

# CAPÍTULO 1 RESUMEN

**Cantidades y unidades físicas:** Las cantidades físicas fundamentales de la mecánica son masa, longitud y tiempo. Las unidades del SI básicas correspondientes son el kilogramo, el metro y el segundo. Las unidades derivadas para otras cantidades físicas son productos o cocientes de las unidades básicas. Las ecuaciones deben ser dimensionalmente congruentes. Sólo pueden sumarse dos términos cuando tienen las mismas unidades. (Véanse los ejemplos 1.1 y 1.2.)

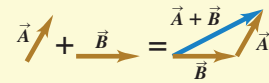
**Cifras significativas:** La exactitud de una medición puede indicarse con el número de cifras significativas o dando una incertidumbre. El resultado de un cálculo no suele tener más cifras significativas que los datos. Cuando sólo disponemos de estimaciones burdas como datos, podemos estimar el orden de magnitud del resultado. (Véanse los ejemplos 1.3 y 1.4.)

Cifras significativas en magenta

$$\pi = \frac{C}{2r} = \frac{0.424 \text{ m}}{2(0.06750 \text{ m})} = 3.14$$

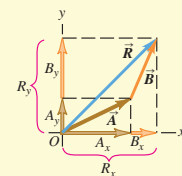
$$123.62 + 8.9 = 132.5$$

**Escalares, vectores y suma de vectores:** Las cantidades escalares son números y se combinan con la aritmética usual. Las cantidades vectoriales tienen tanto dirección como magnitud, y se combinan según las reglas de la suma vectorial. El negativo de un vector tiene la misma magnitud pero apunta en la dirección opuesta. (Véase el ejemplo 1.5.)



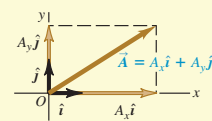
**Componentes de vectores y suma de vectores:** La suma vectorial puede efectuarse con componentes de vectores. La componente  $x$  de la suma vectorial  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$  es la suma de las componentes  $x$  de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ , en tanto que las componentes  $y$  y  $z$  se obtienen de forma análoga. (Véanse los ejemplos 1.6 a 1.8.)

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \\ R_z &= A_z + B_z \end{aligned} \quad (1.10)$$



**Vectores unitarios:** Los vectores unitarios describen direcciones en el espacio y tienen magnitud uno, sin unidades. Los vectores unitarios  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$ , alineados con los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  de un sistema de coordenadas rectangular, tienen especial utilidad. (Véase el ejemplo 1.9.)

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (1.16)$$

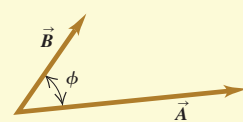


**Producto escalar:** El producto escalar  $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$  de dos vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  es una cantidad escalar. Se puede expresar en términos de las magnitudes de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  y el ángulo  $\phi$  que forman, o bien, en términos de las componentes de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ . El producto escalar es conmutativo;  $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ . El producto escalar de dos vectores perpendiculares es cero. (Véanse los ejemplos 1.10 y 1.11.)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi \quad (1.18)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1.21)$$

Producto escalar  $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi$ .



**Producto vectorial:** El producto vectorial  $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$  de dos vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  es otro vector  $\vec{C}$ .  $\vec{A} \times \vec{B}$  cuya magnitud depende de las magnitudes de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  así como del ángulo  $\phi$  entre los dos vectores. La dirección de  $\vec{A} \times \vec{B}$  es perpendicular al plano de los dos vectores multiplicados, según la regla de la mano derecha. Las componentes de  $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$  se pueden expresar en términos de las componentes de  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ . El producto vectorial no es conmutativo;  $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ . El producto vectorial de dos vectores paralelos o antiparalelos es cero. (Véase el ejemplo 1.12.)

$$C = AB \sin \phi$$

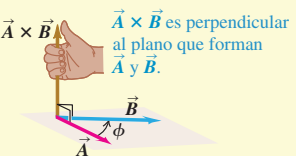
$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

(1.22)  $\vec{A} \times \vec{B}$  es perpendicular al plano que forman  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ .

(1.27)



(Magnitud de  $\vec{A} \times \vec{B}$ ) =  $AB \sin \phi$ .

## CAPÍTULO 2 RESUMEN

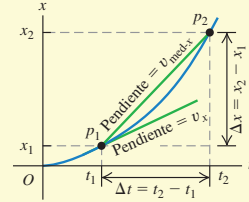
### Movimiento rectilíneo, velocidad media e instantánea:

Cuando una partícula se mueve en línea recta, describimos su posición con respecto al origen  $O$  mediante una coordenada como  $x$ . La velocidad media de la partícula,  $v_{\text{med-}x}$  durante un intervalo  $\Delta t = t_2 - t_1$  es igual a su desplazamiento  $\Delta x = x_2 - x_1$  dividido entre  $\Delta t$ .

La velocidad instantánea  $v_x$  en cualquier instante  $t$  es igual a la velocidad media en el intervalo de tiempo de  $t$  a  $t + \Delta t$  en el límite cuando  $\Delta t$  tiende a cero. De forma equivalente,  $v_x$  es la derivada de la función de posición con respecto al tiempo. (Véase el ejemplo 2.1.)

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

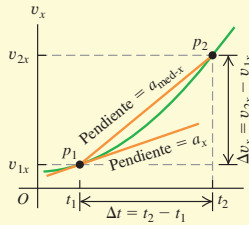
$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.3)$$



**Aceleración media e instantánea:** La aceleración media  $a_{\text{med-}x}$  durante un intervalo  $\Delta t$  es igual al cambio de velocidad  $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$  durante ese lapso dividido entre  $\Delta t$ . La aceleración instantánea  $a_x$  es el límite de  $a_{\text{med-}x}$  cuando  $\Delta t$  tiende a cero, o la derivada de  $v_x$  con respecto a  $t$ . (Véanse los ejemplos 2.2 y 2.3.)

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad (2.4)$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad (2.5)$$



### Movimiento rectilíneo con aceleración constante:

Cuando la aceleración es constante, cuatro ecuaciones relacionan la posición  $x$  y la velocidad  $v_x$  en cualquier instante  $t$  con la posición inicial  $x_0$ , la velocidad inicial  $v_{0x}$  (ambas medidas en  $t = 0$ ) y la aceleración  $a_x$ . (Véanse los ejemplos 2.4 y 2.5.)

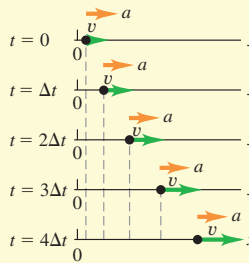
Sólo aceleración constante:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad (2.8)$$

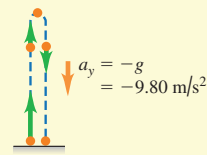
$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (2.12)$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad (2.13)$$

$$x - x_0 = \left( \frac{v_{0x} + v_x}{2} \right) t \quad (2.14)$$



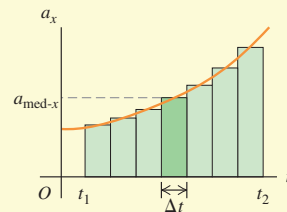
**Cuerpos en caída libre:** La caída libre es un caso del movimiento con aceleración constante. La magnitud de la aceleración debida a la gravedad es una cantidad positiva  $g$ . La aceleración de un cuerpo en caída libre siempre es hacia abajo. (Véanse los ejemplos 2.6 a 2.8.)



