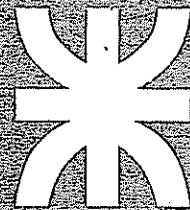


SEMINARIO UNIVERSITARIO 2006

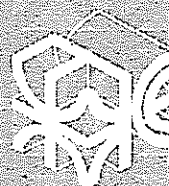
Beatriz Graciani



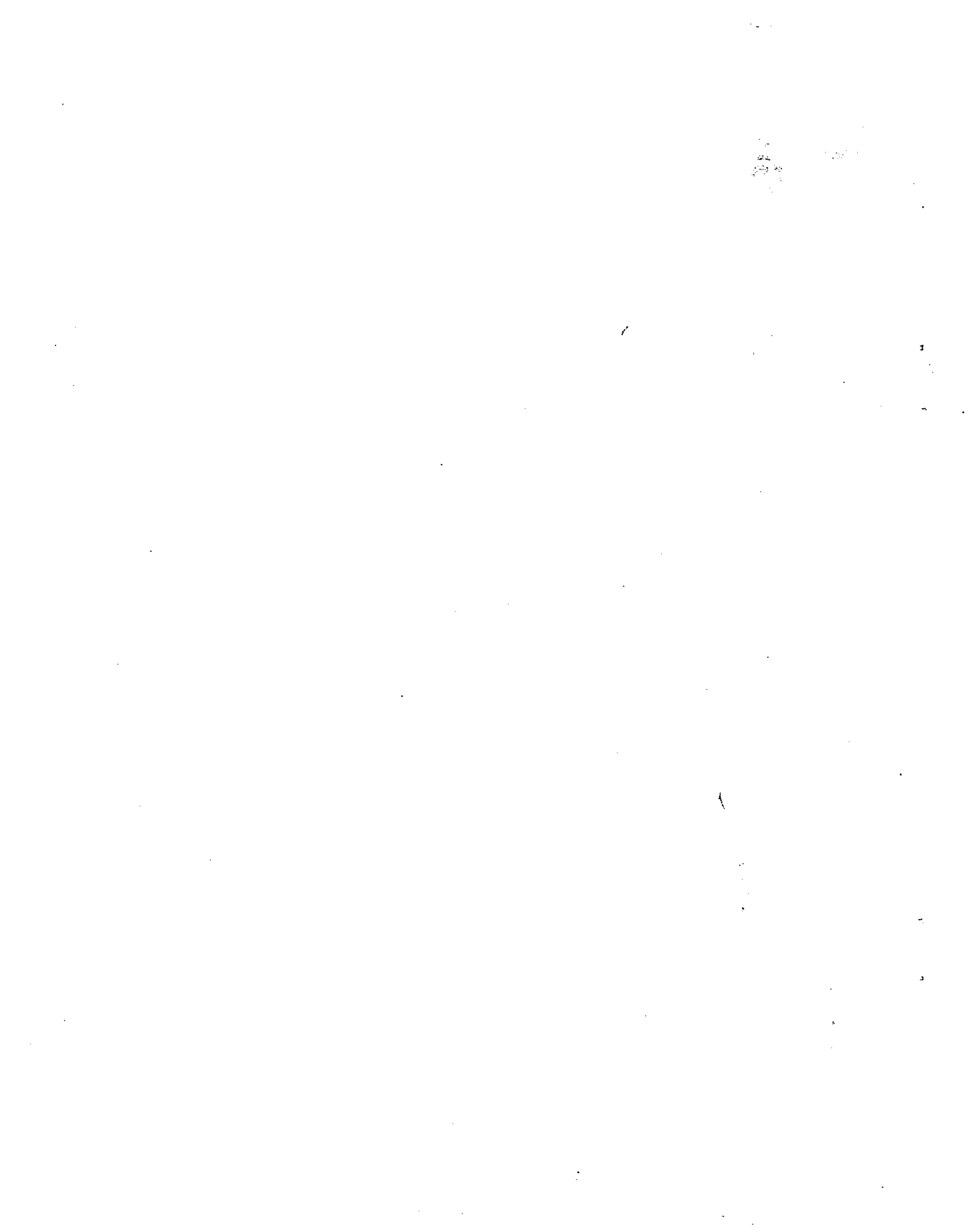
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Resuelto Seminario Universitario 2006 -UNIDADES 1 A 4-

MBR1



CEIT
FRBA



Trabajo Práctico N° 1

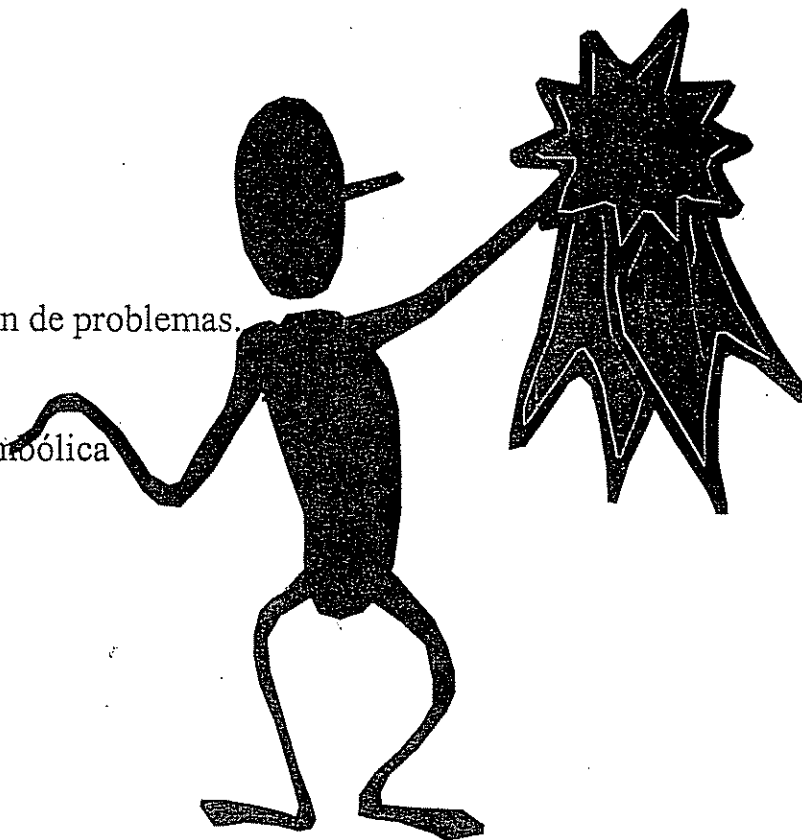
➤ Introducción a la resolución de problemas.

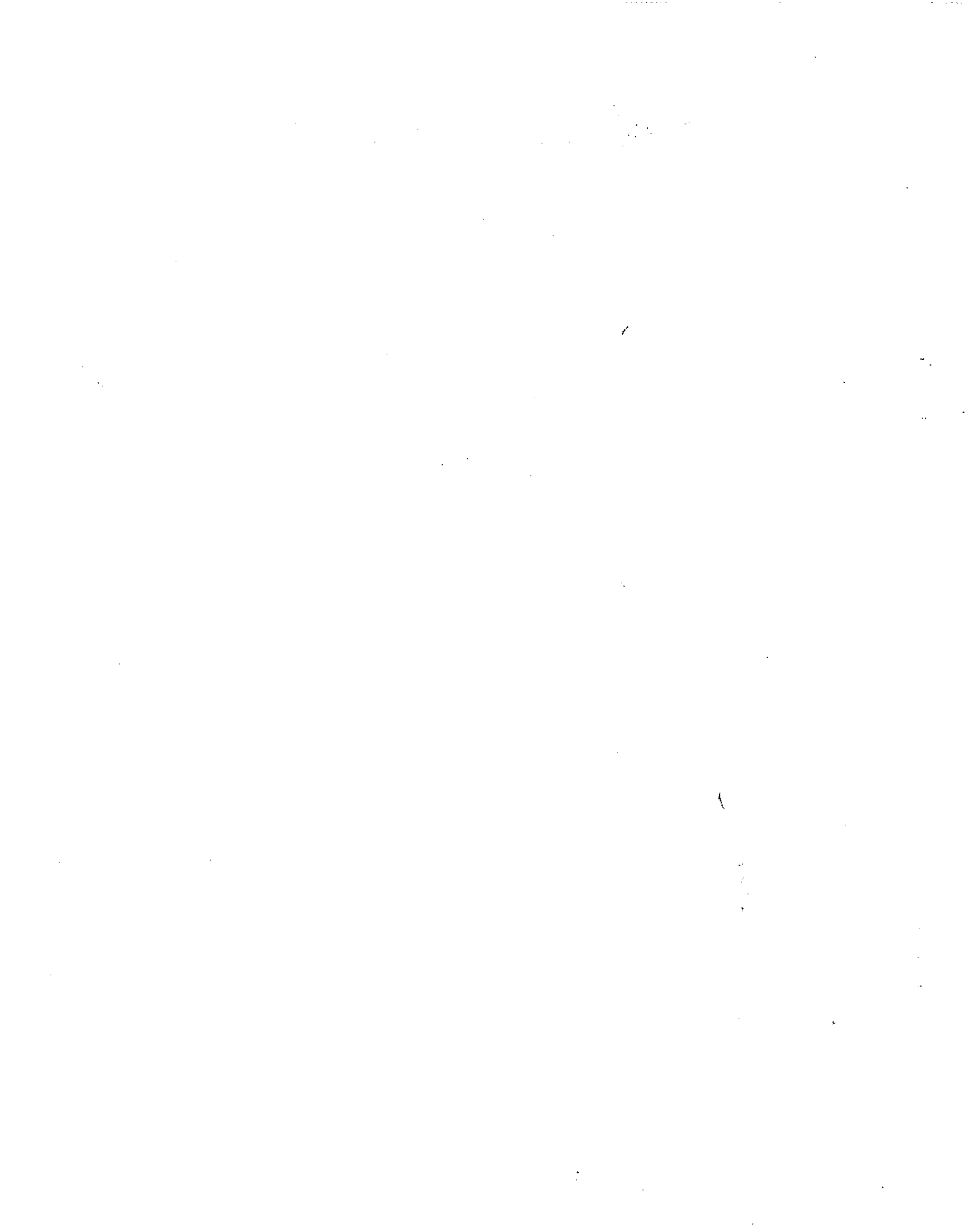
➤ Introducción a la lógica simbólica

➤ Proposiciones

➤ Conectivos lógicos

➤ Proposiciones compuestas





Trabajo Práctico N° 1

Introducción a la resolución de problemas

1) Escriba utilizando el simbolismo algebraico

a) Un número aumentado en 5:
 $x + 5$

b) Un número disminuido en 8:
 $x - 8$

c) El cuadrado de un número aumentado en 2:
 $x^2 + 2$

d) El cubo de un número:
 x^3

e) El quintuplo de un número:
 $5x$

f) El triple de un número disminuido en 7:
 $3x - 7$

g) El 5% de un número:
 $\frac{5}{100}x = \frac{1}{20}x$

h) Tres números consecutivos:
 $x ; x + 1 ; x + 2$

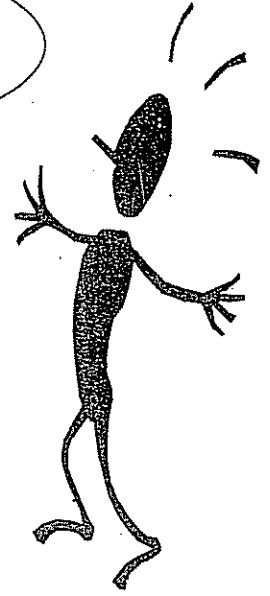
i) Dos números pares consecutivos:
 $2x , 2x + 1$

j) El cuadrado de un número menos el número
 $x^2 - x$

k) En una división el divisor es d , el cociente q y el resto r . Represente el dividendo:

D (dividendo)	$\overline{d \text{ (divisor)}}$	7	$\overline{2}$
r (resto)	$\cdot q \text{ (cociente)}$	1	3

En todos los casos al número en cuestión lo llamaremos x



l) En una división el dividendo es **D**, el divisor **d** y el cociente **q**. Represente el resto:

$D = d \cdot q + r$	$r = D - dq$
$d = \frac{D - r}{q}$	$q = \frac{D - r}{d}$



$D = d \cdot q + r$	\Rightarrow	$7 = 2 \cdot 3 + 1$
$r = D - d \cdot q$	\Rightarrow	$1 = 7 - 2 \cdot 3$
$q = (D - r) : d$	\Rightarrow	$3 = (7 - 1) : 2$
$d = (D - r) : q$	\Rightarrow	$2 = (7 - 1) : 3$

m) Un joven tiene 15 años de edad. Represente su edad:
 a) hace **x** años; b) dentro de **x** años:
15 - x **15 + x**

n) Un joven tiene **x** años. Represente su edad:
 a) dentro de dos años; b) dentro de **m** años:
x + 2 **x + m**

o) La cifra de las centenas de un número es **c**, la cifra de las decenas es **d** y la de las unidades es **u**. Represente el número:

Descomposición de un número 234.456

2	3	4	4	5	6
Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	centena	decena	unidad

6.....1.6
 50.....10.5
 400.....100.4
 4.000.....1.000.4
 30.000.....10.000.3
 200.000.....100.000.2

Centena	decena	unidad
---------	--------	--------

p) Represente el número de pesos que hay en x billetes de 5 pesos, y billetes de 10 pesos y z billetes de 20 pesos.

a) En x billetes de \$ 5 habrá: \$5 multiplicado por la cantidad de billetes: $5 \cdot x$

b) En y billetes de \$ 10 habrá: \$ 10 multiplicado por la cantidad de billetes: $10 \cdot y$

c) En z billetes de \$ 20 habrá: \$ 20 multiplicado por la cantidad de billetes: $20 \cdot z$

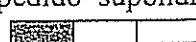
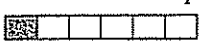
En total si se suma: $5x + 10y + 20z$

q) Si un automóvil camina 50 Km. por hora, ¿cuántos Kilómetros camina en t horas? ¿en m minutos?

El planteo es idéntico al del ejercicio anterior: $50 \cdot t$ (el resultado será en horas) Si en una hora hay 60 minutos, entonces si $t=1h$ $1h = 60m$. Reemplazando $50 \cdot t$ $60m$ (el resultado será en minutos) (t es la cantidad de horas)

r) Juan hace un trabajo en x días. ¿Qué parte del trabajo hace en un día?:

¿Será el mismo planteo???? Veamos un esquema: (para encontrar la expresión que indique lo pedido supondremos que el pobre Juan realiza la misma cantidad de trabajo cada día)

 si tarda 3 días para hacer todo el trabajo, en un día hará la tercera parte si demora 6 días , en un día concluirá la sexta parte, entonces si tarda x

días, en un día hará la $\frac{1}{x}$ parte. $\left(\frac{t}{x}\right)$ (t es la cantidad de días y x la parte del trabajo realizado)

2) Asocie a cada enunciado la expresión simbólica que le corresponde:

a) El cuadrado de una suma.

b) El doble de la suma de tres números.

c) El doble de un número menos 7.

d) La tercera parte de un número menos otro.

e) La suma del cuadrado de dos números

f) El área de un cuadrado.

g) La distancia recorrida en 3 horas a una velocidad de x Km. por hora.

h) La edad actual de una persona si dentro de 15 años se ha duplicado.

i) La tercera parte de la diferencia de dos números

j) El producto de dos números impares.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
5	4	1	9	6	2	10	8	7	3

Resolución de problemas:

1)

El triplo de un número es igual al número aumentado en 8. halle el número.

$$3x = x + 8$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$



2)

Juan y Antonio tienen conjuntamente 50\$. Antonio tiene 12\$ más que Juan. ¿ Cuantos pesos tienen cada uno?

Juan tiene una cantidad de dinero determinada y si la junta con la cantidad de Antonio, entre los dos tiene \$ 50, la situación se representa:

$$J + A = \$ 50 \quad (1)$$

Como Antonio tiene \$ 12 más que Juan, para que los dos tengan la misma cantidad pueden efectuarse dos operaciones, en forma indistinta: ó darle \$ 12 a Juan ó sacarle \$ 12 a Antonio.

$$J + \$ 12 = A \quad (2)$$

$$A - \$ 12 = J \quad (3)$$

Se ha planteado un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Las ecuaciones (2) y (3) son iguales, por lo que se puede optar por cualquiera de ellas, quedando así por resolver

cualquiera de los dos sistemas: $\begin{cases} J + A = 50 \\ J + 12 = A \end{cases}$ ó $\begin{cases} J + A = 50 \\ A - 12 = J \end{cases}$

ALGO DE TEORÍA



Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (para este ejemplo específicamente) implica encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen ambas ecuaciones, es decir que al reemplazar los mismos en las ecuaciones se verifican las igualdades.

Para ello se pueden utilizar varios métodos

- a) igualación
- b) sustitución
- c) sumas y restas
- d) Eliminación de Gauss

Método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones

Se despeja una de las variables de una de las ecuaciones, para luego sustituirla en la otra ecuación con la intención de obtener una ecuación con una sola variable

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases} \quad \text{Despejamos } y \text{ en la primera ecuación para sustituir en la segunda}$$

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 4x - (5 - 2x) = 1 \end{cases}$$

Resolvemos la segunda ecuación

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 6x - 5 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 6x = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5 - 2x \\ x = 1 \end{cases}$$

Finalmente se sustituye en la otra ecuación del sistema y se obtiene ecuaciones "sencillas":

$$\begin{cases} y = 5 - 2 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 1 \wedge y = 3 \Rightarrow S = \{(1, 3)\} \quad \text{Única solución}$$

Hay sistemas de ecuaciones que tienen solución y otros que no, por lo cual los clasificaremos en sistemas compatibles con $S \neq \emptyset$ y en sistemas incompatibles con $S = \emptyset$

Aclaración : todos los sistemas tienen conjunto solución, cuando decimos que algunos sistemas no tienen solución nos referimos a la no existencia de números reales que satisfagan las ecuaciones, es indicar que $S = \{ \} = \emptyset$.

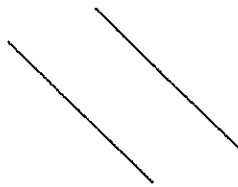
En nuestros ejemplos las ecuaciones que componen los sistemas son (Problemas 2,6,7) **lineales** las curvas representativas de cada una de ellas son rectas (describen los puntos de la recta)

La calificación de cada sistema corresponde a las posiciones relativas que pueden presentarse entre dos rectas

1]



2]



3]



Un punto en común,
son incidentes
S. compatible
determinado
Única solución

No tiene ningún punto
en común
son paralelas
Sistema incompatible
Solución vacía

Tienen todos sus
puntos en común
paralelas coincidentes
S. compatible
indeterminado
Infinitas soluciones



Seguimos con el problema planteado.

Resolvemos el primero: Se sustituye A en (1): (la unidad es \$)

$$J + (J+12) = 50$$

$$2J = 50 - 12$$

$$2J = 38 \Rightarrow J = 19$$

Para hallar el dinero de Antonio $19 + 12 = 31$





A = \$ 31 J = \$ 19

3)


Determine tres números consecutivos cuya suma sea 63.

El consecutivo de cualquier número se obtiene sumándole a éste una unidad: ejemplo el consecutivo de 5 es 6 ($5 + 1$), por lo tanto el consecutivo de x será $x + 1$, el consecutivo de $x + 1$ será $x + 2$.

$x + (x + 1) + (x + 2) = 63$
 $x + x + 1 + x + 2 = 63$
 $3x + 3 = 63$
 $x = 20$

Recordar que para suprimir ({}{



Si están precedidos por + se suprimen directamente, pero si están precedidos por - al suprimir, se cambian los signos de todas los términos.

20, 21 y 22

4)

Una empresa ganó 30000 dólares en 3 años. En el segundo año ganó el doble de lo que había ganado en el primero y en el tercer año ganó tanto como en los dos años anteriores juntos. ¿Cuál fue la ganancia en cada año?

$$1^\circ \text{ año} + 2^\circ \text{ año} + 3^\circ \text{ año} = 30000 \text{ US\$}$$

$$2^\circ \text{ año} = 2 \cdot 1^\circ \text{ año}$$

$$3^\circ \text{ año} = 1^\circ \text{ año} + 2^\circ \text{ año}$$

A los efectos de facilitar la notación efectuamos el siguiente reemplazo :

$$1^\circ \text{ año} = x$$

$$2^\circ \text{ año} = y$$

$$3^\circ \text{ año} = z$$

$$x + y + z = 30000 \quad (1)$$

$$y = 2 \cdot x \quad (2)$$

$$z = x + y \quad (3)$$

Se reemplazan (2) y (3) en (1)

$$x + 2x + x + y = 30000 \quad (4)$$

Con estos reemplazos no ha quedado la ecuación en función de una sola variable (letra), entonces, se reemplaza nuevamente (3) en (4)

$$x + 2x + x + 2x = 30000$$

$$6x = 30000 \Rightarrow x = 5000$$

$$y = 2 \cdot x \Rightarrow y = 10000$$

$$z = x + y \Rightarrow z = 15000$$

Al escribir la respuesta recordar que son dólares.

5)

Hay cuatro números cuya suma es 90. El segundo número es el doble del primero, el tercero es el doble del segundo y el cuarto es el doble del tercero. Determine dichos números $x + y + z + t = 90$

$$y = 2x \quad (1)$$

$$z = 2y \quad (2)$$

$$t = 2z \quad (3)$$

Se efectúan los reemplazos necesarios.

$t = 2z$ pero como $z = 2y$, entonces $t = 2(2y)$, pero como $y = 2x$ entonces $t = 2(2(2x))$,
 $t = 8x$

$z = 2y$ pero como $y = 2x$, entonces $z = 2(2x)$;

$$z = 4x$$

$$x + 2x + 4x + 8x = 90$$

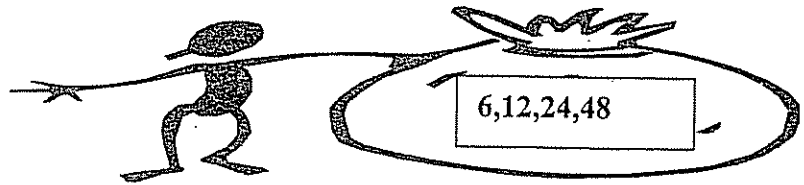
$$15x = 90 \Rightarrow x = 6$$

Para encontrar los otros números se reemplaza $x = 6$ en (1), (2) y (3)

$$y = 2x \quad (1) \quad y = 2 \cdot 6 = 12$$

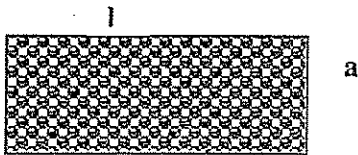
$$z = 2y \quad (2) \quad z = 2 \cdot 12 = 24$$

$$t = 2z \quad (3) \quad t = 2 \cdot 24 = 48$$

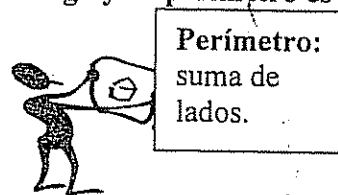


6)

Un terreno rectangular tiene de ancho 5 metros menos que de largo y su perímetro es de 95 m. Determine las dimensiones del terreno



$$l = a + 5$$



Perímetro = 2 anchos + 2 largos

$$95 = 2a + 2(a + 5)$$

$$95 = 2a + 2a + 10$$

$$85 = 4a \Rightarrow a = \frac{85}{4} = 21,25m \Rightarrow \text{largo} = 21,25 + 5 = 26,25m$$

(recordar las unidades al escribir la respuesta)

7)

La edad de un padre es el cuádruplo de la de su hijo y dentro de 5 años será el triple. Halle la edad actual de cada uno.

Si el padre tiene el cuádruplo (cuatro veces más) que el hijo $P = 4H$ (1),
cuando transcurran 5 años el padre tendrá 5 años más y el hijo el triple, entonces
 $P + 5 = 3(H+5)$ (2),

se debe tener en cuenta que el hijo también tendrá 5 años más.

Se reemplaza (1) en (2) y se obtiene (SUSTITUCIÓN)

$$4H + 5 = 3(H + 5)$$

$$4H + 5 = 3H + 15$$

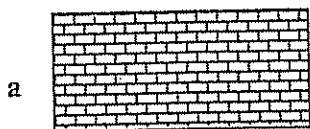
$$H = 10 \quad \text{y} \quad P = 40 \quad \text{la unidad son años.}$$

8)

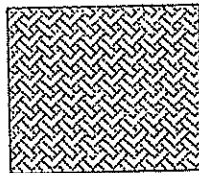
Un terreno rectangular tiene 40 pies más de largo que de ancho. Si tuviese 20 pies menos de largo y 10 pies más de ancho su área sería la misma. Calcule sus dimensiones.

¿ A cuánto equivale un pie? en realidad no hace falta tener ese conocimiento para resolver esta situación. (recordar que la unidades son m)

Se presentan dos rectángulos que tienen igual área.



$$L = a + 40$$



Área: B.H

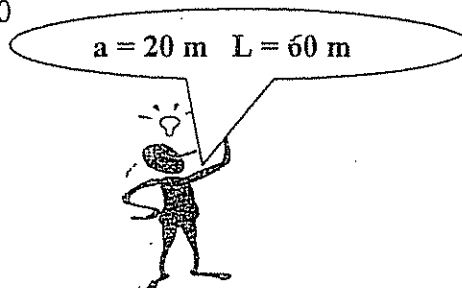
En el primero:

Largo = ancho + 40
 Área = Largo x ancho
 Área (1) = a (a + 40)
 = a² + 40a

En el segundo:

el largo tiene 20 m menos ⇒ l = a + 40 - 20
 el ancho tiene 10 m más ⇒ A = a + 10
 Área (2) = (a + 20) (a + 10)
 = a² + 30a + 200

Si las áreas son iguales ⇒ a² + 40a = a² + 30a + 200
 10a = 200
 a = 20



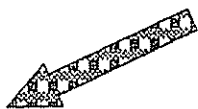
9)

La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es 61. Determine los números.

Si se desea plantear la diferencia de números consecutivos, se tienen varias opciones por ejemplo:

- (1) x - (x+1) (2) (x+1) - x (3) (x-1) - x (4) x - (x-1)

si se resuelve (1)
 x² - (x+1)² = 61



x² - (x² + 2x + 1) = 61

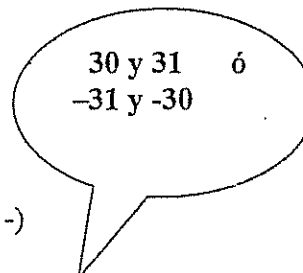
x² - x² - 2x - 1 = 61 OJO ;!!! Con los () están precedidos por un (-)

-2x = 60 ⇒ x = -31 su consecutivo será -30

si se resuelve (2)

(x+1)² - x² = 61

2x = 60 ⇒ x = 30 su consecutivo es 31



Como no se aclara conjunto numérico los números pueden ser positivos o negativos.

ALGO DE TEORÍA



La razón entre dos cantidades a y b (b ≠ 0) es el cociente entre esas cantidades.

La igualdad de dos razones se llama proporción, Ejemplo: $\frac{8}{3} = \frac{16}{6}$



10)

Dividir un ángulo de 60 grados en dos partes cuyas medidas estén en la razón 5:7.
Se buscan dos ángulos que sumen en total 60°

$$\Rightarrow a + b = 60 \text{ (recordar que la unidad es grados)}$$

$$\Rightarrow a = 60 - b$$

de acuerdo a la definición de razón: $\frac{a}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{60 - b}{b} = \frac{5}{7}$

$$7(60 - b) = 5b$$

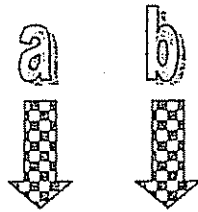
$$420 - 7b = 5b$$

$$420 = 12b \Rightarrow b = 35^\circ \text{ y } a = 25^\circ$$

Resolvemos 11 y 13 juntos pues son del mismo estilo.

11)

En un número de dos cifras la cifra de las decenas excede en 5 a la cifra de las unidades. Si se invierte el orden de las cifras resulta un nuevo número que sumado con el anterior da 121. Averigüe el número.



$$\begin{array}{r} + \quad a \quad b \\ \quad b \quad a \\ \hline 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

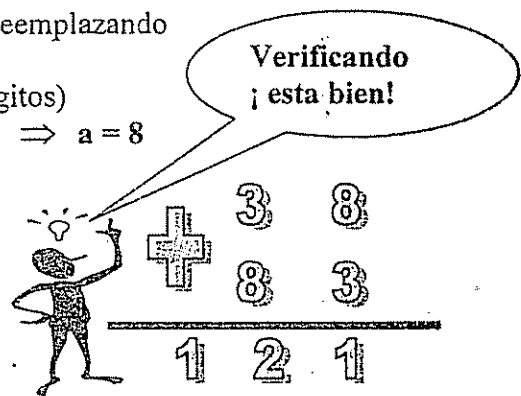
Decena unidad

$a = b + 5$ como lo indica el problema, entonces reemplazando

$$b + b + 5 = 11 \text{ (no puede ser 1, dado que son dígitos)}$$

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 8$$

$$\begin{array}{r} + \quad B+5 \quad B \\ \quad B \quad B+5 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$



13)

La cifra de las unidades de un número de tres cifras es el duplo de la cifra de las decenas; y la cifra de las decenas es el duplo de la cifra de las centenas. Si se invierte el orden de las cifras y del número resultante se resta el número primitivo se obtiene 594. ¿Cuál es el número

c	d	u		u	d	c
↓	↓	↓		↓	↓	↓
Centena	decena	unidad		5	9	4
4c	d-1	c		5	9	4
c	d	4c		5	9	4
5	9	4		5	9	4

De acuerdo a los datos del problema $u = 2d$ y $d = 2c$ por lo que resulta $u = 4c$

$$c - 4c + 10 = 4$$

$$-3c = -6 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow u = 8 \quad \text{y} \quad d = 4$$

Verifica!!
Aleluya!!



8	4	2
2	4	8
5	9	4

12)

La entrada a un cine cuesta 10\$ los mayores y 6\$ los menores. Una noche entraron 320 personas y pagaron 2720\$. ¿Cuántos mayores y cuántos menores entraron?

Los mayores pagan \$ 10 y los menores pagan \$ 6 Concurrieron 320 personas en total

$$\Rightarrow M + m = 320$$

\Rightarrow y se abono en total por entradas,

$$\Rightarrow \$ 2720$$

$$\Rightarrow 10M + 6m = 2720$$

Datos: M cantidad de personas mayores - m cantidad de personas menores.

$$\begin{cases} M + m = 320 \\ 10M + 6m = 2720 \end{cases} \text{ sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.}$$

$$\begin{aligned} m &= 120 \\ M &= 200 \end{aligned}$$

Sustituyendo: $10(320 - m) + 6m = 2720$
 $3200 - 10m + 6m = 2720$
 $m = 120$



14)

Agustín empieza un juego y gana 10 \$. Después duplica su dinero, pierde 25\$ y queda igual que al principio. ¿ Con cuánto dinero comenzó el juego?

Gana 1º\$ 10 Recordemos que tenía x \$

Luego duplica lo que tenía $2(x + 10)$

Después pierde \$ 25 y queda como si no hubiera jugado
 Planteamos la situación en una ecuación:

$$2(x + 10) - 25 = x$$

$$2x + 20 - 25 = x$$

$$x = 5$$

Para efectuar los cálculos por comodidad eliminamos las unidades, recordar colocarlas en las respuestas.

15)

Determine el número que, disminuido en sus $\frac{2}{3}$ equivale a su duplo disminuido en 25.

Resolveremos esta situación grafica y analíticamente.

Gráficamente :

representa el número que buscamos



representa al doble del número



si se disminuye en $\frac{2}{3}$ queda la parte ondeada

si la parte ondeada debe ser igual al duplo disminuido en 25 la parte sombreada equivale a 25, cada cuadradito equivale a 5 \Rightarrow el número que se debe averiguar tiene tres cuadraditos $\Rightarrow 3 \cdot 5 = 15$

Con ecuación :

$$x - \frac{2}{3}x = 2x - 25$$

$$25 = 2x - x - \frac{2}{3}x$$

$$25 = \frac{5}{3}x \Rightarrow x = 15$$



ALGO DE TEORÍA

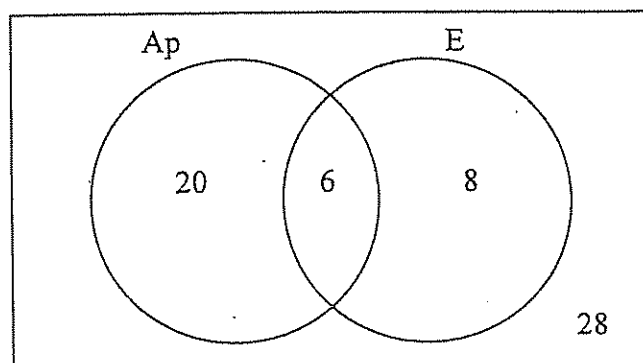


Los problemas 16-17-18-19-20 y 21 son problemas de **Conteo**. (se resolverán otros a modo de ejemplo)

Ejemplo 1

Se realiza una encuesta entre 62 empleados y se obtiene como dato que 26 de ellos han registrado inasistencias por asuntos particulares, 14 por enfermedad y 6 por ambas cosas.

Si se representa la situación planteada gráficamente mediante **diagramas de Venn**, se obtiene:



Justificación:

✖ 6 por registrar inasistencias en ambos conceptos, se ubican en la intersección de los dos conjuntos.

✖ Si 26 han registrado inasistencias por asuntos particulares, al tener ya en dicho conjunto a 6 personas para llegar a las 26 solo faltan 20, por lo que se coloca 20 en AP.

✖ De igual manera procedemos con las inasistencias por enfermedad, colocando 8 personas, pues $8 + 6 = 14$.

✖ Si se suman todos los elementos $20+14= 34$, como los encuestados son 62, se puede inferir que entre esas personas se encuentra algunas que no registraron inasistencias que son $62-34=28$, por lo que se completa el conjunto U con 28 personas.

Ese mismo problema podría resolverse mediante el **Diagrama de Carroll**.

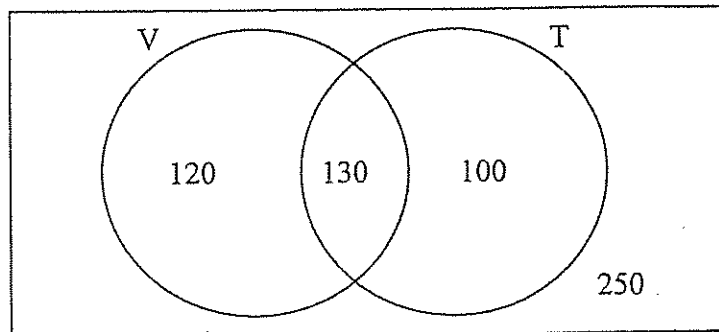
	Inasistencia por asuntos particulares	No por asuntos particulares	TOTAL
Inasistencias por enfermedad	6	8	14
No por enfermedad	20	28	48
TOTAL	26	36	62

Otro ejemplo

En un club hay 250 socios que no practican ningún deporte, los que practican solamente tenis 100 y los que practican solamente voley son 120. En total hay 600 socios y sólo dos deportes que practicar.

1. ¿ Cuántos socios practican por lo menos un deporte?
2. ¿ Cuántos socios practican voley?
3. ¿ Cuántos socios practican a lo sumo dos deportes?

Primero realizamos el diagrama de Venn.



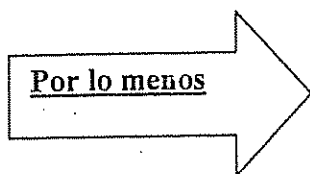
Justificación:

✖ Si hay 250 que no practican ningún deporte entonces $600 - 250 = 350$ son los que practican algún deporte.

✖ Si 100 sólo tenis entonces, no van en la intersección de los dos deporte

✖ al igual que los 120 que practican sólo voley.

✖ como indica la primera cuenta , hay 350 personas que practican algún deporte, entonces $350 - (120 + 100) = 130$, que son los que practican los dos deportes.



: Si le decimos a alguien “ *debes traer por lo menos 10 pesos para la fiesta*”, le estamos indicando que como *mínimo* debe traer 10 pesos.

Luego si lo desea puede traer más de 10

pesos.

En nuestro ejemplo : *por lo menos un deporte* , son aquellas personas que como mínimo practican un deporte, entonces se tomarán en cuenta las que practican 1 o más de 1.

