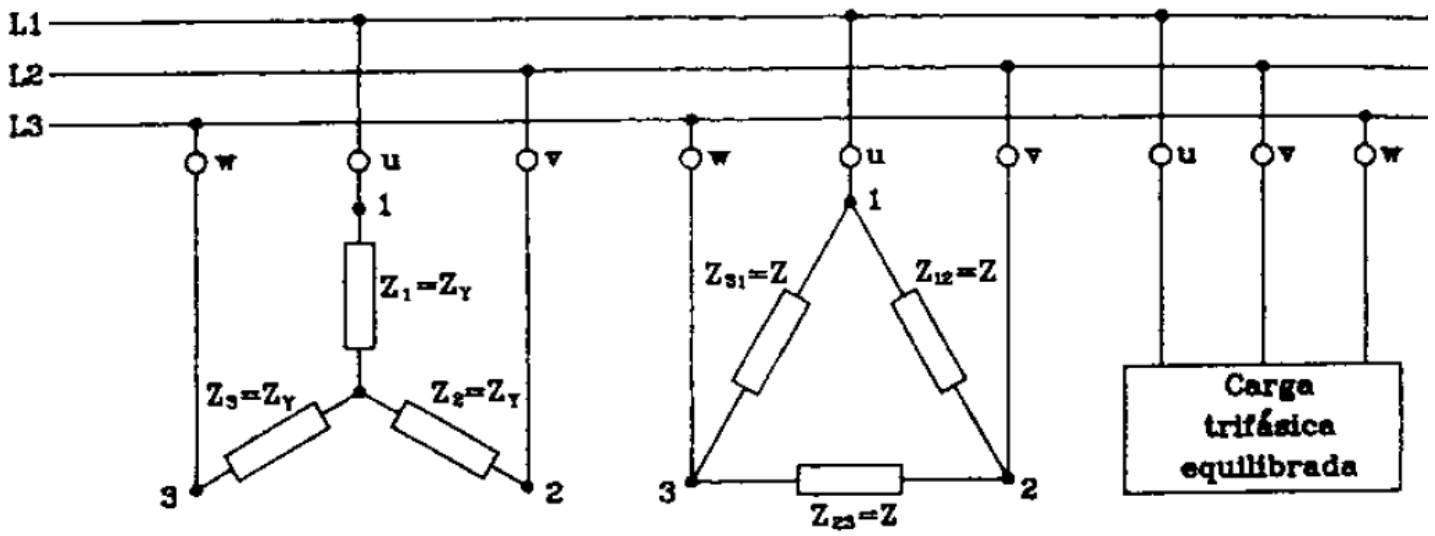
U = tensión de línea.

Estrella y triángulo equivalentes

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 = 2 \cdot Z_Y$$ (impedancia en bornes 1-2 de carga estrella)

$$Z_{12} = \frac{(Z_{13} + Z_{23}) \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} = \frac{2 \cdot Z_\Delta}{3 \cdot Z_\Delta} = \frac{2 \cdot Z_\Delta}{3}$$ (impedancia en bornes 1-2 de carga triángulo)

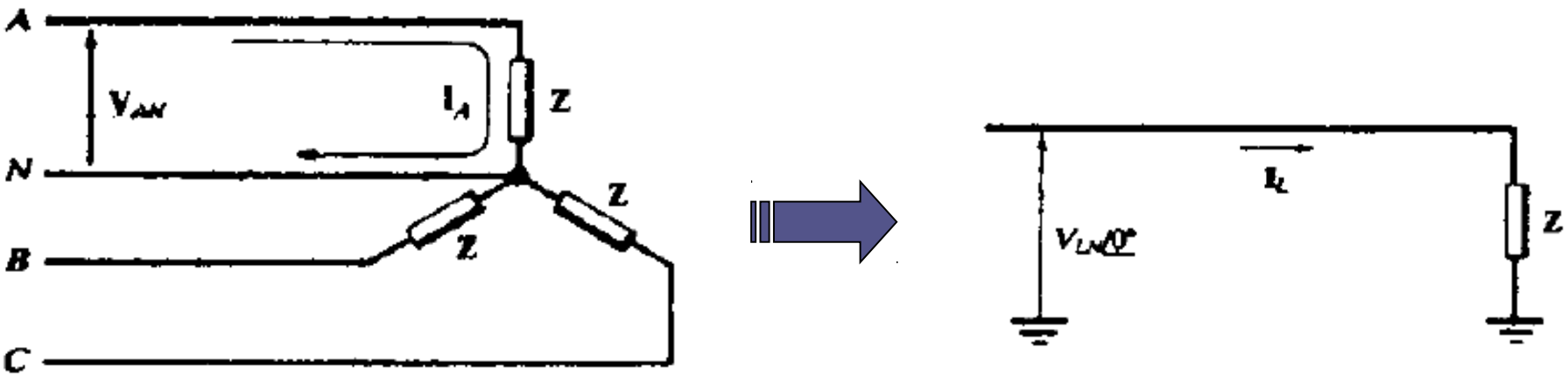
$$2 \cdot Z_Y = 2 \cdot Z_\Delta / 3 \quad \Rightarrow \quad Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$



Método del Equivalente Monofásico

- **Permite reducir un circuito trifásico equilibrado (carga equilibrada alimentada por un sistema equilibrado de tensiones) a un circuito monofásico equivalente.**