**Movimiento rectilíneo con aceleración variable:** Cuando la aceleración no es constante, sino una función conocida del tiempo, podemos obtener la velocidad y la posición en función del tiempo integrando la función de la aceleración. (Véanse los ejemplos 2.9 y 2.10.)

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt \quad (2.17)$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt \quad (2.18)$$



# CAPÍTULO 3 RESUMEN

**Vectores de posición, velocidad y aceleración:** El vector de posición  $\vec{r}$  de un punto  $P$  en el espacio es el vector del origen a  $P$ . Sus componentes son las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

El vector de velocidad media  $\vec{v}_{med}$  durante el intervalo  $\Delta t$  es el desplazamiento  $\Delta\vec{r}$  (el cambio del vector de posición  $\vec{r}$ ) dividido entre  $\Delta t$ . El vector de velocidad instantánea  $\vec{v}$  es la derivada de  $\vec{r}$ , con respecto al tiempo, y sus componentes son las derivadas de  $x$ ,  $y$  y  $z$  con respecto al tiempo. La rapidez instantánea es la magnitud de  $\vec{v}$ .

La velocidad  $\vec{v}$  de una partícula siempre es tangente a la trayectoria de la partícula. (Véase el ejemplo 3.1.)

El vector de aceleración media  $\vec{a}_{med}$  durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual a  $\Delta\vec{v}$  (el cambio en el vector de velocidad  $\vec{v}$ ) dividido entre  $\Delta t$ . El vector de aceleración instantánea  $\vec{a}$  es la derivada de  $\vec{v}$ , con respecto al tiempo, y sus componentes son las derivadas de  $v_x$ ,  $v_y$  y  $v_z$  con respecto al tiempo. (Véase el ejemplo 3.2.)

La componente de aceleración paralela a la dirección de la velocidad instantánea afecta la rapidez; en tanto que la componente de  $\vec{a}$  perpendicular a  $\vec{v}$  afecta la dirección del movimiento. (Véanse los ejemplos 3.3 y 3.4.)

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3.1)$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (3.2)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3.3)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (3.4)$$

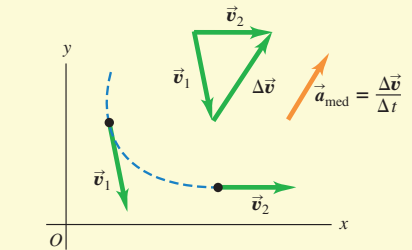
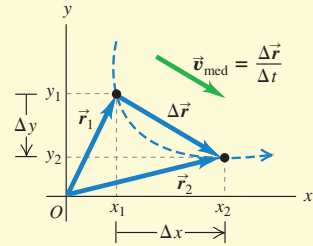
$$\vec{a}_{med} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (3.8)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (3.9)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad (3.10)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt}$$



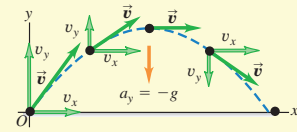
**Movimiento de proyectiles:** En el movimiento de proyectiles sin resistencia del aire,  $a_x = 0$  y  $a_y = -g$ . Las coordenadas y componentes de la velocidad son funciones sencillas del tiempo, y la forma de la trayectoria siempre es una parábola. Por convención, colocamos el origen en la posición inicial del proyectil. (Véanse los ejemplos 3.5 a 3.10.)

$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t \quad (3.20)$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3.21)$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0 \quad (3.22)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt \quad (3.23)$$

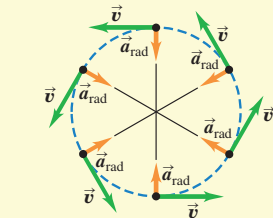


**Movimiento circular uniforme y no uniforme:** Cuando una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio  $R$  con rapidez constante  $v$  (movimiento circular uniforme), su aceleración  $\vec{a}$  está dirigida hacia el centro del círculo y es perpendicular a  $\vec{v}$ . La magnitud  $a_{rad}$  de la aceleración se puede expresar en términos de  $v$  y  $R$ , o en términos de  $R$  y el periodo  $T$  (el tiempo que tarda en dar una vuelta), donde  $v = 2\pi R/T$ . (Véanse los ejemplos 3.11 y 3.12.)

Aunque la rapidez en un movimiento circular no sea constante (movimiento circular no uniforme), habrá una componente radial de  $\vec{a}$  dada por la ecuación (3.28) o la ecuación (3.30), pero también habrá una componente de  $\vec{a}$  paralela (tangencial) a la trayectoria; esta componente tangencial es igual a la tasa de cambio de la rapidez,  $dv/dt$ .

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \quad (3.28)$$

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (3.30)$$



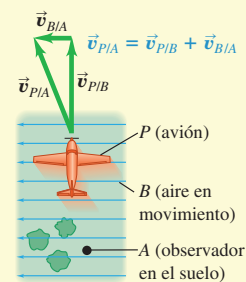
**Velocidad relativa:** Cuando un cuerpo  $P$  se mueve relativo a un cuerpo (o marco de referencia)  $B$ , y  $B$  se mueve relativo a  $A$ , denotamos la velocidad de  $P$  relativa a  $B$  con  $\vec{v}_{P/B}$ , la velocidad de  $P$  relativa a  $A$  con  $\vec{v}_{P/A}$ , y la velocidad de  $B$  relativa a  $A$  con  $\vec{v}_{B/A}$ . Si todas estas velocidades están en la misma línea, sus componentes sobre la línea están relacionadas por la ecuación (3.33). De forma más general, estas velocidades están relacionadas por la ecuación (3.36). (Véanse los ejemplos 3.13 a 3.15.)

$$v_{P/A-x} = v_{P/B-x} + v_{B/A-x} \quad (3.33)$$

(velocidad relativa en una línea)

$$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A} \quad (3.36)$$

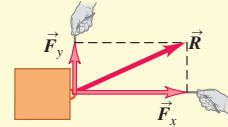
(velocidad relativa en el espacio)



## CAPÍTULO 4 RESUMEN

**Fuerza como vector:** La fuerza es una medida cuantitativa de la interacción de dos cuerpos. Es una cantidad vectorial. Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, el efecto sobre su movimiento es igual al que se da cuando una sola fuerza, igual a la suma vectorial (resultante) de las fuerzas, actúa sobre el cuerpo. (Véase el ejemplo 4.1.)