Si le decimos a alguien “ *debes traer a lo sumo 10 pesos para la fiesta*”, le estamos indicando que como *máximo* debe traer 10 pesos. Luego si lo desea puede traer menos de 10 pesos.

En nuestro ejemplo : *a lo sumo un deporte* , son aquellas personas que como máximo practican un deporte; entonces se consideran las que practican 1 ó menos de 1, es decir los que no practican nada.

Teniendo en cuenta lo visto respondemos las preguntas:

1. (Por lo menos 1 es decir 1 ó más) 350
2. 250
3. (A lo sumo 2 es decir como máximo dos) 600

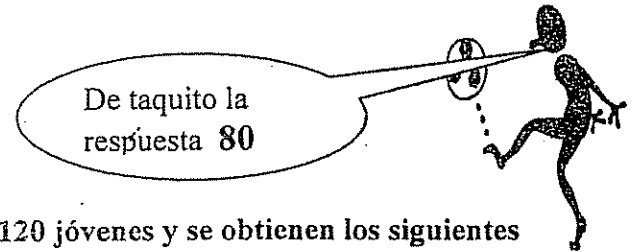


16)

De los 200 estudiantes aspirantes a ingresar a una universidad, 98 son mujeres, 60 estudian comunicación y 60 son mujeres que no estudian comunicación. ¿Cuántos hombres no estudian comunicación?

Como son cuatro los parámetros para analizar (mujeres-hombres-comunicación si y comunicación no) es conveniente volcar la información en un Diagrama de Carroll

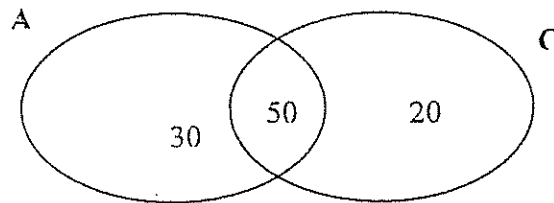
	mujeres	hombres	TOTAL
comunicación	38	22	60
No comunicación	60	80	140
TOTAL	98	102	200



17) En una academia se realiza una encuesta a 120 jóvenes y se obtienen los siguientes datos: 80 quieren ser actores, 70 quieren ser cantantes y 50 quieren ser actores y cantantes. Determine cuántos:

- No quieren ser cantantes
- No quieren ser actores
- Quieren ser cantantes, pero no actores
- Quieren ser actores, pero no cantantes
- No quieren ser actores ni cantantes

Como son dos los parámetros para analizar (cantantes o actores), es conveniente volcar la información en Diagramas de Venn.



- No quieren ser cantantes : todos menos los que quieren: $120 - 70 = 50$
- No quieren ser actores: todos menos los que quieren : $120 - 80 = 40$
- Quieren ser cantantes pero no actores : 20
- Quieren ser actores pero no cantantes: 30
- No quieren ser ni actores ni cantantes: $120 - 30 - 50 - 20 = 20$

18)

De 200 profesores de una Universidad, 115 son Licenciados y 60 son investigadores. De los licenciados 33 son investigadores. Indique cuántos de estos profesores:

- son licenciados o investigadores
- no son licenciados ni investigadores

	licenciados	No licenciados	TOTAL
Investigadores	33	27	60
No investigadores	82	58	140
TOTAL	115	85	200

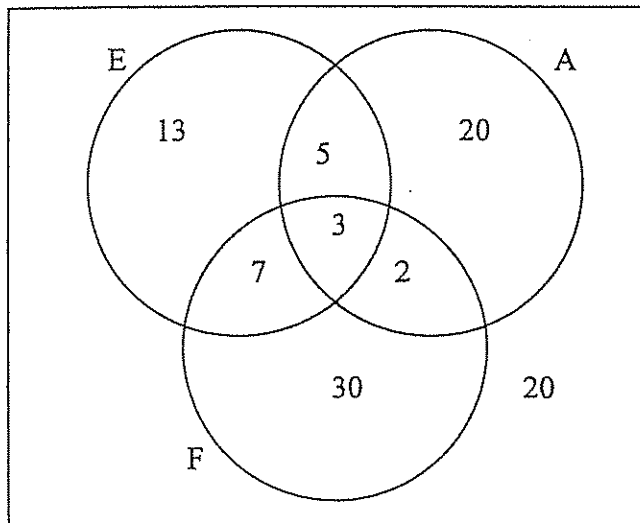
- a) licenciados o investigadores: se consideran los licenciados pero tan bien los investigadores, restándole los que son ambas cosas. $115 + 60 - 33 = 142$
b) no son licenciados ni investigadores **58**

¿Cuál sería la respuesta si hubieran preguntado licenciados y investigadores? **33** pues son aquellos que tienen ambos títulos.

20)

En una investigación hecha en un grupo de 100 estudiantes, la cantidad de personas que estudiaban varios idiomas fueron las siguientes: español, 28; alemán, 30; francés, 42; español y alemán, 8; español y francés, 10; alemán y francés, 5; los tres idiomas, 3.

- a) ¿Cuántos alumnos no estudiaban ningún idioma?
b) ¿Cuántos estudiantes tenían francés como único idioma de estudio?

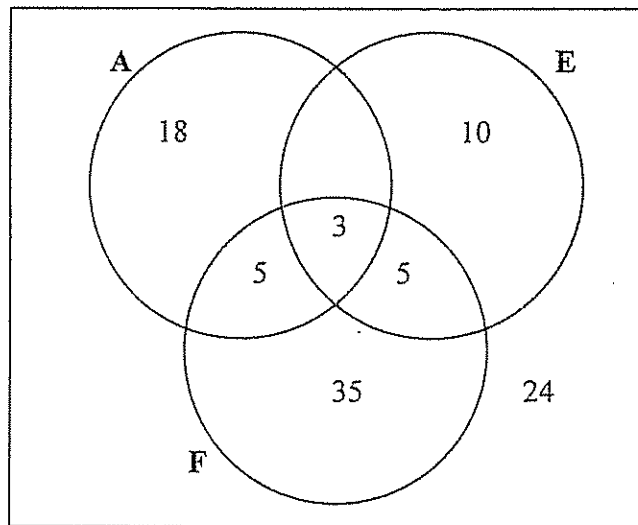


- a) ¿cuántos alumnos no estudiaban ningún idioma? 20
b) Francés único idioma 30

21) En un análisis posterior sobre los 100 estudiantes (del ejercicio anterior) la cantidad de personas que estudiaban varios idiomas resultaron ser: alemán

únicamente, 18; alemán pero no español, 23; alemán y francés, 8; alemán, 26;
Francés, 48; francés y español, 8; ningún idioma, 24.

- a) ¿Cuántos estudiantes aprendían el español?
b) ¿Cuántos estudiantes aprendían alemán y español pero no francés?



- a) 18
b) ninguno

22)

Primero podemos deducir que el individuo miente, pues se le ha preguntado por hoy y mañana, si estuviera diciendo la verdad debería hablar de dos días consecutivos, ejemplo lunes y martes, o sábado y domingo, no pueden ser sábado y miércoles, por lo tanto esta mintiendo.

Si miente debe ser martes ó jueves ó sábado.

Probamos con martes.

¿qué día es hoy? respuesta sábado.....**MIENTE**
¿ que día es mañana?.... respuesta miércoles....**NO MIENTE**

MARTES NO PUEDE SER

Probamos con jueves.

¿qué día es hoy? respuesta sábado.....**MIENTE**
¿ que día es mañana?.... respuesta miércoles.. **MIENTE**

PUEDE SER JUEVES

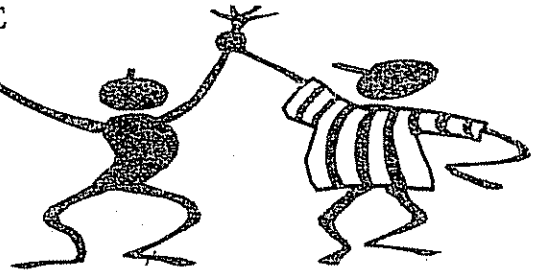


Probamos con sábado

¿qué día es hoy? respuesta sábado..... **NO MIENTE**
¿ que día es mañana?.... respuesta miércoles.. **MIENTE**

SÁBADO NO PUEDE SER

Entonces es jueves



23)

La policía arresta a 4 hombres, uno de los cuales ha cometido un robo. Los mismos hacen las siguientes declaraciones:

Alberto: "Bernardo es el culpable"

Bernardo: "Daniel es el culpable"

Carlos : "yo no soy culpable"

Daniel: "bernardo miente cuando afirma que soy culpable". Si se sabe que una sola de estas declaraciones es verdadera. ¿Quién es el culpable del robo?

Se deben analizar todas las declaraciones y las que resulten todas falsas menos una, delatarán al culpable.

a) Supongamos que Daniel es el culpable. ANALIZAMOS:

Alberto: "Bernardo es culpable" si Daniel es el culpable es Falsa

Bernardo: "Daniel es culpable" si Daniel es el culpable es Verdadera

Carlos: "yo no soy culpable"..... si Daniel es el culpable Verdadera



Como hay una sola declaración verdadera \Rightarrow Daniel no es culpable.

b) Supongamos que Bernardo es el culpable. ANALIZAMOS:

Alberto: "Bernardo es culpable" si Bernardo es el culpable es Verdadera

Bernardo: "Daniel es culpable" si Bernardo es el culpable es Falsa

Carlos: "yo no soy culpable"..... si Bernardo es el culpable es Verdadera



Como hay una sola declaración verdadera \Rightarrow Bernardo no es culpable.



c) Supongamos que Carlos es el culpable. ANALIZAMOS:

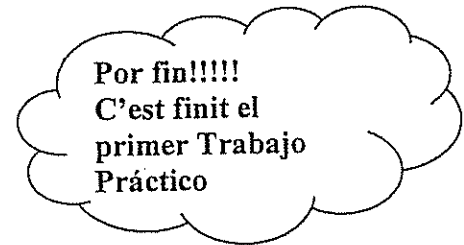
Alberto: "Bernardo es culpable" si Carlos es el culpable es Falsa

Bernardo: "Daniel es culpable" si Carlos es el culpable es Falsa

Carlos: "yo no soy culpable" si Carlos es el culpable es Falsa

Daniel: "Bernardo miente cuando afirma que soy culpable" es Verdadera

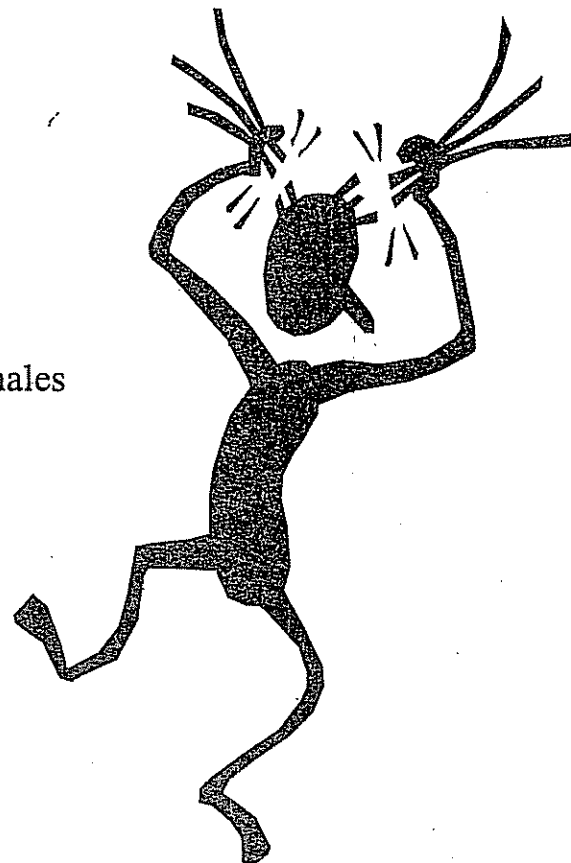
De las cuatro declaraciones sólo la Daniel es verdadera, \Rightarrow Carlos es el culpable

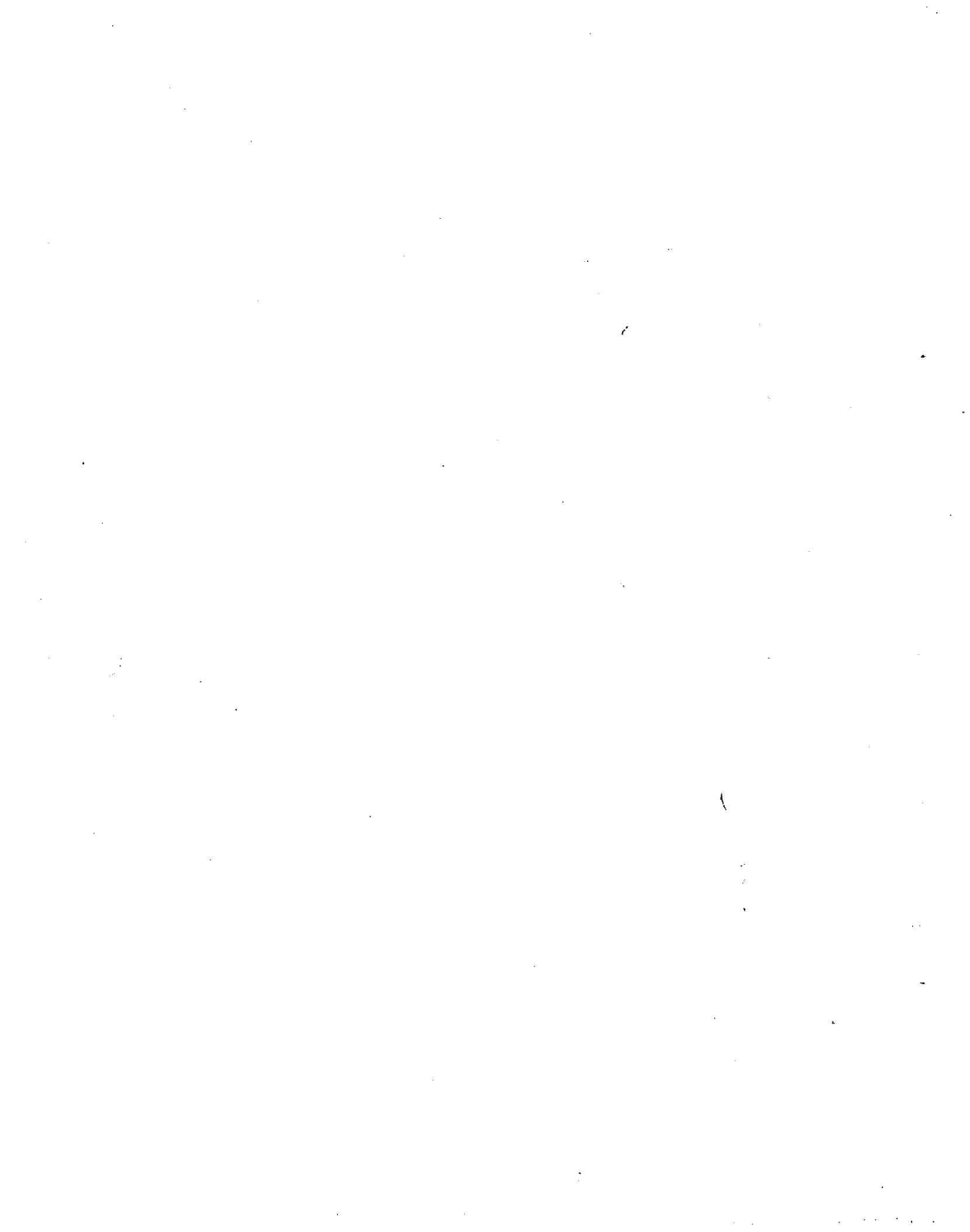




Trabajo Práctico N° 2

- Números naturales
- Números enteros
- Números racionales y números irracionales
- Números reales
- Propiedades de los números reales
- Operaciones entre los números reales
- Conjuntos numéricos
- Desigualdades
- Valor absoluto
- Exponentes y raíces
- Potencias de multiplicaciones y divisiones
- Radicación. Racionalización
- Cálculo de áreas y volúmenes





TRABAJO PRACTICO N° 2

Números y su aplicación a la geometría.

- 1) Obtenga dos números naturales consecutivos cuya diferencia de cuadrados sea igual al número primo 31.

El consecutivo de 3 es 4, el consecutivo de 108 es 109,

En definitiva para encontrar el consecutivo de un número, a éste se le suma una unidad. Si al número lo llamamos x su consecutivo será $x + 1$.

Escribiendo en lenguaje simbólico lo que se indica en lenguaje coloquial, quedarán cualquiera de las cuatro ecuaciones planteadas continuación. No aclara cual se resta de cual.

$$(1) x^2 - (x+1)^2 = 31$$

$$(2) (x+1)^2 - x^2 = 31$$

$$(3) (x-1)^2 + x^2 = 31$$

$$(4) x^2 - (x-1)^2 = 31$$

Desarrollando (1)

$$x^2 - (x^2 + 2x + 1) = 31$$

$$x^2 - x^2 - 2x - 1 = 31$$

$$-2x = 32$$

$x = -16$ Si resolvemos cualquiera de las otras tres ecuaciones planteadas, se obtiene nuevamente 16 o -16 , desestimamos éste último ya que el número debe pertenecer al conjunto N

RTA: los números consecutivos son 16 y 17

ALGO DE TEORÍA: Para resolver los problemas 2-3-4 y 5 ¡!!!!!!!

Máximo Común Divisor de dos o más números es el mayor de sus divisores. Se escribe mcd y se colocan los dos números entre paréntesis Ejemplo: $(14;12)$

Cálculo del mcd: se escribe cada número como producto de factores primos. El máximo común divisor es igual al producto de los factores primos comunes elevados al menor exponente con que aparezcan en la factorización de cada número Ejemplo:

Calcular el mcd (420; 360; 120)

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{Entonces el mcd (420; 360; 120) } = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Mínimo Común Múltiplo de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes, sin contar el cero. Se escribe mcm. El mcm es igual al producto de los

Números naturales N 1,2,3,4,5----

Números primos son divisibles solamente por 1 y por sí mismo
Números compuestos tienen más de dos divisores
El 1 y 0 no son primos ni compuestos

OJO, el paréntesis está precedido por un - cambiar todos los signos



factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente con que aparezcan en la factorización de cada número.

Ejemplo:

Calcular el mcm (420; 360; 120)

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Entonces el mcm (420; 360; 120) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$



Problemas del libro

2)

Si se sabe que la suma de dos números es 30 y su máximo común divisor 6, determine dichos números

$$a + b = 30 \quad (1) \quad \text{y} \quad \text{m.c.d} = 2 \cdot 3 \text{ teniendo en cuenta este dato}$$

a y b tienen que ser múltiplos de 6, por lo que escribimos nuevamente la ecuación

$$(1) \quad a = 6m \quad b = 6n$$

$$6m + 6n = 30$$

$$m + n = 5$$

Posibilidades: 1 + 4

0 + 5 no puede ser, recordar que m y n deben ser

múltiplos de 2 y/o de 3

$$2 + 3$$

RTA:

Entonces los números buscados son 12 y 18 ó 6 y 24

3)

Tres ómnibus salen de la misma estación terminal en tres direcciones distintas. El primero tarda 1 h 45 min en volver al punto de partida, y permanece un cuarto de hora en la estación. El segundo tarda 1 h 5 min. y permanece 7 min. en la estación. El tercero tarda 1 h 18 min., y permanece 12 min., en la estación. Se sabe que la primera salida ha tenido lugar a las 6 de la mañana, determine

a) A que hora volverán a salir juntos de la estación

Se reducen los tiempos totales de cada micro a minutos (lo que tarda mas lo que permanece en la estación)

$$A = 72 \text{ min}$$

$$B = 90 \text{ min}$$

$$C = 120 \text{ min}$$

Buscamos el m.c.m. (72,90,120), factorizamos

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m} = 360$$

360 reducido a horas son: 6 horas.

Si se sabe que la primera salida es a las 6 de la mañana, se encontrarán cada 6 horas : a las 12 horas, a las 18 horas y a las 24 horas

B) El número de viajes es :

El número de viajes efectuado por cada uno.

$$\frac{360}{120} = 3 \text{ viajes}$$

$$\frac{360}{90} = 4 \text{ viajes}$$

$$\frac{360}{72} = 5 \text{ viajes}$$

4) Si se sabe que el producto de dos números es 1512 y m.c.d es 6, determine el m.c.m.

un número $N = \text{mcd} \cdot \text{mcm}$

$$1512 = 6 \cdot \text{mcm}$$

$$\frac{1512}{6} = 252$$

RTA . el mcm es 252

Galerazo que se puede demostrar!!!!



5)

Dos ruedas dentadas engranan una con otra. Si se sabe que la mayor tiene 54 dientes y la más pequeña 34, determine cuantas vueltas dará la pequeña cuando la mayor de 221 vueltas.

Si con 54 dientes dio 221 vueltas, utilizó 11934 dientes

Con 34 dientes 11934 $11934 : 34 = 351$ vueltas

RTA: 351 vueltas

6)

La madre de Gabriela compra 6 kg De ciruelas para hacer mermelada. Los carozos quitados representan $\frac{1}{4}$ del peso de las frutas. Añade un peso de azúcar igual al peso de la pulpa que queda. La mezcla pierde por la cocción $\frac{1}{5}$ de su peso. Determine el número de potes de 375 gramos que puede llenar con el dulce de ciruelas elaborado.

Haremos un cálculo de la cantidad de ingredientes utilizados y de la cantidad que queda luego de la preparación.

1) $\frac{1}{4} 6000 \text{ g} = 1500 \text{ g}$ de carozos de fruta

2) $6000 \text{ g} - 1500 \text{ g} = 4500 \text{ g}$ queda de pulpa

3) $4500 \text{ g} + 4500 \text{ g} = 9000 \text{ g}$ entre azúcar y pulpa

4) $\frac{1}{5}$ de 9000 g = 1800 pérdida por cocción

5) $9000 \text{ g} - 1800 \text{ g} = 7200 \text{ g}$ queda

6) $7200 \text{ g} : 375 \text{ g} = 19$ frascos lo que queda repartido en frascos de 375g

RTA: frascos necesarios 19

7)

Un campesino ha recolectado 6.720 kg de alfalfa con la que quiere alimentar a sus 7 vacas durante 120 días. Al cabo de 15 días, compra otras 3 vacas. Determine la cantidad de alfalfa que le faltará para alimentar a sus vacas durante el tiempo previsto.

Podemos resolverlo por regla de tres compuesta:

$$\begin{array}{l}
 7 \text{ vacas} \dots\dots\dots 120 \text{ días} \dots\dots\dots 6720 \text{ kg} \\
 1 \text{ vaca} \dots\dots\dots 120 \text{ días} \dots\dots\dots \frac{6720}{7} \text{ una vaca necesita 7 veces menos} \\
 10 \text{ vacas} \dots\dots\dots 120 \text{ días} \dots\dots\dots \frac{6720 \cdot 10}{7} \text{ 10 vacas necesita 10 veces má que una} \\
 10 \text{ vacas} \dots\dots\dots 1 \text{ día} \dots\dots\dots \frac{6720 \cdot 10}{7 \cdot 120} \text{ para un sólo día 120 veces menos} \\
 10 \text{ vacas} \dots\dots\dots 105 \text{ días} \dots\dots\dots \frac{6720 \cdot 10 \cdot 105}{7 \cdot 120} = 8400 \\
 \hspace{15em} \text{para 105 días, más que para uno}
 \end{array}$$

Para alimentar a todas las vacas en el tiempo previsto necesita 8400 kg de alfalfa, pero como la pregunta no es cuanto necesita en total sino cuanto le falta..... Como ya tenia 6720 debo restarle esa cantidad a lo que necesito, también debemos restarle los 15 días que se alimentan las 7 vacas .

$$\begin{array}{l}
 7v \dots\dots\dots 120 \text{ d} \dots\dots\dots 6720 \text{ kg} \\
 7v \dots\dots\dots 15 \text{ d} \dots\dots\dots \frac{6720 \cdot 15}{120} = 840 \\
 8400 \text{ kg} - 840 \text{ kg} - 6720 \text{ kg} = 2520 \text{ kg}
 \end{array}$$

RTA. Le faltan 2520 kg

8)

Dadas las siguientes proposiciones indique cual es verdadera y cual es falsa. Se llama proposición al conjunto de símbolos o palabras que expresan un pensamiento o juicio con sentido completo sujeto a un valor lógico (de verdad o falsedad).

- ∞ El producto de un número impar de números negativos es negativo.
- ∞ La diferencia de dos números positivos es siempre positiva
- ∞ El cociente de un número positivo y otro negativo es siempre un número negativo
- ∞ La diferencia de un número positivo y otro negativo es siempre un número negativo.

VERDADERA	FALSA	VERDADERA	FALSA
-----------	-------	-----------	-------

9)

Piense un número, multiplíquelo por 2, agréguele 33, réstele 13, divídalo por 2 y vuelva a restar el número que pensó. Su resultado debe ser el número 10. Muestre que este procedimiento dará como respuesta 10 para cualquier número n seleccionado.

Lo planteamos en forma general, para un número n cualquiera:

$$\frac{2n + 10 + 10 + 13 - 13}{2} - n = 10$$

$$\frac{2n}{2} + \frac{20}{2} - n =$$

$$n + 10 - n = 10$$

RTA. Para cualquier n el resultado será 10.

10)

Un taller producía 126 artículos diarios. Como resultado del perfeccionamiento técnico su producción diaria aumenta hasta 189 artículos. ¿ en que tanto por ciento se incrementó el rendimiento?

El porcentaje de incremento más la producción original es igual a la nueva producción:

$$126 \cdot \frac{x}{100} + 126 = 189$$

$$126x = 18900 - 12600$$

$$x\% = \frac{6300}{126}$$

$$x\% = 50$$

RTA: el rendimiento se incrementó en un 50%.

11)

En una bolsa de 200 caramelos hay 110 de fruta y el resto de leche. ¿ Cuantos caramelos de fruta hay que agregar para que los caramelos de fruta sean el 70% del total de la bolsa?

x serán los caramelos de fruta que se deben agregar.

Si queremos que los caramelos de fruta represente el 70% de la bolsa

$$110 + x = 70\% (200 + x)$$

$$110 + x = 140 + \frac{7}{10}x$$

Asociando y resolviendo

$$\frac{3}{10}x = 30$$

$$x = 100$$

RTA: se deben agregar 100 caramelos de fruta.

12)

¿La suma de dos números irracionales es necesariamente un número irracional? Justifique.

Número irracional : es aquel que no puede escribirse como fracción (esta definición es al sólo efecto de comprender el concepto, no es la definición mas apropiada podríamos decir "que los números irracionales son: NO RAZONES DE ENTEROS").¿ Porqué no puede escribirse como fracción?

En general cuando el resultado de un cálculo es alguno de los que siguen , los alumnos suelen escribir

$$\sqrt{2} = 1,42 \dots \quad \sqrt{3} = 1,732508\dots \quad \pi = 3,14 15926 \quad \sqrt{8} = 2,82842$$

no son correctas las igualdades, dado que siempre son aproximaciones. Por eso si el resultado es $\sqrt{2}$ debe escribirse $\sqrt{2}$.

Siguiendo con el ejercicio

$$\sqrt{2} .+1 \text{ es un número irracional entonces } (\sqrt{2} .+1) + (\sqrt{2} .-3) = -2 \text{ que es un entero}$$

13)

¿ Cuáles de los siguientes números son racionales y cuales son irracionales?

Números racionales	Números irracionales
$-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$; 1,2 ; 0 ; 7 ; 0,7 ; $\sqrt{2} - 3 + 5 - \sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$;

14)

Determine cuando sea posible el resultado:

14-1 $15.0 = 0$

14-2 $0.0 = 0$

14-3 $1/0$ no es posible (la división por 0 no está definida)

14-4 $0/1 = 0$

14-5 0^{-1} no es posible

14-6 $0/0$ no es posible

15)

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

Se llama proposición al conjunto de símbolos o palabras que expresan un pensamiento o juicio con sentido completo sujeto a un valor lógico (de verdad o falsedad).

15-1 $0 < \sqrt{2} < 1$ ¿ $\sqrt{2}$, esta comprendido entre 0 y 1? Falso.

15-2 $2 < e < 3$ ¿ e ¿???? e, este número con sólo diez cifras decimales es 2,7182818285... Verdadero

15-3 $-7 < -15$ Falso. ¡¡el mayor es el que se encuentra más próximo a 0!!!! porque son negativos

15-4 $-9 < \frac{1}{3}$ cualquier número negativo es menor que un positivo. Verdadero

15-5 $\frac{7}{6} < \frac{34}{9}$ para comparar fracciones recurrir al cuadro de la pagina siguiente.

Verdadero

15-6 $0,3 > 0,4$ por ser positivos el menor es el que se encuentra más próximo a 0. Falso

15-7 $-\frac{7}{6} < \frac{34}{39}$ cualquier número negativo es menor que un positivo. Verdadero

15-8 $-2 > -17$ ¡¡el mayor es el que se encuentra más próximo a 0!!!! porque son negativos Verdadero

16)

Pablo realizó una compra que importa los $\frac{2}{3}$ del dinero que le dió su madre , pero

sobre ese valor le hacen un descuento del 15% ¿ cuánto dinero le dió su madre y si aun le quedan \$ 260?

Llamamos "m" al dinero que le dió su mamá .

Lo que gasto, menos el descuento más lo que aun le queda es igual a lo que tenía:

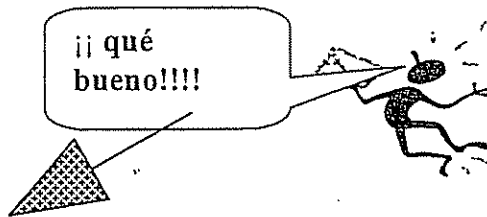
$$\frac{2}{3}m - 15\% \left(\frac{2}{3}m \right) + 260 = m$$

$$\frac{2}{3}m - \frac{3}{30}m + 260 = m$$

$$260 = m - \frac{17}{30}m$$

$$260 = \frac{13}{30}m$$

$$m = 600$$



RTA: su madre le dió \$ 600

17) Ejercicios de inecuaciones:

Antes de comenzar con los del libro te ofrecemos unos ejemplos.

Propiedades de orden en desigualdades

Ejemplos de inecuaciones

Ejemplo 1

$$3x + 2 \geq 5x - 1$$

$$\begin{aligned} 3x + 2 - 2 &\geq 5x - 1 - 2 \\ 3x - 3x &\geq 5x - 3 - 3x \\ 0 + 3 &\geq 2x - 3 + 3 \end{aligned}$$

$$3 / 2 \geq 2x / 2$$

$$\frac{3}{2} \geq x$$

$$S = (-\infty ; 3/2]$$

Ejemplo 2

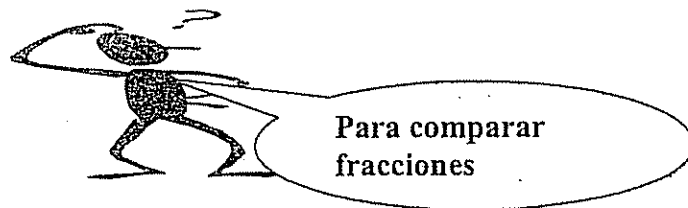
$$\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \geq \frac{1}{2}x + 2, P = R$$

<i>Dada la desigualdad :</i>	
$a > b$	$a < b$
si $c \in \mathbb{R}$	si $c \in \mathbb{R}$
$a - c > b - c$	$a - c < b - c$
$a + c > b + c$	$a + c < b + c$
si $c > 0$	si $c > 0$
$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$	$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
$a \cdot c > b \cdot c$	$a \cdot c < b \cdot c$
si $c < 0$	si $c < 0$
$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$	$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
$a \cdot c < b \cdot c$	$a \cdot c > b \cdot c$

$$\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{2}x + 2 - \frac{1}{2}x$$

$$0 \cdot x - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \geq 2 + \frac{4}{3}$$

$$0 \cdot x \geq \frac{10}{3}$$



Cualquier número real x multiplicado por 0 es 0 , y 0 no es mayor ó igual a $\frac{10}{3}$

$$S = \{\}$$

$$\frac{1}{4}x + 7 \geq 4x - \frac{15}{4}x - 3$$

Procediendo de forma análoga a los ejemplos anteriores:

$$0 \cdot x \geq -10$$

lo escrito indica que el producto $0 \cdot x$ (cualquiera sea x) es cero y aquí sí 0 es mayor o igual a -10

$$S = R$$

17) Encuentre el conjunto solución de

17-1

$$\begin{aligned} -3x &> 9 \\ x &< 9 : (-3) \\ x &< -3 \end{aligned}$$

$$S = (-\infty ; -3)$$

17-2

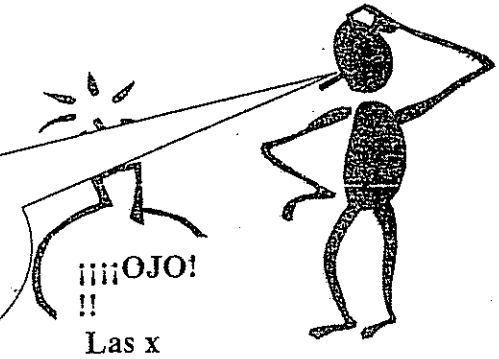
$$\frac{1}{x} + 3 > 4$$

$$\frac{1}{x} > 1$$

$$\frac{1}{x} - 1 > 0 \quad \therefore \quad \frac{1-x}{x} > 0$$

Cuando se divide o multiplica por un número negativo se cambia el sentido de la desigualdad

¡!!!no puede ser 0, la inecuación esta definida en $R - \{0\}$



$$\begin{aligned} 1-x > 0 \wedge x > 0 & \vee & 1-x < 0 \wedge x < 0 \\ 1 > x \wedge x > 0 & \vee & 1 < x \wedge x < 0 \end{aligned}$$

$$(0,1) \cup \phi$$

$$S = (0,1) \cup \phi$$

Otra forma, si se tiene en cuenta que al multiplicar o dividir por un negativo en una inecuación se debe cambiar el sentido de la desigualdad resulta tal vez mas sencillo

$$\frac{1}{x} > 1$$

$$1 > x \begin{cases} 1 > x & \text{si } x > 0 \therefore x \in (0,1) \\ \vee \\ 1 < x & \text{si } x < 0 \quad \phi \text{ no puede ser mayor que 1 y menor que 0} \end{cases}$$

$$S = (0,1) \cup \phi$$

Ejemplos de inecuaciones de Segundo grado

1) Factorizamos la inecuación, hallando las raíces de la ecuación aplicando la fórmula resolvente: (primera forma).

$$x = - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a.c}}{2a} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a.c}}{2a}$$

$$x^2 + 3x - 10 < 0$$

$$a = 1, \quad b = 3, \quad c = -10$$

$$x = - \frac{(-3) + \sqrt{9 + 4.1.10}}{2.1} \quad \vee \quad x = - \frac{(-3) - \sqrt{36 + 4.1.10}}{2.1}$$

$$x = - \frac{(-3) + \sqrt{49}}{2.1} \quad \vee \quad x = - \frac{(-3) - \sqrt{49}}{2.1}$$

$$x = 2 \quad \vee \quad x = -5$$

Ejemplo 1 $x^2 + 3x - 10 < 0$

Factorizamos el miembro izquierdo en función de sus raíces

Recordamos que la expresión factorizada es

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x-2)(x+5) < 0$$

$$(x-2 > 0 \wedge x+5 < 0) \vee (x-2 < 0 \wedge x+5 > 0)$$

$$(x > 2 \wedge x < -5) \vee (x < 2 \wedge x > -5)$$

$$x \notin \mathbb{R} \vee -5 < x < 2$$

$$S = (-5; 2)$$

Signo de los factores:

$a \cdot b < 0$
 $a < 0 \wedge b > 0) \vee (a > 0 \wedge b < 0)$

$a \cdot b > 0$
 $(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

Completar cuadrados (segunda forma)

Resolvamos el ejemplo 1

Recordemos que

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \quad (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$x^2 + 3x - 10 < 0$ si observamos la inecuación inferimos que si cada término corresponde a uno de los términos del desarrollo de un cuadrado de binomio, x^2 es el cuadrado del primero, $3x$ es el duplo del primero (que es x) por el segundo que desconocemos.

$$x^2 + 3x - 10 < 0$$

$$(x - 3/2)^2 - 9/4 - 10 < 0$$

$$(x - 3/2)^2 - 49/4 < 0$$

$$(x - 3/2)^2 < 49/4 \text{ recordar}$$



$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

si n es un natural par

$$\left| x - \frac{3}{2} \right| < \frac{7}{2}$$

$$x - 3/2 < 7/2 \quad \wedge \quad x - 3/2 > -7/2$$

$$x < 5 \quad \wedge \quad x > 2 \quad \Rightarrow \quad S = (-5; 2)$$

Ejemplo 2

$$-3x^2 - 6x + 24 \geq 0$$

$3x = 2x$? (? Término que desconocemos)

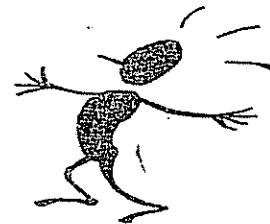
$3/2 = ?$ Resolviendo, se escribe el cuadrado de binomio y se desarrolla

$$(x + 3/2)^2 = x^2 + 3x + 9/4$$

Se compara con la inecuación a resolver, $x^2 + 3x - 10$, al

escribirla como cuadrado de binomio, se ha agregado a la original $9/4$, por lo que se le resta la misma cantidad

$$(x - 3)^2 - 9/4 - 10 = 0$$



Recordar para a

$$\in \mathbb{R}_0^+$$

$$|u| \leq a$$

$$u \leq a \wedge u \geq -a$$

$$S = [-a; a]$$

$$-3(x-2)(x+4) \geq 0$$

$$(x-2 \geq 0 \wedge x+4 \leq 0) \vee (x-2 \leq 0 \wedge x+4 \geq 0)$$

$$(x \geq 2 \wedge x \leq -4) \vee (x \leq 2 \wedge x \geq -4)$$

$$x \notin \mathbb{R} \vee -4 \leq x \leq 2$$

$$S = [-5; 2]$$

Ejemplo 3 $x^2 - 4x + 1 \leq 0$

$$(x-2)(x-2) \leq 0$$

$$(x-2)^2 \leq 0$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$

Ejemplo 4

$$x^2 + 14x + 49 > 0$$

$$(x+7)(x+7) > 0$$

$$(x+7)^2 > 0$$

$$x \in \mathbb{R} \wedge x \neq -7$$

$$S = \mathbb{R} - \{-7\}$$

Resolvemos antes de comenzar con los ejercicios del libro el Ejemplo 3 completando cuadrados.