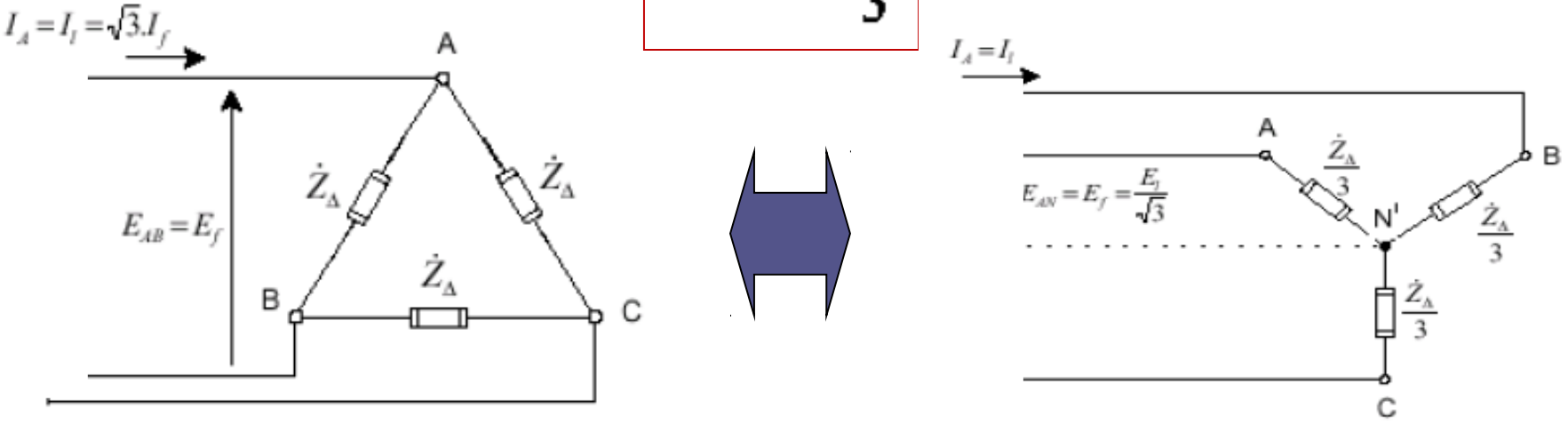
- **Es aplicable en forma directa a *cargas estrella* equilibradas.**



Método del Equivalente Monofásico

- **Las *cargas triangulo* equilibradas deben ser previamente convertidas a estrella.**

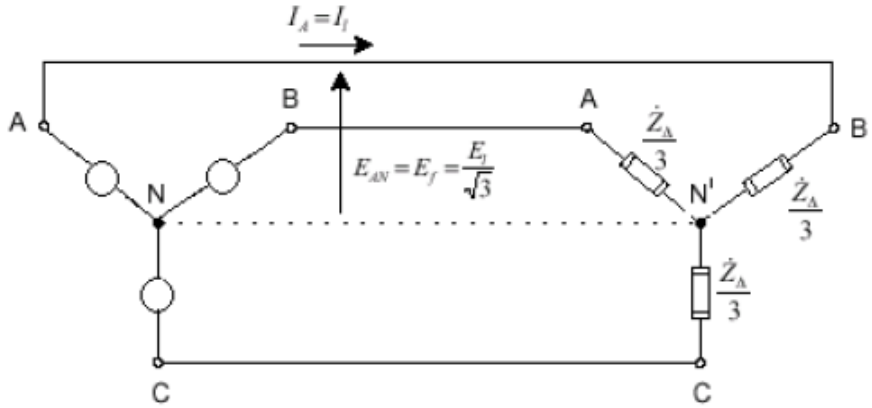
$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$



Método del Equivalente Monofásico

¿Por qué se puede representar mediante un circuito monofásico uno trifásico?

Porque el neutro del generador y el neutro de la carga se encuentran al mismo potencial.



$$\overline{V}_{AN} = \overline{ZI}_A + \overline{V}_{N'N}$$
$$\overline{V}_{BN} = \overline{ZI}_B + \overline{V}_{N'N}$$
$$\overline{V}_{CN} = \overline{ZI}_C + \overline{V}_{N'N}$$

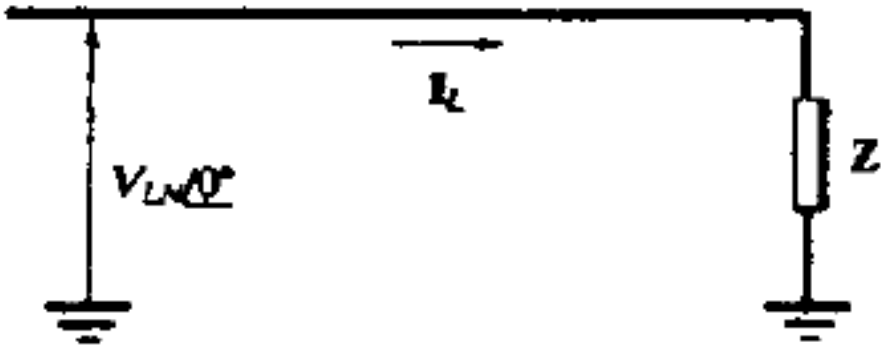
$$\underbrace{\overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN}}_{=0} = \overline{Z}\underbrace{\left(\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C\right)}_{=0} + 3\overline{V}_{N'N} \Rightarrow \overline{V}_N = \overline{V}_{N'}$$

Método del Equivalente Monofásico

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO TRIFÁSICO MEDIANTE EL M.E.M.

Características

- Tensión : $U_f \angle 0°$



- Corriente de Línea: $I=U/Z \angle \varphi$

- I_R, I_S, I_T respecto U_R, U_S y U_T tienen φ también.

