1 Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-3}{x-1}} + \ln(x-2)$

b) $f(x) = \ln \dfrac{x^2+6}{x+2}$

c) $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{x}}$

d) $f(x) = \ln \dfrac{2^x - 1}{x+2}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{\cos x - 1} + \ln(x - 5\pi) + \sqrt{8\pi - x}$

2 Graficar la función $f(x) = \operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{2})$. Hallar para que valores de x es $f(x) = -1$

3 Hallar las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $x \in [5\pi, 7\pi]$

b) $\operatorname{sen} x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $x \in [-5\pi, -3\pi]$

c) $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ y $x \in [10\pi, 14\pi]$

4 Calcular los siguientes límites:

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2n+3}{n^2+n6}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n}{n^2+1}\right)^n$

c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n+3}{n^2+1}$

d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n}$

e) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}+3n}{2n+1}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left[\frac{n^2}{n-1} - \frac{3n^2}{n+3}\right]$

g) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\cos n}{n+n^2} + 2^{(1-n^2)}$

h) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2^n+3}{7^n-2}$

i) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2^n+\cos n}{3^n+4}$

j) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+5}{n+6}\right)^{n^2}$

k) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2^n}{2^n+4}\right)^{3^n}$

l) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+5}-n}{n+\cos n}$

5 Demostrar cada una de las siguientes afirmaciones empleando la definición de límite.

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2n^2+2n}{n^2+1} = 2$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-4n}{n+7} = \infty$

c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2n^2+n+1}{n^2+n} = 2$

d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} 3n^2 - \sqrt{n} = \infty$

6 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x + 1}$

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x-5)^2 - 9}{x^2 - 4}$

c) $\lim\limits_{t \to 3} \dfrac{9 - t^2}{3 - \sqrt{3t}}$

d) $\lim\limits_{x \to 2} \left[\dfrac{12}{x^2 - 4} - \dfrac{3}{x - 2} \right]$

e) $\lim\limits_{t \to 0} \dfrac{1 - \cos t + 5t^2}{\mid t \mid}$

f) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{2x+1} - 3}$

g) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{9 - t^2}{\mid x - 3 \mid}$

h) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x - 2}{\operatorname{sen}(6 - 3x)} + \dfrac{x^3 - 8}{x^4 + 2x - 20}$

7 Hallar $\delta > 0$ tal que si $0 <\mid x - 1 \mid< \delta$, entonces $\mid \dfrac{2x+2}{\sqrt{x}+1} - 2 \mid< 0,01$

8 Hallar $\delta > 0$ tal que si $0 <\mid x - 1 \mid< \delta$, entonces $\left| \dfrac{2x - 2}{x + 1} \right| < 0,001$

9 Hallar $\delta > 0$ tal que si $0 <\mid x + 2 \mid< \delta$, entonces $\left| \dfrac{6 + 3x}{3 + \operatorname{sen} x} \right| < 0,003$

10 Graficar la siguiente función y calcular los límites pedidos:

$$g(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si} \quad 1 < x < 2 \\ 5 - x^2 & \text{si} \quad 2 \leq x \end{cases}$$

i) $\lim\limits_{x \to 1} g(x)$ *ii*) $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x)$ *iii*) $\lim\limits_{x \to 2^+} g(x)$

11 Analizar la continuidad de la función en $x = 4$:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 8}{x - 4} & \text{si} \quad x \neq 4 \\ 3 & \text{si} \quad x = 4 \end{cases}$$

12 Hallar a de manera tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x - x}{x^2} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ a & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

resulte continua en $x = 0$

13 Dada la función $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x - x}{x^2 + 3x}$, ¿es posible definirla en $x = 0$ de manera que en ese punto sea continua? Justificar la respuesta.