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$(x-2)^2 \leq 0$$

$$|x-2| \leq 0$$

RECORDAR

$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

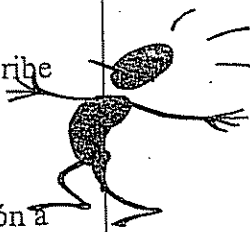
si n es un natural par

-4x = 2x ? (? Término que desconocemos)

-2 = ? Resolviendo, se escribe el cuadrado de binomio y se desarrolla

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

Se compara con la inecuación a resolver, $x^2 - 4x + 4$, es la misma inecuación



$$x-2 \leq 0 \quad \wedge \quad x-2 \geq 0$$

$$x \leq 2 \quad \wedge \quad x \geq 2$$

$$S = \{2\}$$

Ejercicio

17-3

$x^2 - 2x \geq 0$ sacando factor común, es lo más sencillo

$$x(x-2) \geq 0$$

$$x \gg 0 \quad \wedge \quad x-2 \gg 0$$

$$\vee \quad x \ll 0 \quad \wedge \quad x-2 \ll 0$$

$$x \geq 0 \wedge x \geq 2$$

\vee

$$x \leq 0 \wedge x \leq 2$$

$$S = (-\infty ; 0] \cup [2 ; +\infty)$$

17-4

$$\frac{2x-5}{5} - 1 > 3-x$$

$$\frac{2x-5-5}{5} > 3-x$$

$$\frac{2x-10}{5} > 3-x$$

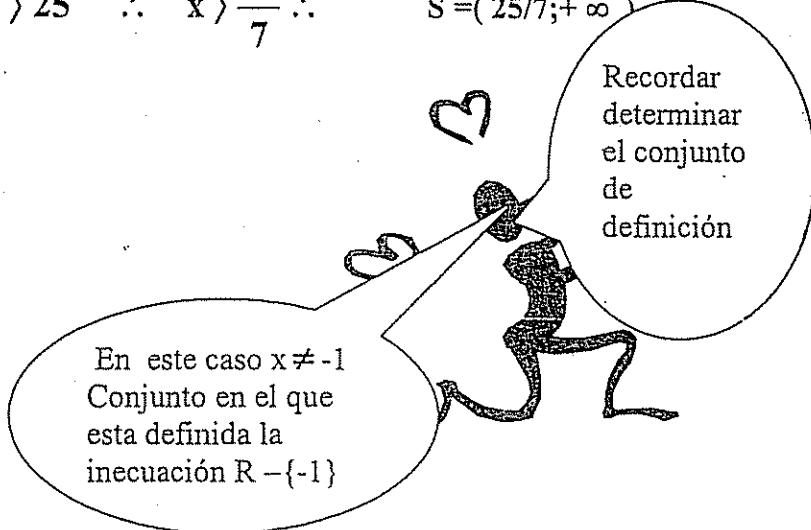


$$2x-10 > 15-5x \quad \therefore \quad 7x > 25 \quad \therefore \quad x > \frac{25}{7} \quad \therefore \quad S = (25/7 ; +\infty)$$

17-5

$$\frac{1-x}{1+x} > 0$$

$$\frac{-x+1}{x+1} > 0$$



$$(-x+1 \geq 0 \wedge x+1 \geq 0) \vee (-x+1 \leq 0 \wedge x+1 \leq 0)$$

$$(1 \geq x \wedge x \geq -1) \vee (1 \leq x \wedge x \leq -1)$$
$$x \in (-1; 1) \cup \emptyset \quad S = (-1; 1)$$

17-6

Esta es una inecuación de segundo grado así que procedemos a factorizarla, obteniendo las raíces con la fórmula resolvente o bien completando cuadrados. Para completar cuadrados "a" **Coefficiente principal** debe ser 1, para ello (como en este caso) se saca 3 de factor común y se procede a completar cuadrados con la expresión que quedó entre paréntesis.

$$3x^2 - 6x + 3 < 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) < 0 \text{ vemos que es un cuadrado perfecto}$$

$$3(x-1)^2 < 0$$

analizamos el producto de los dos factores que hemos obtenido.

Se desea saber para cuales valores de x esta inecuación es negativa.

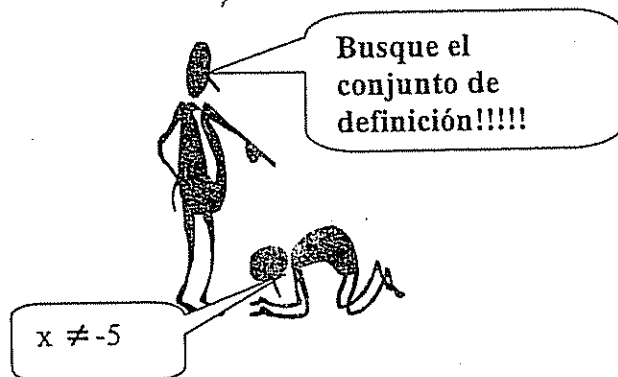
1. 3 es un número positivo
2. $(x-1)^2$ será siempre positivo pues es un número elevado al cuadrado, menos cuando sea igual a 0; lo que nunca será es **NEGATIVO**

$$S = \emptyset$$

17-7

Esta inecuación es similar a la 17-5

$$\frac{1-x}{x+5} \leq 0$$



$$1-x \leq 0 \wedge x+5 > 0 \quad \vee \quad 1-x \geq 0 \wedge x+5 < 0$$

$$1 \leq x \wedge x > -5 \quad \vee \quad 1 \geq x \wedge x < -5$$

$$S = (-\infty; -5) \cup [1; +\infty)$$

$a \cdot b < 0$ $(a < 0 \wedge b > 0) \vee (a > 0 \wedge b < 0)$
$a \cdot b > 0$ $(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

17-8

$$-1 \leq \frac{2x-3}{5} < 5$$

$$\underbrace{-5 \leq 2x-3 < 25}_{(2)}$$

* Debe ir 4, se arrastra el valor del número a la resolución del ejercicio.

podemos considerar dentro de la misma inecuación, dos subinecuaciones (1) y (2) las que se resolverán por separado y luego se buscará la intersección.

$$-5 + 3 \leq 2x \leq 25 + 3 \text{ sumamos 3 en ambas}$$

$$\frac{-5+3}{2} \leq x \leq \frac{25+3}{2} \text{ dividimos por 2 ambas}$$

$$-1 \leq x \leq 14 \text{ x esta comprendida entre } -1 \text{ y } 14$$

$$S = (-1; 14]$$

17-9

Es similar a la anterior, pero x es **negativa**, por lo que siguiendo el mismo concepto la trabajamos como si fueran dos inecuaciones, en este caso dividiéndolas y recordando que la solución total será la intersección de las soluciones parciales (Solución de (1) y Solución de (2))

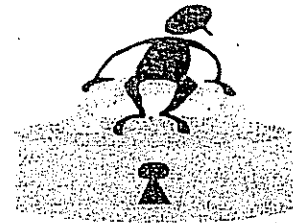
$$\begin{array}{l} \text{(1)} \\ -12 < 6 - 3x < -2 \\ \text{(2)} \end{array}$$

$$-12 < 6 - 3x \quad \wedge \quad 6 - 3x < -2$$

$$3x < 18 \quad \wedge \quad 8 < 3x$$

$$x < 6 \quad \wedge \quad \frac{8}{3} < x$$

$$S = (8/3; 6)$$



18)

Encuentre el conjunto solución de:

18-1

$$|2x - 1| \leq 2$$

$$2x - 1 \leq 2 \quad \wedge \quad 2x - 1 \geq -2$$

$$x \leq 3/2 \quad \wedge \quad x \geq -1/2$$

$$S = [-1/2; 3/2]$$

18-2

$$|x + 5| \geq 3$$

$$x + 5 \geq 3 \quad \vee \quad x + 5 \leq -3$$

Recordar para $a \in \mathcal{R}_0^+$

$$|u| \leq a$$

$$u \leq a \wedge u \geq -a$$

$$S = [-a; a]$$



Recordar para $a \in \mathcal{R}_0^+$

$$|u| \geq a$$

$$u \geq a \vee u \leq -a$$

$$S = (-\infty; a] \cup [a; +\infty)$$



$$x \geq -2 \quad \vee \quad x \leq -8$$

$$S = (-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$$

18-3

$$|2 - 4x| \leq 2$$

$$2 - 4x \leq 2 \quad \wedge \quad 2 - 4x \geq -2$$

$$0 \leq 4x \quad \wedge \quad 4 \geq x$$

$$S = [0; 1]$$

OJO x
negativa

18-4

$$\left| \frac{1}{x} + 3 \right| > 4$$

$$\frac{1}{x} + 3 > 4 \quad \vee \quad \frac{1}{x} + 3 < -4$$

$$\frac{1}{x} - 1 > 0 \quad \vee \quad \frac{1}{x} + 7 < 0$$

Busque el
conjunto de
definición!!!!

$$x \neq 0$$

$$(1) \quad \frac{1-x}{x} > 0 \quad \vee \quad (2) \quad \frac{1+7x}{x} < 0 \quad \text{común denominador}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} ++ & -- \\ (1) \end{matrix}} \quad \vee \quad \underbrace{\begin{matrix} +- & -+ \\ (2) \end{matrix}}$$

$$(1) \quad \begin{matrix} ++ & -- \\ (1-x > 0 \wedge x > 0) \vee (1-x < 0 \wedge x < 0) \end{matrix}$$

$$(2) \quad \begin{matrix} +- & -+ \\ (1+7x > 0 \wedge x < 0) \vee (1+7x < 0 \wedge x > 0) \end{matrix}$$

$$(1) \quad (1) x \wedge x > 0 \quad \vee \quad 1 < x \wedge x < 0 \quad \vee \quad (2) \quad (x < -\frac{1}{7} \wedge x < 0 \quad \vee \quad x < -\frac{1}{7} \wedge x > 0)$$

$$(0,1) \cup \phi \cup \left(-\frac{1}{7},0\right) \cup \phi$$

$$S_T = \left(-\frac{1}{7},0\right) \cup (0,1)$$

Otra forma

Retomamos el ejercicio

$$\frac{1}{x} - 1 > 0 \quad \vee \quad \frac{1}{x} + 7 < 0$$

$$\frac{1}{x} > 1 \quad \vee \quad \frac{1}{x} < -7$$

Si pasamos x multiplicando (en realidad queda horrible decir "pasamos x multiplicando", porque lo que se hace es aplicar la propiedad uniforme, pero en **criollo** decimos : pasamos multiplicando...), y suponemos que x es **positiva** , dejamos la desigualdad pero si suponemos que x es **negativa** cambiamos su sentido.

$$(1) 1 > x \quad \text{si } x > 0 \quad \vee \quad (3) 1 < -7x \quad \text{si } x > 0$$

$$(2) 1 < x \quad \text{si } x < 0 \quad \vee \quad (4) 1 > -7x \quad \text{si } x < 0$$

$$(1) \vee (2) \quad \vee \quad (3) \vee (4)$$

Análisis: Sabemos que (1) unión (2) sería una solución parcial, luego (3) unión (4) sería la segunda solución parcial, y la unión de ambas la **solución total**.

$$(1) (0;1) \quad (3) \phi$$

$$(2) \phi \quad \cup \quad (4) \left(-\frac{1}{7},0\right)$$

$$S_T = \left(-\frac{1}{7},0\right) \cup (0,1)$$

18-5

$$|2x - 3| + 4 \geq 10$$

Recordar para $a \in \mathcal{R}_0^+$

$$|u| \geq a$$

$$u \geq a \vee u \leq -a$$

$$S = (-\infty; a] \cup [a; +\infty)$$



$$|2x - 3| \geq 6$$

$$2x - 3 \geq 6 \quad \vee \quad 2x - 3 \leq -6$$

$$2x \geq 9 \quad \vee \quad 2x \leq -3$$

$$x \geq \frac{9}{2} \quad \vee \quad x \leq -\frac{3}{2}$$

$$S = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{9}{2}, +\infty\right)$$

18-6

$$1 - x^2 > 0$$

$x^2 < 1$ Recordar cambiar la desigualdad cuando se divide o multiplica por un negativo.

$$|x| < 1 \therefore -1 < x < 1$$

$$S = (-1, 1)$$

Recordar para a

$$\in \mathcal{R}_0^+$$

$$|u| \leq a$$

$$u \leq a \wedge u \geq -a$$

$$S = [-a; a]$$

18-7

$0 < |x - 1| < 4$ Esta inecuación debe cumplir dos condiciones

$$1) |x - 1| > 0 \therefore x \neq 1 \therefore \mathcal{R} - \{1\}$$

$$2) |x - 1| < 4 \therefore -4 < x - 1 < 4 \therefore -3 < x < 5$$

$$S_T = (-3; 1) \cup (1; 5) \quad \text{o bien} \quad S = (-3; 5) - \{1\}$$

18-8

$$3x^2 - 1 \leq 2$$

$$3x^2 - 3 \leq 0$$

$$3(x^2 - 1) \leq 0$$

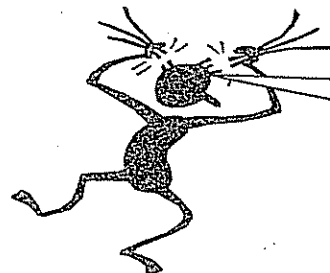
$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 \leq 1$$

RECORDAR

$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

si n es un natural par



¡¡Poner módulo!!!
!

$$|x| \leq 1$$

$$-1 \leq x \leq 1 \quad \therefore S = [-1; 1]$$

18-9

$$4x - x^2 > 4 \Rightarrow 4x - x^2 - 4 > 0$$

Inecuación de segundo grado, recordamos que factorizamos en función de sus raíces o bien completamos cuadrados.

$-x^2 + 4x - 4 > 0$ si completamos cuadrados recordar que el coeficiente principal debe ser 1, entonces sacamos factor común -1 y completamos $x^2 - 4x + 4$

Vemos que nos encontramos ante un cuadrado perfecto.

$$-1(x+2)^2 > 0$$

1. Primer análisis :

El producto de dos factores: -1, será siempre negativo y $(x+2)^2$ será siempre positivo por lo que el producto resultará siempre negativo (+ . - = -)

2. Segundo análisis:

$(x+2)^2 < 0$ un número al cuadrado no puede ser menor que 0

$$S = \emptyset$$

18-10

$$|x^2 - 1| > 3$$

$$x^2 - 1 > 3 \quad \vee \quad x^2 - 1 < -3$$

$$x^2 > 4 \quad \vee \quad x^2 < -2$$

ningún número al cuadrado puede ser menor que un número negativo.

$$|x| > 2 \quad \phi$$

$$x > 2 \quad \vee \quad x < -2$$

$$S = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

Recordar para $a \in \mathcal{R}_0^+$

$$|u| \geq a$$
$$u \geq a \vee u \leq -a$$
$$S = (-\infty; a] \cup [a; +\infty)$$



Recordar para $a \in \mathcal{R}_0^+$

$$|u| \leq a$$
$$u \leq a \wedge u \geq -a$$
$$S = [-a; a]$$

19)

Determine el conjunto de todos los números reales tales que su cuadrado sea menor que 3

$$x^2 < 3$$

$$|x| < \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

$$x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

$$S = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$



Recordar que $|u| \leq a$
 $a \in \mathbb{R}_0^+$
 $u \leq a \wedge u \geq -a$
 $u \in [-a, a]$

Recordar Poner Módulo!!!

Recordar que $|u| \geq a$
 $a \in \mathbb{R}_0^+$
 $u \geq a \vee u \leq -a$
 $u \in (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$

20)

Determine el conjunto de todos los números reales tales que su distancia a “-3”, sea menor que 5.

De acuerdo a lo planteado “Mi origen” (donde me paro para comenzar a contar 5 unidades) es -3. A partir de allí cuento cinco unidades para ambos lados, y todos los puntos que se encuentren dentro de un intervalo de cinco pasos hacia la derecha y hacia la izquierda, serán los numero buscados.

Para escribir lo expuesto, en la ecuación escribimos $x + 3$, pues aclaramos que -3 sería el origen y dicho numero anula al módulo $|-3 + 3|$

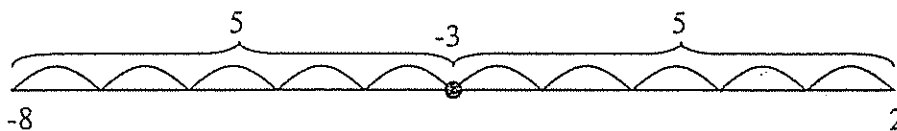
$$|x + 3| < 5$$

$$-5 < x + 3 < 5$$

$$-8 < x < 2$$

$$x \in (-8, 2)$$

$$S = (-8, 2)$$

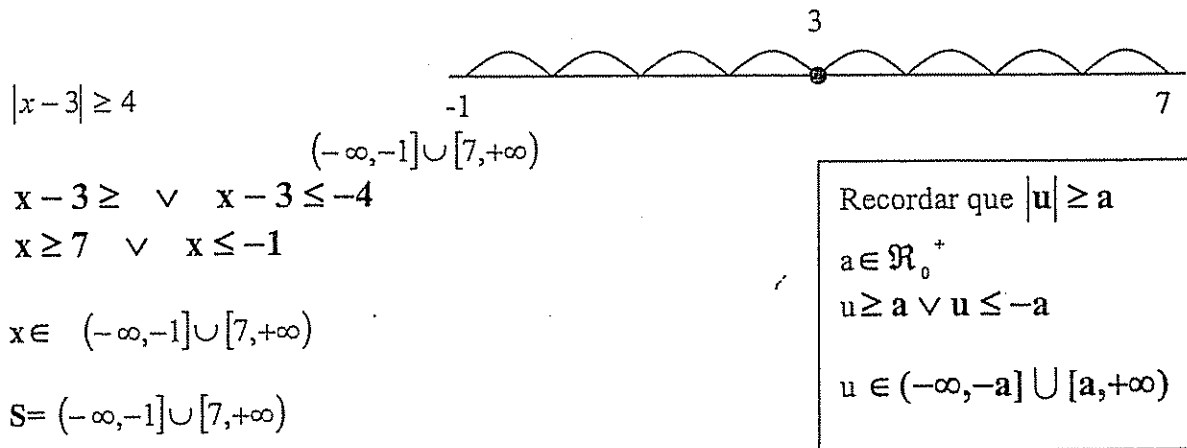


21)

Determine el conjunto de todos los números reales tales que su distancia a 3 sea mayor o igual que 4

¿cuál sería el origen? De acuerdo a lo observado **3** (el número a partir del que comenzaríamos a contar las 4 unidades).

¿cómo escribo la inecuación teniendo en cuenta que 3 es el origen?



22)

¿Para que números reales se verifica que la suma de un número y su recíproco es mayor que 2?

x $\frac{1}{x}$ estos dos números son recíprocos :

$x + \frac{1}{x} > 2$ planteamos la inecuación.

$\frac{x^2 + 1}{x} > 2$ común denominador

nuevamente común denominador, y completando cuadrados resulta:

$$\frac{(x-1)^2}{x} > 0$$



Dos números son recíprocos cuando su producto es 1

El numerador por ser un número elevado al cuadrado siempre será positivo (menos cuando x tome el valor 1 que será nulo)

$$(x-1)^2 > 0 \quad \therefore x \in \mathbb{R} - \{+1\}$$

para que toda la expresión sea positiva, entonces el denominador también debería ser positivo:

$$x > 0 \quad \therefore x \in \mathbb{R}^+$$

$$S = (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

23)

Un punto x esta 8 unidades distante de -3 ; A qué distancia está el punto x de 1 ?

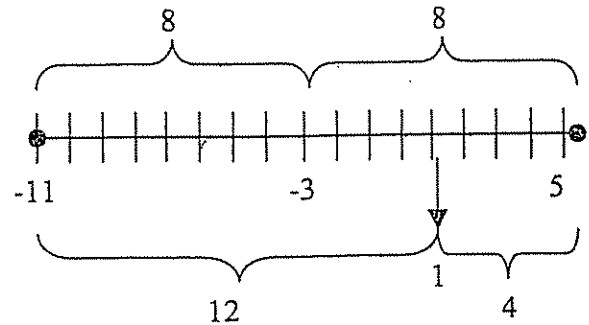
Comenzamos planteando la ecuación para encontrar los dos puntos que se encuentran distantes de -3 , ocho unidades hacia la derecha y hacia la izquierda

$$|x + 3| = 8$$

$$x + 3 = 8 \quad \vee \quad x + 3 = -8$$

$$x = 5 \quad \vee \quad x = -11$$

Muy bien !!!! los puntos buscados son 5 y -11



24)

La distancia ente $x - 1$ y 6 siendo $x < 0$. es $|3x - 3|$, calcule x

$$|x - 1|$$

$$|x - 1 - 6| = |3x - 3|$$

$$|x - 7| = |3x - 3|$$

$$x - 7 = 3x - 3 \quad \vee \quad x - 7 = -3x + 3$$

$$-4 = 2x \quad \vee \quad -4x = -10$$

$$x = -2 \quad \vee \quad x \text{ no es menor que } 0$$

Descartamos el valor positivo.
RTA: $x = -2$

25) Efectuar las siguientes operaciones.

25-1

$$\frac{10^{2n+1}}{10^{n+1}} =$$

$$= 10^{(2n+1)-(n+1)}$$

$$= 10^{2n+1-n-1}$$

$$= 10^n$$

Multiplicación de potencias

$$\{n, m\} \subset \mathbb{Z}, x \neq 0$$

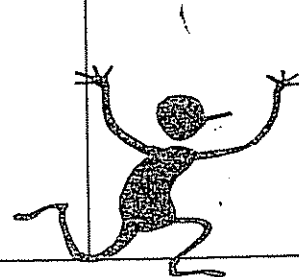
$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

ej,

$$x^3 \cdot x^5 = x^8$$

$$z \cdot z^2 \cdot z^4 = z^7$$

$$x^{2n-4} \cdot x^{10-n} = x^{n+6}$$



División de potencias

$$\{n, m\} \subset \mathbb{Z}, x \neq 0$$

$$x^n : x^m = x^{n-m}$$

ej,

$$x^3 : x^5 = x^{-2}$$

$$(z \cdot z^2) : z^4 = z^{-1}$$

$$x^{2n-4} : x^{10-n} = x^{3n-14}$$

25-2

Condición para que esté definida
la operación : $(x \neq 0 \wedge y \neq 0)$

$$\frac{x^{-3}y^4}{x^4y^{-3}} =$$

$$= x^{-3-4}y^{4-(-3)}$$

$$= x^{-7}y^7$$

OJO!!! Con las
condiciones



25-3.

Condición para que esté definida
la operación : $(x \neq 0)$

$$1 + x^{-1} =$$

$$1 + \frac{1}{x} =$$

$$\frac{x+1}{x}$$



25-4

Condición para que esté definida
la operación : $(x \geq 0)$

$$\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}}\right)x =$$

$$x^{\frac{1}{3}} \cdot x - x^{\frac{1}{2}} \cdot x = \text{aplicando propiedad distributiva}$$

$$x^{\frac{1}{3}+1} - x^{\frac{1}{2}+1} =$$

$$x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{3}{2}}$$



25-5

Condición para que esté definida
la operación : $(a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge c \neq 0)$

$$\frac{14a^7b^4(c^3)^2}{21a^6b^6c^8} =$$



$$\frac{7.2a^{7-6}b^{4-6}.c^{6-8}}{7.3} =$$

$$\frac{2}{3}a.b^2c^{-2}$$

26-6

$$\frac{10^{x+y}10^{y-x}10^{y+1}}{10^{y+1}10^{2y+1}} =$$

$$\frac{10^{x+y+y-x+y-1}}{10^{y+1+2y+1}} =$$

$$\frac{10^{3y+1}}{10^{3y+2}} =$$

$$10^{3y+1-3y-2} =$$

$$10^{-1} =$$

$$0,1$$

26-7

Condición para que esté definida
la operación : $(a \neq 0 \wedge b, |a| \neq |b|)$

$$(a^{-1} - b^{-1})^{-1} \cdot (a^{-1} + b^{-1})^{-1}$$

$$\frac{1}{a^{-1} - b^{-1}} \cdot \frac{1}{a^{-1} + b^{-1}} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} =$$

$$\frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{b+a} =$$

$$\frac{ab}{ab} \cdot \frac{ab}{ab} =$$

$$\frac{ab \cdot ab}{(b-a)(b+a)} =$$

$$\frac{a^2b^2}{b^2 - a^2} =$$



26-8.

Condición para que esté definida
la operación : (a>0)

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2a}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{a-1-2}{\sqrt{2}\sqrt{a}} =$$

$$\frac{(a-3)\sqrt{2}\sqrt{a}}{\sqrt{2}\sqrt{a}\sqrt{2}\sqrt{a}} =$$

$$\frac{(a-3)\sqrt{2a}}{2a}$$

26-9.

No tiene condiciones

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1} =$$

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-1} = 2+\sqrt{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)^{-1} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)} =$$

$$\frac{2+\sqrt{2}}{2-1} =$$

$$2+\sqrt{2}$$

25-10

No tiene condiciones

$$\frac{81^{0,25} + 9^{-0,5}}{(-27)^{\frac{1}{3}} + (-8)^{\frac{2}{3}}} =$$



$$\frac{(3^4)^{0,25} + (3^2)^{-0,5}}{(-3^3)^{\frac{1}{3}} + (-2^3)^{\frac{2}{3}}} =$$

$$\frac{3^1 + 3^{-1}}{-3 + (-2)^2} =$$

$$\frac{3 + \frac{1}{3}}{-3 + 4} =$$

$$3 + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{10}{3}$$

Algo de Teoría.

Recordar

Extracción de factores de un radical.



Cuando el radicando tiene factores que son potencias de exponente igual al índice natural (n) del radical se puede simplificar la expresión, por el empleo de propiedades que detallamos según que n sea natural par o impar :

$$n \text{ es natural par } , \quad a \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad b \in \mathbb{R}^+ \quad \therefore \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = |a| \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$n \text{ es natural impar } , \quad a \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad b \in \mathbb{R} \quad : \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

Se muestra un ejemplo desarrollado de una expresión aritmética radical simplificada, en donde utilizamos la propiedad distributiva :

$$\sqrt{75600} =$$

$$\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} =$$

$$\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7} =$$

$$\sqrt{2^2} \sqrt{2^2} \sqrt{3^2} \sqrt{5^2} \sqrt{3 \cdot 7} =$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{3 \cdot 7} =$$

Racionalización de divisores o dividendos radicales

El procedimiento mediante el cual se logra que el divisor o el dividendo de una expresión irracional sea racional se llama **racionalización**. Damos ejemplos de los dos casos más usuales:

Procedemos así: **CASO 1**

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (\text{multiplicamos numerador y$$

denominador por $\sqrt{3}$)

En caso de tener una expresión irracional algebraica: $\frac{3}{\sqrt[5]{x}}$, de condición $x \in \mathbf{R} - \{0\}$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{x}} \cdot 1 = \frac{3}{\sqrt[5]{x}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^4}} = \frac{3\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{3\sqrt[5]{x^4}}{x} \quad \text{¿ cuántas } x \text{ hacen}$$

falta para que la potencia tenga el mismo grado que el índice de la raíz?

CASO 2)

Divisor (o dividendo) como suma o diferencia de dos términos: uno radical cuadrático (de índice 2) o ambos, como por ejemplo $\frac{4}{\sqrt{5}-3}$ ó $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$. Para racionalizar, consideramos diferencia de cuadrados:

Si $a \in \mathbf{R}^+ \wedge b \in \mathbf{R}^+$ entonces $a^2 - b^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})$
--

Racionalizamos (multiplicamos por el conjugado, que es la misma expresión con uno de sus signos cambiados)

el divisor radical :

$$\frac{4}{\sqrt{5}-3} = \frac{4}{\sqrt{5}-3} \cdot 1 = \frac{4}{\sqrt{5}-3} \cdot \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+3} = \frac{4(\sqrt{5}+3)}{5-9} = -(\sqrt{5}-3)$$

Un ejemplo, algebraico, donde racionalizamos el dividendo radical: $\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

con la condición $x-2 \geq 0 \quad \therefore \quad x \geq 2$ es decir el conjunto en el que esta definida la expresión es $[2; +\infty)$

se multiplica numerador y denominador por el conjugado. (en el numerador se logra una diferencia de cuadrados)

$$\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} = \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} \cdot 1 = \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{2})^2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} =$$

$$= \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \frac{x}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}$$



26)

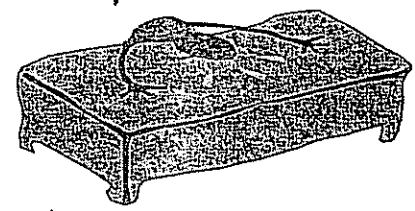
Racionalice el numerador (para los posibles valores de la s variables)

Quando se habla de los valores posibles se esta pensando en el conjunto en el que esta definida la misma

26-1.

$$\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} =$$

$$\frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \text{multiplicamos por el conjugado}$$



$$\frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \text{diferencia de cuadrados}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}} \text{ simplificando (sabemos que } h \neq 0)$$

26-2

$$\frac{\sqrt{u}-2}{u-4} =$$

$$\frac{(\sqrt{u}-2)(\sqrt{u}+2)}{(u-4)(\sqrt{u}+2)} = \text{racionalizamos el numerador, multiplicando por el conjugado}$$

$$\frac{u-4}{(u-4)\sqrt{u}+2} = \text{en el numerador queda una diferencia de cuadrados}$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}+2} \text{ simplificando (sabemos que } u \neq 4, \text{ si no fuera así la expresión no estaría definida)}$$

27)

Racionalice los denominadores

OJO ¡! También se puede racionalizar el denominador....

27-1.

No hay condiciones

$$\frac{2}{2 - \sqrt{5}} =$$

$$\frac{2}{2 - \sqrt{5}} \cdot \frac{2 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} = \text{multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador}$$

$$\frac{2(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} = \text{en el denominador queda determinada una diferencia de cuadrados y en el numerador aplicamos la propiedad distributiva.}$$

$$= -4 - 2\sqrt{5}$$

27-2

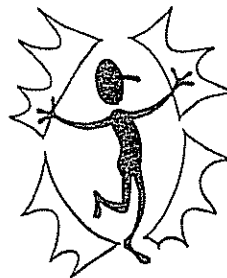
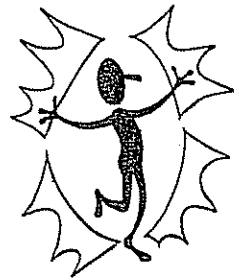
$$\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} =$$

$$\frac{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})} = \text{multiplicamos numerador y denominador por el conjugado}$$

$$\frac{4.3 - 12\sqrt{6} + 9.2}{4.3 - 9.2} = \text{numerador cuadrado de binomio y denominador diferencia de cuadrados, desarrollando y agrupando.....}$$

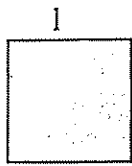
$$\frac{30 - 12\sqrt{6}}{-6} = \text{simplificando....}$$

$$-5 + 2\sqrt{6}$$

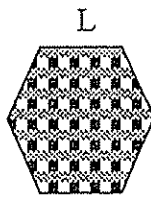


Problema 29)

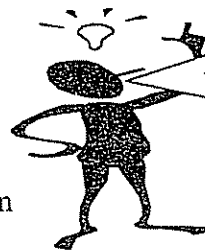
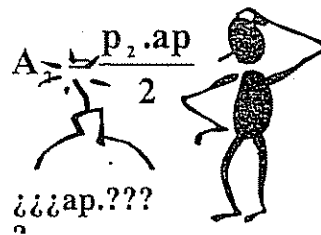
Un cuadrado y un hexágono regular tienen el mismo perímetro (p), determine, cual es la relación entre las áreas, si p es igual a 4 m



p_1



p_2



Apotema, es el segmento que une el centro del hexágono con el punto medio de un lado

p_1 perímetro del cuadrado

p_2 perímetro del hexágono

Si ambos perímetros son iguales y además igual a 4 m

$$p_1 = p_2 = 4$$

perímetro del cuadrado $p_1 = 4l$

perímetro del hexágono $p_2 = 6L$

Área del cuadrado $A_1 = l^2$

Área del hexágono $A_2 = \frac{p_2 \cdot ap}{2}$

Como los perímetros son iguales a 4 m, podemos calcular la medida de los lados de cada figura

$$4 = 4l$$

$$4 = 6L$$

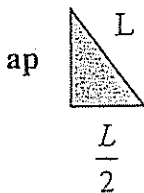
$$1 = l$$

$$\frac{2}{3} = L$$

Recordar las unidades



Dibujamos la mitad de uno de los seis triángulos que forman el hexágono, si conocemos la medida de los lados, aplicando el Teorema de Pitágoras calculamos la apotema.



$$ap^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{9}$$

$$ap = \sqrt{\frac{3}{9}}$$

$$ap = \sqrt{\frac{1}{3}}$$



ALGO DE TEORÍA

El procedimiento mediante el cual se logra que el divisor o el dividendo de una expresión irracional sea racional se llama racionalización. **Ejemplos**

Divisor o (dividendo) radical, ejemplo : $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Procedemos así:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



En caso de tener una expresión irracional algebraica: $\frac{3}{\sqrt[5]{x}}$, de condición $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{x}} \cdot 1 = \frac{3}{\sqrt[5]{x}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^4}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{x^4}}{x}$$

$$ap = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

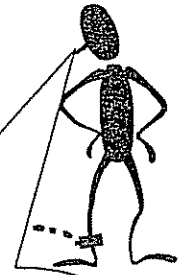
Escribimos el área del hexágono: $A_2 = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2}$

Llevando a su mínima expresión:

$$A_2 = \frac{4}{6} \sqrt{3}$$

$$A_2 = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

“Cuando desarrollamos los problemas no ponemos la unidades,!!!!no olvidar de colocarlas en las respuestas!!!!”



RTA: el área del hexágono es $\frac{2}{3} \sqrt{3} \text{ m}^2$ mayor que la del cuadrado que es 1 m^2 .

Problema 30)

Si un pizza de 32 cm de diámetro se corta en 8 porciones exactamente iguales, determine el área de cada porción.