Método del Equivalente Monofásico

Dos cargas balanceadas conectadas en triángulo, con impedancias de 24/-20º y 15/45º, respectivamente, están conectadas en paralelo con un motor trifásico de 8 CV, cosφ=0,74 y rendimiento η=0,80 a un sistema trifásico de secuencia RST con U_{TR} = 212,1V /120º y 50 Hz. Aplique el Método del Equivalente Monofásico y obtenga las corrientes parciales y la total de línea.

- $U_F = 212,1/(3^{1/2}) = 122,5V$ /0º
- En triángulo: $Z_1=(24/3)$/-20º

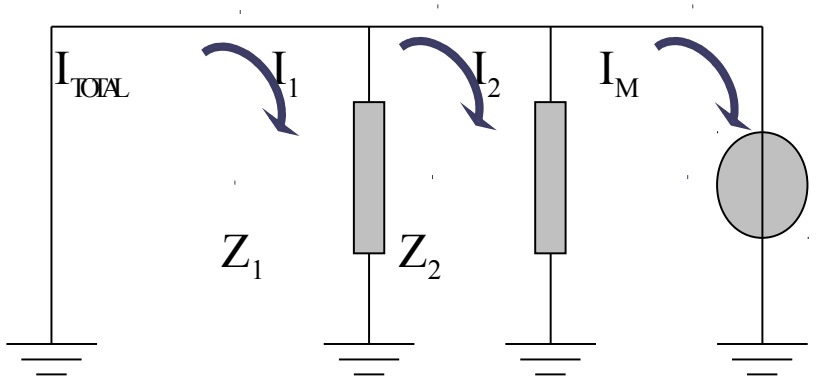
  $Z_2=(15/3)$/45º
- Las corrientes parciales:

  $I_M = P/(\eta U_L \cos\varphi(3^{1/2}))=$

  $=8*736/(0,8*(3^{1/2})*212,1*0,74)=27,1A$ /-42,3º

  $I_1 = U_F L0º/Z1=122,5L0º/(8L-20º)=15,31A$ /20º

  $I_2 = 122,5\ L0º/(5\ L45º)=24,5A$ /-45º
- La corriente total: $I_T = I_1 + I_2 + I_M = 59,9^a$ /-30,4º



Carga Desequilibrada

Cargas desequilibradas

- **Las cargas se pueden conectar:**
  - **en estrella o triángulo.**
- **La red puede o no tener neutro.**
- **Cada carga actúa independientemente de las otras.**