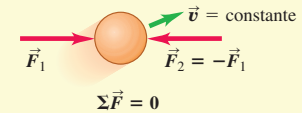
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum \vec{F} \quad (4.1)$$



**La fuerza neta sobre un cuerpo y la primera ley de Newton:** La primera ley de Newton dice que, si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (la *fuerza neta*) es cero, el cuerpo está en equilibrio y tiene aceleración cero. Si el cuerpo está inicialmente en reposo, permanece en reposo; si está inicialmente en movimiento, sigue moviéndose con velocidad constante. Esta ley sólo es válida en marcos de referencia inerciales. (Véanse los ejemplos 4.2 y 4.3.)

$$\sum \vec{F} = 0$$

(4.3)



**Masa, aceleración y segunda ley de Newton:** Las propiedades inerciales de un cuerpo se caracterizan por su *masa*. La aceleración de un cuerpo bajo la acción de un conjunto de fuerzas dado es directamente proporcional a la suma vectorial de las fuerzas (la *fuerza neta*) e inversamente proporcional a la masa del cuerpo. Esta relación es la segunda ley de Newton. Al igual que la primera ley, ésta sólo es válida en marcos de referencia inerciales. La unidad de fuerza se define en términos de las unidades de masa y aceleración. En el SI, la unidad de fuerza es el newton (N), igual a  $1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ . (Véanse los ejemplos 4.4 y 4.5.)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

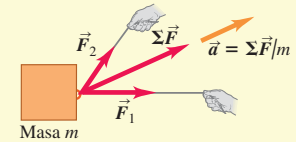
$$\sum F_x = ma_x$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\sum F_z = ma_z$$

(4.7)

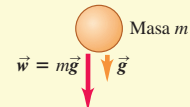
(4.8)



**Peso:** El peso  $\vec{w}$  de un cuerpo es la fuerza gravitacional ejercida sobre él por la Tierra. El peso es una cantidad vectorial. La magnitud del peso de un cuerpo en un lugar dado es igual al producto de su masa  $m$  y la magnitud de la aceleración debida a la gravedad  $g$  en ese lugar. Mientras que el peso de un cuerpo depende de su ubicación, la masa es independiente de la ubicación. (Véanse los ejemplos 4.6 y 4.7.)

$$w = mg$$

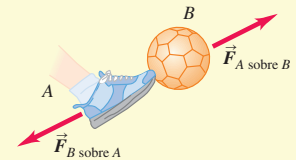
(4.9)



**Tercera ley de Newton y pares acción-reacción:** La tercera ley de Newton dice que cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente fuerzas que en todo instante son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Estas fuerzas se denominan fuerzas de acción-reacción y cada una actúa sólo sobre uno de los dos cuerpos; nunca actúan sobre el mismo cuerpo. (Véanse los ejemplos 4.8 a 4.11.)

$$\vec{F}_{A \text{ sobre } B} = -\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$$

(4.11)



## CAPÍTULO 5 RESUMEN

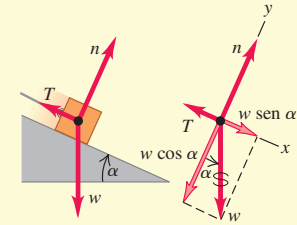
**Aplicación de la primera ley de Newton:** Cuando un cuerpo está en equilibrio en un marco de referencia inercial, es decir, en reposo o en movimiento con velocidad constante, la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero (primera ley de Newton). Los diagramas de cuerpo libre son indispensables para identificar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo considerado.

La tercera ley de Newton (acción y reacción) también suele necesitarse en problemas de equilibrio. Las dos fuerzas de un par acción-reacción *nunca* actúan sobre el mismo cuerpo. (Véanse los ejemplos 5.1 a 5.5.)

La fuerza normal ejercida por una superficie sobre un cuerpo *no* siempre es igual al peso del cuerpo. (Véase el ejemplo 5.3.)

$$\sum \vec{F} = \mathbf{0} \quad (\text{forma vectorial}) \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \end{aligned} \quad (\text{forma de componentes}) \quad (5.2)$$



**Aplicación de la segunda ley de Newton:** Si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo *no* es cero, el cuerpo tiene una aceleración determinada por la segunda ley de Newton.

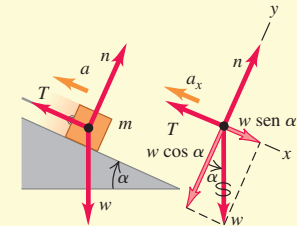
Al igual que en los problemas de equilibrio, los diagramas de cuerpo libre son indispensables para resolver problemas donde interviene la segunda ley de Newton, y la fuerza normal ejercida sobre un cuerpo *no* siempre es igual a su peso. (Véanse los ejemplos 5.6 a 5.12.)

Forma vectorial:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (5.3)$$

Forma de componentes:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad (5.4)$$



**Fricción y resistencia de fluidos:** La fuerza de contacto entre dos cuerpos siempre puede representarse en términos de una fuerza normal  $\vec{n}$  perpendicular a la superficie de contacto y una fuerza de fricción  $\vec{f}$  paralela a la superficie.

Cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción *cinética*. Su magnitud  $f_k$  es aproximadamente igual a la magnitud de la fuerza normal  $n$  multiplicada por  $\mu_k$ , el coeficiente de fricción cinética. Si un cuerpo *no* se mueve con respecto a la superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción *estática*. La *máxima* fuerza de fricción estática posible es aproximadamente igual a la magnitud  $n$  de la fuerza normal multiplicada por  $\mu_s$ , el coeficiente de fricción estática. La fuerza de fricción estática *real* puede variar entre cero y ese valor máximo, según la situación.  $\mu_s$  suele ser mayor que  $\mu_k$  para un par de superficies en contacto dado. (Véanse los ejemplos 5.13 a 5.17.)

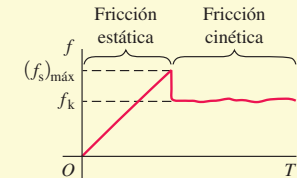
La fricción de rodamiento es similar a la fricción cinética; pero la fuerza de resistencia de fluidos depende de la rapidez de un objeto a través de un fluido. (Véanse los ejemplos 5.18 y 5.19.)

Magnitud de la fuerza de fricción cinética:

$$f_k = \mu_k n \quad (5.5)$$

Magnitud de la fuerza de fricción estática:

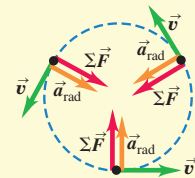
$$f_s \leq \mu_s n \quad (5.6)$$



**Fuerzas en el movimiento circular:** En el movimiento circular uniforme, el vector aceleración apunta al centro del círculo. El movimiento se rige por la segunda ley de Newton  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ . (Véanse los ejemplos 5.20 a 5.24.)