Área del círculo: $A = \pi \cdot r^2$

Si el diámetro mide 32 cm, el radio mide 16 cm

$$A = \pi \cdot 16^2$$

Cada porción : $\frac{\pi \cdot 16^2}{8}$ es la pizza dividida en 8 partes iguales

$$A = \frac{\pi \cdot 16 \cdot 16}{8}$$

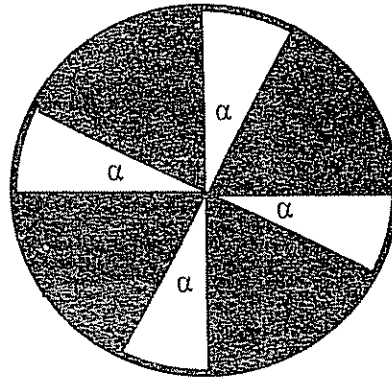
$$A = \pi \cdot 32 \text{ cm}^2$$

RTA: el área de cada porción es $32\pi \text{ cm}^2$

Problema 31)

Calcule el área de la zona sombreada sabiendo que $\alpha = \frac{2}{3} \beta$ y el radio es 10 cm. (α y β son ángulos) (Expresar el resultado en función de π)

Expresar el resultado en función de π significa no reemplazar a π por ningún valor aproximado.



(1) $\alpha = \frac{2}{3} \beta$

Observando la figura de análisis

(2) $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$

sustituyendo (1) en (2)

$$2\left(\frac{2}{3}\beta\right) + 2\beta = 180^\circ$$

$$\frac{4}{3}\beta + 2\beta = 180$$

$$\frac{10}{3}\beta = 180 \quad \therefore \beta = 54^\circ$$

La parte sombreada ocupa un ángulo de 4β

$$4\beta = 54^\circ \cdot 4 = 216^\circ$$

Calculamos el A $A = \frac{\pi \cdot 100 \cdot 216^\circ}{360^\circ}$

$$A = 60\pi \text{ cm}^2$$

RTA: el área sombreada es de $60\pi \text{ cm}^2$

32)

Si rodeáramos la Tierra por el Ecuador con una cuerda, necesitaríamos cierta longitud de cuerda. ¿Cuánto debe aumentarse esa longitud si la cuerda estuviera separada 1m de la superficie de la Tierra?

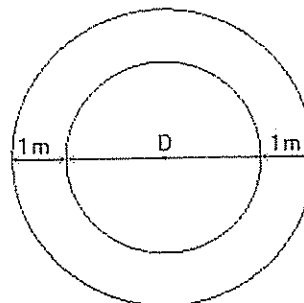
(Expresar el resultado en función de π)

La longitud sin tener en cuenta el metro agregado :

(1) $L_1 = \pi d$

(2) $L_2 = \pi(d + 2)$ Aplicando propiedad distributiva y

(3) restando (2) de (1)



$$L_2 - L_1 = \pi d + 2\pi - \pi d$$

$$L_2 - L_1 = 2\pi$$

RTA: Deberá aumentarse en 2π

Problema 33)

ABCD es un cuadrado de lado 5 cm. La longitud de BS es $10\sqrt{2}$ cm. Calcule el área de la zona sombreada en la figura. (Expresar el resultado en función de $\sqrt{2}$)

$$\text{Area total} = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \frac{l^2}{2} = \frac{25}{2} \text{ área del triángulo (1)}$$

$$A_2 = \frac{b \times h}{2} \text{ área del triángulo (2)}$$

Para calcular el área del triángulo (2) sabemos que:

$$b = 10\sqrt{2} - 5$$

$$h = 5$$

Reemplazando;

$$A_2 = \frac{5(10\sqrt{2} - 5)}{2}$$

$$A_2 = \frac{50\sqrt{2} - 25}{2}$$

$$A_T = A + A_2$$

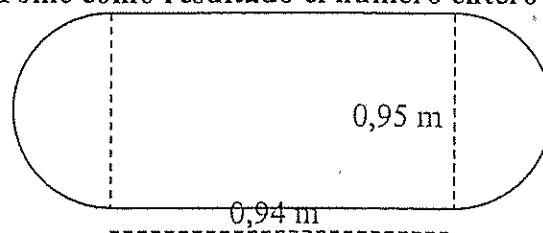
$$A_T = \frac{25}{2} + \frac{50\sqrt{2}}{2} - \frac{25}{2}$$

$$A_T = 25\sqrt{2}$$

RTA: el área sombreada es $25\sqrt{2}\text{cm}^2$

Problema 34)

La figura representa una mesa. ¿Cuántas personas se podrán ubicar a su alrededor si cada una ocupa 0,54 m? (Utilice $\pi = 3,14$). (Tome como resultado el número entero más próximo al resultado obtenido).



Datos :

cada persona ocupa 0,54 m

Averiguamos el perímetro de la mesa para dividirlo por lo que ocupa cada uno, (imaginando que la mesa tiene las patas en el medio ... así estarían todos cómodos, sino alguno se tendrá que aguantar las patas).

$Long_0 = 2 \pi r$ π es un irracional, y aunque cualquier decimal que utilicemos será una aproximación, emplearemos 3,14

$$Long_0 = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,475 \\ = 2,983$$


Perímetro total de la mesa: $1,983 + 2 \cdot 0,94 = 4,863$
 $4,863 : 0,54 = 9$ personas

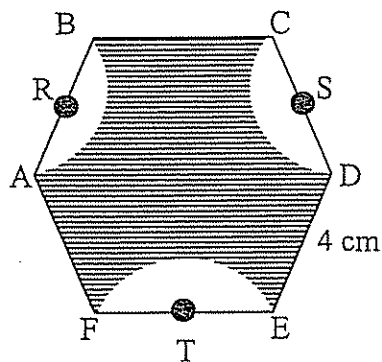
RTA: se podrán ubicar 9 personas

Problema 35)

R, S y T son centros de circunferencias. ABCDEF es un hexágono regular. Calcule el área de la figura sombreada.

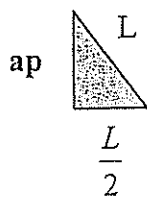
área sombreada Área  - Área 3 

$$\text{área} \text{  } = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$



$$P = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$

Dibujamos la mitad de uno de los seis triángulos que forman el hexágono, si conocemos la medida de los lados, aplicando el Teorema de Pitágoras calculamos la apotema.



$$ap^2 = 4^2 - 2^2$$

$$ap^2 = 12$$

$$a = 2\sqrt{3}$$

$$\text{área} \text{  } = \frac{\pi \cdot 4}{2} = 2\pi$$

$$3 \text{ área} \text{  } = 6\pi$$

$$\text{área } \text{hexágono} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$\text{área } \text{hexágono} = 24\sqrt{3}$$

$$\text{área sombreada} = \text{Área } \text{hexágono} - \text{Área } 3 \text{ círculos}$$

$$\text{Área sombreada} = 24\sqrt{3} - 6\pi$$

RTA: el área sombreada es de $(24\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

Problema 36)

En la figura, el ABCD es un cuadrado. La longitud de la circunferencia es $\sqrt{2} \pi \text{ cm}$. Calcule en función de π el área de la figura sombreada.

$$\text{long}_o = 2\pi \cdot r$$

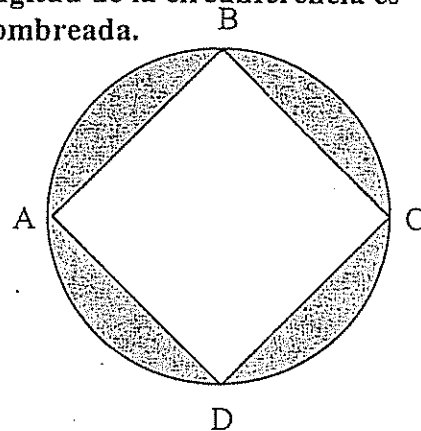
$$\text{long}_o = 2\pi \cdot r \therefore r = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Area sombreada} = \text{Area } \text{círculo} - \text{Area } \text{cuadrado}$$

$$= \pi \cdot r^2 - \frac{D^2}{2}$$

$$= \frac{1\pi}{2} - \frac{(\sqrt{2})^2}{2}$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \text{ cm}^2$$



El área de cualquier cuadrilátero es igual a diagonal por diagonal dividido 2 ???

El área del cuadrado = $\frac{D \cdot D}{2}$

NO sólo los que tiene las diagonales perpendiculares.

RTA; el área sombreada es $\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \text{ cm}^2$

37)

La figura tiene un área de 111 cm^2 . Determine la longitud de x.

El área total de la figura se puede plantear como la suma de las tres áreas sombreadas diferentes (dos rectángulos congruentes (iguales) y un cuadrado)

$$\text{Área del rectángulo} = (20 - x) x$$

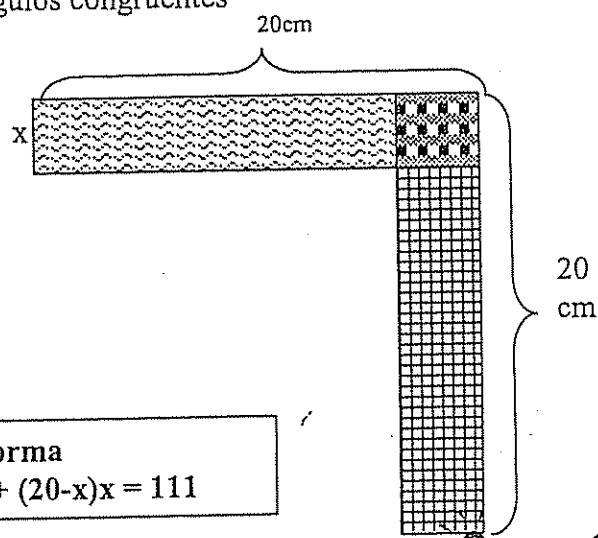
$$\text{Área del cuadrado} = xx$$

$$\text{Area total} : 2(20 - x)x + xx = 111$$

$$40x - 2x^2 + x^2 = 111$$

$$40x - x^2 + x^2 - 111 = 0$$

Otra forma
 $(20 \cdot x) + (20 - x)x = 111$



con la fórmula resolvente determinamos las raíces de la ecuación

$$x = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot 111}}{-2}$$

$$= \frac{-40 \pm \sqrt{1600 - 444}}{-2}$$

$$x = \frac{-40 \pm 34}{-2}$$

$$x = 37 \quad \vee \quad x = 7$$

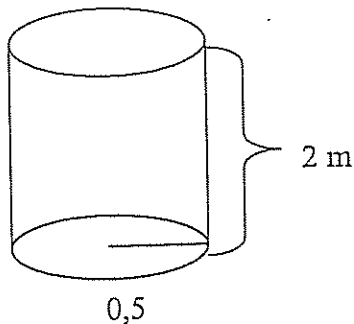
Los dos resultados son solución del problema????

NNO!!! SOLO 7 (20-X), no puede ser negativo

RTA. El valor de x es 7 cm

38)

Calculá el área de un tanque cilíndrico de 2 m de altura y radio de la base igual a 0,5 m. Calculá el volumen del tanque.



$$V = \text{area} \cdot b \cdot h$$

$$\text{Area}_0 = \pi \cdot r^2$$

$$= \pi \cdot 0,25$$

$$V = \pi \cdot 0,25 \cdot 2$$

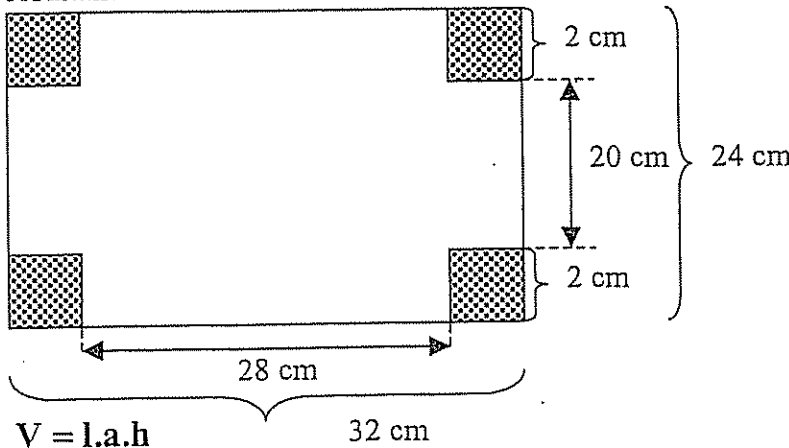
$$V = 0,5\pi$$

RTA. Volumen $0,5\pi$

39)

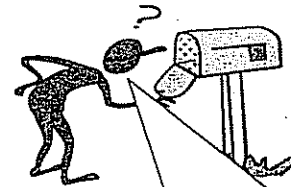
Para construir una caja sin tapa se corta cuadrados, de 2 cm de lado, en las cuatro esquinas de una placa rectangular de 32 cm de largo y 24 cm de ancho, y se doblan los lados. Calcule el volumen de la caja.

Dibujamos la caja de acuerdo a los datos proporcionados, si al lado de 32 cm le sacamos 4 para efectuar los dobleces al igual que al ancho, vemos en el gráfico de análisis las medidas resultantes:

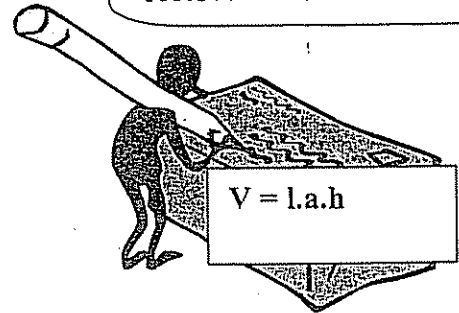


$$V = 28 \cdot 20 \cdot 2 = 1120 \text{ cm}^3$$

$$V = 1120 \text{ cm}^3$$



¿cómo era el volumen de un prisma recto??

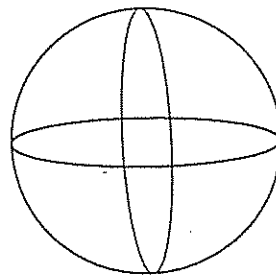


40)

Calcule el volumen de material en una cáscara esférica cuyo radio interior es de 5 cm y el exterior es de 5,125 cm.

El volumen de una esfera es: $\frac{4}{3} \pi R^3$

$$V \text{ (shell)} = \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = \frac{4}{3} \pi (5,125)^3 - \frac{4}{3} \pi 5^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi 134,61 - \frac{4}{3} \pi 125$$

$$= \frac{4}{3}\pi \cdot 9,61 = 12,8\pi \text{ cm}^3$$

RTA: El volumen del material es $12,8\pi \text{ cm}^3$

41)

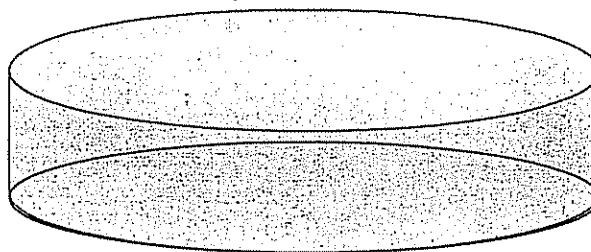
Calcule la altura de un tanque australiano, sabiendo que es la tercera parte del radio, y que, si se llena hasta los $\frac{2}{3}$, caben aún $18,84 \text{ m}^3$.

Un tanque australiano tiene la forma de un cilindro circular recto.

Si se ha llenado los $\frac{2}{3}$, queda aún $\frac{1}{3}$ lo que representa $18,84 \text{ m}^3$ de su volumen.

Si la altura es la tercera parte del radio $h = \frac{r}{3}$

Si el volumen es $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



$$18,84 = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

Reemplazando los datos del problema en la expresión que permite calcular el volumen

$$18,84 = \frac{1}{3}\pi \cdot 9h^2 \cdot h$$

Resolviendo

$$h^3 = 2$$

$$h = \sqrt[3]{2}$$

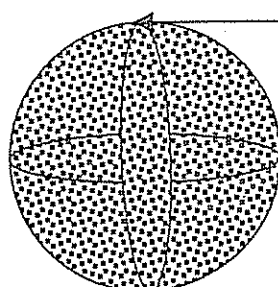
$$h \cong 1,25\text{m}$$

Si recordamos hemos dicho que cuando el resultado es un número irracional, (que no puede escribirse como fracción) se acostumbra a dejar el resultado en función de dicho número y no escribir su expresión decimal, dado que ésta es una aproximación., por ello no se ha colocado

el signo \cong .

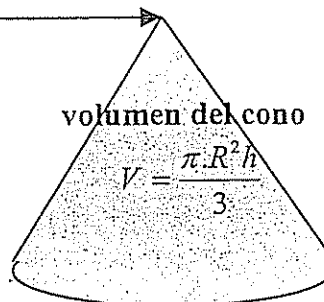
42)

Halle el radio de una esfera que tenga el mismo volumen que un cono de 30 cm de altura y 20 cm de diámetro.



Volumen de la esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



volumen del cono

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi \cdot (10)^2 \cdot 30}{3}$$
 Reemplazando en la expresión del volumen del cono con las medidas del problema.

$$r^3 = 750 \quad \therefore \quad r = \sqrt[3]{750}$$

RTA : El radio de $r = \sqrt[3]{750} \text{ cm}$

43)
Unidades de longitud

Kilómetro	km	1.000 m
Hectómetro	hm	100 m
Decámetro	dam	10 m
metro	m	1 m
decímetro	dm	0,1 m
centímetro	cm	0,01 m
milímetro	mm	0,001 m

Unidades de volumen

Kilómetro cúbico	km ³	1.000.000.000 m ³
Hectómetro cúbico	hm ³	1.000.000 m ³
Decámetro cúbico	dam ³	1.000 m ³
metro cúbico	m ³	1 m ³
decímetro cúbico	dm ³	0,001 m ³
centímetro cúbico	cm ³	0,000001 m ³
milímetro cúbico	mm ³	0,00000000 m ³

Unidades de capacidad						
Múltiplos			Unidad Básica	Submúltiplos		
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ l} = 100 \text{ cl}$$

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

TABLA DE EQUIVALENCIAS DE CAPACIDAD Y VOLUMEN

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
m^3			dm^3			cm^3

$$1 \text{ kl} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

- A un volumen de 1 metro cúbico corresponde una capacidad de 1 kilolitro.
- A un volumen de 1 decímetro cúbico corresponde una capacidad de 1 litro.
- A un volumen de 1 centímetro cúbico corresponde una capacidad de 1 mililitro. Esta relación entre las unidades de capacidad y de volumen es válida para medir cualquier líquido y por lo mismo se utilizan las unidades indistintamente.
- Esta relación entre las unidades de capacidad y de volumen es válida para medir cualquier líquido y por lo mismo se utilizan las unidades indistintamente.

La capacidad, el volumen y la masa pueden relacionarse cuando se tiene agua destilada a la temperatura de 4 grados centígrados.

Un litro se define como el volumen ocupado por la masa de 1 kg de agua pura, a la temperatura de 4 grados centígrados.

Masa	1000 kg	1 kg	1 g
Capacidad	1kl	1l	1ml
Volumen	1 m ³	1 dm ³	1 cm ³

↓

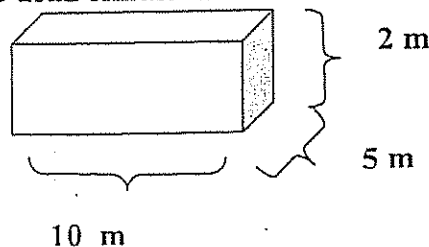
$$1 \text{ kg} = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

43)

Calcule en cuanto tiempo se llenará una pileta cuyas dimensiones son 10 m, 5 m y 2 m sabiendo que las cinco canillas que se usan simultáneamente vierten cada una 10 litros por minutos.

$x = \text{alto} \times \text{largo} \times \text{ancho}$

$$x = 10 \times 5 \times 2$$



$$x = 100 \text{ m}^3$$

Una canilla vierte 10 l por minuto.
Averiguamos cuanto vierten 5 canillas
en 60 minutos (1 hora)

$$1c = 10 \text{ l} \text{ ----} 1 \text{ m}$$

$$5c = 50 \text{ l} \text{ ----} 1 \text{ m}$$

$$5c = 300 \text{ l} \text{ ----} 60 \text{ m}$$

Recordamos :

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$300 \text{ l} = 300000 \text{ cm}^3$$

$$0,3 \text{ m}^3 = 300000 \text{ cm}^3$$

Aplicando Regla de Tres:

$$0,3 \text{ m}^3 \text{ ----} 60 \text{ m}$$

$$100 \text{ m}^3 \text{ ----} \frac{100 \cdot 60}{0,3} = 2000 \text{ minutos}$$

Para llenar la pileta tardan 2000 minutos pero

$$1 \text{ hora} = 60 \text{ minutos}$$

$$2000 \% 60 = 30 \text{ horas } 20 \text{ minutos}$$

Pero 24 horas es un día , entonces

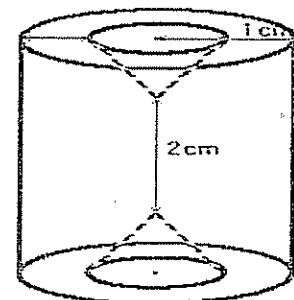
$$30 - 24 = \text{ día } y 9 \text{ horas}$$

RTA: tardan 1 día 9 horas 20'

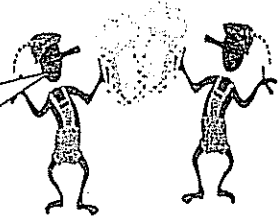
44)

Halle el porcentaje de reducción de volumen cuando se hace una muesca cónica de 0,5 cm de radio y 1 cm de altura en cada extremo de una barra de acero cilíndrica de 1 cm de radio y 4 cm de longitud.

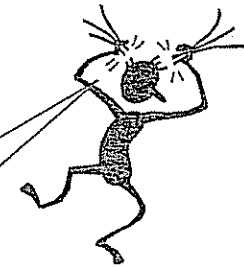
El volumen pedido es el que se obtiene restándole a la barra cilíndrica el volumen de la muesca cónica multiplicado por dos



En la botella de 1,5 litros de gaseosa , dice 1500 cm³ ,



No me acuerdo como se reduce????



$$V = V_{\text{cilindro}} - 2 V_{\text{triangulo}}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h - 2 \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3}$$

Reemplazando en la expresión:

$$V = \pi \cdot 1.4 - \frac{2\pi(0,5)^2 \cdot 1}{3}$$

$$V = 4\pi - 0,166\pi$$

$$V = 3,834\pi$$

Regla de tres:

$$\begin{array}{l} 4\pi \text{ ----- } 100\% \\ 3,834\pi \text{ ----- } x \end{array} \quad \therefore \quad x = 95,85\%$$

RTA: disminuyó el 4,15%

45)

Un canal que conduce agua a una cierta fábrica tienen las dimensiones del dibujo. Sabiendo que la velocidad del agua es 140 m/minuto, calcular el volumen de agua que pasa por segundo.

El volumen de agua que pasa por minuto es el volumen del prisma que tiene como base el trapecio de la figura y cuya altura es 140 m (en realidad es como si viéramos el túnel parado y su altura fuera el largo 140m)

$$\text{Volumen} = \frac{(4 + 3)1.5}{2} \cdot 140 = 7350 \text{m}^3$$

Ese es el caudal que pasa por minutos en un segundo pasa 60 veces menos:

$$\frac{7350 \text{m}^3}{60} = 12,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

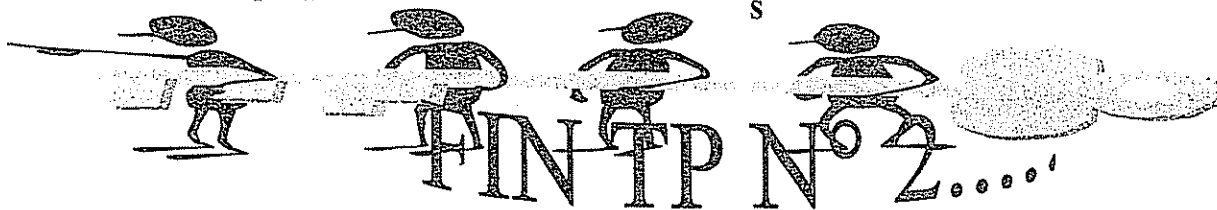
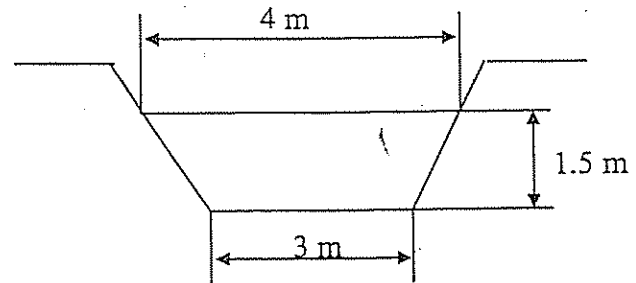
RTA: el volumen que pasa por segundo es de $12,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

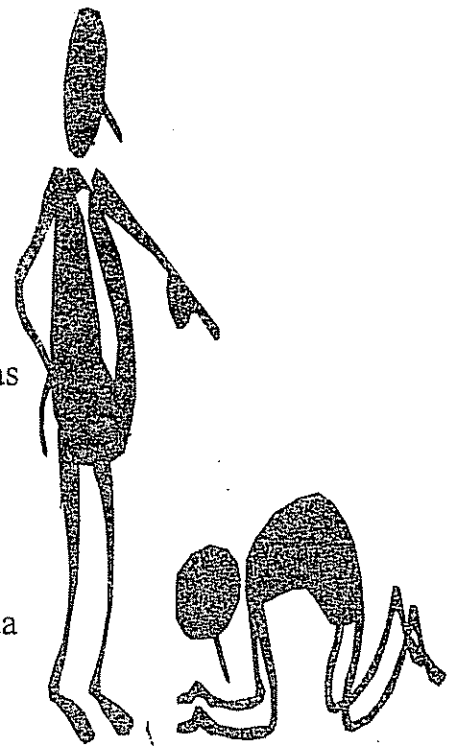


$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$



Trabajo Práctico N° 3

- Expresiones algebraicas.
- Polinomios
- Operaciones con polinomios
- Raíces. Factorización de polinomios
- Teorema de Gauss.
- Expresiones algebraicas racionales fraccionarias
- Identidades y ecuaciones
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Ecuaciones de segundo grado con una incógnita
- Ecuaciones fraccionarias.
- Ecuaciones irracionales





Trabajo práctico N° 3.

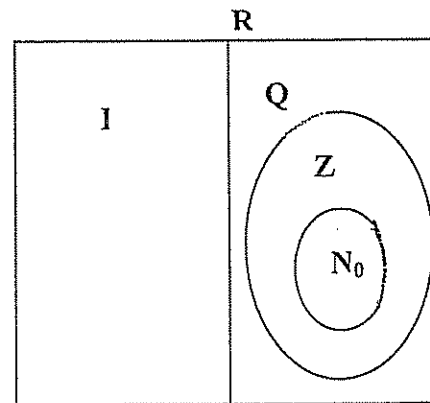
Estos ejercicios corresponden al Capítulo 3.

Pág. 83

Los siguientes ejercicios corresponden a ecuaciones de segundo grado con una incógnita, por lo tanto las mismas tendrán una solución, dos soluciones o bien no tendrán solución. (siempre trabajando en el conjunto de los números Reales) ¿cuales son los números Reales?

Los números naturales $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$ forman el conjunto simbolizado N , si agregamos el 0 y todos los opuestos forman el conjunto de los números enteros Z , que ampliado con las razones de enteros (no enteras) constituyen el conjunto de los números racionales Q (que está formado por todos los números que se pueden escribir como fracción). Estos últimos junto con los números irracionales I (no razones de enteros, los que no se pueden escribir como fracción dado que tienen infinitas cifras decimales distintas Ejemplo = π) forman el conjunto de los números reales R .

¿Cuáles son los números Reales?



Recordamos función cuadrática al solo efecto de favorecer la resolución de ecuaciones de segundo grado, en forma geométrica. $0 = ax^2 + bx + c$, es una ecuación de segundo grado completa dado que $a \neq 0$, $b \neq 0$ y $c \neq 0$.

La ecuación cartesiana $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, $a \neq 0$, b y c constantes reales tiene como curva representativa a la parábola,

En esta primera tanda de ecuaciones $b = 0$ por lo que la expresión de la función es $y = ax^2 + c$

Halle el conjunto solución de cada una de las ecuaciones que se indica:

1)

a)

$13x^2 = 52$ si se plantea $13x^2 - 52 = 0$

se está buscando los valores de x cuando $y = 0$ (los ceros), si se grafica $x^2 - 4 = y$, se observa que los ceros de la función se encuentran en $x = 2$ o en $x = -2$

Análiticamente:

RECORDAR,
poner módulo

$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

si n es un natural par

El ejercicio pide hallar el conjunto solución, por eso los valores obtenidos, Se escriben en { }

b)

$$x^2 = 4$$

$$|x| = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{-2, 2\}$$

c)

De igual forma se procede con

$$-6x^2 + 17 = -133$$

$$-6x^2 = -150$$

$$x^2 = 25$$

$$|x| = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 5 \quad \vee \quad x = -5 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{-5, 5\}$$

d)

$$16 - 3x^2 + 9x = 9x - 176$$

$$-3x^2 = -192$$

$$x^2 = 64$$

$$|x| = 8 \quad \Rightarrow \quad x = 8 \quad \vee \quad x = -8 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{-8, 8\}$$

e)

$$\frac{7x^2 - 3}{4} = 141$$

$$7x^2 = 567$$

$$x^2 = 81$$

$$|x| = 9 \Rightarrow x = 9 \vee x = -9 \Rightarrow$$

$$S = \{-9, 9\}$$

f)

$$8x(x+2) - 2 = 2(8x-1)$$

$$8x^2 + 16x - 2 = 16x - 2$$

$$8x^2 = 0$$

$$|x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$$

$$S = \{0\}$$

En las ecuaciones que se presentan a continuación $c = 0$

2)

a)

$$3x^2 - 24x = 0 \quad (\text{sacando factor común } x)$$

$$3x(x - 8) = 0$$

$$3x = 0 \vee (x - 8) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 8 \Rightarrow$$

$$S = \{0, 8\}$$

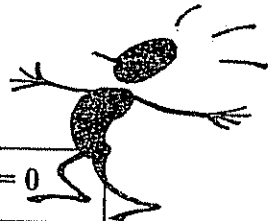
b)

$$12x = 6x^2 \quad (\text{sacar factor común})$$

$$2x - x^2 = 0$$

$$x(2-x) = 0$$

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$



$$x = 0 \vee (2-x)=0$$

$$x = 0 \vee x = 2 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{0, 2\}$$

c)

$$-2x^2 + 2x = 3x \quad (\text{sacar factor común})$$

$$-2x^2 - x = 0$$

$$-x(2x+1)=0$$

$$-x = 0 \vee (2x+1)=0$$

$$x = 0 \vee x = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow$$

$$S = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$$

d)

$$3(x^2 - 2x) + 3(3x^2 + 2) = 3x^2 + 6$$

$$3x^2 - 6x + 9x^2 + 6 = 3x^2 + 6$$

$$-6x + 9x^2 = 0 \quad (\text{sacar factor común})$$

$$-3x(-2+3x) = 0$$

$$-3x = 0 \vee (-2+3x)=0$$

$$x = 0 \vee x = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow$$

$$S = \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$$

e)

$$\frac{24x - 6x^2}{15} = 0$$

$$24x - 6x^2 = 0 \quad (\text{sacar factor común})$$

$$6x(4-x)=0$$

$$6x=0 \quad \vee \quad (4-x)=0$$

$$x=0 \quad \vee \quad x=4 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{0,4\}$$

3)

Las ecuaciones que se presentan a continuación tienen los tres términos: cuadrático, lineal e independiente. Para resolverlas mostramos dos métodos o formas

1) Hallar las raíces de la ecuación aplicando la fórmula resolvente:(primera forma)

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a.c}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a.c}}{2a}$$

Ejercicio a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ $a=1$, $b=-6$, $c=5$

$$x = \frac{-(-6) + \sqrt{36 - 4.1.5}}{2.1}$$

\vee

$$x = \frac{-(-6) - \sqrt{36 - 4.1.5}}{2.1}$$

$$x = \frac{-(-6) + \sqrt{16}}{2.1}$$

\vee

$$x = \frac{-(-6) + \sqrt{16}}{2.1}$$

$$x=5$$

\vee

$$x=1$$

Recordar que conociendo las raíces la ecuación puede escribirse como producto de factores (es decir factorizada) a $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ donde x_1 y x_2 son las raíces.

$$(x-5)(x-1) = 0$$

$$(x-5) = 0 \quad \vee \quad (x-1) = 0$$

$$x=5 \quad \vee \quad x=1 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{1,5\}$$

Completar cuadrados (segunda forma)



$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, procedemos a "completar cuadrado" en el miembro derecho

$$y = a \left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x \right) + c = a \left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \frac{b^2}{4a^2} \right) + c - \frac{b^2}{4a} \quad (a \neq 0)$$

En los sumandos agregados, observar que el primero es multiplicado por a .

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

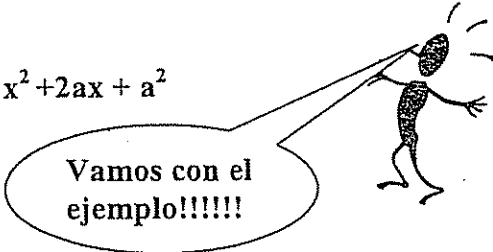
$$y - v = a(x - u)^2 \quad \text{ó} \quad y = a(x - u)^2 + v \quad (a \neq 0, u, v \text{ constantes reales})$$

Para tener en cuenta: Si recordamos que la representación gráfica de la ecuación de segundo grado es una parábola, esta forma de escribir la ecuación se denomina canónica, donde u es la coordenada del vértice en x (cambiada de signo) y v es la coordenada del vértice en y .

Mejor con un ejemplo numérico.

Resolvamos el ejercicio a)

Recordemos que $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$



$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

al observar la ecuación deducimos que $-6x$ es el doble producto del primer término por el segundo de un cuadrado de binomio, x^2 es el primero elevado al cuadrado, así que quedaría por determinar cual es el segundo término del cuadrado de binomio.

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 5 &= 0 \\ (x - 3)^2 - 9 + 5 &= 0 \\ (x - 3)^2 &= 4 \text{ recordar} \end{aligned}$$



$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

si n es un natural par

$$|x - 3| = 2$$

$$\begin{aligned} x - 3 &= 2 & \checkmark & \quad x - 3 = -2 \\ x &= 5 & \checkmark & \quad x = 1 \quad \Rightarrow \\ S &= \{1, 5\} \end{aligned}$$

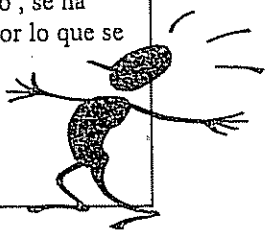
$-6x = 2x$? (? Término que desconocemos)

$-3 = ?$ Resolviendo, se escribe el cuadrado de binomio y se desarrolla

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

Se compara con la ecuación a resolver, $x^2 - 6x + 5$, al escribirla como cuadrado de binomio; se ha agregado a la original 9, por lo que se le resta la misma cantidad

$$(x-3)^2 - 9 + 5 = 0$$



b)

$$4x^2 - 20x - 75 = 0$$

$4(x^2 - 5x) - 75 = 0$ Para completar cuadrados, sacamos factor común 4, pues el coeficiente de la x^2 , debe ser 1. Se completa cuadrados con la expresión que ha quedado entre paréntesis.

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 75 - 25 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 25$$

$\sqrt[n]{a^2} = |a|$, si n es un Natural par

$$\left|x - \frac{5}{2}\right| = 5 \Rightarrow$$

$$x - \frac{5}{2} = 5 \quad \vee \quad x - \frac{5}{2} = -5$$

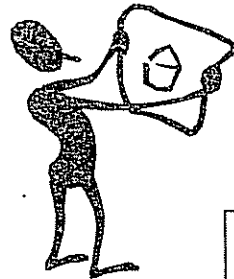
$$x = \frac{15}{2} \quad \vee \quad x = -\frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$S = \left\{ \frac{15}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$$

$$-5x = 2x?$$

$$-\frac{5}{2} = ?$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$



¿cuánto agregamos?