$$\overline{Z}_A \neq \overline{Z}_B \neq \overline{Z}_C$$

$$|Z_A| \neq |Z_B| \neq |Z_C|$$

$$\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$$

Conexión estrella desequilibrada con neutro

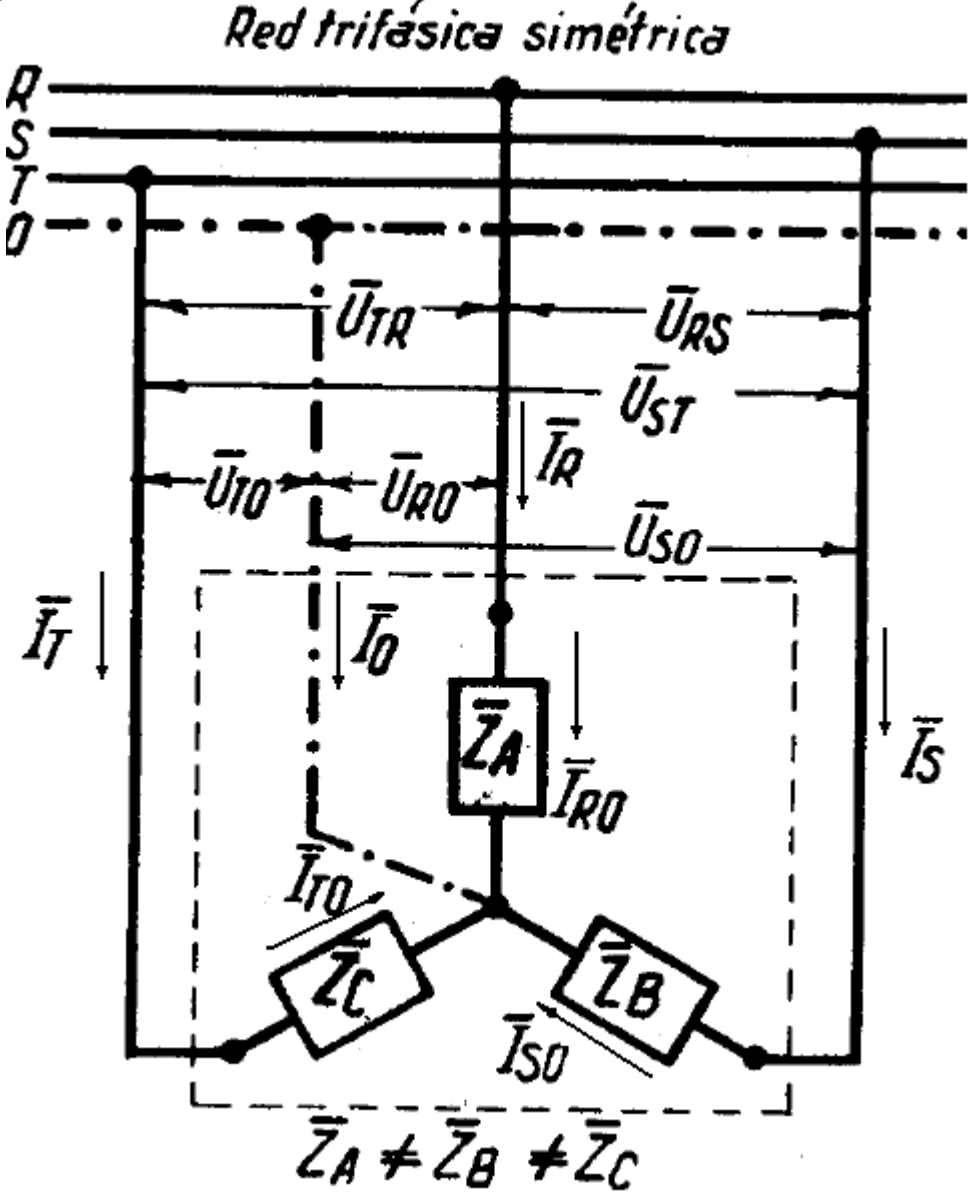
- **Tensiones**

$$\overline{U}_{RS} + \overline{U}_{ST} + \overline{U}_{TR} = 0$$

$$\overline{U}_{RO} + \overline{U}_{SO} + \overline{U}_{TO} = 0$$

$$|U_{RS}| = |U_{ST}| = |U_{TR}|$$

$$|U_{RO}| = |U_{SO}| = |U_{TO}|$$



Conexión estrella desequilibrada con neutro

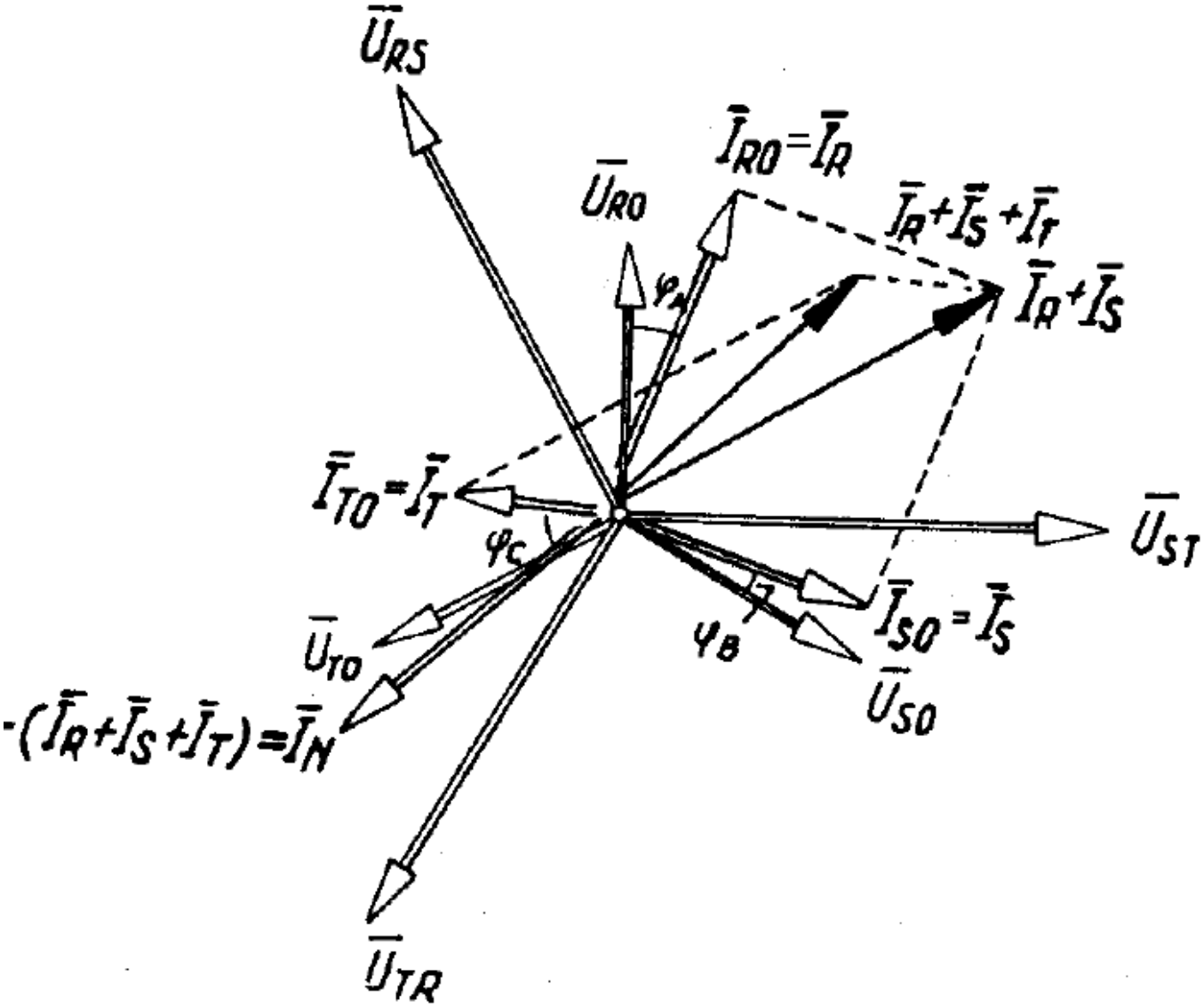
- **Corrientes**

$$\overline{I}_{RO} = \overline{I}_R = \frac{\overline{U}_{RO}}{\overline{Z}_A} \qquad \overline{I}_{SO} = \overline{I}_S = \frac{\overline{U}_{SO}}{\overline{Z}_B} \qquad \overline{I}_{TO} = \overline{I}_T = \frac{\overline{U}_{TO}}{\overline{Z}_C}$$

$$\overline{I}_0 = -(\overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T)$$ **(corriente del neutro no nula)**