Aceleración en movimiento circular uniforme:

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (5.14), (5.16)$$

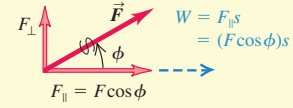


## CAPÍTULO 6 RESUMEN

**Trabajo efectuado por una fuerza:** Cuando una fuerza constante  $\vec{F}$  actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo  $\vec{s}$ , el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de  $\vec{F}$  y  $\vec{s}$ . La unidad de trabajo en el SI es 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N · m). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero no tiene dirección en el espacio. (Véanse los ejemplos 6.1 y 6.2.)

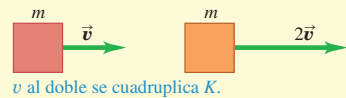
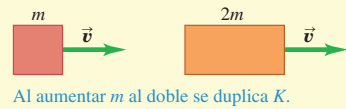
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \phi \quad (6.2), (6.3)$$

$\phi =$  ángulo entre  $\vec{F}$  y  $\vec{s}$



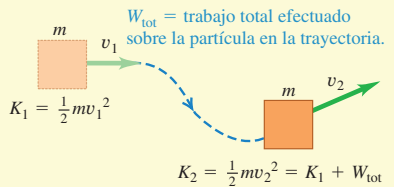
**Energía cinética:** La energía cinética  $K$  de una partícula es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez  $v$ . También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo: 1 J = 1 N · m = 1 kg · m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6.5)$$



**El teorema trabajo-energía:** Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras sufre un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas. Esta relación, llamada teorema trabajo-energía, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula; sin embargo, sólo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas. (Véanse los ejemplos 6.3 a 6.5.)

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1 = \Delta K \quad (6.6)$$

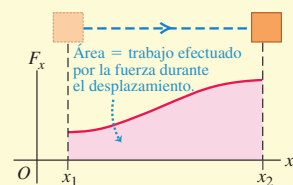


**Trabajo efectuado por una fuerza variable o en una trayectoria curva:** Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral [ecuación (6.7)]. (Véanse los ejemplos 6.6 y 6.7.) Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza  $\vec{F}$  está dado por una integral en la que interviene el ángulo  $\phi$  entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aun cuando la magnitud de la fuerza y el ángulo  $\phi$  varían durante el desplazamiento. (Véanse los ejemplos 6.8 y 6.9.)

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \quad (6.7)$$

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \phi dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel} dl \quad (6.14)$$

$$= \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

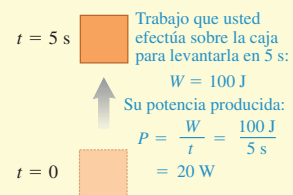


**Potencia:** La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. La potencia media  $P_{\text{med}}$  es la cantidad de trabajo  $\Delta W$  realizada en un tiempo  $\Delta t$  dividida entre ese tiempo. La potencia instantánea es el límite de la potencia media cuando  $\Delta t$  se acerca a cero. Cuando una fuerza  $\vec{F}$  actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad  $\vec{v}$ , la potencia instantánea (rapidez con que la fuerza efectúa trabajo) es el producto escalar de  $\vec{F}$  y  $\vec{v}$ . Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI es 1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s). (Véanse los ejemplos 6.10 y 6.11.)

$$P_{\text{med}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (6.15)$$

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (6.16)$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (6.19)$$



# CAPÍTULO 7 RESUMEN

**Energía potencial gravitacional y energía potencial elástica:** El trabajo efectuado sobre una partícula por una fuerza gravitacional constante puede representarse en términos de un cambio en la energía potencial gravitacional  $U_{\text{grav}} = mgy$ . Esta energía es una propiedad compartida de la partícula y la Tierra. Una energía potencial también se asocia con la fuerza elástica  $F_x = -kx$  ejercida por un resorte ideal, donde  $x$  es la distancia de estiramiento o compresión. El trabajo efectuado por esta fuerza puede representarse como un cambio en la energía potencial elástica del resorte,  $U_{\text{el}} = \frac{1}{2}kx^2$ .

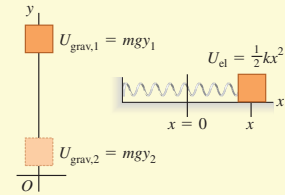
$$W_{\text{grav}} = mgy_1 - mgy_2 \quad (7.1), (7.3)$$

$$= U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2}$$

$$= -\Delta U_{\text{grav}}$$

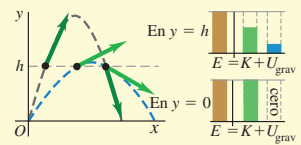
$$W_{\text{el}} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 \quad (7.10)$$

$$= U_{\text{el},1} - U_{\text{el},2} = -\Delta U_{\text{el}}$$



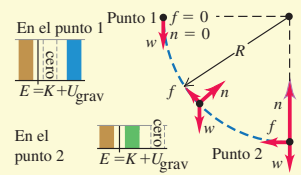
**Cuando la energía mecánica total se conserva:** La energía potencial total  $U$  es la suma de las energías potenciales gravitacional y elástica:  $U = U_{\text{grav}} + U_{\text{el}}$ . Si sólo fuerzas gravitacional y elástica realizan trabajo sobre una partícula, se conserva la suma de las energías cinética y potencial. Esta suma,  $E = K + U$ , se denomina energía mecánica total. (Véanse los ejemplos 7.1, 7.3, 7.4 y 7.7.)

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (7.4), (7.11)$$



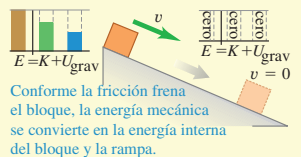
**Cuando la energía mecánica total no se conserva:** Cuando fuerzas distintas de la gravitacional y la elástica efectúan trabajo sobre una partícula, el trabajo  $W_{\text{otras}}$  realizado por estas otras fuerzas es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial total). (Véanse los ejemplos 7.2, 7.5, 7.6, 7.8 y 7.9.)

$$K_1 + U_1 + W_{\text{otras}} = K_2 + U_2 \quad (7.14)$$



**Fuerzas conservativas, fuerzas no conservativas y la ley de conservación de la energía:** Todas las fuerzas son conservativas o bien no conservativas. Una fuerza conservativa es aquella para la cual la relación trabajo-energía cinética es totalmente reversible. El trabajo de una fuerza conservativa siempre puede representarse mediante una función de energía potencial, no así el de una fuerza no conservativa. El trabajo realizado por fuerzas no conservativas se manifiesta como cambios en la energía interna de los cuerpos. La suma de las energías cinética, potencial e interna siempre se conserva. (Véanse los ejemplos 7.10 a 7.12.)

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} = 0 \quad (7.15)$$



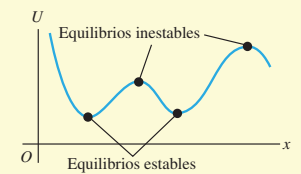
**Cálculo de la fuerza a partir de la energía potencial:** En un movimiento rectilíneo, una fuerza conservativa  $F_x(x)$  es la derivada negativa de la función de energía potencial  $U$  asociada a ella. En tres dimensiones, las componentes de una fuerza conservativa son las derivadas parciales negativas de  $U$ . (Véanse los ejemplos 7.13 y 7.14.)