25

c)

$$x(x - 14) + 11(3 + x) = 11x$$

$$x^2 - 14x + 33 + 11x = 11x$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$(x - 7)^2 - 49 + 33 = 0$$

$$(x - 7)^2 = 16$$

$$|x - 7| = 4$$

$$x - 7 = 4 \quad \vee \quad x - 7 = -4$$

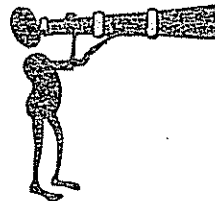
$$x = 11 \quad \vee \quad x = 3 \Rightarrow$$

$$S = \{3, 11\}$$

$\sqrt[n]{a^2} = |a|$, si n es un natural par

$$-14x = 2x?$$

¿cuántos agregamos? $4x + 49$



Recordar poner módulo!!!!



$$d) \frac{3x^2 + 6x}{3} = 120$$

$$x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 - 120 = 0$$

$$(x-1)^2 = 121$$

$$\sqrt[n]{a^2} = |a|,$$

$$|x+1| = 11 \Rightarrow$$

$$x + 1 = 11 \quad \vee \quad x + 1 = -11$$

$$x = 10 \quad \vee \quad x = -12 \quad \Rightarrow$$

$$S = \{-12, 10\}$$

$$2x = 2x?$$

$$1 = ?$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

pag 85

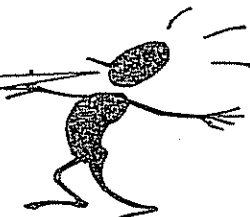
Ecuaciones irracionales.



Toda ecuación que en uno o ambos miembros poseen expresiones algebraicas irracionales diremos que es una ecuación irracional. **Importante** Al igual que las ecuaciones fraccionarias, antes de comenzar la resolución es necesario tener presente el conjunto numérico en el que están definidas. (no siempre todos los reales \mathbb{R}). Si la o las soluciones obtenidas no pertenecen al conjunto numérico en el que esta definida la ecuación, diremos que no tiene solución en dicho conjunto o bien que la solución es vacía.

ejemplos

Vemos varios ejemplos antes de resolver los de la guía.....



1)

$\sqrt[3]{2x+5} = 2$, aquí la radicación de índice 3 (o cualquier natural impar) es posible en todos los reales, por eso el conjunto en el que esta definida es \mathbb{R}

$$(\sqrt[3]{2x+5})^3 = 2^3 \quad \text{elevando al cubo ambos miembros}$$

$$2x + 5 = 8$$

$$2x = 3$$

$$x = 3/2 \quad \therefore \quad S = \{3/2\}$$

2)

$$\sqrt{2x+5} + 2 = \sqrt{16}$$

$$\sqrt{2x+5} = 4 - 2$$

$$\sqrt{2x+5} = 2 \quad \wedge \quad 2x+5 \geq 0 \quad (1)$$

$$(\sqrt{2x+5})^2 = 2^2 \quad \wedge \quad 2x \geq -5$$

$$2x+5 = 4 \quad \wedge \quad x \geq -5/2$$

(1) es la condición que determina el conjunto de definición



la radicación de índice 2 (o cualquier natural par), es aplicable sólo a radicandos reales positivos o cero, por lo que el conjunto en el que está definida es $[-5/2 ; +\infty)$

$$x = -1/2 \quad \therefore$$

$$S = \{-1/2\}$$

3)

$$\sqrt{5+2x} - \sqrt{3x-2} = 0$$

$$\sqrt{5+2x} = \sqrt{3x-2}$$

$$\sqrt{5+2x} = \sqrt{3x-2} \quad \wedge \quad 5+2x \geq 0 \quad (1) \quad \wedge \quad 3x-2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(\sqrt{5+2x})^2 = (\sqrt{3x-2})^2 \quad \wedge \quad 2x \geq -5 \quad \wedge \quad 3x \geq 2$$

$$2x+5 = 3x-2 \quad \wedge \quad x \geq -5/2 \quad \wedge \quad x \geq 2/3$$

$$2x-3x = -2-5 \quad \wedge \quad x \geq -5/2 \quad \wedge \quad x \geq 2/3$$

$$-x = -7 \quad \wedge \quad x \geq 2/3$$

$$x = 7 \quad \wedge \quad x \geq 2/3$$

Verificar que la solución obtenida esté incluida en el conjunto de definición. (1) y (2) condiciones



Está definida en:

$$\left[\frac{2}{3}, +\infty \right)$$

$$S = \{7\}$$

Recordar que el conjunto solución se escribe $\{ \}$

(1) y (2) condiciones

4)

$$x = \sqrt{x+5} + 1$$

Está definida en $[1 ; +\infty)$, entonces -1 no es solución!!!

$$x-1 = \sqrt{x+5} \quad ,$$

$$x-1 = \sqrt{x+5} \quad \wedge \quad x+5 \geq 0 \text{ (1)} \quad \wedge \quad x-1 \geq 0 \text{ (2)}$$

$$(x-1)^2 = (\sqrt{x+5})^2 \quad \wedge \quad x \geq -5 \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = x + 5 \quad \wedge \quad x \geq 1 \quad , \quad [1; +\infty)$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$(x-4)(x+1) = 0 \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$(x=4 \vee x=-1) \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$x = 4$$

$$S = \{4\}$$

(1) y (2) condiciones

$$5) \quad \sqrt{x^2 - x - 2} = 5 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} = 5 - x \quad \wedge \quad x^2 - x - 2 \geq 0 \text{ (1)} \quad \wedge \quad 5 - x \geq 0 \text{ (2)}$$

$$(\sqrt{x^2 - x - 2})^2 = (5 - x)^2 \quad \wedge \quad (x+1)(x-2) \geq 0 \quad \wedge \quad -x \geq -5$$

$$x^2 - x - 2 = 25 - 10x + x^2 \quad \wedge$$

$$((x+1 \geq 0 \wedge x-2 \geq 0) \vee (x+1 \leq 0 \wedge x-2 \leq 0)) \quad \wedge \quad x \leq 5$$

$$-x + 10x = 25 + 2 \quad \wedge$$

$$((x \geq -1 \wedge x \geq 2) \vee (x \leq -1 \wedge x \leq 2)) \quad \wedge \quad x \leq 5$$

$$9x = 27 \quad \wedge \quad (x \geq 2 \vee x \leq -1) \quad \wedge \quad x \leq 5$$

$$x = 3 \quad \wedge \quad (x \geq 2 \vee x \leq -1) \quad \wedge \quad x \leq 5$$

$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$

$$6) \quad \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x}$$

$$-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x} - \sqrt{x} \quad \wedge \quad x \geq 0 \quad (1) \quad \wedge \quad \sqrt{x} - 1 \neq 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = 0 \quad \wedge \quad x \geq 0 \quad \wedge \quad \sqrt{x} \neq 1$$

$$\sqrt{x} + 1 = 0 \quad \wedge \quad x \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 1, \quad \mathbb{R}_0^+ - \{1\}$$

$$\sqrt{x} = -1 \quad \wedge \quad x \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x \notin \mathbb{R} \quad S = \{\} = \emptyset$$

¿por qué $S = \{\}$?. Porque el resultado de una raíz cuadrada no puede ser un número negativo



Ejercicios de la guía página 85

$$a) \sqrt[3]{x+1} = 2$$

aquí la radicación de índice 3 (o cualquier natural impar) es posible en todos los reales, el conjunto en el que está definida es \mathbb{R} (en ejercicios b y e ocurre lo mismo)

$$x+1=2^3 \text{ elevando al cubo ambos miembros}$$

$$x = 8-1$$

$$x = 7$$

$$S = \{7\}$$

$$b) \sqrt[3]{x-1} = -2 \text{ elevando al cubo ambos miembros}$$

$$x-1 = (-2)^3$$

$$x = -8+1 \Rightarrow x = -7$$

$$\Rightarrow S = \{-7\}$$

$$c) \sqrt{5x-14} = 2\sqrt{x-1}$$

Quando la radicación es de índice 2 (o cualquier natural par), es aplicable sólo a radicandos reales positivos o cero, por lo que hay que determinar previamente el conjunto numérico en el que esta definida la ecuación.

Entonces planteamos la resolución de la ecuación y la obtención del conjunto en la que esta definida. Si te resulta complicado seguir el planteo, se puede primero encontrar el conjunto en el que esta definida y luego la resolución, verificando que la solución encontrada este incluida en el conjunto de definición.

$$\sqrt{5x-14} = 2\sqrt{x-1} \quad \wedge \quad 5x-14 \geq 0 \quad (1) \quad \wedge \quad (x-1) \geq 0 \quad (2)$$

$$5x-14 = 4x-4 \quad \wedge \quad x \geq \frac{14}{5} \quad \wedge \quad x \geq 1$$

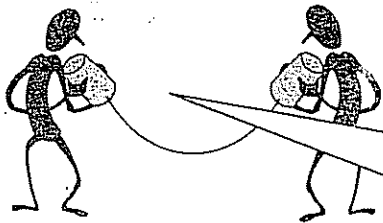
$$5x-14 = 4x-4 \quad \wedge \quad x \geq \frac{14}{5} \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$x = 10$$

$$\Rightarrow S = \{10\}$$

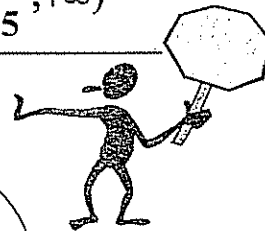
El conjunto en el que está definida es

$$\left[\frac{14}{5}, +\infty \right)$$



Importante, verificar si la solución está incluida

$$\text{en } \left[\frac{14}{5}, +\infty \right)$$



$$d) \sqrt{x^2 - x - 2} = 5 - x$$

$$x^2 - x - 2 = (5 - x)^2 \quad \wedge \quad x^2 - x - 2 \geq 0 \quad (1) \quad \wedge \quad 5 - x \geq 0 \quad (2)$$

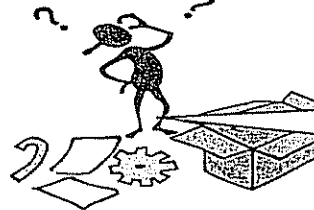
$$x^2 - x - 2 = 25 - 10x + x^2 \quad \wedge \quad x^2 - x - 2 \geq 0 \quad \wedge \quad 5 - x \geq 0$$

$$9x = 27 \quad \wedge \quad (x-2)(x+1) \geq 0 \quad \wedge \quad 5x \geq 0$$

$$x = 3 \quad \Rightarrow \quad S = \{3\}$$

El conjunto en el que está definida es

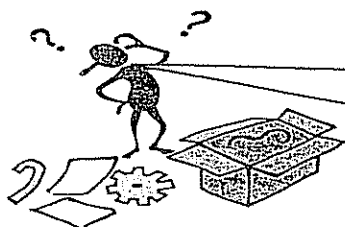
$$[2; +\infty)$$



¿de donde salió $[2; +\infty)$?

$$(x-2)(x+1) \geq 0 \quad \wedge \quad 5x \geq 0$$

$$(-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \quad \cap \quad [0; +\infty)$$



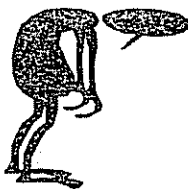
¿por qué $5 - x \geq 0$?, porque el resultado de una raíz par debe ser siempre un número positivo

$$e) \sqrt[3]{x^2 + 6x} = 2 + x$$

$$x^2 + 6x = (2+x)^3$$

$$x^2 + 6x = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$0 = x^3 + 5x^2 + 6x + 8$$



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$



Ecuaciones polinómicas de tercer grado

Resolver ecuaciones polinómicas de grado superior a dos, suele ser la mayoría de las veces un tanto dificultoso, es necesario recordar el teorema de Gauss y deducir las raíces.

Teorema de Gauss

Sea $p(x)$ un polinomio de grado n de coeficientes enteros y término independiente no nulo, si el polinomio tiene raíces racionales, entonces los números $\frac{b}{a}$ ó $-\frac{b}{a}$ (fracción irreducible) son las únicas raíces racionales siendo b divisor del término independiente y a divisor del coeficiente principal.

El conjunto de los divisores del término independiente

$$b = \{ -1, 1, -2, 2, -4, 4, -8, 8 \}$$

Dado que el coeficiente principal es -1 , entonces los elementos del conjunto A serán las posibles raíces del mismo y por lo tanto las posibles soluciones de la ecuación.

$$p(-4) = -(-4)^3 + 5(-4)^2 + 6(-4) + 8$$

$$= -64 + 80 - 24 + 8 = 0$$

Teniendo en cuenta el teorema del Resto

si especializamos el polinomio en alguna de sus raíces su valor aritmético será 0.

Efectuamos la división mediante la regla de Ruffini

	+1	5	6	8
-4		-4	-4	-8
	1	1	2	0

Por lo tanto:

$$x^3 + 5x^2 + 6x + 8 = (x + 4) \cdot (x^2 + x + 2)$$

Queda por investigar si el polinomio cociente, posee otra raíz deducida por el teorema de Gauss o bien si el polinomio es de segundo grado, estamos en condiciones de conocer sus raíces mediante la fórmula resolvente.

$$f) \sqrt{4x-3} = 1 + \sqrt{2x-2}$$

planteamos la resolución de la ecuación y la obtención del conjunto en la que esta definida. (1) y (2). Para resolver la ecuación se eleva al cuadrado ambos miembros

$$4x-3 = 1 + 2\sqrt{2x-2} + 2x-2 \quad \wedge \quad 4x-3 \geq 0 \text{ (1)} \quad \wedge \quad 2x-2 \geq 0 \text{ (2)}$$

$$2x-2 = 2\sqrt{2x-2} \quad \wedge \quad x \geq \frac{3}{4} \quad \wedge \quad x \geq 1$$

$$x-1 = \sqrt{2x-2} \text{ elevando al cuadrado ambos miembros}$$

$$(x-1)^2 = 2x-2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x - 2$$

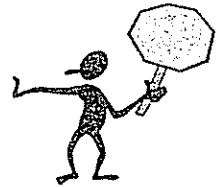
$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ Obtenemos las raíces mediante la fórmula resolvente}$$

$$x = 1 \quad \vee \quad x = 3$$

$$S = \{1; 3\}$$

El conjunto en el que está definida es $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Verificar si los valores están incluidos en $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$



g)
Este ejemplo es muy interesante,
$$\sqrt{3x-1} - \sqrt{8-x} = \sqrt{9-4x}$$

Importante, en realidad en lugar de obtener el conjunto donde se encuentra definida la ecuación, también se puede proceder de la siguiente forma: primero se obtienen las posibles soluciones y luego se verifican en la ecuación original. Si la verifican son soluciones caso contrario no lo son.

$$\sqrt{3x-1} - \sqrt{8-x} = \sqrt{9-4x}$$

CONDICIONES

$$3x-1 \geq 0 \quad \wedge \quad 8-x \geq 0 \quad \wedge \quad 9-4x \geq 0 \quad \wedge \quad 3x-1 \geq 8-x$$



¿por qué $3x-1 \geq 8-x$?
porque el resultado de una raíz par no puede ser un número negativo

Seguimos con las condiciones,,,,,,

$$x \geq \frac{1}{3} \wedge 8 \geq x \wedge \frac{9}{4} \geq x \wedge x \geq \frac{9}{4}$$

Si hacemos la intersección de todas las condiciones, el conjunto de definición es sólo $\frac{9}{4}$

Resolviendo la ecuación:

$$\sqrt{3x-1} - \sqrt{8-x} = \sqrt{9-4x} \text{ elevando ambos miembros al cuadrado.}$$

$$3x-1 - 2\sqrt{(3x-1)(8-x)} + 8-x = 9-4x$$

$$2x+7-9+4x = 2\sqrt{(3x-1)(8-x)}$$

$$6x-2 = 2\sqrt{(3x-1)(8-x)}$$

$$3x-1 = \sqrt{(3x-1)(8-x)} \text{ elevamos al cuadrado nuevamente ambos miembros}$$

$$(3x-1)^2 = (3x-1)(8-x) \text{ propiedad distributiva}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 24x - 3x^2 - 8 + x$$

$$12x^2 - 31x + 9 = 0$$

mediante la formula resolvente $x = \frac{9}{4}$ entonces

$$S = \left\{ \frac{9}{4} \right\}$$

CAMBIO DE VARIABLE - PAGINA 86

Para resolver un tipo de ecuaciones especiales introduciremos un nuevo método al que llamaremos "cambio de variable" que resulta muy conveniente porque al efectuar el "cambio de variable" se logra reducir a la misma a una ecuación de segundo grado.

Un caso particular como ejemplo podemos mencionar a las ecuaciones de cuarto grado llamadas ecuaciones bicuadráticas, que son ecuaciones de la forma:

$$a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c = 0$$

con a (no cero), b y c constantes reales

Antes de resolver las ecuaciones de la guía pondremos algunos ejemplo:

Halleamos el conjunto solución de las siguientes ecuaciones

1) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

hacemos un cambio de variable y convenimos que $x^2 = u$

$x^4 - 9x^2 + 8 = 0 \quad \wedge \quad x^2 = u$

sustituimos en la primera ecuación x^2 :

$u^2 - 9u + 8 = 0 \quad \wedge \quad x^2 = u$

$(u - 8)(u - 1) = 0 \quad \wedge \quad x^2 = u$ hallamos las raíces y factorizamos

$(u = 8 \vee u = 1) \quad \wedge \quad x^2 = u$

soluciones $x^2 = 8 \quad \vee \quad x^2 = 1$, cuatro posibles

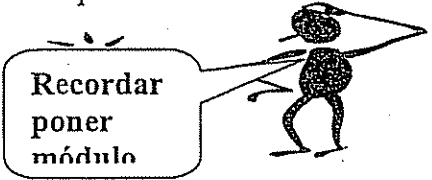
convenimos que $x^2 = u$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{8} \quad \vee \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{1}$

$|x| = 8 \quad \vee \quad |x| = 1$

$x = \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} \quad \vee \quad x = -\sqrt{8} \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = -1$

$x = 2\sqrt{2} \quad \vee \quad x = -2\sqrt{2} \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = -1$



Por lo tanto el conjunto solución es:

$S = \{ 1, -1, 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2} \}$

Propiedad distributiva de la radicación de índice natural, según la paridad, con respecto a la multiplicación :

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, solo si n es natural impar
 $\sqrt[n]{|a \cdot b|} = \sqrt[n]{|a|} \cdot \sqrt[n]{|b|}$, solo si n es natural par

Se muestra un ejemplo desarrollado de una expresión aritmética radical simplificada, en donde utilizamos la propiedad distributiva :

$\sqrt{75600} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7} =$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{2^2} \sqrt{2^2} \sqrt{3^2} \sqrt{5^2} \sqrt{3 \cdot 7} =$

$$= 2.2.3.5. \sqrt{3.7} = 60.\sqrt{21} \quad , \text{así} \quad \sqrt{75600} = 60.\sqrt{21}$$

Extracción de factores de un radical.

Cuando el radicando tiene factores que son potencias de exponente igual al índice natural (n) del radical se puede simplificar la expresión, por el empleo de propiedades que detallamos según que n sea natural par o impar :

$$n \text{ es natural par} \quad , \quad a \in \mathbb{R} \quad y \quad b \in \mathbb{R}^+ \quad \therefore \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = |a| \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$n \text{ es natural impar} \quad , \quad a \in \mathbb{R} \quad y \quad b \in \mathbb{R} \quad : \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

2) $5x^5 - 15x^3 - 20x = 0$

, este es una ecuación polinómica de grado cinco que al factorizar el primer miembro nos conduce a una ecuación bicuadrática

$$x^5 - 3x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^4 - 3x^2 - 4) = 0 \quad \text{sacamos factor común}$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x^4 - 3x^2 + 4 = 0 \quad \text{haciendo cambio de variable}$$

$$(x = 0 \quad \vee \quad x^4 - 3x^2 + 4 = 0) \quad \wedge \quad \text{convenimos que} \quad x^2 = u$$

$$(x = 0 \quad \vee \quad u^2 - 3u + 4 = 0) \quad \wedge \quad x^2 = u$$

$$(x = 0 \quad \vee \quad (u-4)(u+1) = 0) \quad \wedge \quad x^2 = u$$

$$(x = 0 \quad \vee \quad u = 4 \quad \vee \quad u = -1) \quad \wedge \quad x^2 = u$$

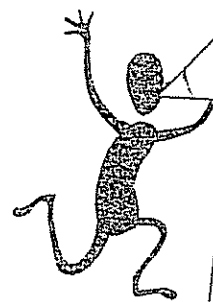
$$x = 0 \quad \vee \quad x^2 = 4 \quad \vee \quad x^2 = -1$$

$$x = 0 \quad \vee \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \quad \vee \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x = 0 \quad \vee \quad |x| = 2$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2$$

$$S = \{0, -2, 2\}$$



¿ qué pasó $u = -1$?, como $x^2 = u$ entonces $x^2 = -1$ ¡¡no puede ser!!!

Recordar poner módulo

3) $x^4 - 6x^2 + 11 = 0$ convenimos que $x^2 = u$

$$x^4 - 6x^2 + 11 = 0 \quad \wedge \quad x^2 = u$$

$$u^2 - 6u + 11 = 0 \quad \wedge \quad x^2 = u$$

mediante la formula resolvente determinamos que la ecuación no tiene solución real, entonces.

$$x \notin \mathbb{R}$$

$$S = \{ \}$$

Vamos a los ejercicios del libro –Pág. 86

La primera ecuación es una bicuadrada:

a) $4x^4 + 15x^2 - 4 = 0$ \wedge convenimos $x^2 = u$

$4u^2 + 15u - 4 = 0$ \wedge $x^2 = u$ logramos reducirla a una ecuación de segundo grado

$$4(u+4)\left(u - \frac{1}{4}\right) = 0$$

determinamos las raices con la fórmula

resolvente y factorizamos

$$\Rightarrow u = -4 \quad \vee$$

$$u = \frac{1}{4}$$

Otra vez $u = -4$??
¡¡no puede ser!!!

pero $x^2 = u \Rightarrow$

$$x^2 = -4 \quad \vee$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x \notin \mathbb{R} \quad \vee$$

$$|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$$

Por lo tanto el conjunto solución será

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

b)



$x^{-4} - 10x^{-2} + 9 = 0$ (como la variable puede ser cualquiera convenimos ahora que $x^{-2} = t$).

$$t^2 - 10t + 9 = 0 \quad \wedge \quad x^{-2} = t$$

determinamos las raíces con la fórmula resolvente y factorizamos

$$(t-9)(t-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad t=9 \quad \vee \quad t=1 \quad \wedge \quad x^{-2} = t$$

$$x^{-2} = 9 \quad \vee \quad x^{-2} = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{9} \quad \vee \quad x^2 = 1$$

$$|x| = \frac{1}{3} \quad \vee \quad |x| = 1$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \vee \quad x = -\frac{1}{3} \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = -1$$



Entonces el conjunto solución será

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -1, 1 \right\}$$

c)

$$2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 10 = 0 \quad \text{convenimos que } \left(x + \frac{1}{x}\right) = t$$

así logramos reducir la ecuación a una de segundo grado

$$2t^2 - 9t + 10 = 0 \quad \wedge \quad \left(x + \frac{1}{x}\right) = t$$

determinamos las raíces con la fórmula resolvente y factorizamos

$$2\left(t-2\right)\left(t+\frac{5}{2}\right) = 0 \quad t=2 \quad \vee \quad t=\frac{5}{2}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \quad \vee \quad \left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{5}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \vee \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

determinamos nuevamente las raíces con la fórmula resolvente y factorizamos

$$(x-1)(x-1)=0 \quad \vee \quad (x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$x=1 \quad \vee \quad x=2 \quad \vee \quad x=\frac{1}{2}$$

Entonces el conjunto solución será

$$S = \left\{ 2, \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

d)

$$|x-1|^2 - 3|x-1| + 2 = 0 \quad \text{convenimos que} \quad |x-1| = t$$

así logramos reducir la ecuación a una de segundo grado

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \quad \wedge \quad |x-1| = t$$

$$(t-1)(t-2) = 0 \quad \wedge \quad |x-1| = t$$

$$t=1 \quad \vee \quad t=2 \quad \wedge \quad |x-1| = t$$

$$|x-1|=1 \quad \vee \quad |x-1|=2$$

$$x-1=1 \quad \vee \quad x-1=-1 \quad \vee \quad x-1=2 \quad \vee \quad x-1=-2$$

$$x=2 \quad \vee \quad x=0 \quad \vee \quad x=3 \quad \vee \quad x=-1$$

Entonces el conjunto solución será

$$S = \{ 2, -1, 0, 3 \}$$

TRABAJO PRACTICO N° 3

LETRAS Y NUMEROS JUNTOS

1)

Dados los polinomios $p(x) = x^2 - 4x + 4 = 0$ y $q(x) = 2x - 4$ calcule:

1-1) $p(x) + q(x) = x^2 - 2x$

$$x^2 - 4x + 4$$

Varias aplicaciones de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición o sustracción
 $(a+b) \cdot (c-d+h) =$
 $(a+b)c - (a+b)d + (a+b)h =$
 $a \cdot c + b \cdot c - a \cdot d - b \cdot d + a \cdot h + b \cdot h =$
 $a \cdot c - a \cdot d + a \cdot h + b \cdot c - b \cdot d + b \cdot h$



$$\begin{array}{r} 2x - 4 \\ \hline \text{RTA : } x^2 - 2x + 0 \end{array}$$

1-2) $p(x) - 2q(x) =$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 4 \\ - \\ 4x - 8 \\ \hline x^2 - 8x + 12 \end{array}$$



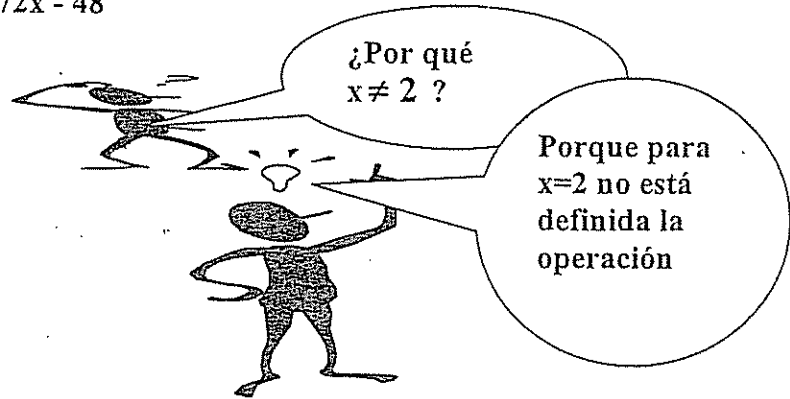
1-3) $3p(x) \cdot q(x) =$

$$3(x^2 - 4x + 4) \cdot (x^2 - 2x)$$

efectuando propiedad distributiva y recordando las propiedades de las potencias

$$\text{RTA : } 6x^3 - 36x^2 + 72x - 48$$

1-4)
 $p(x) : q(x) \quad x \neq 2$
 Dividendo



El polinomio $p(x)$ es divisible por $q(x)$ (no nulo) cuando existe otro polinomio $c(x)$ tal que: $p(x) = c(x) \cdot q(x)$ donde $p(x)$ es el dividendo, $c(x)$ es el cociente o resultado de la división y $q(x)$ es el divisor

$x^2 - 4x + 4$	$2x - 4$
$-x^2 + 2x$	$\frac{1}{2}x - 1$
$-2x + 4$	
$2x - 4$	
$0 \quad 0$	



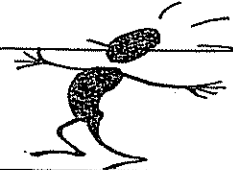
Para dividir utilizando la **Regla de Ruffini** el divisor debe ser un polinomio normalizado de grado 1 de la forma $x + a$ (a constante), como en nuestro ejemplo el divisor no es un polinomio reducido, para efectuar la división se transforma al mismo sacando como factor común al coeficiente principal Ej $2(x - 2)$, Se efectúa la división como indica la regla, pero debe tenerse en cuenta (**IMPORTANTE**) que al

polinomio cociente (al resultado de la división) se lo debe multiplicar por el inverso del coeficiente principal. En nuestro ejemplo por $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -4 & 4 \\
 2 & & 2 & -4 \\
 \hline
 & 1 & -2 & 0 \quad \leftarrow \text{resto}
 \end{array}$$

$$(x-2) \cdot \frac{1}{2}$$

Dos números reales n y m (no ceros, diremos son inversos si $n \cdot m = 1$
 $n = 1/m$ ó $n = m^{-1}$



RTA. cociente $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$

1-5)
 $[q(x)]^2 = (2x-4)^2$

RTA: $4x^2 - 16x + 16$

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición (sustracción)

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Propiedad conmutativa

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Propiedad asociativa

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

1-6)

$[p(x)]^2 = (x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 4)$ aplicando propiedad distributiva y recordando las propiedades de las potencias.

RTA: $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$

Multiplicación de potencias de igual base

$$\{n, m\} \subset \mathbb{Z}, x \neq 0 \quad x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

ej.

$$x^3 \cdot x^5 = x^8$$

$$z \cdot z^2 \cdot z^4 = z^7$$

$$y^{2n-4} \cdot y^{10-n} = y^{n+6}$$



1-7)

$$[q(x)]^3 = (2x-4)^3 = (2x-4)(2x-4)(2x-4)$$

RTA. $8x^3 - 48x^2 + 96x - 64$

División de potencias de igual base

$$\{n, m\} \subset \mathbb{Z}, x \neq 0$$

$$x^n / x^m = x^{n-m}$$

ej.

$$x^3 : x^5 = x^{3-5} = x^{-2}$$

$$z : (z^2 \cdot z^4) = z^{1-6} = z^{-5}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

2)

Determine los números opuestos k y h para que $p(x) = x^3 - x^2 + hx - k$ sea divisible por $q(x) = x + 2$

Podemos determinar los números h y k siguiendo varios procedimientos, aquí lo efectuaremos de dos formas distintas :

Elemento inverso aditivo u opuesto
 $a+(-a)=(-a)+a=0$

a) Regla de Ruffini:

	1	-1	h	$-k$	
-2		-2	6	$-2(h+6)$	\oplus ↓
	1	-3	$h+6$	$-2(h+6)-k$	↔ resto



El polinomio $p(x)$ es divisible por $q(x)$ (no nulo) cuando existe otro polinomio $c(x)$ tal que: $p(x) = c(x) \cdot q(x)$, por lo tanto el resto debe ser 0. Igualamos el resto a 0,

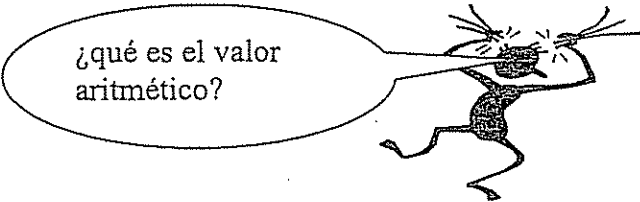
$$-2(h+6)-k = 0 \quad k = -h \quad \Rightarrow -2(h+6)+h = 0 \quad \Rightarrow h = -12 \quad \wedge \quad k = 12$$

b) Teorema del resto:

Sea $p(x)$ un polinomio de grado mayor o igual a 1 y $q(x)$ de grado 1 entonces al dividir $p(x)$ con $q(x)$, el polinomio resto (de grado cero o polinomio nulo) es el valor aritmético de $p(x)$ que resulta de asignarle a x la raíz del divisor.

Valor aritmético

Cuando al número indeterminado de un polinomio (o cualquier otra expresión algebraica) le asignamos un valor numérico (lo determinamos) la expresión algebraica se transforma en una aritmética y expresa un único número determinado llamado **valor aritmético**.



(en criollo, cuando a la variable de un polinomio le asignamos un valor determinado y realizamos las operaciones indicadas obtenemos un resultado, a ese resultado se lo llama valor aritmético y se dice también que se "ha especializado al polinomio" en ese valor)

Especializamos a $p(x) = x^3 - x^2 + hx - k$ en $x = -2$ (raíz de $q(x)$)

$$(-2)^3 - (-2)^2 + h(-2) - k = 0 \text{ efectuamos las operaciones}$$

$$-2h - k = 12 \text{ recordar que } h \text{ y } k \text{ son números opuestos } h = -k$$

$$-2h + h = 12 \quad \Rightarrow \quad h = -12 \quad \wedge \quad k = 12$$

RTA: $h = -12 \quad \wedge \quad k = 12$

3)

¿Cuál es el resto de dividir

$p(x) = 3x^3 + 2x - 4$ por $q(x) = x + 1$? Como no se pide el polinomio cociente, solo el resto, utilizamos el Teorema del Resto en la resolución, especializamos el polinomio en (-1)

$$3(-1)^3 + 2(-1) - 4 = -9$$

RTA : -9

4)

Determine el valor positivo de α para que $p(x) = (\alpha - 1)x^3 - \alpha^2 x^2 + x - 10$ tenga a -2 como raíz.

Nuevamente con el Teorema del Resto determinaremos el valor de α , especializamos en (-2) , e igualamos a 0 (condición para que -2 sea una raíz).

$$(\alpha - 1)(-2)^3 - \alpha^2(-2)^2 + (-2) - 10 = 0$$

$$-4\alpha^2 - 8\alpha - 12 + 8 = 0$$

$$-4(\alpha^2 + 2\alpha + 1) = 0$$

$$(\alpha + 1)^2 = 0 \quad \text{¿ que pasó ?}$$

no existe α que verifique lo pedido. !!!! ¿ porqué ? porque $\alpha \in \mathbb{R}^+$ y $\alpha = -1$

RTA: ~~∅~~ α

5)

Halle el orden de multiplicidad de las raíces

$x_1 = 1$ y $x_2 = -2$ en

$$p(x) = x^6 + x^5 - 5x^4 - x^3 + 8x^2 - 4x$$

	1	1	-5	-1	8	-4	0
1		1	2	-3	-4	4	0
	1	2	-3	-4	4	0	0
1		1	3	0	-4		
	1	3	0	-4	0	0	
1		1	4	4	0		
	1	4	4	0	0		
-2		-2	-4	0			
	1	2	0	0			
-2		-2	0				
	1	0	0				

RTA:

$x_1 = 1$ es de orden 3
 $x_2 = -2$ es de orden 2



6)

Halle el polinomio $p(x)$ de grado mínimo y tal que :

6-1)

es reducido, tiene raíces simples en -1 y 3 y tiene una raíz doble 6

Recordemos expresión factorizada de un polinomio de grado n

$a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n) = p(x)$ x_1, x_2, \dots, x_n raíces ; a coeficiente ppal , si $a = 1$ se llama reducido o mónico, al aclarar que debe ser de grado mínimo están acotando las posibilidades pues hay infinitos polinomios que cumplan las condiciones pedidas, por eso "mínimo grado":

$a = 1$

$$1 \underbrace{(x+1)(x-3)}_{\text{simples}} \underbrace{(x-6)(x-6)}_{\text{dobles}} = p(x) \quad \text{expresión factorizada}$$

Aplicando la propiedad distributiva

$$p(x) = x^4 - 14x^3 + 57x^2 - 36x - 108$$

6-2)

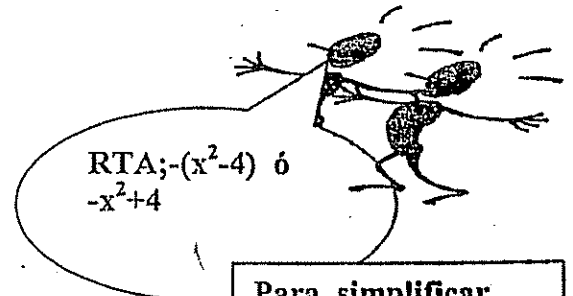
tiene raíces simples en 2 y -2 y $p(-1) = 3$

$$p(x) = a(x-2)(x+2) \quad \text{primera condición}$$

$$p(-1) = a(-1-2)(-1+2) \quad \text{especializamos en } -1$$

$$3 = a(-1-2)(-1+2)$$

$$3 = -3a \Rightarrow a = -1 \quad \text{y el polinomio pedido es}$$



Para simplificar debemos aclarar condiciones

7) Simplifique las siguientes expresiones.

$$7-1 \quad \frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 49} \quad |x| \neq 7 \quad \text{condición}$$

Diferencia de cuadrados

Factorizamos numerador y denominador; con la fórmula resolvente hallamos las raíces

$$\frac{(x-7)^2}{(x-7)(x+7)} = \frac{(x-7)}{(x+7)} \quad \text{simplificando} \quad \text{RTA. } \frac{(x-7)}{(x+7)}$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

7-2

$$\frac{y^3 - 1}{y - 1} \quad y \neq 1 \text{ condición}$$

dividimos mediante la Regla de Ruffini el numerador por el denominador.