14 Calcular los siguientes límites:

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{3-2x}{x-3}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-4}{x-1}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+4} - x)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3^x+4}{2^x-1}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{5^x+3}{e^x-1}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x+\operatorname{sen} x}{x+1}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} 3^x - 2^x$

i) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2^x+1}{2^x+3}\right)^x$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2^x+1}{2^x+3}\right)^{2^x}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2^x+1}{2^x+3}\right)^{2^x}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2^x+1}{2^x+3}\right)^{5^x}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{5^x+1}{7^x+3}\right)^{-x}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{4^x+1}{4^x+3}\right)^{2^x}$

15 Probar que la recta $y = -3x + 4$ corta en un único punto al gráfico de la función $f(x) = 5^x - 4$

16 Analizar la derivabilidad en $x = 2$ de la función $f(x) = \dfrac{|\, x-2 \,| + 3}{x+1}$

17 Encontrar todos los puntos en los cuales las rectas tangentes a cada una de las siguientes funciones son paralelas:

$$f(x) = x^2 - 3x - 3\ln(x) \qquad\qquad g(x) = \frac{x^2}{2} - x + 7$$

En los puntos hallados encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes de ambas funciones.

18 Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x^2+6x} - 2^{6x-8}$ b) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2-4x)e^{-x^2}$

c) $f(x) = \dfrac{4x+e^{3x}}{1+e^x} + (x^2+1)^x$ d) $f(x) = \dfrac{\arctan(x+3)}{\sqrt[3]{2x-1}}$

e) $f(x) = \cosh(x+\sqrt{x^2+1})$ f) $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}} + \ln(x^4+4)$

19 Probar que la recta $y = -3x + 6$ corta en un único punto al gráfico de la función $f(x) = 8^x - 4$

20 Calcular los siguientes límites:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{x+\sqrt{x+1}} - x\right)$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\left(1+x^2\right)^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

21 Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2\cos\dfrac{1}{(x-1)} & \text{si} \quad x \neq 1 \\ 0 & \text{si} \quad x = 1 \end{cases}$$

22 Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x)}{x^2} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

Verificar la continuidad y analizar si es derivable en $x = 0$

23 Hacer el estudio completo de las siguientes funciones y a partir de él esbozar su gráfico:

a)$f(x) = x(x-4)^3$

b)$f(x) = \dfrac{-x^3+x^2+4}{x^2}$

c)$f(x) = \dfrac{x^3}{2x^2-8}$

d)$f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

24 Se consideran todos los rectángulos que tienen dos de sus vértices sobre la parábola $y = 12 - x^2$ y los otros dos sobre el eje x. De todos los rectángulos que cumplen esta condición, hallar el de área máxima.¿Cuánto vale el área?

25 Sean $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ funciones derivables que cumplen:

$$f(1) = 4 \qquad f'(1) = -2 \qquad g(2) = -3 \qquad g'(2) = 2$$

Si $h(x) = [g^2(4x)][\ln(f(2x))]$, hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de h en $x = \frac{1}{2}$

26 Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - x}{x^2} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ \\ \dfrac{1}{2} & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

Verificar la continuidad y analizar si es derivable en $x = 0$

27 Calcular los siguientes límites:

$$\text{a)} \quad \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x + 4}{x + 3^x} \right) \qquad\qquad \text{b)} \quad \lim_{x \to 0^+} (1 + \operatorname{sen} x)^{\dfrac{1}{\sqrt{x}}}$$

28 Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función f en $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x - x}{x^2} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

29 Encontrar los valores máximo y mínimo absolutos de f sobre el intervalo dado.

$$f(x) = (x+1)^2 e^{x+1} \qquad \text{en el intervalo} \quad [-2, 0]$$

Justificar.

30 Calcular las ecuaciones de todas las asíntotas de la función:

$$f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{1-2^x}$$

31 Se quiere construir una caja de base cuadrada sin tapa cuyo volumen sea 500 cm^3. Hallar, si es posible, las dimensiones de la misma de manera que el material utilizado sea mínimo.

32 Hallar el polinomio de Taylor de grado 3 en $x = 0$ de $f(x) = \sqrt{x+1}$. Con el resultado obtenido calcular $\sqrt{1,4}$ y estimar el error.

33 Hallar las asíntotas de la siguiente función $f(x) = \dfrac{4^x + 3x}{7^x + 5}$

34 Probar que la función $f(x) = \dfrac{x^5}{4} - 5x^3 + x^2 - 3x + 1$, tiene un punto de inflexión en el intervalo $[0, 1]$ ¿Es único? Enunciar todos los teoremas usados para justificar la respuesta.