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (7.16)$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad (7.17)$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right) \quad (7.18)$$

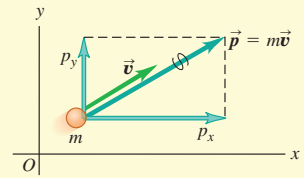


# CAPÍTULO 8 RESUMEN

**El momento lineal de una partícula:** El momento lineal  $\vec{p}$  de una partícula es una cantidad vectorial igual al producto de la masa  $m$  de la partícula y su velocidad  $\vec{v}$ . La segunda ley de Newton dice que la fuerza neta que actúa sobre una partícula es igual a la tasa de cambio del momento lineal de la partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (8.2)$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (8.4)$$

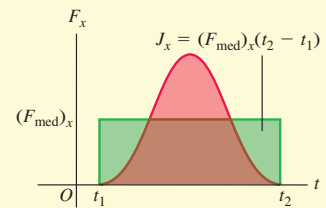


**Impulso y momento lineal:** Si una fuerza neta constante  $\Sigma \vec{F}$  actúa sobre una partícula durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$  de  $t_1$  a  $t_2$ , el impulso  $\vec{J}$  de la fuerza neta es el producto de la fuerza neta y el intervalo de tiempo. Si  $\Sigma \vec{F}$  varía con el tiempo,  $\vec{J}$  es la integral de la fuerza neta en el intervalo de tiempo. En cualquier caso, el cambio en el momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre tal partícula durante ese intervalo. El momento lineal de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual. (Véanse los ejemplos 8.1 a 8.3.)

$$\vec{J} = \Sigma \vec{F}(t_2 - t_1) = \Sigma \vec{F} \Delta t \quad (8.5)$$

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt \quad (8.7)$$

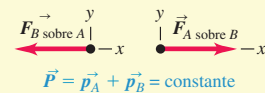
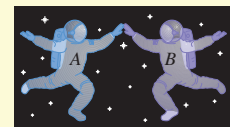
$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad (8.6)$$



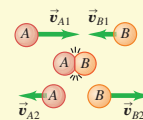
**Conservación del momento lineal:** Una fuerza interna es una fuerza ejercida por una parte de un sistema sobre otra. Una fuerza externa es una fuerza ejercida sobre cualquier parte del sistema por algún elemento externo al sistema. Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema es cero, el momento lineal total  $\vec{P}$  (la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales que constituyen el sistema) es constante, esto es, se conserva. Cada componente del momento lineal total se conserva individualmente. (Véanse los ejemplos 8.4 a 8.6.)

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \dots = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + \dots \quad (8.14)$$

Si  $\Sigma \vec{F} = \mathbf{0}$ , entonces  $\vec{P} = \text{constante}$ .



**Choque:** En todo tipo de choques, los momentos lineales totales inicial y final son iguales. En un choque elástico entre dos cuerpos, las energías cinéticas totales inicial y final también son iguales y las velocidades relativas inicial y final tienen la misma magnitud. En un choque inelástico entre dos cuerpos, la energía cinética total final es menor que la inicial. Si los dos cuerpos tienen la misma velocidad final, el choque es totalmente inelástico. (Véanse los ejemplos 8.7 a 8.12.)

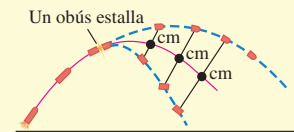


**Centro de masa:** El vector de posición del centro de masa de un sistema de partículas,  $\vec{r}_{cm}$ , es un promedio ponderado de las posiciones  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots$  de las partículas. El momento lineal total  $\vec{P}$  de un sistema es igual a su masa total  $M$  multiplicada por la velocidad  $\vec{v}_{cm}$  de su centro de masa. El centro de masa de un sistema se mueve como si toda la masa  $M$  estuviera concentrada en ese punto. Si la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero, la velocidad del centro de masa  $\vec{v}_{cm}$  es constante. Si la fuerza externa neta no es cero, el centro de masa se acelera como si fuera una partícula de masa  $M$  sobre la que actúa la misma fuerza externa neta. (Véanse los ejemplos 8.13 y 8.14.)

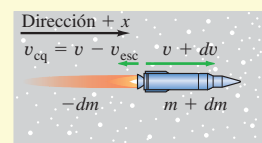
$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\Sigma m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i} \quad (8.29)$$

$$\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots = M \vec{v}_{cm} \quad (8.32)$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{cm} \quad (8.34)$$



**Propulsión de un cohete:** En la propulsión de cohetes, la masa de un cohete cambia al quemarse el combustible y ser expulsado de la nave. El análisis del movimiento del cohete debe incluir el momento lineal que se lleva el combustible quemado, así como la del cohete mismo. (Véanse los ejemplos 8.15 y 8.16.)



# CAPÍTULO 9 RESUMEN

**Cinemática rotacional:** Cuando un cuerpo rígido gira sobre un eje fijo (que por lo general se llama eje  $z$ ), su posición está descrita por una coordenada angular  $\theta$ . La velocidad angular  $\omega_z$  es la derivada con respecto al tiempo de  $\theta$ . La aceleración angular  $\alpha_z$  es la derivada con respecto al tiempo de  $\omega_z$  o la segunda derivada de  $\theta$ . (Véanse los ejemplos 9.1 y 9.2.) Si la aceleración angular es constante, entonces  $\omega_z$  y  $\alpha_z$  están relacionadas por ecuaciones sencillas de cinemática análogas a las del movimiento rectilíneo con aceleración lineal constante. (Véase el ejemplo 9.3.)

$$\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (9.3)$$

$$\alpha_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (9.5)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_{0z}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2 \quad (9.11)$$

(sólo  $\alpha_z$  constante)

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_z + \omega_{0z})t \quad (9.10)$$

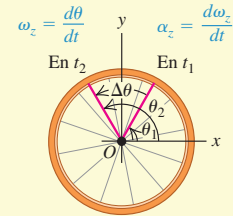
(sólo  $\alpha_z$  constante)

$$\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t \quad (9.7)$$

(sólo  $\alpha_z$  constante)

$$\omega_z^2 = \omega_{0z}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0) \quad (9.12)$$

(sólo  $\alpha_z$  constante)

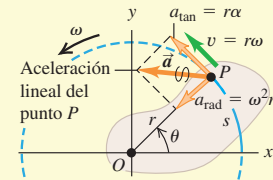


**Relación entre cinemática angular y lineal:** La rapidez angular  $\omega$  de un cuerpo rígido es la magnitud de su velocidad angular. La razón de cambio de  $\omega$  es  $\alpha = d\omega/dt$ . En el caso de una partícula de un cuerpo que está a una distancia  $r$  del eje de rotación, la rapidez  $v$  y las componentes de la aceleración  $\vec{a}$  están relacionadas con  $\omega$  y  $\alpha$ . (Véanse los ejemplos 9.4 a 9.6.)

$$v = r\omega \quad (9.13)$$

$$a_{\text{tan}} = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad (9.14)$$

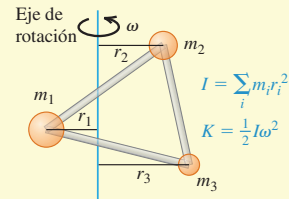
$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (9.15)$$



**Momento de inercia y energía cinética rotacional:** El momento de inercia  $I$  de un cuerpo alrededor de un eje dado es una medida de su inercia rotacional: cuanto mayor sea el valor de  $I$ , más difícil será cambiar el estado de rotación del cuerpo. El momento de inercia se puede expresar como una sumatoria para las partículas  $m_i$  que constituyen el cuerpo, cada una de las cuales está a una distancia perpendicular  $r_i$  del eje. La energía cinética rotacional de un cuerpo rígido que gira alrededor de un eje fijo depende de la rapidez angular  $\omega$  y del momento de inercia  $I$  para ese eje de rotación. (Véanse los ejemplos 9.7 a 9.9.)