1	0	0	-1	⊕
1	1	1	1	↓
1	1	1	0	↔ resto

$$\frac{(y^2 + y + 1)(y - 1)}{(y - 1)} = y^2 + y + 1 \text{ simplificando}$$

RTA. $y^2 + y + 1$

7-3

$$\frac{a^3 + a^2 + a + 1}{a^2 + a} \quad a \neq 0 \wedge a \neq -1 \text{ condición}$$

$\frac{a^3 + a^2 + a + 1}{a(a + 1)}$ sacando factor común, dividimos el numerador por $a+1$, mediante la

Regla de Ruffini

1	1	1	1	⊕
1	-1	0	-1	↓
1	0	1	0	↔ resto

$$\frac{(a + 1)(a^2 + 1)}{a(a + 1)} = \frac{a^2 + 1}{a} \text{ simplificando}$$

$$\text{RTA. } \frac{a^2 + 1}{a}$$

8)

8-1 Factorice el polinomio $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$

Raíz de un polinomio

Cuando el valor aritmético de la expresión es cero el valor numérico asignado a la variable se denomina **raíz** de la expresión algebraica.

Teorema fundamental de las raíces

Todo polinomio de grado n admite a lo sumo n raíces reales.

Para Recordar:

Todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real

Teniendo en cuenta el Teorema Fundamental buscaremos 3 raíces. Como se trata de un polinomio de grado 3 acudiremos al Teorema de Gauss para hallar la primera raíz.

Teorema de Gauss

Sea $p(x)$ un polinomio de grado n de coeficientes enteros y término independiente no nulo, si el polinomio tiene raíces racionales, entonces los números $\frac{b}{a}$ ó $-\frac{b}{a}$ (fracción irreductible) son las únicas raíces racionales siendo b divisor del término independiente y a divisor del coeficiente principal.

$B = \{-1, 1, -2, 2\}$ $A = \{-1, 1, -2, 2\}$ las posibles raíces son todos los cocientes $\frac{b}{a}$,

probamos con -1

$$p(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 3(-1) + 2$$

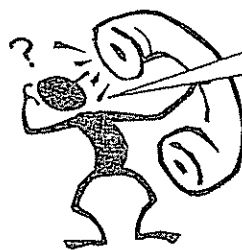
$$2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 0 \Rightarrow -1 \text{ es raíz}$$

Por Ruffini

	2	-3	-3	2	+
-1		-2	5	-2	↓
	2	-5	2	0	↔ resto

$$2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = (2x^2 - 5x + 2)(x+1)$$

$$\text{RTA. } p(x) = 2(x+1)\left(x-2\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$



$(2x^2 - 5x + 2)$
¿tiene raíces?

Con la fórmula resolvente

$$x = 2 \quad \vee \quad x = \frac{1}{2}$$

8-2)

Dado el polinomio. $p(x) = \frac{1}{k}x^2 - 5x + 2k$ Determine el valor no nulo de k , si se sabe que el doble de la suma de los ceros del polinomio es igual al producto de dichos ceros.

Propiedades de las raíces de un polinomio de segundo grado

Polinomio de la forma : $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, $a \neq 0$



$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

La suma de las raíces, de un polinomio de segundo grado es igual a $-\frac{b}{a}$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

El producto de las raíces es igual al cociente del término independiente (constante) y el coeficiente principal.

Si la raíz es doble también se cumplen las propiedades enunciadas, sumando y multiplicando por si misma .

Resolvemos el problema teniendo en cuenta las propiedades de las raíces:

$$a = \frac{1}{k} \quad b = -5 \quad y \quad c = 2k \quad \text{condición } k \neq 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad 2(x_1 + x_2) = \frac{-2b}{a}$$

$$\frac{2k}{\frac{1}{k}} = \frac{c}{a} \quad \wedge \quad 2 \frac{5}{\frac{1}{k}} = 2 \frac{b}{a} \quad \text{Planteamos la igualdad}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-2b}{a}$$

$$\frac{2k}{\frac{1}{k}} = 2 \frac{5}{\frac{1}{k}} \Rightarrow 2k^2 = 10k \Rightarrow 2k^2 - 10k = 0$$

$$2k(k - 5) = 0 \Rightarrow k = 0 \vee k = 5 \text{ pero } k \neq 0$$

RTA:

Solo $k = 5$



8-3)

Determine los valores de a, b, α, β para que el polinomio

$$p(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 14$$

sea igual al polinomio: $q(x) = a(x + \alpha)^3 + b(x + \beta)$

$p(x) = q(x)$ Igualamos los coeficientes de cada término, los lineales, los cuadráticos etc.

$$x^3 + 6x^2 + 15x + 14 = a(x + \alpha)^3 + b(x + \beta) \text{ propiedad distributiva}$$

$$= \alpha x^3 + 3a\alpha x^2 + 3a\alpha^2 x + bx + a\alpha^3 + b\beta$$

$$x^3 = a x^3$$

$$6x^2 = 3\alpha x^2$$

$$15x = (3\alpha^2 + b)x$$

$$14 = \alpha^3 + b\beta$$

$a = 1$ polinomio mónico o reducido

$$6x^2 = 3\alpha x^2 \therefore \alpha = 2$$

reemplazando $\alpha = 2$ en $(3\alpha^2 + b)$

$$12 + b = 15 \therefore b = 3$$

reemplazando $b = 3$ en $\alpha^3 + b\beta$

$$8 + 3\beta = 14 \therefore \beta = 2$$

RTA:

$a = 1$	$\alpha = 2$
$b = 3$	
$\beta = 2$	



8-4)

Determine el valor real de a , para que el resto de la división entre

$$a(x) = -x^4 + 2x^2 - (a-1)^2x + 1 \text{ y } b(x) = x + 1 \text{ (en ese orden) sea igual a 11.}$$

Teorema del Resto, (solo piden el resto) especializamos el polinomio dividiendo en -1 , e igualamos al resto deseado (11)

$$11 = -(-1)^4 + 2(-1)^2 - (a-1)^2(-1) + 1$$

$$11 = -1 + 2 + (a-1)^2 + 1$$

$$9 = (a-1)^2$$

$$3 = |a - 1|$$

$$\sqrt[n]{a^2} = |a|, \text{ si } n \text{ es un natural par}$$



$$a-1=3 \quad \vee \quad a-1=-3$$

$$a=4 \quad \vee \quad a=-2 \quad \text{RTA:} \quad a=4 \quad \vee \quad a=-2$$

9)

9-1

Factorice el polinomio $p(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x$ Sugerencia: sacar factor común

$$x \quad p(x) = x(x^3 + 2x^2 - 2x - 4)$$

Recordamos nuevamente el Teorema de Gauss

$$a = \{-1, +1, -2, +2, -4, +4\} \quad b = \{+1, -1\}$$

Especializamos el polinomio en $x = -2$

$$p(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 - 2(-2) - 4 \\ = -8 + 8 + 4 - 4 = 0$$

Procedemos a aplicar regla de Ruffini :

-2	1	2	-2	-4
		-2	0	4
	1	0	-2	0

así concluimos que:

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x = x(x+2)(x^2 - 2)$$

$$\text{Entonces } x^2 - 2 = 0 \Rightarrow |x| = \sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2} \quad \vee \quad x = -\sqrt{2} \quad \sqrt[n]{a^2} = |a|, \quad \text{si } n \text{ es un natural par}$$

$$\text{RTA: } p(x) = x(x+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$$

9-2

Dado $p(x) = ax^3 + ax^2 + 7x + b$, determine los valores reales de a y b para que $p(x)$ sea divisible por

$$q(x) = x - 1 \quad \text{y} \quad \text{por } r(x) = x + 3$$

Aplicamos la Regla de Ruffini dos veces

Procedemos a aplicar regla de Ruffini :

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -3 & a & a & 7 & b \\
 & & -3a & 6a & -18a-21 \\
 \hline
 & a & -2a & 6a+7 & -18a-21+b
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & a & a & 7 & b \\
 & & a & 2a & 2a+7 \\
 \hline
 & a & 2a & 2a+7 & 2a+7+b
 \end{array}$$

Si es divisible entonces los restos deben ser 0

$$\begin{aligned}
 -18a-21+b &= 0 & \text{y} & & 2a+7+b &= 0 & \text{despejando } b \text{ e igualando} \\
 -18a-21 &= 2a+7 & & & a &= -\frac{7}{5} & \wedge & & b &= -\frac{21}{5} \\
 \text{RTA: } a &= -\frac{7}{5} & \wedge & & b &= -\frac{21}{5}
 \end{aligned}$$

9-3

Halle el polinomio $t(x)$ de grado mínimo sabiendo que $t(-2) = 30$, 4 y $-\frac{1}{3}$ son raíces simples y -1 es raíz doble

$t(x) = a(x-4)(x+\frac{1}{3})(x+1)^2$ Cumpliendo con las condiciones de las raíces se verifica que, faltaría considerar que $t(-2) = 30$

$$\begin{aligned}
 t(-2) &= a(-2-4)(-2+\frac{1}{3})(-2+1)^2 \\
 30 &= 10a & \therefore & & a &= 3
 \end{aligned}$$

$$\text{RTA: } t(x) = 3(x-4)(x+\frac{1}{3})(x+1)^2$$

10)

Reduzca a la mínima expresión

$$\left(\frac{1}{y} - \frac{3}{1-y^2} + \frac{2}{1-y} + \frac{1}{y+1} \right) : \frac{1}{-y^2-y} \quad (y \neq 0, |y| \neq 1)$$

Recordar tener en cuenta las condiciones

$$\left(\frac{1-y^2-3y+2y(1+y)+y(1-y)}{y(1-y^2)} \right) : \frac{1}{-y^2-y} \text{ común denominador}$$

$$\left(\frac{1-y^2-3y+2y+2y^2+y-y^2}{y(1-y^2)} \right) : \frac{1}{-y^2-y}$$

$$\left(\frac{1}{y(1-y^2)} \right) : \frac{1}{-y^2-y} \text{ agrupando}$$

$$\left(\frac{1}{y(1-y^2)} \right) : \frac{1}{-y(y+1)}$$

$$\left(\frac{1}{y(1-y^2)} \right) \cdot (-y)(y+1) \text{ invertimos para realizar la division}$$

$$\left(\frac{1}{y(1-y)(y+1)} \right) \cdot (-y)(y+1) \text{ factorizando el denominador}$$

$$-\frac{1}{1-y} \text{ simplificando}$$

$$\text{RTA: } -\frac{1}{1-y}$$

11)

Determine los valores de A, B y C para que se verifiquen las siguientes igualdades

$$11-1 \quad \frac{3x-1}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} \text{ buscamos en el segundo miembro el mismo}$$

denominador que el del primero y cancelamos.

$$3x-1 = A(x-3) + B(x+2)$$

$$3x-1 = Ax - 3A + Bx + 2B$$

$$3x-1 = (A+B)x - 3A + 2B$$

$$1) (A+B) = 3$$

$$2) 2B-3A = -1$$

Despejamos A de (1) y sustituimos en (2)

$$-1 = -3(3-B) + 2B$$

$$5B = 8 \quad B = \frac{8}{5} \quad \therefore A = \frac{7}{5}$$

$$\text{RTA:} \quad B = \frac{8}{5} \quad ; \quad A = \frac{7}{5}$$

11-2

$$\frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+4} + \frac{C}{x-3}$$

$$5x+3 = A(x+1)(x-3) + Bx(x-3) + Cx(x+1)$$

$5x+3 = A(x^2-2x-3) + B(x^2-3x) + C(x^2+x)$ Aplicando la propiedad distributiva y agrupando:

$$A+B+C=0 \quad (1)$$

$$-2A-3B+C=5 \quad (2)$$

$$-3A=3 \quad \therefore A=-1$$

$$B+C=1 \text{ reemplazando } A=-1 \text{ en (1)}$$

$$-3B+C=3 \text{ reemplazando } A=-1 \text{ en (2) despejando B de ambas e igualando}$$

$$-3(1-C)+C=3 \quad \therefore 4C=6 \quad \therefore C=\frac{3}{2} \text{ reemplazando se obtienen los}$$

valores de A y B

$$\text{RTA. } A=-1 \quad C=\frac{3}{2} \quad B=-\frac{1}{2}$$

11-3)

$$\frac{3x^2-8x+13}{(x+3)(x-1)^2} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$3x^2-8x+13 = A(x-1)^2 + B(x-1)(x+3) + C(x+3)$$

$$3x^2-8x+13 = A(x^2-2x+1) + B(x^2+2x-3) + C(x+3)$$

$$3x^2 - 8x + 13 = Ax^2 - 2Ax + A + Bx^2 + 2Bx - 3B + Cx + 3C$$

$$\text{Separando : } 3 = A + B \quad (1)$$

$$-8 = -2A + 2B + C \quad (2)$$

$$13 = A - 3B + 3C \quad (3)$$

Despejamos A de (1) y reemplazamos en (2) y (3)

$$A = 3 - B$$

$$-8 = -2(3 - B) + 2B + C \quad -2 = 4B + C \quad (4)$$

$$13 = 3 - B - 3B + 3C \quad 10 = -4B + 3C \quad (5)$$

$$\text{Sumando (4) y (5) } 8 = 4C \quad \therefore C = 2$$

$$\text{Reemplazando } C = 2 \text{ en (3) } \therefore B = -1 \text{ y } A = 4$$

$$\text{RTA. } A = 4 \quad B = -1 \quad C = 2$$

11-4

$$\frac{1}{(x^2 + 1)(x + 1)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{x + 1}$$

$$\frac{1}{(x^2 + 1)(x + 1)} = \frac{(Ax + B)(x + 1) + C(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)(x + 1)}$$

$$1 = (Ax + B)(x + 1) + C(x^2 + 1)$$

$$1 = Ax^2 + Ax + Bx + B + Cx^2 + C$$

$$1 = (A + B)x + (A + C)x^2 + B + C$$

$$(A + B) = 0 \quad (1)$$

$$(A + C) = 0 \quad (2)$$

$$B + C = 1 \quad (3)$$

$$\text{Si se restan (1) y (2) } B - C = 0 \quad B = C$$

$$\text{Reemplazando en (3) } B + B = 1 \quad B = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad C = \frac{1}{2}$$

Reemplazando en (1) $A = -\frac{1}{2}$

RTA. $A = -\frac{1}{2}$, $B = \frac{1}{2}$, $C = \frac{1}{2}$

12) Sea $p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + (h+k)x - (h-k)$

12-1 Calcule h y k sabiendo que 3 es raíz doble. Si es raíz doble aplicamos el teorema del resto dos veces dividiendo a $p(x)$ por $q(x) = (x-3)$, por ser raíz el resto es 0

	3	1	-6	8	$h+k$	$-h+k$
$9+3h+3k$			3	-9	-3	-
$9+2h+4k$			1	-3	-1	$-3+h+k$
$18+3h+3k$			3	3	0	-3
$+7k$			1	0	-1	$-6+h+k$
				-1	$-6+h+k$	$-27+5h$

primer resto $-9+2h+4k=0$ despejamos $k = \frac{9-2h}{4}$ (1)

Segundo resto $-27+5h+7k=0$ despejamos $k = \frac{27-5h}{7}$ (2)

Igualando (1) con (2) $\frac{9-2h}{4} = \frac{27-5h}{7}$

$7(9-2h) = 4(27-5h)$ aplicando propiedad distributiva

$63-14h = 108-20h$

$-45 = -6h$

$h = \frac{15}{2}$ $k = -\frac{3}{2}$

RTA: $h = \frac{15}{2}$ y $k = -\frac{3}{2}$

12-2

Factorice $p(x)$ en función de sus raíces suponiendo que $h = \frac{15}{2}$ y $k = -\frac{3}{2}$

$$p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + (h+k)x - (h-k)$$

reemplazando por los valores propuestos $(h+k) = 6$ y $-(h-k) = -9$

$$p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$$

Recordamos nuevamente el Teorema de Gauss

$$a = \{-1, +1, -3, +3, -9, +9\} \quad b = \{+1, -1\}$$

Especializamos el polinomio en $x = 1$

$$p(1) = (1)^4 - 6(1)^3 + 8(1)^2 + 6(1) - 9 = 0 \quad \text{Resto} = 0 \quad 1 \text{ es raíz}$$

Especializamos el polinomio en $x = -1$

$$p(-1) = (-1)^4 - 6(-1)^3 + 8(-1)^2 + 6(-1) - 9 = 0 \quad \text{Resto} = 0 \quad -1 \text{ es raíz}$$

	1	-6	8	6	-9
-1		-1	7	-15	9
	1	-7	15	-9	0
1		1	-6	9	
	1	-6	9	0	

$$x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9 = (x+1)(x-1)(x^2 - 6x + 9)$$

$$(x+1)(x-1)(x-3)^2$$

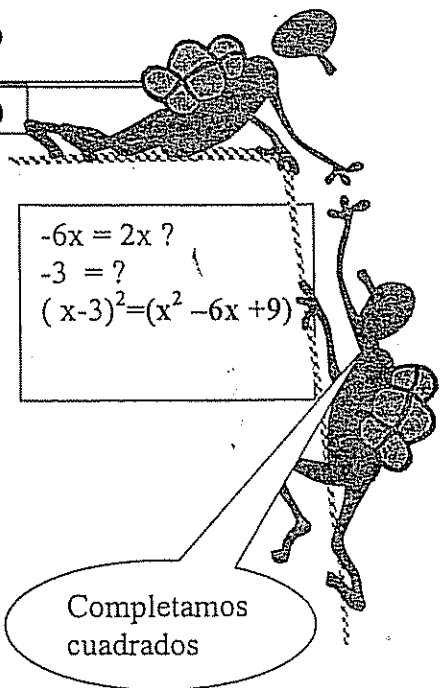
RTA : $p(x) = (x+1)(x-1)(x-3)^2$

12-3

Calcule h y k sabiendo que $p(-1) = 14$ y $p(-2) = 80$

Primera condición:

$$p(-1) = (-1)^4 - 6(-1)^3 + 8(-1)^2 + (h+k)(-1) - (h-k) = 14$$



$$1+6+8-h-k-h+k=14$$

$$15-2h=14$$

$h = \frac{1}{2}$ con la primera condición pudimos determinar directamente el valor de h, pues la ecuación quedó solamente en función de esta incógnita.

Segunda condición:

antes de hacer los cálculos reemplazamos el valor de h encontrado

$$p(-2) = (-2)^4 - 6(-2)^3 + 8(-2)^2 + \left(\frac{1}{2} + k\right)(-2) - \left(\frac{1}{2} - k\right) = 80$$

$$16 - 6(-8) + 8 \cdot 4 - 1 - 2k - \frac{1}{2} + k = 80$$

$$16 + 48 + 32 - 1 - \frac{1}{2} - k = 80$$

$$95 - \frac{1}{2} - 80 = k \quad \therefore \quad k = \frac{29}{2}$$

RTA: $h = \frac{1}{2}$ y $k = \frac{29}{2}$

12-4

Obtenga el cociente y el resto de dividir $p(x)$ por $q(x) = x-3$ suponiendo que $h=k=1$

$p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + (1+1)x - (1-1)$ reemplazamos h y k por el valor indicado

$$= x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x$$

Procedemos a aplicar regla de Ruffini :

0	1	-6	8	2	
3	3	3	-9	-3	-
	1	-3	-1	-1	-3

RTA. Cociente: $c(x) = 1x^3 - 3x^2 - 1x - 1$ Resto: -3

$$50 = 5^2 \cdot 2$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

13)

Halle el conjunto solución de las siguientes ecuaciones

13-1

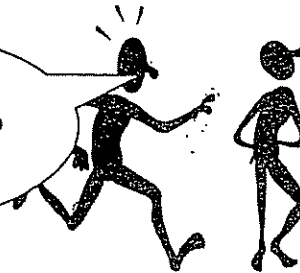
$$x^2 + 10x + \frac{25}{2} = 0 \text{ con la fórmula resolvente}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4\left(\frac{25}{2}\right)}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{50}}{2}$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{50}}{2} = \frac{-10 \pm 5\sqrt{2}}{2}$$

$$x = -5 + \frac{5}{2}\sqrt{2} \quad \vee \quad x = -5 - \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

Recordar como se
escribe el conjunto
solución



$$\text{RTA: } S = \left\{ -5 + \frac{5}{2}\sqrt{2} \quad ; -5 - \frac{5}{2}\sqrt{2} \right\}$$

13-2

$$3x^2 - 30x - 33 = 0 \text{ con la fórmula resolvente}$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 4(3)(-33)}}{6} = \frac{30 \pm 36}{6}$$

$$x = -1 \quad \vee \quad x = 11$$

$$\text{RTA: } S = \{-1; 11\}$$

13-3

$$-5(x-3)(x-1) = 0$$

$$(x-3) = 0 \quad \vee \quad (x-1) = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = 1$$

$$\text{RTA. } S = \{1; 3\}$$

14)

Sea la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) con raíces: x_1 x_2

equivale a la ecuación $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Pruebe las siguientes propiedades de las raíces:

14-1

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Sumamos las dos raíces reales :

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \boxed{\frac{-b}{a}}$$

14-2 $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Multiplicamos las dos raíces:

$$\left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \boxed{\frac{c}{a}}$$

15)

Determine dos números tales que su suma sea s y su producto p

15-1 $s = 2 \wedge p = 20$

Planteamos las ecuaciones de acuerdo a las condiciones:

$m+n=2$ (1) $m \cdot n=20$ (2)

despejamos m de (1) y reemplazamos en (2)

$(2-n) \cdot n = 20$ aplicando propiedad distributiva y agrupando

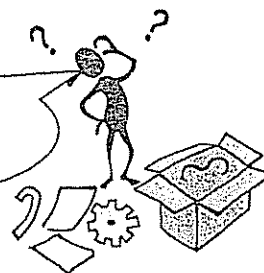
$$0 = n^2 - 2n + 20$$

$$(n-1)^2 - 1 + 20 = 0$$

$$(n-1)^2 = -19$$

$S = \emptyset$

No puede ser negativo!!!!



$$\begin{aligned} -2n &= 2n? \\ -1 &= ? \\ (n-1)^2 &= n^2 - 2n + 1 \end{aligned}$$

15-2

$$s = 12 \wedge p = -64$$

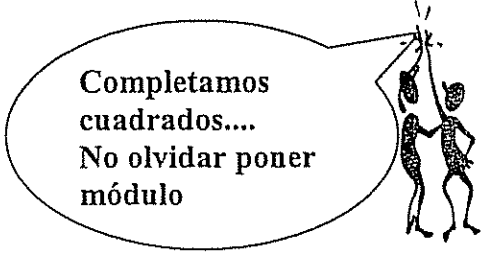
Planteamos las ecuaciones de acuerdo a las condiciones:

$$m+n = 12 \quad (1) \quad \wedge \quad m \cdot n = -64 \quad (2)$$

despejamos m de (1) y reemplazamos en (2)

$(12-n)n = -64$ aplicando propiedad distributiva y agrupando

$$0 = n^2 - 12n + 64$$



Completamos
cuadrados....
No olvidar poner
módulo

$$\begin{aligned} -12n &= 2n? \\ -6 &= ? \\ (n-6)^2 &= n^2 - 12n + 36 \end{aligned}$$

$$(n-6)^2 - 36 - 64 = 0$$

$$(n-6)^2 = 100$$

$$|n - 6| = 10$$

$$n-6 = 10 \quad \vee \quad n-6 = -10$$

$$n = 16 \quad \vee \quad n = -4$$

$$\text{RTA: } S = \{-4; 16\}$$

16)

Determine el valor real de k , tal que:

16-1

$$5kx^2 - (2k + 10)x + 4 = 0 \text{ tenga una raíz doble}$$

Les proponemos resolver este ejercicio de dos formas distintas, utilizando distintos enfoques conceptuales:

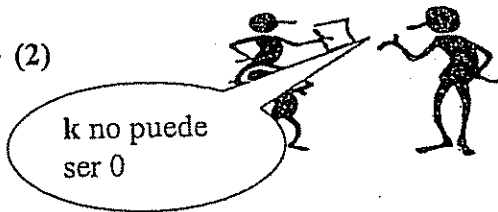
1) Propiedades de las raíces de un polinomio de segundo grado:

$$m + n = -\frac{b}{a} \quad (1) \quad \wedge \quad m \cdot n = \frac{c}{a} \quad (2)$$

$$a = 5k$$

$$b = -(2k + 10)$$

$$c = 4$$



k no puede ser 0

si las raíces son dobles entonces ambas son iguales por lo que $m = n$, reemplazando en (1) y (2):

$$2n = -\frac{b}{a} \quad (3) \quad \wedge \quad n^2 = \frac{c}{a} \quad (4)$$

Despejamos n de (3) y elevamos al cuadrado para igualar con (4)

$$n^2 = \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \quad \text{igualamos con (4)}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2} \quad \text{reemplazamos por los datos del ejercicio:}$$

$$\frac{4}{5k} = \frac{(2k + 10)^2}{100k^2}$$

$$80k = 4k^2 + 40k + 100$$

$$0 = 4k^2 - 40k + 100$$

Utilizando la formula resolvente determinamos $k = 5$

$$\text{RTA: } k = 5$$

Algo de Teoría

2) A partir del del análisis del discriminante de la formula resolvente. Conocemos la formula resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$ se denomina **discriminante**, pues es quien discrimina las soluciones de la ecuación.

Si el discriminante es positivo, la ecuación tiene raíces reales distintas.

Si el discriminante es cero, $-4.c.a.+b^2 = 0$, la raíz

es única y real (se dice **raíz doble** o de multiplicidad dos).

Si $-4.c.a.+b^2 = 0$ entonces $x = -\frac{b}{2a}$

Si el discriminante es negativo no hay raíces reales, sí de

otro conjunto numérico, que no estudiamos, el de los números complejos.

En el ejercicio se pide **raíz doble** por lo que el discriminante debe ser 0,
Entonces:

$$a = 5k$$

$$b = -(2k + 10)$$

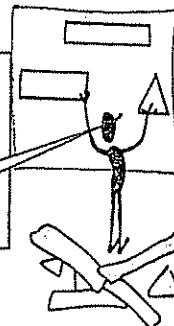
$$c = 4$$

$$(-2k-10)^2 - 4 \cdot 5k \cdot 4 = 0$$

$$0 = 4k^2 - 40k + 100$$

Obtuvimos la misma ecuación
que anteriormente.

Se iguala el
discriminante a 0 y
chau!!!



16-2

$3x^2 + kx - 2 = 0$ tenga una raíz igual a (-2)

Recordemos las propiedades de las raíces:

$$m + n = -\frac{b}{a} \quad \wedge \quad m \cdot n = \frac{c}{a}$$

si una de las raíces debe ser -2, entonces reemplazamos a m por -2

$$a = 3$$

$$b = k$$

$$c = -2$$

$$-2 + n = -\frac{k}{3} \quad (1) \quad \wedge \quad -2n = \frac{-2}{3} \quad (2)$$

despejando n de (2) y sustituyendo en (1)

$$-2 + \frac{1}{3} = -\frac{k}{3}$$

Resolviendo $k = 5$

RTA : k=5

17)

Halle el conjunto solución de las siguientes inecuaciones: Para resolver estas inecuaciones o desigualdades les presentamos tres formas diferentes. Primero trataremos otros ejemplos:

$$x^2 + 3x - 10 < 0$$

Ejemplo 1)

a) Con la formula resolvente determinamos las raíces y factorizamos el miembro izquierdo

$$\begin{aligned}
 &(x-2)(x+5) < 0 \\
 &(x-2 > 0 \wedge x+5 < 0) \vee (x-2 < 0 \wedge x+5 > 0) \\
 &(x > 2 \wedge x < -5) \vee (x < 2 \wedge x > -5) \\
 &x \notin \mathbb{R} \vee -5 < x < 2 \\
 &S = (-5; 2)
 \end{aligned}$$

Signo de los factores

$$a \cdot b < 0$$

$$(a < 0 \wedge b > 0) \vee (a > 0 \wedge b < 0)$$

$$a \cdot b > 0$$

$$(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$$

b) Completando cuadrados

$$x^2 + 3x - 10 < 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 10 - \frac{9}{4} < 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{49}{4}$$

$$\left|x + \frac{3}{2}\right| < \frac{7}{2}$$

$$x + \frac{3}{2} < \frac{7}{2} \quad \wedge \quad x + \frac{3}{2} > -\frac{7}{2}$$

$$x < 2 \quad \wedge \quad x > -5$$

$$S = (-5; 2)$$

$$3x = 2x?$$

$$\frac{3}{2} = ?$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$$



Recordar que $|u| \leq a$

$$a \in \mathbb{R}_0^+$$

$$u \leq a \wedge u \geq -a$$

Sean p y q dos proposiciones, la proposición $p \wedge q$ (p y q) denominada conjunción es verdadera solo cuando ambas (p y q) son verdaderas.

El conectivo lógico

\wedge se lee y. Deben cumplirse las dos condiciones

c) relacionando la ecuación con el conjunto de positividad de la función cuadrática representativa.

$$(x - 2)(x + 5) = y$$

Graficando, se obtiene

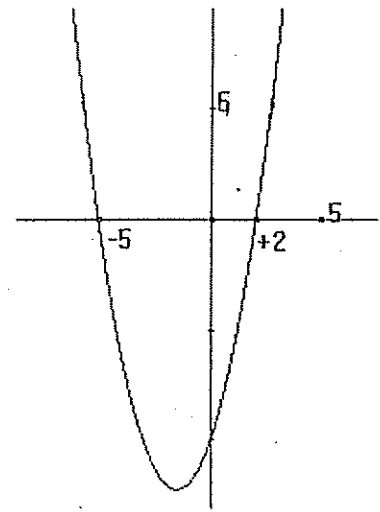
observando el gráfico, respondemos:

☞ ¿cuáles son los valores de x para $y = 0$?

$x = 2 \vee x = -5$ (son los ceros de la función y las raíces de la ecuación)

☞ ¿cuáles son los valores de x para $y < 0$?

Para valores de y negativos x toma todos los valores comprendidos en el intervalo abierto $(-5; 2)$



Entonces $(x - 2)(x + 5) < 0$ $S = (-5; 2)$

Ejemplo 2

a) Con la fórmula resolvente determinamos las raíces y factorizamos el miembro izquierdo

$$-3x^2 - 6x + 24 \geq 0$$

$$-3(x - 2)(x + 4) \geq 0$$

$$(x - 2 \geq 0 \wedge x + 4 \leq 0) \vee (x - 2 \leq 0 \wedge x + 4 \geq 0)$$

$$(x \geq 2 \wedge x \leq -4) \vee (x \leq 2 \wedge x \geq -4)$$

$$x \notin \mathbb{R} \vee -4 \leq x \leq 2$$

$$S = [-4; 2]$$

b) Completando cuadrados

$$-3x^2 - 6x + 24 \geq 0$$

sacando factor común -3

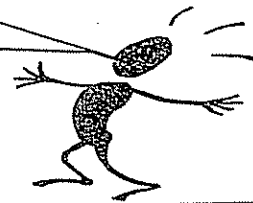
$$-3(x^2 + 2x - 8) \geq 0$$

$$-3(x + 1)^2 + 3 + 24 \geq 0$$

$$-(x + 1)^2 \geq -9$$

$$|x + 1| \leq 3$$

Ojo!! Módulo negativo cambia la desigualdad



Recordar que $|u| \geq a$

$$a \in \mathbb{R}_0^+$$

$$u \geq a \vee u \leq -a$$

$$x+1 \leq 3 \quad \vee \quad x+1 \geq -3$$

$$x \leq 2 \quad \vee \quad x \geq -4$$

$$S = [-4 ; 2]$$

c) relacionando la ecuación con el conjunto de positividad de la función cuadrática representativa.

$$-3(x-2)(x+4) = y$$

Graficando, se obtiene

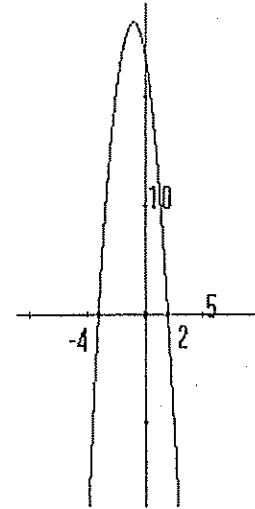
Observando el gráfico, respondemos:

¿cuáles son los valores de x para y=0?

$x = 2 \quad \vee \quad x = -4$ (son los ceros de la función y las raíces de la ecuación)

¿cuales son los valores de x para y ≥ 0?

Para valores de y que $\in \mathbb{R}_0^+$ x toma todos los valores comprendidos en el intervalo cerrado [-4 ; 2]



Entonces

$$-3x^2 - 6x + 24 \geq 0$$

$$S = [-4 ; 2]$$

Ejemplo 3



$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 1 &\leq 0 \\ (x-2)(x-2) &\leq 0 \\ (x-2)^2 &\leq 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$S = \{2\}$$

Ejemplo 4

$$\begin{aligned} x^2 + 14x + 49 &> 0 \\ (x+7)(x+7) &> 0 \\ (x+7)^2 &> 0 \\ x \in \mathbb{R} \wedge x &\neq -7 \end{aligned}$$

$$S = \mathbb{R} - \{-7\}$$

VAMOS CON LOS EJERCICIOS DEL LIBRO

17-1

Este lo resolvemos completando cuadrados

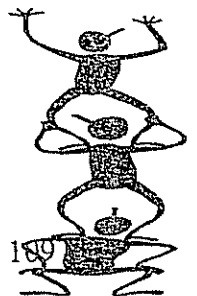
$$x^2 - 4x < 5$$

$$x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$(x-2)^2 - 4 - 5 < 0$$

$$(x-2)^2 < 9$$

$$\begin{aligned} -4x &= 2x? \\ -2 &=? \\ (x-2)^2 &= x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$



$$|x - 2| < 3$$

$$x - 2 < 3 \quad \wedge \quad x - 2 > -3$$

$$x < 5 \quad \wedge \quad x > -1 \quad S = (-1; 5)$$

Recordar cuando se completa cuadrados lo que se debe sumar o restar

17-2

Este lo resolvemos factorizando (previo hallar las raíces con la fórmula resolvente) y graficando.

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x + 8 \geq 0$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = 5$$

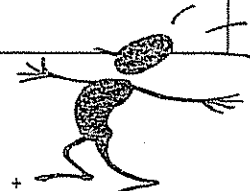
$$c = 8$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{1} = \frac{-5 \pm 3}{1}$$

$$x = -8 \quad \vee \quad x = -2$$

$$\frac{1}{2}(x + 8)(x + 2) \geq 0$$

Expresión factorizada
 $a(x - x_1)(x - x_2) = y$



Realizamos el gráfico y observamos que los valores que toma x para $y \in \mathbb{R}_0^+$ pertenecen : $(-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$

$$S = (-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$$

17-3

$3x^2 - 11x - 4 \leq 0$ Determinamos las raíces con la fórmula resolvente

$$a = 3 \quad x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 48}}{6} = \frac{11 \pm 13}{6}$$

$$b = -11$$

$$c = -4$$

$$x = 4 \quad \vee \quad x = -\frac{1}{3}$$

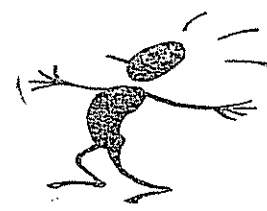
$$3x^2 - 11x - 4 \leq 0$$

$$3(x - 4)\left(x + \frac{1}{3}\right) \leq 0$$

$$(x - 4 \geq 0 \wedge x + \frac{1}{3} \leq 0) \vee (x - 4 \leq 0 \wedge x + \frac{1}{3} \geq 0)$$

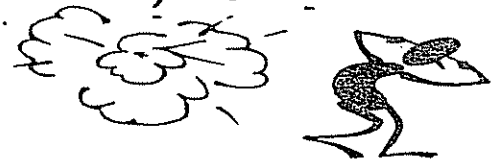
$$(x \geq 4 \wedge x \leq -\frac{1}{3}) \vee (x \leq 4 \wedge x \geq -\frac{1}{3})$$

$$x \notin \mathbb{R} \quad \vee \quad -\frac{1}{3} \leq x \leq 4$$



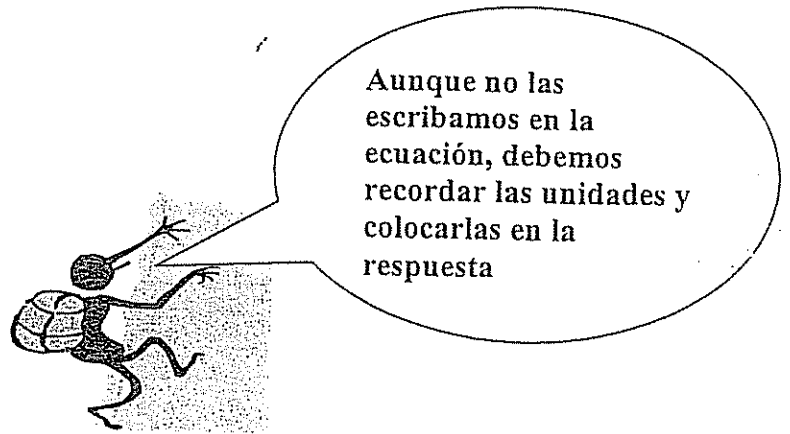
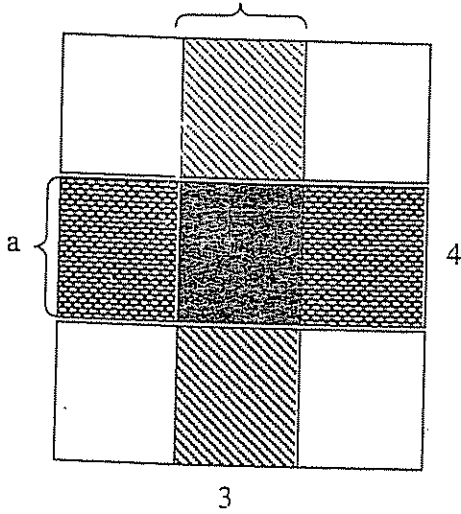
$$S = [-\frac{1}{3}; 4]$$

IMPORTANTE: Para tener en cuenta. Cuando resolvemos ecuaciones que modelizan una situación problemática: por ejemplo el valor de la incógnita encontrado representa la longitud de un segmento, se debe tener en cuenta que aunque sea solución de la ecuación puede **NO** ser solución del problema...