- **El neutro transporta la corriente resultante del desequilibrio.**
- **En redes comunes de iluminación y fuerza motriz, I_o es pequeña (10% de la I_{linea}).**

Conexión estrella desequilibrada con neutro

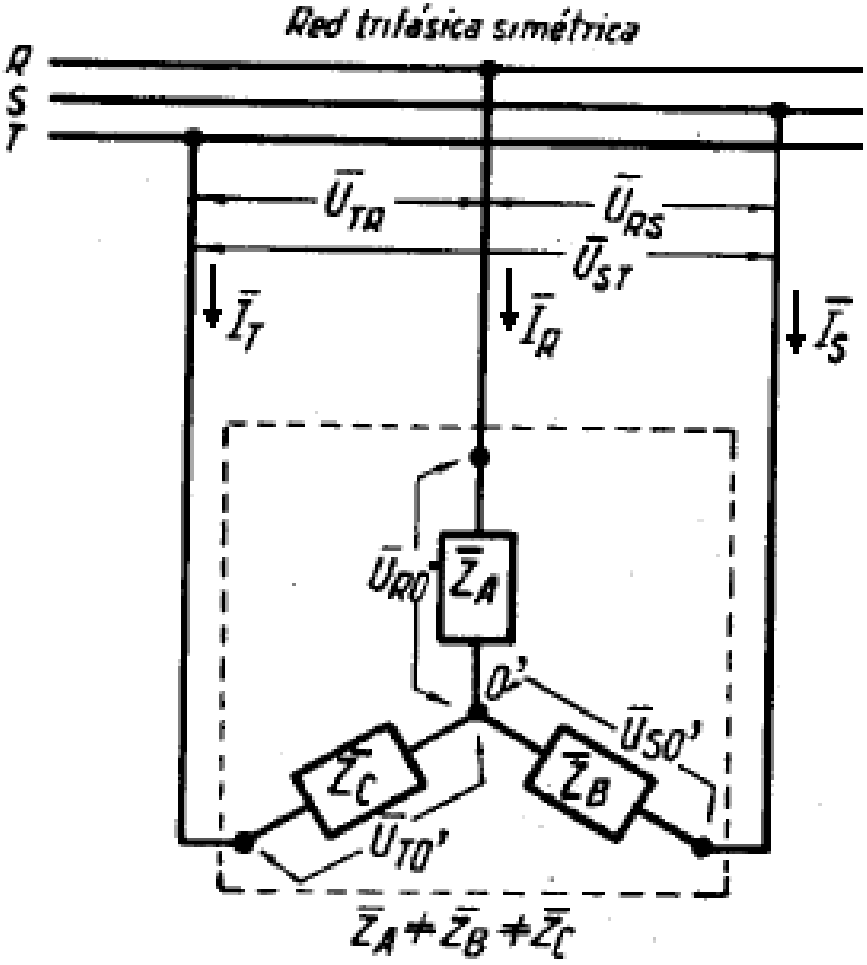


Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Las 3 tensiones de fase no son iguales ni simétricas, pero sumadas, dan las tensiones de línea.

- El desequilibrio se manifiesta en las tensiones de fase y mediante la modificación del punto neutro:

“el neutro está flotando”



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Para el punto neutro O´:

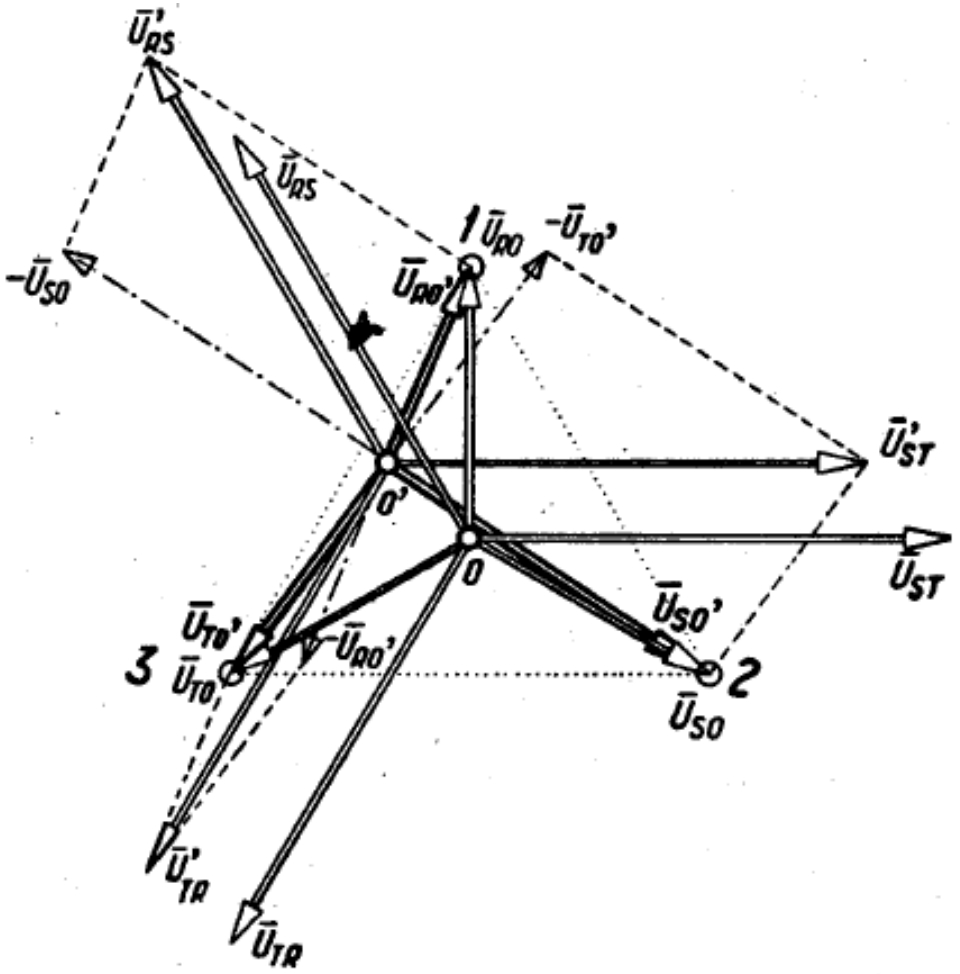
$$\overline{U}_{RS} = \overline{U}_{RO'} - \overline{U}_{SO'} = \overline{U}'_{RS}$$