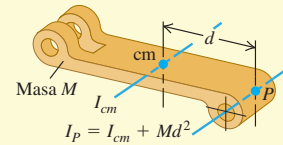
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum_i m_i r_i^2 \quad (9.16)$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (9.17)$$



**Cálculo del momento de inercia:** El teorema de los ejes paralelos relaciona los momentos de inercia de un cuerpo rígido de masa  $M$  alrededor de dos ejes paralelos: un eje que pasa por el centro de masa (momento de inercia  $I_{\text{cm}}$ ) y un eje paralelo que está a una distancia  $d$  del primero (momento de inercia  $I_P$ ). (Véase el ejemplo 9.10.) Si el cuerpo tiene una distribución continua de masa, el momento de inercia se calcula por integración. (Véanse los ejemplos 9.11 a 9.13.)

$$I_P = I_{\text{cm}} + Md^2 \quad (9.19)$$

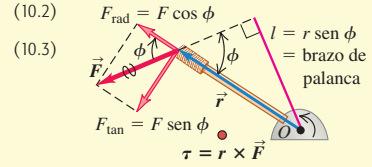


# CAPÍTULO 10 RESUMEN

**Torca:** Cuando una fuerza  $\vec{F}$  actúa sobre un cuerpo, la torca de esa fuerza con respecto a un punto  $O$  tiene una magnitud dada por el producto de la magnitud  $F$  de la fuerza y el brazo de palanca  $l$ . En términos más generales, la torca es un vector  $\vec{\tau}$  igual al producto vectorial de  $\vec{r}$  (el vector de posición del punto donde actúa la fuerza) y  $\vec{F}$ . (Véase el ejemplo 10.1.)

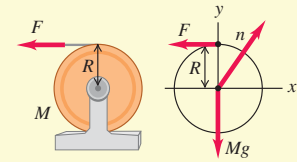
$$\tau = Fl \quad (10.2)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (10.3)$$



**Dinámica rotacional:** El análogo rotacional de la segunda ley de Newton dice que la torca neta que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del momento de inercia del cuerpo y su aceleración angular. (Véanse ejemplos 10.2 y 10.3.)

$$\sum \vec{\tau}_z = I\alpha_z \quad (10.7)$$



**Traslación y rotación combinadas:** Si un cuerpo rígido se mueve en el espacio al tiempo que gira, su movimiento puede considerarse como la conjunción de un movimiento traslacional del centro de masa y un movimiento rotacional en torno a un eje que pasa por el centro de masa. De esta manera, la energía cinética es la suma de una energía cinética traslacional y una rotacional. En dinámica la segunda ley de Newton describe el movimiento del centro de masa y el equivalente rotacional de esa ley describe la rotación en torno al centro de masa. En el caso de un cuerpo que rueda sin resbalar, existe una relación especial entre el movimiento del centro de masa y el movimiento rotacional. (Véanse los ejemplos 10.4 a 10.7.)

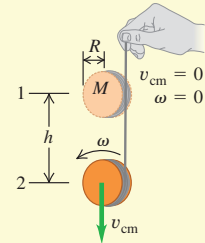
$$K = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 \quad (10.8)$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \quad (10.12)$$

$$\sum \tau_z = I_{cm}\alpha_z \quad (10.13)$$

$$v_{cm} = R\omega \quad (10.11)$$

(rodamiento sin deslizamiento)



**Trabajo efectuado por una torca:** Si una torca actúa sobre un cuerpo rígido que gira, efectúa trabajo sobre el cuerpo. Ese trabajo puede expresarse como una integral de la torca. El teorema trabajo-energía dice que el trabajo rotacional total efectuado sobre un cuerpo rígido es igual al cambio de energía cinética rotacional. La potencia, o rapidez con que la torca efectúa trabajo, es el producto de la torca y la velocidad angular. (Véanse los ejemplos 10.8 y 10.9.)

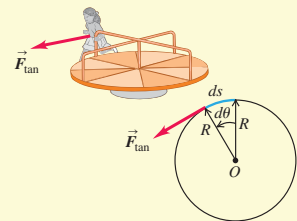
$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z d\theta \quad (10.20)$$

$$W = \tau_z(\theta_2 - \theta_1) = \tau_z\Delta\theta \quad (10.21)$$

(sólo torca constante)

$$W_{tot} = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 \quad (10.22)$$

$$P = \tau_z\omega_z \quad (10.23)$$



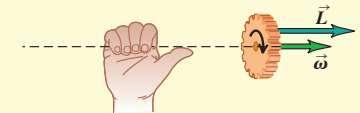
**Momento angular:** El momento angular de una partícula con respecto a un punto  $O$  es el producto vectorial del vector de posición  $\vec{r}$  de la partícula con respecto a  $O$  y a su momento lineal  $\vec{p} = m\vec{v}$ . Si un cuerpo simétrico gira alrededor de un eje de simetría estacionario, su momento angular es el producto de su momento de inercia y su vector de velocidad angular  $\vec{\omega}$ . Si el cuerpo no es simétrico o el eje de rotación ( $z$ ) no es un eje de simetría, la componente del momento angular sobre el eje de rotación es  $I\omega_z$ . (Véase el ejemplo 10.10.)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \quad (10.24)$$

(partícula)

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (10.28)$$

(cuerpo rígido que gira en torno a un eje de simetría)



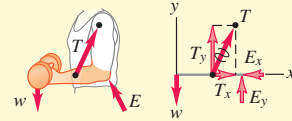
# CAPÍTULO 11 RESUMEN

**Condiciones del equilibrio:** Para que un cuerpo rígido esté en equilibrio, deben cumplirse dos condiciones. Primera, la suma resultante de las fuerzas debe ser cero. Segunda, la suma de las torcas con respecto a cualquier punto debe ser cero. La torca debida al peso de un cuerpo se calcula suponiendo que todo el peso se concentra en el centro de gravedad, que está en el mismo punto que el centro de masa si  $\vec{g}$  tiene el mismo valor en todos los puntos. (Véanse ejemplos 11.1 a 11.4.)