21)

Un estandarte de 4 dm x 3 dm tiene una cruz roja, de ancho uniforme, que se extiende de lado a lado cubriendo la mitad del área. ¿cuál es el ancho de la cruz?



$$\text{Área total} = 12 \text{ dm}^2$$

$$\text{área cruz} = 6 \text{ dm}^2$$

$$\text{Ancho cruz} = a$$

$$6 \text{ dm}^2 = 3a + 4a - a^2$$

para escribir la ecuación tenemos en cuenta :

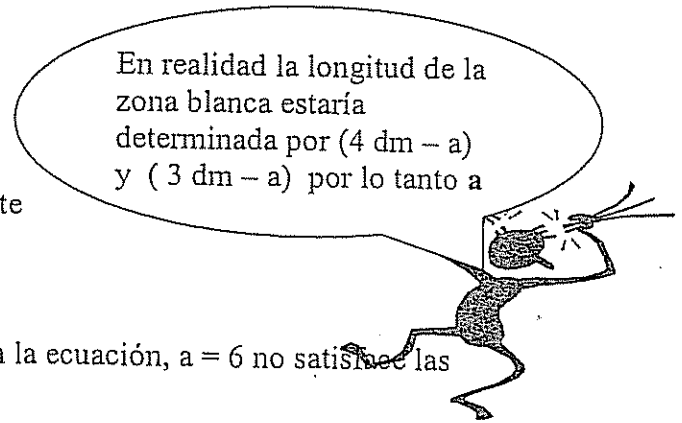
la cruz esta formada por dos rectángulos que se superponen en un cuadrado en el centro. (a.a) , el área de cada rectángulo es: $3 \text{ dm} \cdot a$ y $4 \text{ dm} \cdot a$. Al efectuar las dos cuentas estamos considerando el área del cuadrado central dos veces por lo que la restamos.

$$6 \text{ dm}^2 = 3a + 4a - a^2$$

$$a^2 - 7a + 6 = 0$$

Sacando las raíces con la fórmula resolvente

$$a = 1 \quad \vee \quad a = 6$$



Si bien los dos valores obtenidos satisfacen la ecuación, $a = 6$ no satisface las condiciones que modeliza el problema

$$a = 1 \text{ dm}$$

RTA.

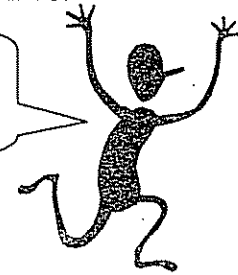
El ancho de la cruz es de 1 dm

22)

En dos clavos tenemos 156 posibilidades de colgar n cuadros. ¿Cuántos cuadros hay?

Este problema es de combinatoria para resolverlo planteamos :
si n es la cantidad de cuadros que se tienen, en el primer clavo se pueden colgar n cuadros y en el que sigue $n-1$, puesto que ya colgamos uno en el primer clavo.

Ojo con las soluciones!!!!



$$n(n-1) = 156 \quad \text{propiedad distributiva}$$

$$n^2 - n - 156 = 0 \quad \text{determinamos las raíces con la fórmula resolvente}$$

$$n = 13 \quad \vee \quad n = -14$$

En este caso aunque las soluciones encontradas para la ecuación son dos, -14 , no es solución de la situación que modeliza el problema, dado que no se pueden tener cuadros negativos

RTA : tenía 13 cuadros

23)

Determinar tres números enteros consecutivos positivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.

Al número lo llamamos x consecutivos de x , $x + 1$, $x + 2$

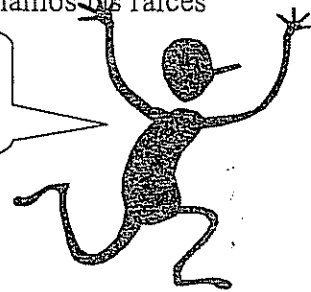
$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 365$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 365 \quad \text{desarrollando cuadrado de binomio}$$

$$3x^2 + 6x - 360 = 0 \quad \text{mediante la fórmula resolvente determinamos las raíces}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 3(-360)}}{6}$$

Ojo con las soluciones!!!!no pueden ser negativas pues $\notin \mathbb{N}$



$$x = 10 \quad \vee \quad x = \text{Negativo}$$

RTA. Los números encontrados son 10, 11 y 12

24)

¿De cuántos lados se compone un polígono que tiene 90 diagonales?

No resulta fácil entender este problema si no se tienen conocimientos de combinatoria, vamos a tratar de llegar partiendo de situaciones más simples.

Por ejemplo, pensemos en un pentágono.

El pentágono tiene 5 vértices

Definición de diagonal : segmento que une vértices no consecutivos.

Cada vértice del pentágono puede unirse con 2 vértices, dado que los otros 2 son consecutivos.

Entonces podríamos pensar $5 \cdot 2 = 10$ ¿son las diagonales? , pero si contamos vemos que son exactamente la mitad, ¿ por qué?

A la cantidad propuesta se la debe dividir por 2 pues estamos contando dos veces cada diagonal : el segmento AB es el mismo que el BA

Pensemos ahora en un polígono de n lados y n vértices

Cada vértice podrá unirse con $(n-3)$ vértices (restamos tres que son: el mismo vértice y los dos consecutivos)

Vemos si funciona
$$\frac{n(n-3)}{2} = 90$$

distribuyendo
$$n^2 - 3n - 180 = 0$$

Determinando las raíces de la ecuación mediante la fórmula resolvente

$$n = 15 \vee n = -12$$

RTA. El polígono tiene 15 lados.

25)

Un círculo tiene 20 cm de radio. ¿En cuánto debe disminuirse el radio para que el área disminuya en $76 \pi \text{ cm}^2$?

La diferencia de las áreas debe ser 76π
 $(20 - x)$ es el radio disminuido ,

Escribimos las expresiones que permiten calcular las dos áreas y se restan
 $20^2 \pi - \pi (20 - x)^2 = 76 \pi$

$$400 \pi - \pi (400 - 40x + x^2) = 76 \pi \quad \text{cuadrado de binomio}$$
$$-\pi x^2 + 40 \pi x - 76 \pi = 0$$

$$-\pi (x^2 - 40x + 76) = 0$$

Determinando las raíces de la ecuación mediante la fórmula resolvente

$$x = 2 \vee x = 38$$

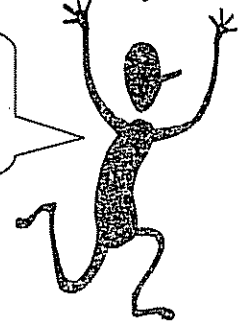
Vemos si ambas soluciones cumplen con las condiciones del problema.

El radio disminuido está representado por $(20 - x)$, lo que nos hace descartar $x = 38$

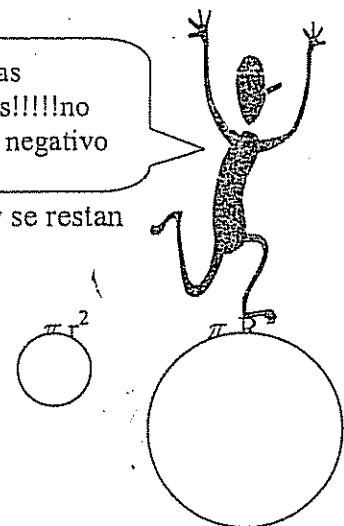
RTA: 2 cm

26) La base mayor de un trapecio mide 50 cm. La base menor es igual a la altura y el área es de 1200 cm^2 . ¿ cuánto mide la base menor?

Ojo con las soluciones!!!!no puede ser negativo



Ojo con las soluciones!!!!no puede ser negativo



Recordar que $A = \frac{B + b}{2} \cdot h$ (1)

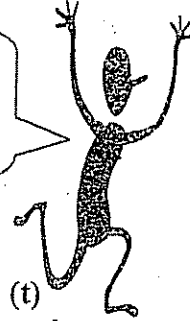


Reemplazamos los datos en (1) $1200 = \frac{50 + b}{2} \cdot b$

$$b^2 + 50b - 2400 = 0$$

$$b = -80 \vee b = 30$$

Ojo con las soluciones!!!!no puede ser negativo



RTA : la base menor mide 30 cm.

27)

La altura (a) m alcanzada por un objeto en tiro vertical, es $20t - 5t^2$, donde (t) segundos es el tiempo. Halle el tiempo ($t \neq 0$) transcurrido desde que es lanzado hasta alcanzar la altura :

27) 1

$$a = 0$$

$$a = 20t - 5t^2 \quad \text{sacando factor común } t \quad t(20 - 5t) = 0$$

$$t = 4 \vee t = 0$$

Pero una condición del problema es que ($t \neq 0$) entonces $t = 4$

RTA; el tiempo transcurrido es de 4 seg

27) 2

$$a = \frac{75}{4}$$

$$\frac{75}{4} = 20t - 5t^2 \quad -5t^2 + 20t - \frac{75}{4} = 0$$

$$t = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 4(-5)(-\frac{75}{4})}}{-10} = \frac{-20 \pm 5}{-10}$$

$$t = 1,5 \text{ seg} \quad \vee \quad t = 2,5 \text{ seg}$$

Van las dos soluciones???
SI



RTA : los tiempos transcurridos serán de 1,5 seg y 2,5 seg

27-3

$$20t - 5t^2 = 15$$

$$-5t^2 + 20t - 15 = 0 \quad t = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 4(-5)(-15)}}{-10} = \frac{-20 \pm 10}{-10}$$

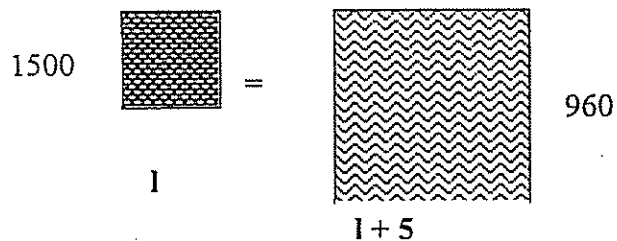
$$t=1 \text{ seg.} \quad \vee \quad t=3 \text{ seg}$$

RTA : los tiempos transcurridos serán de 1 seg y 3 seg

28)

El piso de una sala tiene 1500 mosaicos (cuadrados). Si cada mosaico tuviese 5 cm más de largo y 5 cm más de ancho bastarían 960 mosaicos para recubrir el piso. Determine las dimensiones de los mosaicos que tiene la sala

1500 mosaicos ocupan la misma superficie que 960



l = lado del mosaico cuadrado

$$1500 (l \cdot l) = (l + 5) (l + 5) 960$$

$$1500 l^2 = (l + 5)^2 960$$

$$1500 l^2 = (l^2 + 10l + 25) \cdot 960$$

$$1500 l^2 = 960 l^2 + 9600 l + 24000$$

$$540 l^2 - 9600 l - 24000 = 0$$

$$l = 20 \text{ cm} \quad l = -2,22 \text{ cm}$$



RTA: los mosaicos tienen 20 cm de lado

30)

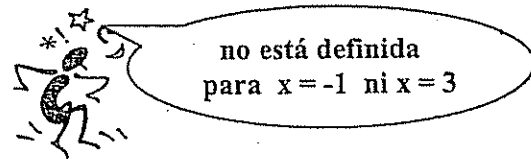
Determinar el conjunto solución de cada una de las siguientes ecuaciones

Importante en las ecuaciones racionales antes de resolverlas es fundamental determinar el conjunto en el que es posible la ecuación. (debido a que la operación principal que vincula a los polinomios es la división, habrá que excluir la o las raíces del polinomio divisor, pues éstas no son soluciones de la ecuación).

Resolvemos primero dos ejemplos y luego los del libro...

EJEMPLO 1

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} = 0$$



$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} = 0 \quad \wedge \quad \text{condiciones} \quad x^2 + 4x + 3 \neq 0 \quad , \text{divisor no cero}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \wedge \quad (x + 1) \cdot (x + 3) \neq 0 \quad , \text{aquí se deduce que}$$

$$(x + 1) \cdot (x + 2) = 0 \quad \wedge \quad x + 1 \neq 0 \quad \wedge \quad x + 3 \neq 0$$

$$(x = -1 \vee x = -2) \quad \wedge \quad x \neq -1 \quad \wedge \quad x \neq 3$$

$$x = -2$$

entonces el conjunto solución : $S = \{ -2 \}$

Ejemplo 2

$$\frac{2}{x-5} = \frac{1}{4x-12}$$

, el conjunto en el que la ecuación esa definida es $\mathbb{R} - \{5, 3\}$

$$2(4x - 12) = x - 5 \quad \wedge \quad \text{condiciones} \quad x - 5 \neq 0 \quad \wedge \quad 4x - 12 \neq 0 \quad , \text{ambos divisores no nulos}$$

$$8x - 24 = x - 5 \quad \wedge \quad x \neq 5 \quad \wedge \quad 4x \neq 12$$

$$7x = 19 \quad \wedge \quad x \neq 5 \quad \wedge \quad x \neq 3$$

$$x = 19/7 \quad \wedge \quad x \neq 5 \quad \wedge \quad x \neq 3$$

$$S = \{ 19/7 \}$$

Resolvemos los ejercicios del libro

30-1

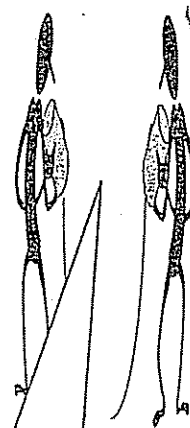
$$\frac{6-x}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{5-x}$$

Factorizamos los denominadores en función de sus raíces

$$\frac{6-x}{(x+2)^2} - \frac{1}{x+2} - \frac{2}{5-x} = 0$$

Buscamos comun denominador

$$\frac{(6-x)(5-x) - (x+2)(5-x) - 2(x+2)^2}{(x+2)^2(5-x)} = 0$$



Ojo!!! Que el segundo y tercer término están precedidos por un signo menos

Distribuyendo , agrupando y cancelando

$$\begin{array}{l} \text{condiciones} \\ -22x = -12 \quad \wedge \quad 5 - x \neq 0 \quad \wedge \quad x + 2 \neq 0 \\ x = \frac{6}{11} \quad \wedge \quad x \neq 5 \quad \wedge \quad x \neq -2 \end{array}$$

$$\text{RTA: } S = \left\{ \frac{6}{11} \right\}$$

30-2

$$\frac{x+4}{3x-6} - \frac{x-6}{4x-8} = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\frac{x+4}{3(x-2)} - \frac{x-6}{4(x-2)} - \frac{x+1}{x-2} = 0 \quad \text{sacando factor común en los denominadores}$$

$$4(x+4) - 3(x-6) - 12(x+1) = 0 \quad \wedge \quad \text{condición } x-2 \neq 0$$

Distribuyendo , agrupando y cancelando:

$$-11x = -22 \quad \wedge \quad x-2 \neq 0$$

$$x = 2 \quad \wedge \quad x \neq 2 \quad \text{RTA: } S = \emptyset$$

30-3

Para resolver esta ecuación volvemos al tema "cambio de variable"

$$\text{Acordamos que } \frac{x+1}{x-1} = u$$

$$\left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2 + \frac{x+1}{x-1} = 6$$

$$u^2 + u - 6 = 0 \quad \wedge \quad x-1 \neq 0$$

determinando las raíces mediante la fórmula resolvente

$$u = -3 \quad \vee \quad u = 2 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$\frac{x+1}{x-1} = -3 \quad \vee \quad \frac{x+1}{x-1} = 2 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x+1 = -3(x-1) \quad \vee \quad x+1 = 2(x-1) \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \vee \quad x = 3 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

RTA: $S = \left\{ \frac{1}{2}; 3 \right\}$

31)

Determine el conjunto solución de :

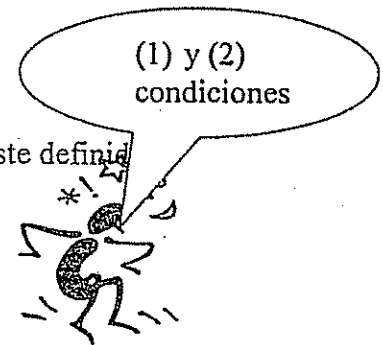
Recordar que por tratarse de ecuaciones irracionales, es necesario tener en consideración el conjunto en el que están definidas. Para proporcionar la o las soluciones debemos corroborar que estén incluidas en el mismo.

31-1

$$\sqrt{2+\sqrt{x}} + \sqrt{2-\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

Planteamos la resolución y también las condiciones para que la ecuación este definida

$$\sqrt{2+\sqrt{x}} + \sqrt{2-\sqrt{x}} = \sqrt{x} \quad \wedge \quad \sqrt{x} > 0 \quad (1) \quad \wedge \quad \sqrt{2-\sqrt{x}} \geq 0 \quad (2)$$



Elevamos al cuadrado ambos miembros

$$2 + \sqrt{x} + 2\sqrt{2+\sqrt{x}}\sqrt{2-\sqrt{x}} + 2 - \sqrt{x} = x \quad \wedge \quad x > 0 \quad (1) \quad \wedge \quad 2 - \sqrt{x} \geq 0 \quad (2)$$

$$4 + 2\sqrt{4-x} = x \quad \wedge \quad x > 0 \quad (1) \quad \wedge \quad 2 \geq \sqrt{x} \quad (2)$$



$2\sqrt{4-x} = x - 4$ elevando nuevamente ambos miembros al cuadrado

¿Por que $\sqrt{x} > 0$?, no puede ser = 0???

$$4(4-x) = x^2 - 8x + 16 \quad \wedge \quad x > 0 \quad (1) \quad \wedge \quad 4 \geq x \quad (2)$$

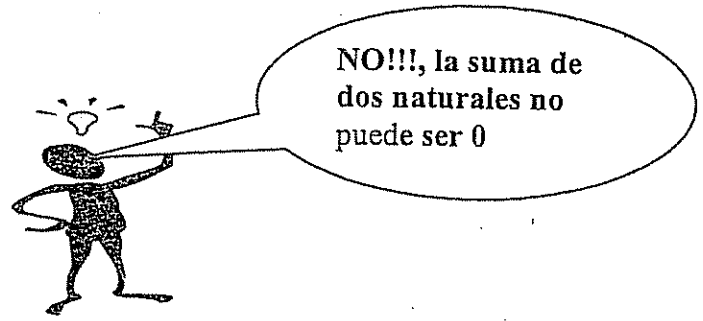
la ecuación esta definida en $(0; 4]$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 4$$

$$\text{RTA: } S = \{4\}$$



31-2

$$\sqrt{6x+7} - \sqrt{3x+3} = 1$$

$$\sqrt{6x+7} - \sqrt{3x+3} = 1$$

$$\wedge 6x+7 \geq 0 \text{ (1)} \quad \wedge 3x+3 \geq 0 \text{ (2)}$$

$$\sqrt{6x+7} = \sqrt{3x+3} + 1$$

$$\wedge x \geq -7/6 \quad \wedge x \geq -1$$

$$6x - 3x + 7 - 1 - 3 = 2\sqrt{3x+3}$$

$$\wedge x \geq -7/6 \quad \wedge x \geq -1$$

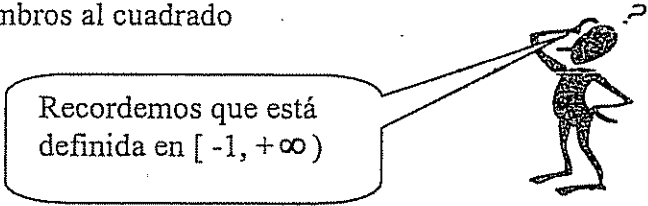
$$3x+3 = 2\sqrt{3x+3} \quad \text{elevando ambos miembros al cuadrado}$$

$$9x^2 + 18x + 9 = 12x + 12$$

$$9x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x = 1/3 \vee x = -1$$

$$\text{RTA: } S = \{-1; 1/3\}$$



31-3

$$\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 9}} = \sqrt{x+5}$$

$$\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 9}} = \sqrt{x+5}$$

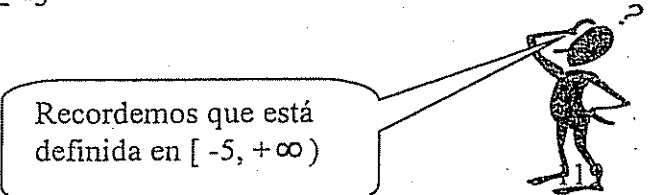
$$\wedge x+5 \geq 0$$

Elevando ambos miembros al cuadrado

$$x + \sqrt{x^2 + 9} = x + 5$$

$$\wedge x \geq -5$$

Elevando nuevamente al cuadrado



$$x^2 - 16 = 0$$

$$\wedge x \geq -5$$

$$x = 4$$

$$\vee x = -4$$

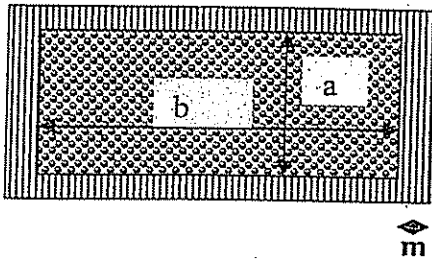
$$\wedge x \geq -5$$

$$\text{RTA : } S = \{-4; 4\}$$

32)

A un cuadro de óleo de 1,5 m de largo por 90 cm de alto se le pone un marco rectangular. El área total del cuadro y el marco es de $1,6 \text{ m}^2$ ¿cual es el ancho del marco?

Dibujemos el marco (sugerencia: en general hacer una figura de análisis ayuda a solucionar los problemas)



m es el ancho del marco

El área del cuadro es $a \cdot b = 90 \cdot 150 = 1350 \text{ cm}^2$

Área total = 16.000 cm^2

Área del marco = 2.500 cm^2

Área del marco = $2[(2m+b) \cdot m] + 2ma$

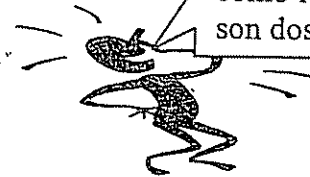
$2.500 = 2[(2m+b) \cdot m] + 2ma$

$4m^2 + 480m - 2500 = 0$

¿de donde salió
 $[(2m+b) \cdot m]$????



Si mirás la figura, la varilla horizontal del marco tiene como longitud $2m + b$, como son dos $2[(2m+b) \cdot m]$



Determinando las raíces con la formula resolvente

$$m = 5 \vee m = -125$$

RTA : El ancho del marco es de 5 cm

m no puede ser un número negativo



33)

En un campeonato de ajedrez cada maestro juega una vez con cada uno de los restantes, Si en total se juegan 45 partidas ¿ cuantos son los jugadores?
Este problema es parecido al 24.

Si cada jugador juega con todos los demás, (una vez), entonces todos juegan con todos menos consigo mismo.

J = número de jugadores

J (J - 1) es la cantidad de partidas jugadas?, no!!! se divide por 2 pues la partida jugada por (Pepe-Ana) = (Ana-Pepe)

$$\frac{J(J - 1)}{2} = 45$$

$J^2 - J - 90 = 0$ la única condición que por tratarse de personas la solución no puede ser un número negativo Determinando las raíces con la formula resolvente.

$$J = 10 \vee J = -9$$

RTA: Los jugadores son 10

34)

Un estanciero vendió cierto número de reses por 1200 dólares. Si hubiera pedido la misma suma por tres reses menos, habría recibido 20 dólares más por cada res ¿Cuántas reses vendió y a qué precio cada una?.

llamaremos **p** al precio por res
llamaremos **x** al número de reses
(x-3) tres reses menos
(p + 20) 20 dólares más

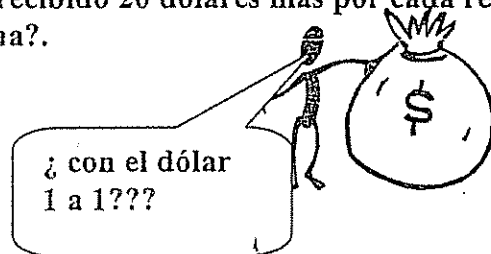
$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad x p = 1200 \\ (2) \quad (x - 3)(p + 20) = 1200 \end{array} \right\}$$

despejando x de (1) y sustituyendo en (2) $x = \frac{1200}{p}$

$$1200 + 20 \frac{1200}{p} - 3p - 60 = 1200 \text{ sacando común denominador (p)}$$

$3p^2 + 60p - 2400 = 0$ determinando las raíces con la fórmula resolvente:

$$p = 80 \vee p = \text{número negativo}$$



x no puede ser un número negativo, p no puede ser un número negativo

para determinar cantidad de reses, se reemplaza $p = 80$ en $x = \frac{1200}{p}$

RTA : las reses vendidas fueron 15 y el precio 80 dólares cada una.

35)

Un hombre al morir deja una herencia de \$60.000 para repartir entre cierto número de herederos pero 2 de éstos no reclaman su parte y entonces la herencia de cada uno de los demás resulta aumentada en \$1000. ¿ Cuántos herederos había originalmente?

Llamamos n a la cantidad de herederos

Si cada uno hubiera reclamado su parte les tocaría $\frac{60000}{n}$

Pero como dos no se presentaron el dinero se repartirá de la siguiente manera $\frac{60000}{n-2}$

Si a la parte que le toca a cada uno si todos se presentan se le suman 1000 pesos es equivalente a la parte que les tocaría a cada uno si dos renuncian.

$$\frac{60000}{n} + 1000 = \frac{60000}{n-2}$$



n no puede ser un número negativo

$$\frac{60000}{n} + 1000 - \frac{60000}{n-2} = 0 \quad \text{Sacando común denominador } n(n-2)$$

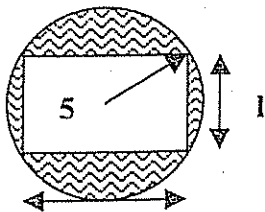
$1000n^2 - 2000n - 120000 = 0$ determinando las raíces con la fórmula resolvente

Solamente consideramos el resultado positivo $n = 12$

RTA: había originalmente 12 herederos

36)

Un rectángulo está inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio. Encuentre las dimensiones del rectángulo si su área es 40 cm^2 .



$$\begin{aligned} \text{Area del rectángulo} &= L l \\ 40 &= L l \quad (1) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que la diagonal mide 10 cm

L.

$$\text{Por Teorema de Pitágoras } l^2 + L^2 = 100 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 40 = L \cdot l \quad (1) \\ l^2 + L^2 = 100 \quad (2) \end{array} \right\}$$

despejando L de (1) y sustituyendo en (2)

$l^4 - 100l^2 + 1600 = 0$ resultó ser una ecuación bicuadrada, volvemos a "cambio de variable"

convenimos que $u = l^2$
 $u^2 - 100u + 1600 = 0$ determinando las raíces con la fórmula resolvente

$$u = 80 \quad \vee \quad u = 20$$

$$l^2 = 80 \quad \vee \quad l^2 = 20$$

$$|l| = \sqrt{80} \quad \vee \quad |l| = \sqrt{20}$$

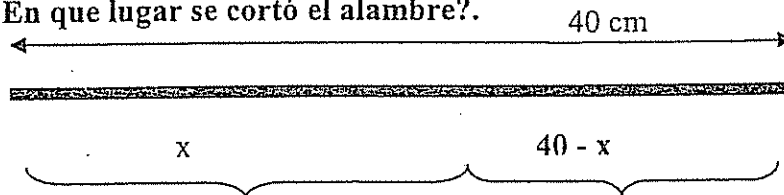
Para hallar las soluciones de la ecuación ponemos módulo y obtenemos los dos valores (el positivo y el negativo), pero por tratarse de longitudes de lados solamente serán solución del problema que modelizan los resultados positivos.

RTA: Los lados pueden medir $4\sqrt{5}$ cm o $2\sqrt{5}$ cm



37)

Un alambre de 40 cm de longitud se cortó en dos pedazos. Una de las partes se dobló haciendo un cuadrado y la otra un rectángulo que es tres veces más largo que ancho. La suma del área del cuadrado y del área del rectángulo es $55,75 \text{ cm}^2$. ¿En que lugar se cortó el alambre?



Área del cuadrado = l^2

Área del rectángulo = $L \cdot a = 3a^2$

$$l^2 + 3a^2 = 55,75 \quad (1)$$

Si suponemos que $(40-x)$ es la parte del alambre que se utilizó para formar el cuadrado entonces el lado del cuadrado será $l = (40-x)/4$

Si x es la parte del alambre que se utilizó para formar el rectángulo entonces, sabiendo que el largo es el triple del ancho, el ancho será $a = x/8$ ($3a+3a+a+a =$ al perímetro)

Reemplazando en (1)

$$\left(\frac{40-x}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{8}\right)^2 = 55,75$$

$$\frac{(40-x)^2}{16} + 3\frac{x^2}{64} = 55,75$$

elevamos al cuadrado y buscamos común denominador 64

$$4(40-x)^2 + 3x^2 = 3568$$

$$4(1600 - 80x + x^2) + 3x^2 = 3568$$

$$6400 - 320x + 4x^2 + 3x^2 = 3568$$

$7x^2 - 320x + 2832 = 0$ determinando las raíces con la fórmula resolvente

$$x = \frac{236}{7} \text{ cm} \quad \vee \quad x = 12 \text{ cm}$$

Como indicamos para resolver el problema supusimos que $(40-x)$ es la parte del alambre que se utilizó para formar el cuadrado, ¿y si suponemos que $(40-x)$ es la parte del alambre que se utiliza para formar el rectángulo?

Tenemos que pensar todas las posibilidades!!!!!!



Si suponemos que $(40-x)$ es la parte del alambre que se utilizó para formar el rectángulo tendremos

$$8a = 40 - x$$

$$a = (40 - x) / 8$$

$$3a = 3(40 - x) / 8$$

$$3\left(\frac{40-x}{8}\right)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 55,75$$

$$3\frac{(40-x)^2}{64} + \frac{x^2}{16} = 55,75 \text{ desarrollando el cuadrado de binomio, y sacando común denominador:}$$

$$3(1600 - 80x + x^2) + 4x^2 = 3568$$

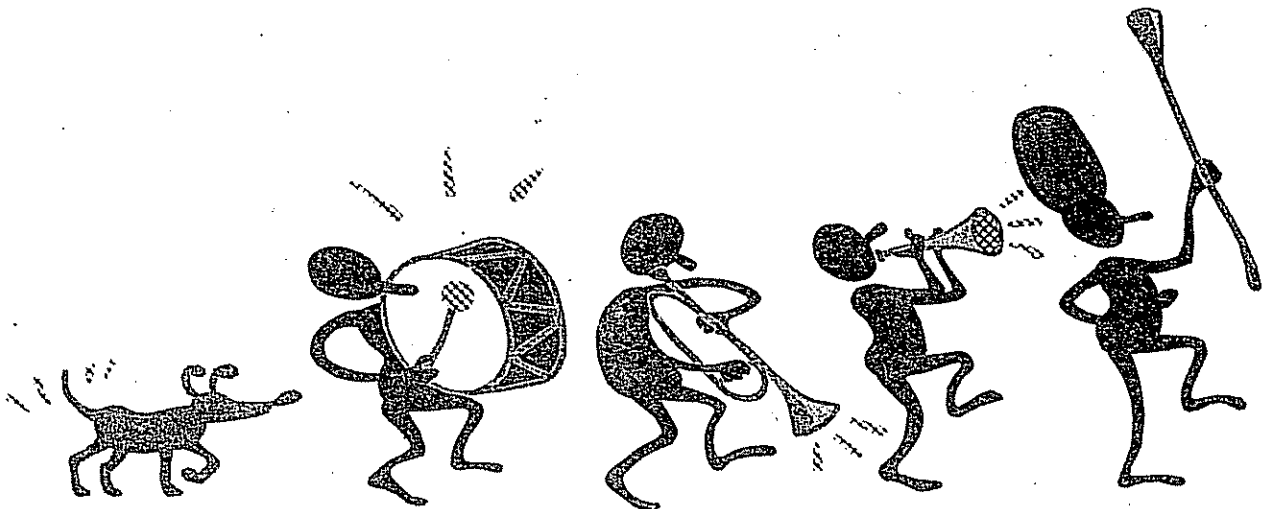
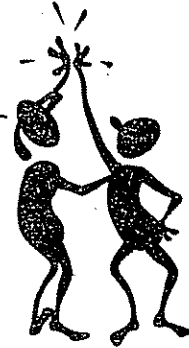
$$4800 - 240x + 4x^2 + 4x^2 = 3568$$

$7x^2 - 240x + 1232 = 0$ determinando las raíces con la fórmula resolvente

$$x = \frac{44}{7} \vee x = 28 \text{ cm}$$

Encontramos otra!!!!

RTA. La pieza mayor tiene 28 cm o $\frac{236}{7}$ cm



Fin del trabajo N° 3!!!!



Trabajo Práctico N° 4

- Sistemas de ecuaciones lineales
- Método de eliminación de Gauss.
- Sistemas Homogéneos.

Pág. 127.....Pág.160





Trabajo Practico N° 4

Sistemas de ecuaciones lineales.

Método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones

Se despeja una variable de una de las ecuaciones, para luego sustituirla en la otra con la intención de obtener una ecuación en función de una sola variable

tres ejemplos

$$1) \begin{cases} 2x + y = 5 & (1) \\ 4x - y = 1 & (2) \end{cases}$$

Despejamos y de (1) y reemplazamos en (2)

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 4x - (5 - 2x) = 1 \end{cases}$$

Resolvemos la segunda ecuación, que quedó en función de una sola variable (x)

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 6x - 5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 6x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ x = 1 \end{cases}$$

Finalmente se sustituye en la otra ecuación del sistema y se obtiene ecuaciones "sencillas", equivalentes

$$\begin{cases} y = 5 - 2 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

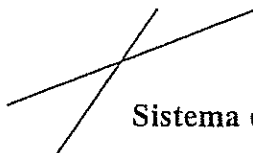
El último sistema equivalente (simple) del original nos permite deducir sin errores la solución única

$$x = 1 \wedge y = 3$$

así

$$S = \{ (1, 3) \} \text{ Sistema compatible determinado}$$

La calificación de cada sistema corresponde a las posiciones relativas que pueden presentarse entre dos rectas



Sistema compatible determinado

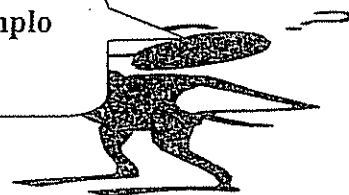
Un punto en común,
son incidentes

Otro ejemplo

2)

$$\begin{cases} 2x + 4y = 2 & (1) \\ 4x + 8y = 6 & (2) \end{cases}$$

Despejamos x de (1) y reemplazamos en (2)



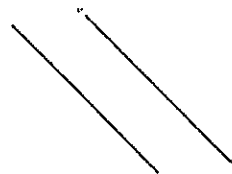
$$\begin{cases} x = 1 - 2y \\ 4(1 - 2y) + 8y = 6 \end{cases}$$

Resolvemos la segunda ecuación, que quedó en función de una sola variable (y)

$$\begin{cases} x = 1 - 2y \\ 4 + 0 \cdot y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 0 \cdot y = 2 \end{cases}$$

La segunda ecuación jamás es verdadera cualquiera sea el real y , $0 \neq 2$ por lo tanto no existe valor de y para que se cumpla la igualdad $\therefore S = \{ \}$

En este caso se dice que no hay compatibilidad entre las ecuaciones del sistema, es incompatible.