$$\overline{U}_{TR} = \overline{U}_{TO'} - \overline{U}_{RO'} = \overline{U}'_{TR}$$

$$\overline{U}_{ST} = \overline{U}_{SO'} - \overline{U}_{TO'} = \overline{U}'_{ST}$$

- También se da:

$$\overline{U}_{RO'} + \overline{U}_{SO'} + \overline{U}_{TO'} \neq 0$$



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Posición del punto neutro O:

$$\overline{U}_{RO'} = \overline{U}_{RO} - \overline{U}_{O'O}$$

$$\overline{U}_{SO'} = \overline{U}_{SO} - \overline{U}_{O'O}$$

$$\overline{U}_{TO'} = \overline{U}_{TO} - \overline{U}_{O'O}$$

- Multiplicando por admitancias de fase:

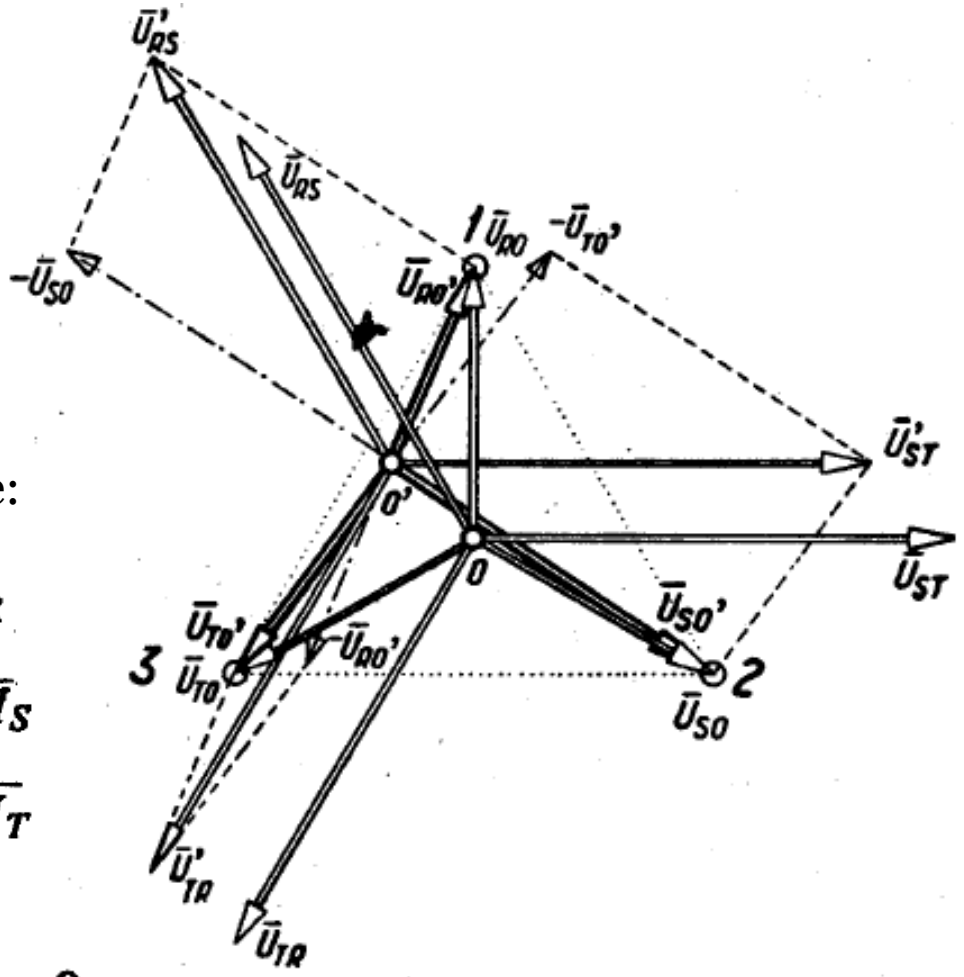
$$\overline{U}_{RO'}\,\overline{Y}_A = \overline{U}_{RO}\,\overline{Y}_A - \overline{U}_{O'O}\,\overline{Y}_A = \overline{I}_{RO'} = \overline{I}_R$$

$$\overline{U}_{SO'}\,\overline{Y}_A = \overline{U}_{SO}\,\overline{Y}_B - \overline{U}_{O'O}\,\overline{Y}_B = \overline{I}_{SO'} = \overline{I}_S$$

$$\overline{U}_{TO'}\,\overline{Y}_C = \overline{U}_{TO}\,\overline{Y}_C - \overline{U}_{O'O}\,\overline{Y}_C = \overline{I}_{TO'} = \overline{I}_T$$