35 Hallar la ecuación de la recta tangente en $x = 0$ al gráfico de la función

$$f(x) = (x^2+1)^x + e^{4x}$$

¿En algún punto la tangente al gráfico de $g(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 1$, es paralela a la recta hallada?

36 Hacer el estudio completo y graficar la siguiente función:

$$f(x) = x - 3\ln(x^2+8)$$

37 Calcular la derivada de:

$$F(x) = x^2 \int_1^x \sqrt{u^2+4}\, du + 2\int_x^4 e^{u^2}\, du$$

38 Dada la función: $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

a) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función. Analizar la existencia de extremos locales.
b) Estudiar la concavidad y la existencia de puntos de inflexión de f.

39 Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a\sin(x-3)}{(x-3)} & \text{si} \quad x > 3 \\ \\ x+1 & \text{si} \quad x \leq 3 \end{cases}$$

a) Hallar a de manera que f resulte continua en $x = 3$.
b) Analizar la derivabilidad de f en $x = 3$, con el valor de a obtenido en el inciso anterior.

40 Se desea construir un tanque cilíndrico, con tapa, que tenga un volumen igual a $12\pi\ m^3$. El material para construir la tapa cuesta \$100 el m^2 y el que se utiliza para construir el resto \$200 el m^2.
Encontrar las dimensiones del tanque (radio de la base y altura) para que el costo sea mínimo.

41 Calcular el área del triángulo limitado por las rectas:

$$y = x \qquad\qquad y = 2 - x \qquad\qquad y = 3x - 10$$

42 Hallar todos los extremos relativos (indicando si son máximos o mínimos) de

$$F(x) = \int_x^{x+1} e^{t^2}\ dt$$

43 Calcular las siguientes integrales:

a)	$\int \dfrac{x}{\cos^2 x}\ dx$	*b)*	$\int \dfrac{1}{e^{2x} - 3e^x + 2}\ dx$
c)	$\int cotan(x)\ dx$	*d)*	$\int (\sin(x^2))^5 (x\cos(x^2))\ dx$
d)	$\int \dfrac{2}{4x-3}\ dx$	*e)*	$\int \dfrac{4x+2}{x^2+x+5}\ dx$
e)	$\int \dfrac{2}{x(\ln(x))^2}\ dx$	*f)*	$\int \dfrac{x^2}{x^2+1}\ dx$
g)	$\int \dfrac{2x-6}{(x-2)^2(x^2+4)}\ dx$	*h)*	$\int \dfrac{x^3-2x}{(x^2-1)(x^2+8)}\ dx$

44 Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int x(1 + \text{sen}(x^2+4))\quad dx$ b) $\displaystyle\int (x+1)\ln\sqrt{x}\quad dx$

45 Hallar el área comprendida entre los gráficos de las funciones:

$$f(x) = \mid x - 2 \mid \qquad\qquad g(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{7}{3}$$

46 Hallar el área comprendida entre las curvas:

$$y = \frac{x^2}{2} \qquad , \qquad y = \frac{1}{1+x^2}$$

47 Hallar $\alpha > 0$ para que el valor de la siguiente integral sea igual a 3

$$\int_o^{\alpha} \frac{x^2}{(x^3-1)^{2/3}}\, dx$$

48 Calcular las siguientes integrales:

$a)$ $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x-1} + \ln x}{x}\, dx$ $\qquad$ $b)$ $\displaystyle\int \frac{x+1}{e^x}\, dx$

$c)$ $\displaystyle\int \frac{x+\sqrt{x}}{x+3}\, dx$ $\qquad$ $d)$ $\displaystyle\int (2x + e^{3x}) \operatorname{sen} x\, dx$

$e)$ $\displaystyle\int \frac{1}{x+\sqrt{x+2}}\, dx$ $\qquad$ $f)$ $\displaystyle\int_0^2 x^3 e^{x^2}\, dx$

49 Hallar el área de la región limitada por los gráficos de las siguientes funciones:

$$f(x) = \mid x - 3 \mid \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$