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \quad (11.1)$$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad \text{alrededor de cualquier punto} \quad (11.2)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad (11.4)$$

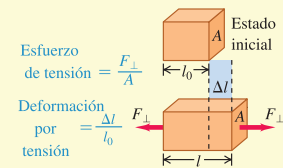


**Esfuerzo, deformación y ley de Hooke:** La ley de Hooke establece que, en las deformaciones elásticas, el esfuerzo (fuerza por unidad de área) es proporcional a la deformación (cambio fraccionario de forma). La constante de proporcionalidad se llama módulo de elasticidad.

$$\frac{\text{Esfuerzo}}{\text{Deformación}} = \text{Módulo de elasticidad} \quad (11.7)$$

**Esfuerzo de tensión y de compresión:** El esfuerzo de tensión es la fuerza de tensión por unidad de área,  $F_{\perp}/A$ . La deformación por tensión es el cambio fraccionario de longitud,  $\Delta l/l_0$ . El módulo de elasticidad se llama módulo de Young,  $Y$ . El esfuerzo y la deformación por compresión se definen de la misma forma. (Véase el ejemplo 11.5.)

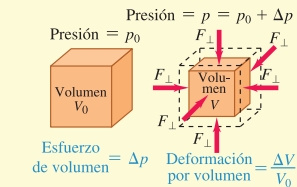
$$Y = \frac{\text{Esfuerzo de tensión}}{\text{Deformación por tensión}} = \frac{F_{\perp}/A}{\Delta l/l_0} = \frac{F_{\perp}}{A} \quad (11.10)$$



**Esfuerzo de volumen:** La presión ejercida por un fluido es la fuerza por unidad de área. El esfuerzo de volumen es un cambio de presión,  $\Delta p$ , y la deformación por volumen es el cambio fraccionario de volumen  $\Delta V/V_0$ . El módulo de elasticidad se llama módulo de volumen,  $B$ . La compresibilidad,  $k$ , es el inverso del módulo de volumen:  $k = 1/B$ . (Véase ejemplo 11.6.)

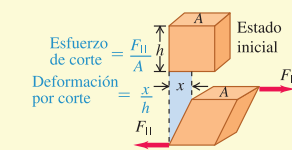
$$p = \frac{F_{\perp}}{A} \quad (11.11)$$

$$B = \frac{\text{Esfuerzo de volumen}}{\text{Deformación por volumen}} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_0} \quad (11.13)$$



**Esfuerzo de corte:** El esfuerzo de corte es la fuerza por unidad de área,  $F_{\parallel}/A$ , para una fuerza aplicada tangente a una superficie. La deformación por corte es el desplazamiento  $x$  de un lado dividido entre la dimensión transversal  $h$ . El módulo de elasticidad se llama módulo de corte,  $S$ . (Véase el ejemplo 11.7.)

$$S = \frac{\text{Esfuerzo por corte}}{\text{Deformación por corte}} = \frac{F_{\parallel}/A}{x/h} = \frac{F_{\parallel}}{A} \frac{h}{x} \quad (11.17)$$

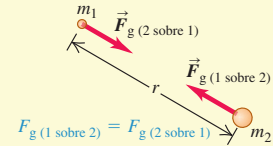


**Los límites de la ley de Hooke:** El límite proporcional es el esfuerzo máximo para el que el esfuerzo y la deformación son proporcionales. Más allá del límite proporcional, la ley de Hooke no es válida. El límite elástico es el esfuerzo a partir del cual se presenta una deformación irreversible. El esfuerzo de rotura, o resistencia límite, es el esfuerzo en el que el material se rompe.

## CAPÍTULO 12 RESUMEN

**Ley de Newton de la gravitación:** Dos cuerpos *cualquiera* con masas  $m_1$  y  $m_2$ , separados por una distancia  $r$ , se atraen con fuerzas inversamente proporcionales a  $r^2$ . Tales fuerzas forman un par acción-reacción y obedecen la tercera ley de Newton. Si dos o más cuerpos ejercen fuerzas gravitacionales sobre un cuerpo dado, la fuerza gravitacional total que actúa sobre ese cuerpo es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por los otros cuerpos. La interacción gravitacional de cualquier distribución esféricamente simétrica de masa, como los planetas o las estrellas, es la misma que si toda la masa estuviera concentrada en el centro. (Véanse los ejemplos 12.1 a 12.3 y 12.10.)

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (12.1)$$



**Fuerza gravitacional, peso y energía potencial gravitacional:** El peso  $w$  de un cuerpo es la fuerza gravitacional total ejercida sobre él por todos los demás cuerpos del Universo. Cerca de la superficie de la Tierra (masa  $m_E$  y radio  $R_E$ ), el peso es esencialmente igual a la fuerza gravitacional de la Tierra sola. La energía potencial gravitacional  $U$  de dos masas  $m$  y  $m_E$  separadas por una distancia  $r$  es inversamente proporcional a  $r$ . La energía potencial nunca es positiva; es cero sólo cuando los dos cuerpos están infinitamente distantes entre sí. (Véanse los ejemplos 12.4 y 12.5.)

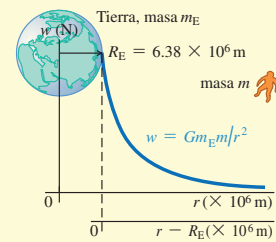
$$w = F_g = \frac{Gm_E m}{R_E^2} \quad (12.3)$$

(peso en la superficie terrestre)

$$g = \frac{Gm_E}{R_E^2} \quad (12.4)$$

(aceleración debida a la gravedad en la superficie terrestre)

$$U = -\frac{Gm_E m}{r} \quad (12.9)$$



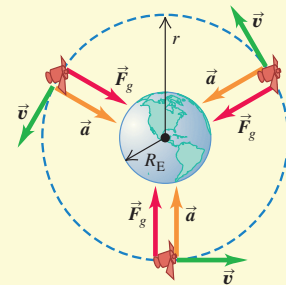
**Órbitas:** Si un satélite se mueve en una órbita circular, la atracción gravitacional de la Tierra proporciona la aceleración centrípeta. Las tres leyes de Kepler describen el caso más general: la órbita elíptica de un planeta alrededor del Sol o de un satélite alrededor de un planeta. (Véanse ejemplos 12.6 a 12.9.)

$$v = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}} \quad (12.10)$$

(rapidez en órbita circular)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{Gm_E}} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{Gm_E}} \quad (12.12)$$

(periodo en órbita circular)



**Agujeros negros:** Si una distribución esférica de masa sin rotación, con masa total  $M$ , tiene un radio menor que su radio de Schwarzschild,  $R_S$ , se clasifica como agujero negro. La interacción gravitacional impide que cualquier cosa, incluida la luz, escape de una esfera con radio  $R_S$ . (Véase el ejemplo 12.11.)

