

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.

\*\*\*\*\* EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS BIEN RESUELTOS \*\*\*\*\*

Apellido: ..... Nombres : .....

Padrón: ..... Código materia: ..... Curso: .....

1. Determinar los puntos en que la función  $f(x, y, z) = x + y - 2z$  alcanza extremos absolutos sobre la curva  $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + 9z^2 = 1, -x + y + z = 5\}$  y clasificarlos.

2. Sean  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 1\}$  y  $\vec{F} : D \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por:

$$\vec{F}(x, y, z) = (z^3 + y h^2(x) \frac{x+4}{x}, h(x), 3xz^2).$$

Hallar una función  $h$ ,  $h : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , con derivada primera continua de modo tal que el campo vectorial  $\vec{F}$  sea conservativo.

3. Sea  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función  $C^2(\mathbb{R}^2)$ , y sea:

$$\vec{F}(x, y, z) = (\frac{\partial h}{\partial x}(x, z) - \cos(x^3), 0, 2x + 5y + \frac{\partial h}{\partial z}(x, z) + \sin(z^3)).$$

Calcular la circulación de  $\vec{F}$  a lo largo de la curva  $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 100, y = 6\}$  orientada de manera que su vector tangente en  $(8, 6, 0)$  tenga coordenada  $z$  negativa.

4. Hallar  $b \in \mathbb{R}$ ,  $b > 0$  de manera que el flujo del campo  $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  a través de la superficie cilíndrica  $x^2 + y^2 = 2bx$ ,  $0 \leq z \leq b^2 + 1$  sea igual a  $5\pi b^2$ , siendo  $\vec{F}(x, y, z) = (x, \sin(x^3 + z^2), e^z)$ . Orientar la superficie con la normal alejándose del eje del cilindro.

5. Sean  $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $\vec{F}(x, y, z) = (z, z, -2x)$  y la curva:

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 16; x - y = 0\}.$$

Sea  $C^*$  es un trozo de la curva  $C$ . Sabiendo que la longitud de  $C^*$  es igual a 2, calcular la circulación de  $\vec{F}$  sobre  $C^*$ . Indicar en un gráfico la orientación utilizada para la circulación.