- Considerando que no hay neutro:

$$\overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T = 0$$



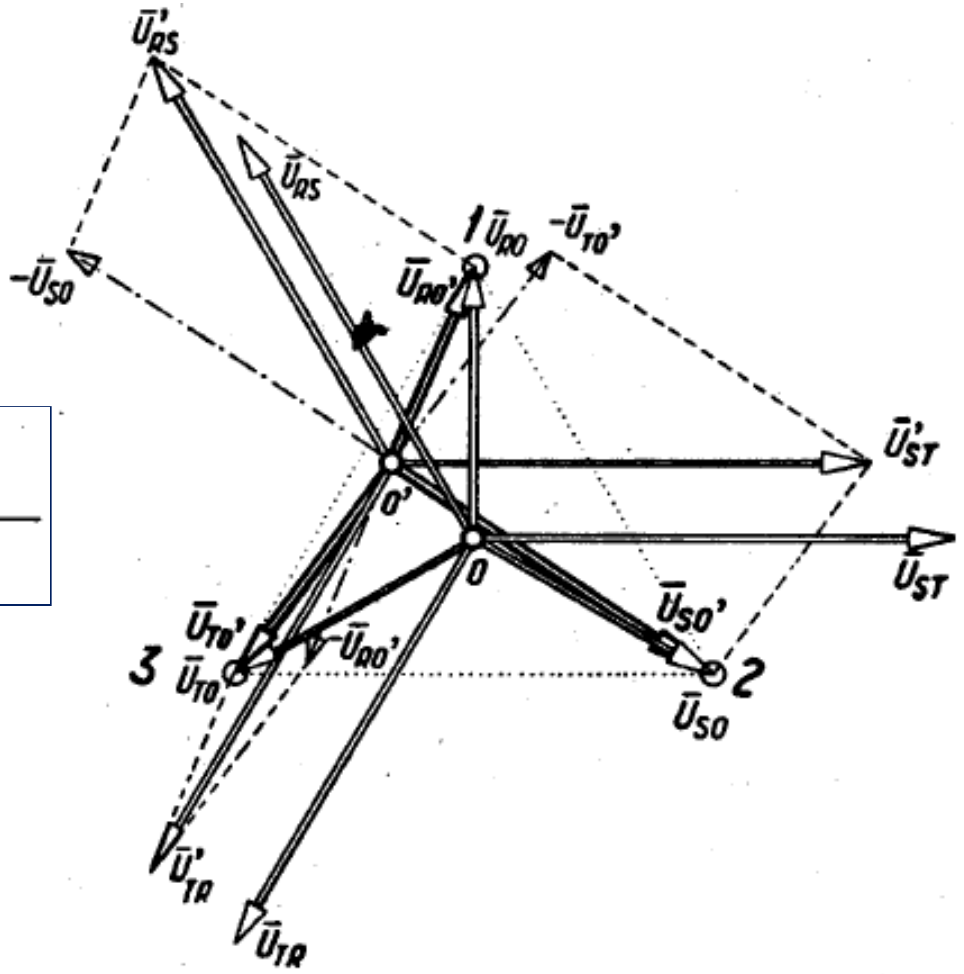
Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Reemplazando:

$$\bar{U}_{RO}\,\bar{Y}_A + \bar{U}_{SO}\,\bar{Y}_B + \bar{U}_{TO}\,\bar{Y}_C - \bar{U}_{O'O}(\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_C) = 0$$

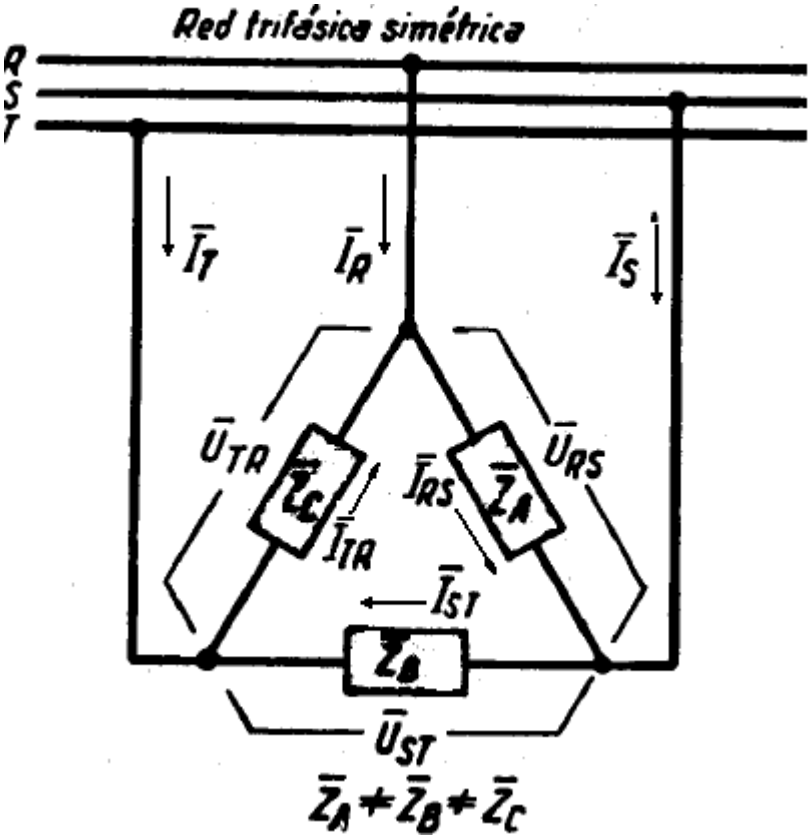
$$\bar{U}_{O'O} = \frac{\bar{U}_{RO}\,\bar{Y}_A + \bar{U}_{SO}\,\bar{Y}_B + \bar{U}_{TO}\,\bar{Y}_C}{\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_C}$$