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (12.30)$$

(radio de Schwarzschild)



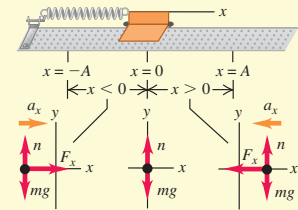
Si todo el cuerpo está dentro de su radio de Schwarzschild  $R_S = 2GM/c^2$ , el cuerpo es un agujero negro.

# CAPÍTULO 13 RESUMEN

**Movimiento periódico:** Un movimiento periódico se repite en un ciclo definido; se presenta siempre que un cuerpo tiene una posición de equilibrio estable y una fuerza de restitución que actúa cuando el cuerpo se desplaza del equilibrio. El periodo  $T$  es lo que tarda un ciclo. La frecuencia  $f$  es el número de ciclos por unidad de tiempo. La frecuencia angular  $\omega$  es  $2\pi$  veces la frecuencia. (Véase el ejemplo 13.1.)

$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f} \quad (13.1)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (13.2)$$



**Movimiento armónico simple:** Si en el movimiento periódico la fuerza de restitución  $F_x$  es directamente proporcional al desplazamiento  $x$ , el movimiento se denomina armónico simple (MAS). En muchos casos, esta condición se satisface si el desplazamiento con respecto al equilibrio es pequeño. La frecuencia angular, la frecuencia y el periodo en un MAS no dependen de la amplitud, sólo dependen de la masa  $m$  y la constante de fuerza  $k$ . En un MAS, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son funciones senoidales del tiempo; la amplitud  $A$  y el ángulo de fase  $\phi$  de la oscilación están determinados por la posición y velocidad iniciales del cuerpo. (Véanse los ejemplos 13.2, 13.3, 13.6 y 13.7.)

$$F_x = -kx \quad (13.3)$$

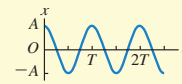
$$a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (13.4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13.10)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13.11)$$

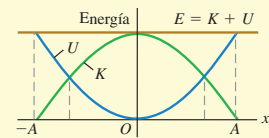
$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13.12)$$

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (13.13)$$



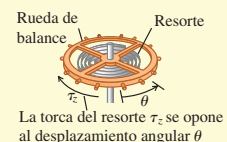
**Energía en movimiento armónico simple:** La energía se conserva en un MAS. La energía total se puede expresar en términos de la constante de fuerza  $k$  y la amplitud  $A$ . (Véanse los ejemplos 13.4 y 13.5.)

$$E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \text{constante} \quad (13.21)$$



**Movimiento armónico simple angular:** En el MAS angular, la frecuencia y la frecuencia angular están relacionados con el momento de inercia  $I$  y la constante de torsión  $\kappa$ .

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \quad \text{y} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \quad (13.24)$$

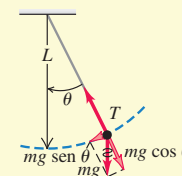


**Péndulo simple:** Un péndulo simple consiste en una masa puntual  $m$  en el extremo de un cordón sin masa de longitud  $L$ . Su movimiento es aproximadamente armónico simple si la amplitud es lo bastante pequeña; entonces, la frecuencia angular, la frecuencia y el periodo dependen sólo de  $g$  y  $L$ , no de la masa ni de la amplitud. (Véase el ejemplo 13.8.)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (13.32)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (13.33)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (13.34)$$



# CAPÍTULO 14 RESUMEN

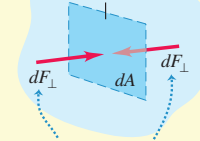
**Densidad y presión:** Densidad es masa por unidad de volumen. Si una masa  $m$  de material homogéneo tiene un volumen  $V$ , su densidad  $\rho$  es el cociente de la razón  $m/V$ . La gravedad específica es la razón entre la densidad de un material y la del agua. (Véase el ejemplo 14.1.)

Presión es fuerza normal por unidad de área. La ley de Pascal establece que la presión aplicada a la superficie de un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las porciones del fluido. La presión absoluta es la presión total en un fluido; la presión manométrica es la diferencia entre la presión absoluta y la atmosférica. La unidad de presión del SI es el pascal (Pa):  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ . (Véase el ejemplo 14.2.)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (14.1)$$

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA} \quad (14.2)$$

Área pequeña  $dA$  dentro del fluido en reposo



Fuerzas normales iguales ejercidas sobre ambos lados por el fluido circundante.

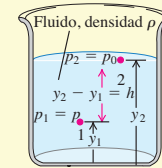
**Presiones en un fluido en reposo:** La diferencia de presión entre dos puntos 1 y 2 en un fluido estático con densidad uniforme  $\rho$  (un fluido incompresible) es proporcional a la diferencia entre las alturas  $y_1$  y  $y_2$ . Si la presión en la superficie de un líquido incompresible en reposo es  $p_0$ , la presión a una profundidad  $h$  es mayor en una cantidad  $\rho gh$ . (Véanse los ejemplos 14.3 y 14.4.)

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \quad (14.5)$$

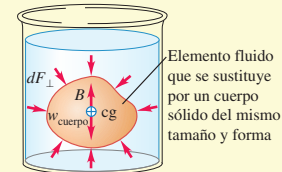
(presión en un fluido de densidad uniforme)

$$p = p_0 + \rho gh \quad (14.6)$$

(presión en un fluido de densidad uniforme)



**Flotación:** El principio de Arquímedes dice que cuando un cuerpo se sumerge en un fluido, éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza de flotación hacia arriba igual al peso del fluido que el cuerpo desplaza. (Véase el ejemplo 14.5.)



Elemento fluido que se sustituye por un cuerpo sólido del mismo tamaño y forma

**Flujo de un fluido:** Un fluido ideal es incompresible y no tiene viscosidad (no hay fricción interna). Una línea de flujo es la trayectoria de una partícula de fluido; una línea de corriente es una curva tangente en todo punto al vector de velocidad en ese punto. Un tubo de flujo es un tubo delimitado en sus costados por líneas de flujo. En flujo laminar, las capas de fluido se deslizan suavemente unas sobre otras. En flujo turbulento, hay gran desorden y el patrón de flujo cambia constantemente.

La conservación de la masa en un fluido incompresible se expresa con la ecuación de continuidad, la cual relaciona las rapidez de flujo  $v_1$  y  $v_2$  para dos secciones transversales  $A_1$  y  $A_2$  de un tubo de flujo. El producto  $Av$  es igual a la tasa de flujo de volumen,  $dV/dt$ , la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo. (Véase el ejemplo 14.6.)

La ecuación de Bernoulli relaciona la presión  $p$ , la rapidez de flujo  $v$  y la altura  $y$  de dos puntos 1 y 2 cualesquiera, suponiendo flujo estable en un fluido ideal. (Véanse los ejemplos 14.7 a 14.10.)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (14.10)$$

(ecuación de continuidad, fluido incompresible)

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad (14.11)$$

(tasa de flujo de volumen)

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (14.17)$$

(ecuación de Bernoulli)