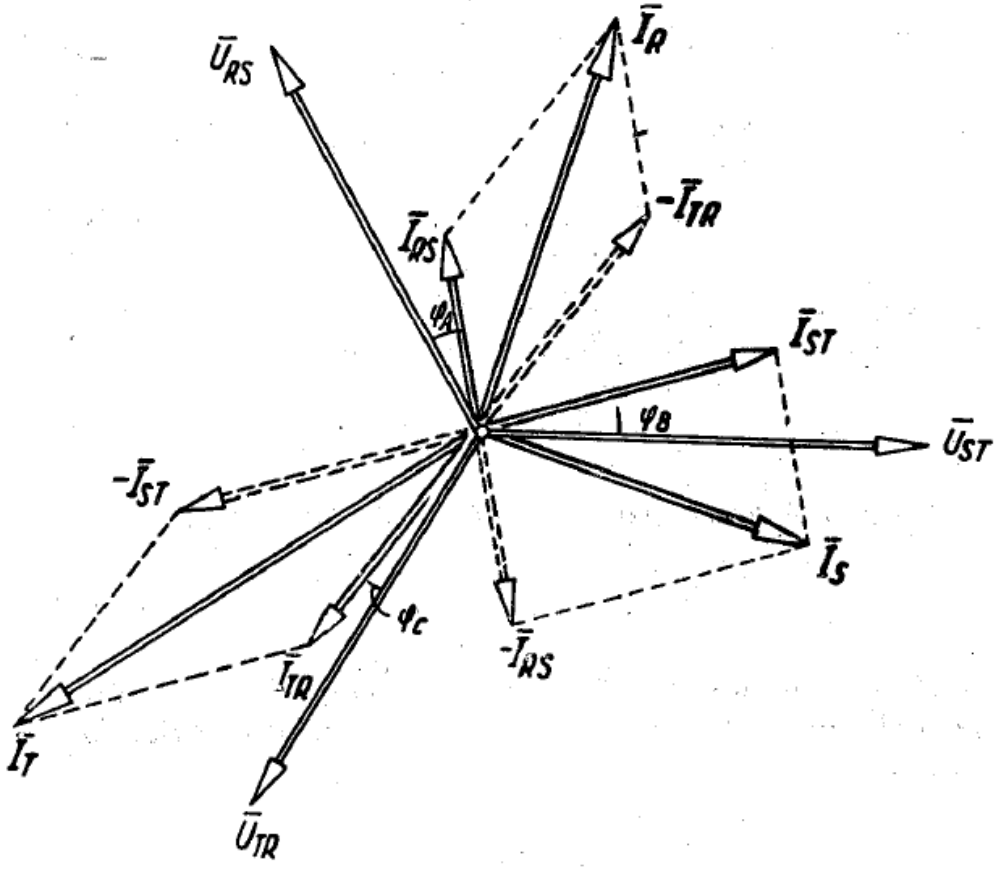
- Con $\bar{U}_{O'O}$ se puede ubicar **O'** en el plano, y con él $U_{RO'}\ U_{SO'}\ U_{TO'}$.



Conexión triángulo desequilibrado

- Para el cálculo de las corrientes se sigue igual procedimiento que el triángulo equilibrado.





Potencia en circuitos trifásicos

Potencia Activa

$$P = \sum_{i=1}^{i=3} P_i = P_A + P_B + P_C$$

$$= U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

- Cargas desequilibradas:

$$P = U_{RO} I_R \cos\varphi_A + U_{SO} I_S \cos\varphi_B + U_{TO} I_T \cos\varphi_C \quad \textbf{(estrella)}$$

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos\varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos\varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos\varphi_C \quad \textbf{(triángulo)}$$

Potencia Activa

- Cargas equilibradas:

$$P_Y = 3\, U_f\, I_f \cos\varphi_f \qquad \textbf{(estrella)}$$

$$P_\Delta = 3\, U_f\, I_f \cos\varphi_f \qquad \textbf{(triángulo)}$$

- Reemplazando respectivamente:

$$U_f = U/\sqrt{3} \text{ é } I_f = I$$

$$U_f = U \text{ é } I_f = I/\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad P_Y = \sqrt{3}\, U\,.\, I\,.\, \cos\varphi_f$$

$$P_\Delta = \sqrt{3}\,.\, U\,.\, I\,.\, \cos\varphi_f$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}\,.\, U\,.\, I\,.\, \cos\varphi}$$

Tensión U de línea , corriente I de línea y factor de potencia $\cos\varphi_f$ de una cualquiera de las fases.

vatios [W]

Potencia Reactiva

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C =$$

$$= U_A I_A \operatorname{sen}\varphi_A + U_B I_B \operatorname{sen}\varphi_B + U_C I_C \operatorname{sen}\varphi_C$$

Procedimiento análogo a P.Activa, y se llega a:

$$Q = \sqrt{3}\, U\, I \operatorname{sen}\varphi$$

voltamperios reactivos [VAr]

Potencia Aparente

$$S = \sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}$$

Para el caso simétrico y equilibrado:

$$S = \sqrt{3}\, U\, I$$

voltamperios [VA]

Cargas desequilibradas

$$P = U_{RO} I_R \cos\varphi_A + U_{SO} I_S \cos\varphi_B + U_{TO} I_T \cos\varphi_C \qquad \textbf{(estrella)}$$

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos\varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos\varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos\varphi_C \qquad \textbf{(triángulo)}$$

FACTOR DE POTENCIA

Se encuentran tres desfases entre tensiones e intensidades de fase.

Se determina un factor de potencia medio:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{\Sigma P_i}{\Sigma S_i} = \frac{U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C}{\sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$