No tienen ningún punto en común, son paralelas
Sistema incompatible

3)

$$\begin{cases} 2x + 4y = 2 & (1) \\ 4x + 8y = 4 & (2) \end{cases}$$

Despejamos x de (2) y reemplazamos en (1)

$$\begin{cases} 2(1 - 2y) + 4y = 2 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

Resolvemos la primera ecuación, que quedó en función de una sola variable (y)

$$\begin{cases} 2 + 0 \cdot y = 2 \\ x = 1 - 2y \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \cdot y = 0 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

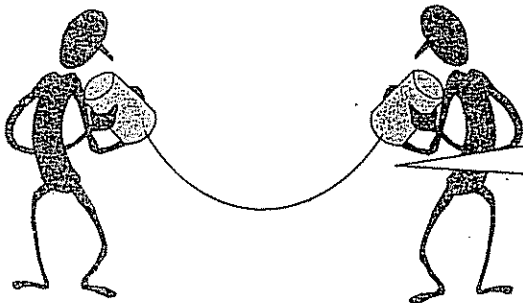
La primera ecuación, del sistema, es siempre verdadera para cualquier valor de y , $y \cdot 0 = 0$, es verdadero siempre independiente de los valores de x e y , por lo tanto se verifica para todo x e y que $\in \mathbb{R}$

Por lo que el conjunto solución es: (todos los puntos que pertenecen a la recta de ecuación $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$)

$$S = \{ (x, y) / x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x \},$$

correspondiente a un sistema compatible indeterminado.

Tienen todos sus puntos en común son paralelas coincidentes
Sistema compatible indeterminado



Resumiendo los sistemas pueden ser:
SCD única solución
SCI infinitas soluciones
SI solución vacía

Resolvemos los ejercicios del libro.

1-1)

$$\begin{cases} x + 2y = 6 & (1) \\ \frac{2x + y}{3} = y - 6 & (2) \end{cases}$$

Despejando x de (1)

$$(1) \quad x = 6 - 2y$$

Despejando x de (2)

$$\begin{aligned} (2) \quad 2x + y &= 3(y - 6) \\ 2x + y &= 3y - 18 \\ x &= \frac{2y - 18}{2} \\ x &= y - 9 \end{aligned}$$

Igualando

$$6 - 2y = y - 9$$

$$y = 5$$

$$x = -4$$

Sistema Compatible Determinado $S = \{(-4, 5)\}$

1-2)

$$\begin{cases} x + 4y = 2 - x & (1) \\ x = 1 - 2y & (2) \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en (1)

$$1 - 2y + 4y = 2 - (1 - 2y)$$

$$1 + 2y = 2 - 1 + 2y$$

$$1 = 1$$

Sistema compatible indeterminado

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x, y) = (1, 0) + t(-2, 1)\}$$

$$1-3) \begin{cases} 2(x - 1,5y) - 5 = 0 & (1) \\ \frac{2}{3}x = y + \frac{5}{6} & (2) \end{cases}$$

Si escribimos la ecuación explícita (despejando y) de las rectas se visualiza la pendiente y la ordenada al origen. Observamos que son paralelas, pero no coincidentes pues tiene distintas ordenada al origen.

Función polinómica de primer grado (lineal)

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} / f(x) = m \cdot x + b \quad , m \neq 0 \text{ y } b \text{ constantes reales}$$

Su curva representativa (en \mathbb{R}) es una línea recta cuyo dibujo es muy simple de exponer conociendo como mínimo dos puntos . m se denomina pendiente y b ordenada al origen. La pendiente (m) marca la inclinación de la recta y b es el punto de intersección con el eje de ordenadas (y). Si las rectas tienen igual pendiente entonces son paralelas, si además tienen igual ordenada al origen son paralelas coincidentes.

Desde lo geométrico

Si $m_1 = m_2$ y $b_1 \neq b_2$

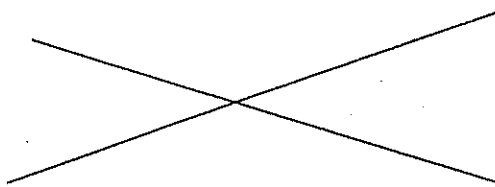
Rectas paralelas
no incidentes



El sistema de ecuaciones es incompatible

En caso contrario es un sistema de ecuaciones compatible que discriminamos según sea determinado de solución única o indeterminado por tener un conjunto solución infinito.

Si $m_1 \neq m_2$



Rectas
incidentes

es un sistema de ecuaciones compatible determinado

Si $m_1 = m_2 \wedge b_1 = b_2$



Las dos ecuaciones representan la
misma recta
(coincidentes)

Seguimos con el ejercicio

$$2x - 3y - 5 = 0$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} = y$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} = y$$

comparamos las pendientes $m = \frac{2}{3}$ son iguales

comparamos las ordenadas al origen $-\frac{5}{6} \neq -\frac{5}{3}$

Son paralelas no coincidentes por eso no tienen ningún punto en común.

SI $S = \emptyset$

1-4)

$$\begin{cases} x - 4y = 3x + 2y \\ x = 2x - 2y \end{cases}$$

Escribimos la ecuación explícita de (1) y (2), observamos que tienen distintas pendientes y que la ordenada al origen de cada una es nula, por lo que ambas se intersecan en el origen de coordenadas. (0,0)

$$(1) \quad \begin{aligned} -6y &= 2x \\ y &= -\frac{1}{3}x \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} -x &= 2y \\ y &= \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

$$S = \{(0,0)\}$$

Otra forma, analíticamente:

Igualando (1) con (2)

$$-\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}x \quad \frac{5}{6}x = 0$$

$x = 0$ reemplazando el valor de x obtenido en (1) o (2) resulta $y = 0$

Sistema compatible determinado (Única solución)

$$S = \{(0,0)\} \text{ El origen de coordenadas}$$

1-5)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = x & (1) \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = y & (2) \end{cases}$$

Escribimos las ecuaciones explícitas de ambas rectas (despejando y), observamos que tienen la misma pendiente e igual ordenada al origen, por lo que son coincidentes y el sistema es **Compatible indeterminado**.

$$(1) \quad \frac{1}{2}x - x = -\frac{1}{3}y$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{3}y$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x = y - \frac{2}{3}y$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}y$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

Se verifica para cualquier valor de las variables, y los puntos en común son todos los puntos que pertenecen a la recta de ecuación $y = 3/2 x$

$$S = \{(x,y) / x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y = 3/2 x \},$$

OTRA FORMA:

Despejando y de (1)

$$y = \frac{3}{2}x, \text{ sustituyo en (2)}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}x\right)$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x - x$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$$

$$0 = 0$$

es una igualdad que se cumple siempre, independiente de los valores que tomen las variables x e y . Por lo tanto se verifica para todo valor de x e $y \in \mathbb{R}$

$$S = \{(x,y) / x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y = 3/2 x \},$$

2)

Halle los valores a y b (reales) de forma que el sistema sea Compatible Determinado; Compatible Indeterminado, o Incompatible.

2-1

$$\begin{cases} x + ay = a \\ -by = b \end{cases}$$

Recordamos						
0	0	a	b	$a \neq 0$	$\forall b \in \mathbb{R}$	SCD $00a - b$
0	0	a	b	$a = 0$	$\wedge b \neq 0$	SI $000 - b$
0	0	a	b	$a = 0$	$\wedge b = 0$	SCI $000 - 0$

$$\begin{array}{cc|c} 1 & a & a \\ 0 & -b & b \end{array}$$

Para hacer el análisis tomamos la última fila, pues sólo ha quedado en función de b
 si $b = 0$ **SCI** $\forall a \in \mathcal{R}$

$$\begin{array}{cc|c} 1 & a & a \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

si $b \neq 0$ **SCD** $\forall a \in \mathcal{R}$

2-2

$$\begin{cases} ax - y = 0 \\ x - ay = b \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc|c} a & -1 & 0 & E_1 \\ 1 & -a & b & E_2 \\ \hline 0 & -1 + a^2 & -ab & E_1 - aE_2 \\ 1 & -a & b & \end{array}$$

Para hacer el análisis tomamos la primera fila de la segunda agrupación pues ésta ha quedado en función de a y b

Si $-1 + a^2 = 0 \wedge -a \cdot b = 0$ **SCI** $(a = 1 \vee a = -1) \wedge b = 0$

Si $-1 + a^2 = 0 \wedge -a \cdot b \neq 0$ **SI** $(a = 1 \vee a = -1) \wedge b \neq 0$

Si $-1 + a^2 \neq 0$ **SCD** $(a \neq 1; a \neq -1) \wedge \forall b \in \mathcal{R}$

3)

Aportamos otro método de resolución, dado que este tema se encuentra en el diseño curricular del nivel medio por lo que suponemos que algunos ya lo conocen.

Método de determinantes. Regla de Cramer

Se llama matriz cuadrada de orden 2 a una tabla de cuatro números dispuestos en dos filas y dos columnas de la siguiente manera:

$$M = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ con } a, b, c, d \in \mathfrak{R}$$

Los números reales a, b, c, d se llaman coeficientes de la matriz M . Los números $a, c, y b, d$ representan respectivamente la primera y segunda columna de la matriz M . Los números a, b y c, d representan respectivamente la primera y la segunda fila de la matriz M .

Se llama determinante de la matriz cuadrada M de orden 2 al siguiente número real:

$$|M| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \in \mathfrak{R}$$

Que resulta ser el producto de los coeficientes de la diagonal principal menos el producto de los coeficientes de la diagonal secundaria.

El método de determinantes (Regla de Cramer) consiste en expresar la solución del sistema de ecuaciones, cuando se cumplan las condiciones que aseguran que existe una única solución

Este método es muy útil para analizar las soluciones, pero no es recomendable en los casos de sistemas compatibles indeterminados o incompatibles, por lo que solamente se utilizará para sistemas Compatibles Determinados.

1) La incógnita x se obtiene como una fracción teniendo por denominador al determinante de la matriz de coeficientes del sistema y por numerador el determinante que se obtiene al sustituir la primera columna de la matriz de coeficientes del sistema por la columna de términos independientes, es decir:

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \gamma & \beta \\ \gamma' & \beta' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{vmatrix}} = \frac{\gamma\beta' - \beta\gamma'}{\alpha\beta' - \beta\alpha'}$$

2) la incógnita y se obtiene como una fracción teniendo por denominador el determinante de la matriz de coeficientes del sistema y, por numerador el determinante que se obtiene al sustituir la segunda columna de la matriz de coeficientes del sistema por la columna de términos independientes, es decir:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ \alpha' & \gamma' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{vmatrix}} = \frac{\alpha\gamma' - \gamma\alpha'}{\alpha\beta' - \beta\alpha'}$$

Recordar que Cramer no es recomendable para SI o SCI

Ejemplo. La solución del sistema de ecuaciones viene dada por:

Ejemplo:

$$\begin{cases} 5x - 1y = 5 \\ -2x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 11 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$x = \frac{15 + 11}{15 - 2}$$

$$x = \frac{26}{13}$$

$$x = 2$$

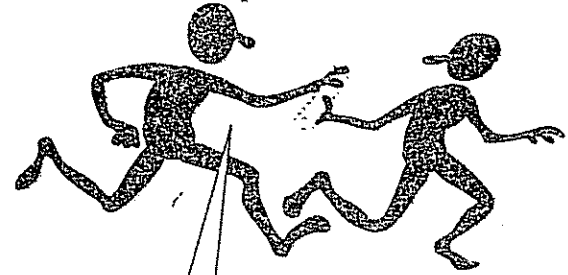
$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ -2 & 11 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$y = \frac{55 + 10}{15 - 2}$$

$$y = \frac{65}{13}$$

$$y = 5$$

$$S = \{(2, 5)\}$$



Por que en esos casos el $\Delta = 0$

Ejercicio N° 3

Resuelve los siguientes sistemas

3-1

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x + 3y - 2z = -10 \\ -x + 6z = 9 \end{cases}$$

Te proponemos diversos métodos, recordando que la interpretación geométrica de un sistema lineal de tres por tres, es tratar de determinar los puntos en común entre tres planos. (cada una de esas ecuaciones $ax + by + cz + d = 0$ representa la ecuación general de un plano)

Método de eliminación de Gauss

$$\begin{array}{ccc|ccc}
 1 & 2 & 0 & -3 & E_1 & \\
 2 & 3 & -2 & -10 & E_2 & \\
 -1 & 0 & 6 & 9 & E_3 & \\
 \hline
 1 & 2 & 0 & -3 & E_1 & \\
 0 & -1 & -2 & -4 & E_2 - 2E_1 & \\
 \hline
 0 & 2 & 6 & 6 & E_3 + E_1 & \\
 1 & 2 & 0 & -3 & -3 & \\
 0 & 0 & 2 & -2 & E_3 + 2E_2 & \\
 \hline
 0 & 2 & 6 & 6 & (2) &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{de (1)} \\
 2z = -2 \\
 z = -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{de (2)} \\
 2y + 6z = 6 \\
 2y + 6(-1) = 6 \\
 y = 6
 \end{array}$$

1) Gauss- Jordan

Este método es muy útil para resolver sistemas lineales de tres por tres. Te lo explicamos a partir del ejemplo. El método consiste en lograr líneas (columnas o filas) con dos "0" y un "1". Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}$$

Estos son tres ejemplos, aunque existen otras posibilidades, lo que podemos observar es que los "1" están colocados en distintas filas y columnas.



Se elige el "1" como pivote, a los efectos de hacer más sencillas las operaciones. Si no se dispusiera de un "1", veremos en el ejemplo 3-2 cómo se debe operar. Volvemos a escribir la matriz de manera tal que la columna del pivote se completa con "0", y la fila se escribe igual.

$$\begin{array}{cccc}
 \textcircled{1} & 2 & 0 & -3 \\
 0 & ? & ? & ? \\
 0 & ? & ? & ?
 \end{array}$$

Los números representados por ?, son los que deben completarse. Se procede de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc|c}
 \textcircled{1} & -2 & 0 & -3 \\
 2 & 3 & -2 & -10 \\
 -1 & 0 & 6 & 9 \\
 \hline
 1 & 2 & 0 & -3 \\
 0 & -1 & -2 & -4 \\
 0 & 2 & 6 & 6 \\
 \hline
 1 & 2 & 0 & -3 \\
 0 & -1 & -2 & -4 \\
 0 & 2 & 6 & 6 \\
 \hline
 1 & 0 & -4 & -11 \\
 0 & 1 & 2 & 4 \\
 0 & 0 & 2 & -2 \\
 \hline
 1 & 0 & -4 & -11 \\
 0 & 1 & 2 & 4 \\
 0 & 0 & \textcircled{1} & -1 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & -15 \\
 0 & 1 & 0 & 6 \\
 0 & 0 & 1 & -1
 \end{array}$$

1	2	0	-3
0			
0			



Para encontrar el número que se coloca en la posición del tres se efectúa la siguiente operación:
 $3 - (2 \times 2) = 3 - 4 = -1$
 Es decir: que al número que deseamos transformar se le resta el producto de los números que se encuentran en la misma posición en la columna y en la fila del pivote.

Para encontrar el número que se coloca en la posición del -2 se efectúa la siguiente operación:
 $-2 - (2 \times 0) = -2 - 0 = -2$
 Para encontrar el número que se coloca en la posición del 0 se efectúa la siguiente operación:
 $0 - ((-1) \times 2) = 0 + 2 = 2$

Una vez que se han calculado los 6 números faltantes, se elige otro pivote, se completan la columna con 0, la fila se deja como está, la columna del pivote anterior no se modifica y se obtienen los números que faltan de igual forma como se ha efectuado en el primer pivote. Tener en cuenta que para obtener "1" positivo para el segundo pivote, multiplicamos toda la fila por (-1), esta operación se llama operación elemental, pues no modifica a la ecuación sino que la transforma en otra equivalente,

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & ? & ? \\
 0 & 1 & 2 & 4 \\
 0 & 0 & ? & ?
 \end{array}$$

Al terminar de elegir los pivotes, (para que el tercer pivote sea "1", dividimos toda la fila por 2) si observamos la cuarta columna, podemos determinar directamente el valor de cada variable.

$$S = \{(-15, 6, -1)\}$$

Sistema compatible determinado

3) Método de Cramer, lo resolvemos también por Cramer

Si el sistema de ecuaciones lineales es de 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

$$\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 \cdot z = d_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 \cdot z = d_2 \\ a_3 \cdot x + b_3 \cdot y + c_3 \cdot z = d_3 \end{cases}, \text{ su matriz asociada al sistema } \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = B$$

El determinante de una matriz de 3 filas y 3 columnas (3 x 3) lo calculamos así:

$$\det B = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Recordamos que para encontrar el valor de las variables:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

Para determinar el Δ general

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$\Delta = 1 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} + 0$$

$$\Delta = (18) + (-2)(12 - 2)$$

$$\Delta = 18 + (-2)10$$

$$\Delta = -2$$

Para determinar Δx

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -10 & 3 & -2 \\ 9 & 0 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$\Delta = -3 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -10 & -2 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 0$$

$$\begin{aligned} -3(18) - 2(-60 + 18) = \\ -54 - 2(-42) = \end{aligned}$$



Ojo!!!! Cambiar signo



Ojo!!!! Cambiar signo



$$-54 + 84 = 30$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -10 & 3 & -2 \\ 9 & 0 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 6 \end{vmatrix}}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{30}{-2} = -15$$

De igual forma procedemos con y

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & -10 & -2 \\ -1 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

Ojo!!!
Cambiar signo



$$\Delta y = -1 \begin{vmatrix} -10 & -2 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} + 0$$

$$\Delta y = (-60 + 18) + 3(12 - 2)$$

$$\Delta y = -42 + 3(10)$$

$$\Delta y = -42 + 30 = -12$$

$$\Delta y = -12$$

$$y = \frac{-12}{-2}$$

$$y = 6$$

Procedemos a determinar z

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -10 \\ -1 & 0 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

$$\Delta z = 1 \begin{vmatrix} 3 & -10 \\ 0 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -10 \\ -1 & 9 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = 27 - 2(18 - 10) - 3(3)$$

$$\Delta z = 2$$

$$z = \frac{2}{-2}$$

$$z = -1$$

$$S = \{(-15, 6, -1)\}$$

Sistema compatible Determinado

3-2

$$\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ -2x + y + 3z = 9 \\ 4x + 2y + z = 11 \end{cases}$$

(1) $-45z = 135 \quad \therefore z = 3$

(2) $7y + 3 = 17 \quad \therefore y = \frac{14}{7} \quad \therefore y = 2$

$y = 2$

(3) $x + 3y - z = 4 \quad \therefore x + 6 - 3 = 4 \quad \therefore x = 1$

$S = \{(1, 2, 3)\}$ Sistema compatible Determinado

Eliminación de Gauss

1	3	-1	4	E_1
-2	1	3	9	E_2
4	2	1	11	E_3
1	3	-1	4	E_1
0	7	1	17	$2E_1 + E_2$
0	4	7	29	$2E_1 + E_3$
1	3	-1	4	(3)
0	7	1	17	(2)
0	0	-45	135	$4E_2 - 7E_3$ (1)

Gauss - Jordan

Elegimos como pivote el primer 1

Completamos la columna con 0, la fila queda como está, La idea es obtener columnas con 0,0 y con un 1. Las posiciones de los 1 deberán estar en distinta filas y columnas.

①	3	-1	4	1	10	0	21
-2	1	3	9	0	7	1	17
4	2	1	11	0	①	0	2
1	3	-1	4	1	0	0	1
0	7	①	17	0	0	1	3
0	-10	5	-5	0	1	0	2
1	10	0	21	0	7	1	17
0	-45	0	-90	0	-45	0	-90

a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 3 se efectúa la siguiente operación:

$$3 - ((-1) \times 7) = 3 + 7 = 10$$

b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 2 se efectúa la siguiente operación:

$$-10 - (7 \times 5) = -10 - 35 = -45$$

c) para el 4:

$$4 - ((-1) \times 17) = 4 + 17 = 21$$

d) para el (-5):

$$-5 - (17 \times 5) = -5 - 85 = -90$$

a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 1 se efectúa la siguiente operación:

$$1 - ((-2) \times 3) = 1 + 6 = 7$$

b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 3 se efectúa la siguiente operación:

$$3 - ((-2) \times (-1)) = 3 - 2 = 1$$

c) para el 2:

$$2 - (4 \times 3) = 2 - 12 = -10$$

d) para el 1:

$$1 - (4 \times (-1)) = 1 + 4 = 5$$

e) para el 9

$$9 - ((-2) \times 4) = 9 + 8 = 17$$

f) para el 11

$$11 - (4 \times 4) = 11 - 16 = -5$$

PRIMER PIVOTE

SEGUNDO PIVOTE

Para elegir el tercer pivote, que debería ser en el lugar del -45 , como no tenemos un 1, para obtenerlo dividimos toda la fila por -45 . Este tipo de operaciones que pueden realizarse se denominan operaciones elementales y no modifican los resultados, dado que transforma a la ecuación en otra equivalente.

a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 21 se efectúa la siguiente operación:

$$21 - (10 \times 2) = 21 + 20 = 1$$

b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 17

$$17 - (7 \times 2) = 3$$

TERCER PIVOTE



$S = \{(1, 2, 3)\}$ Sistema compatible Determinado

3-3

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 & (1) \\ 2x + 5y + 2z = 9 & (2) \\ x + 4y + 7z = 6 & (3) \end{cases}$$

Lo resolvemos despejando y sustituyendo.

$$x = 4 - 2y + z \quad (4)$$

Despejamos x de (1) obtenemos ecuación (4)

$2(4 - 2y + z) + 5y + 2z = 9$ sustituyendo, aplicando propiedad distributiva y asociando

$$8 - 4y + 2z + 5y + 2z = 9$$

$$y + 4z = 1 \quad (5)$$

Despejando x de (3) e igualando con (4) obtenemos ecuación (6)

$$4 - 2y + z + 4y + 7z = 6$$

$$2y + 8z = 2 \quad (6)$$

$$y = 1 - 4z \quad y = \frac{2 - 8z}{2}$$

$$1 - 4z = 1 - 4z$$

$$0 = 0$$

El sistema es Compatible Indeterminado, tiene infinitas soluciones. Geométricamente se interpreta como que la intersección de los tres planos es una recta, y las soluciones son todos los puntos que pertenecen a la misma

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = 2 + 9\lambda, y = 1 - 4\lambda, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}\}$$

Lo resolvemos por el método de Gauss- Jordan

$$\begin{array}{ccc|c}
 \textcircled{1} & 2 & -1 & 4 \\
 & 2 & 5 & 2 \\
 & 1 & 4 & 7 \\
 \hline
 & 1 & 2 & -1 \\
 & 0 & \textcircled{1} & 4 \\
 & 0 & 2 & 8 \\
 \hline
 & 1 & 0 & -9 \\
 & 0 & 1 & 4 \\
 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 5 se efectúa la siguiente operación:

$$5 - (2 \times 2) = 5 - 4 = 1$$

b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 2 se efectúa la siguiente operación:

$$2 - (2 \times (-1)) = 2 + 2 = 4$$

c) para el 9:

$$9 - (2 \times 4) = 1$$

d) para el 4:

$$4 - (2 \times 1) = 2$$

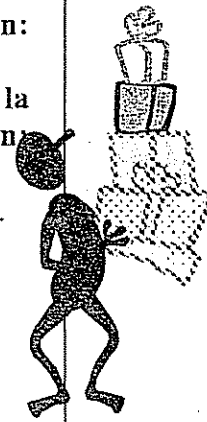
e) para el 7

$$7 - ((-1) \times 1) = 8$$

f) para el 6

$$6 - (4 \times 1) = 2$$

Primer pivote



a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del (-1) se efectúa la siguiente operación:

$$-1 - (2 \times 4) = -9$$

b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del (8) efectúa la siguiente operación:

$$8 - (2 \times 4) = 0$$

c) para el 4:

$$4 - (2 \times 1) = 2$$

d) para el 2:

$$2 - (2 \times 1) = 0$$

SEGUNDO
PIVOTE



Si recordamos, estamos frente a un sistema compatible indeterminado, la intersección es una recta, z puede tomar cualquier valor por lo tanto $z = \lambda \wedge \lambda \in \mathbb{R}$

$$z = \lambda$$

$$y + 4z = 1 \quad (1)$$

$$y = 1 - 4z$$

$$x - 9z = 2 \quad (2)$$

$$x - 9\lambda = 2$$

$$x = 2 + 9\lambda$$

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = 2 + 9\lambda, y = 1 - 4\lambda, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}\}$$

3-4

$$\begin{cases} y - 2z = -5 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y + z = -2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y = -4 & (3) \end{cases}$$

$$y = -5 + 2z \quad (1) \text{ despejando } y$$

$$2x - (-5 + 2z) + z = -2 \quad (2) \text{ sustituyendo}$$

$$2x + 5 - 2z + z = -2$$

$$2x - z = -7$$

$$z = 2x + 7 \text{ despejando } z$$

$$4x + 5 - 2z = -4 \text{ Sustituimos el valor de } z \text{ encontrado en (3)}$$

$$4x - 2z = -9$$

$$4x - 2(2x + 7) = -9 \text{ sustituyendo nuevamente, distribuyendo y asociando}$$

$$-7 = -9$$

$$S = \phi$$

La conclusión geométrica a la que arribamos es que los tres planos no tienen puntos en común.

Otra forma

Eliminación de Gauss

$$\begin{array}{ccc|cc}
 0 & 1 & -2 & -5 & E_1 \\
 2 & -1 & 1 & -2 & E_2 \\
 4 & -1 & 0 & -4 & E_3 \\
 \hline
 0 & 1 & -2 & -5 & \\
 2 & -1 & 1 & -2 & \\
 0 & -1 & 2 & 0 & 2E_2 - E_3 \\
 \hline
 0 & 1 & -2 & -5 & \\
 2 & -1 & 1 & -2 & \\
 0 & 0 & 0 & -5 & E_1 + E_3
 \end{array}$$

$$S = \phi$$

3-5

Sistemas de ecuaciones lineales homogéneos

Si las ecuaciones polinómicas de primer grado son homogéneas (todos los términos son de grado uno) y el segundo miembro es cero el sistema se denomina homogéneo

ejemplos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ -5x + y = 0 \end{cases} \quad (0,0) \in S$$

$$\begin{cases} 4u + 2v - 6w = 0 \\ 2v - w = 0 \\ 6u + 3v - 9w = 0 \end{cases} \quad (0,0,0) \in S$$

Se puede observar que presentan una solución obvia: todos las componentes cero. Se deduce por lo tanto que estos sistemas son siempre compatibles pues como mínimo tienen como solución el origen de coordenadas, pero pueden ser también compatibles indeterminados, si en ambos casos tienen en común una recta que pasa por el origen de coordenadas.

En este caso, sabemos de ante mano que el sistema es **Compatible** por ser Homogéneo.

$$\begin{cases} x + z = 0 & (1) \\ x + y - z = 0 & (2) \\ x - y + 3z = 0 & (3) \end{cases}$$

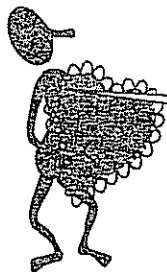
Gauss-Jordan

$$\begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \textcircled{1} & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

- a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 1 se efectúa la siguiente operación:
 $1 - (1 \times 0) = 1$
- b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del -1 se efectúa la siguiente operación:
 $-1 - (1 \times 1) = -2$
- c) para el -1:
 $-1 - (1 \times 1) = -2$
- d) para el 3:
 $3 - (1 \times 1) = 2$

- a) Para encontrar el número que se coloca en la posición del (1) se efectúa la siguiente operación:
 $1 - (-2 \times 0) = 1$
- b) Para encontrar el número que se coloca en la posición del 2 se efectúa la siguiente operación:
 $2 - (-2 \times -1) = 0$

LOS PIVOTES SON MENOS PORQUE EL SISTEMA ES HOMOGÉNEO



El sistema es compatible indeterminado

$$\begin{aligned} z &= k \\ y &= 2k \\ x &= -k \end{aligned}$$

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = -k, y = 2k, z = k; k \in \mathbb{R}\}$$

4) Indique los valores de k reales tales que el sistema sea : Compatible Determinado, Compatible Indeterminado o Incompatible.

4-1)

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ kx + y = -2 \\ ky + z = 5 \end{cases}$$

✗ $ky + z = 5$
 ERROR EN EL TIPO DE LA ECUACIÓN, DEBE DECIR: $2k + y + z = 1$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 3 \\ k & 1 & 0 & -2 \\ 0 & k & 1 & 5 \\ \hline 2+k & 0 & 3 & 8 \\ k & 1 & 0 & -2 \\ -k^2 & 0 & 1 & 5+2k \\ \hline 2+k-3k & 0 & 0 & 8-15-6k \quad (1) \\ & 1 & 0 & \\ -k^2 & 0 & 1 & 5+2k \end{array}$$

Recordamos

0	0	a	b	$a \neq 0$	$\forall b \in \mathbb{R}$	SCD	$00a - b$
0	0	a	b	$a = 0 \wedge b \neq 0$	SI		$000 - b$
0	0	a	b	$a = 0 \wedge b = 0$	SCI		$000 - 0$

$$2 - 2k = 0 \wedge -7 - 6k = 0 \quad \text{SCI (1)}$$

$$2 - 2k = 0 \wedge -7 - 6k \neq 0 \quad \text{SI (2)}$$

$$2 - 2k \neq 0 \quad \text{SCD (3)}$$

$$(1) \quad k = 1 \wedge k = -\frac{7}{6} \quad \exists k \quad \text{SCI}$$

$$(2) \quad k = 1 \wedge k \neq -\frac{7}{6} \quad \text{SI}$$

$$(3) \quad k \neq 1 \quad \text{SCD}$$

4-2)

$$\begin{cases} x + y - z = k \\ -x + y + kz = 3 \\ ky + z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & 1 & -1 & \cancel{6} \\ -1 & 1 & k & 3 \\ 0 & k & 1 & 5 \\ \hline 1 & 1 & -1 & k \\ 0 & 2 & k-1 & 3+k \\ 0 & k & \textcircled{1} & 5 \\ \hline 1 & & 0 & \\ 0 & 2-k(k-1) & 0 & 3+k-5k+5 \\ 0 & k & 1 & 5 \end{array}$$

$$2 - k(k-1) = 0 \quad \wedge \quad 3 + k - 5k + 5 = 0 \quad \text{SCI (1)}$$

$$2 - k(k-1) = 0 \quad \wedge \quad 3 + k - 5k + 5 \neq 0 \quad \text{SI (2)}$$

$$2 - k(k-1) \neq 0 \quad \text{SCD (3)}$$

$$2 - k^2 + k = 0 \quad \wedge \quad 8 - 4k = 0 \quad \text{SCI (1)}$$

$$2 - k^2 + k = 0 \quad \wedge \quad 8 - 4k \neq 0 \quad \text{SI (2)}$$

$$2 - k^2 + k \neq 0 \quad \text{SCD (3)}$$

$$(1) \text{ SCI} \quad k = 2$$

$$(2) \text{ SI} \quad k = -1$$

$$(3) \text{ SCD} \quad k \neq 2 \quad \wedge \quad k \neq -1$$

4-3)

$$\begin{cases} x + kz = 0 \\ 3x + y + 4z = 0 \\ 2x + ky + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc|c}
 1 & 0 & k & 0 \\
 3 & 1 & 4 & 0 \\
 2 & k & 3 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & k & 0 \\
 0 & 1 & 4-3k & 0 \\
 0 & k & 3-2k & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & k & 0 \\
 0 & 1 & 4-3k & 0 \\
 0 & 0 & 3k^2-6k+3 & 0 \quad (1)
 \end{array}$$

Analizamos (1), por tratarse de un sistema homogéneo, sabemos que no puede ser Incompatible, así que tenemos sólo dos posibilidades.

$$3k^2 - 6k + 3 = 0 \quad \text{SCI}$$

$$3k^2 - 6k + 3 \neq 0 \quad \text{SCD}$$

$$3(k-1)^2 = 0$$

$$3(k-1)^2 \neq 0$$

$$k = 1 \quad \text{SCI}$$

$$k \neq 1 \quad \text{SCD}$$

6)

El cuerpo de un pez pesa 4 veces lo que pesa la cabeza y la cola 2 libras más que la cabeza, Si el pez pesa 20 libras ¿cual es el peso de cada parte?

¿será un pez grande
o un pez chiquito?
¿cuánto es una
libra??????



Para ordenarnos señalaremos con que denotaremos las partes del pobre pez
cabeza = Ca cuerpo = Cu cola = Co

$$(1) \quad Cu + Ca + Co = 20$$

$$(2) \quad Cu = 4Ca$$

$$(3) \quad Co - 2 = Ca$$

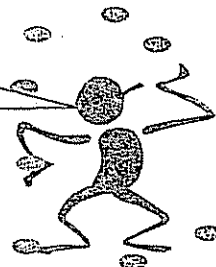
Te proponemos dos formas:

1) reemplazando sucesivamente en las ecuaciones planteadas hasta llegar al valor de las incógnitas.

$$Cu = 4Ca \quad \wedge \quad Co - 2 = Ca \quad \therefore \quad Cu = 4(Co - 2) \quad (4)$$

Reemplazando en (1); (2) y (4)

No olvidar las
unidades



$$4(Co-2) + Co-2 + Co = 20$$

$$4Co - 8 + Co - 2 + Co = 20$$

$$6Co = 30 \quad \therefore Co = 5 \text{ reemplazando el valor obtenido en (3) y (4)}$$

RTA: la cabeza pesa 3 libras, el cuerpo 12 libras y la cola 5 libras.

2) forma

$$(4) \quad Cu + Ca + Co = 20$$

$$(5) \quad Cu - 4Ca = 0$$

$$(6) \quad Co - Ca = 2$$

	Cu	Ca	Co	
①	-4	0		0
	0	-1	1	2
	1	1	1	20
<hr/>				
	1	-4	0	0
	0	-1	1	2
	0	5	①	20
<hr/>				
	1	-4	0	0
	0	-6	0	-18
	0	5	1	20
<hr/>				
	1	-4	0	0
	0	①	0	+3
	0	5	1	20

1	0	0	12
0	1	0	3
0	0	1	5

RTA: Co = 5 Ca = 3 y Cu = 12

7)

La edad de un padre es el cuádruplo de la edad de su hijo. Hace 3 años era el quintuplo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?



p es la edad del padre ; h la del hijo

(1) $p = 4h$ es el cuádruplo

(2) $p - 3 = 5(h - 3)$ hace 3 años era el quintuplo . por eso -3 en cada cado y multiplicado por 5 por ser el quintuplo

Reemplazando (1) en (2)

$$4h - 3 = 5 \quad \therefore \quad 4h = 15 \quad \therefore \quad h = 12 \quad \wedge \quad p = 48$$

8)

Antonio tiene \$4 en monedas de 5 y de 20 centavos. Si en total tiene 29 monedas, ¿cuántas son de 5 y cuántas de 20 centavos

c = Cantidad monedas de cinco

v = Cantidad monedas de veinte

como las monedas son de centavos, reducimos lo cuatro pesos a 400 centavos.

(1) $5C + 20V = 400$ una cantidad de monedas de 5 más otra cantidad de monedas de 20 suman los 4 pesos.

(2) $C + V = 29$ En total tiene 29 monedas
 $C = 29 - V$ (3)

Sustituyendo (3) en (1)

$5(29 - V) + 20 \cdot V = 400$ Propiedad distributiva, asociando y resolviendo

$$V = \frac{255}{15} \quad \therefore \quad V = 17 \quad \therefore \quad C = 29 - 17 \quad \therefore \quad C = 12$$

RTA : tiene 17 monedas de veinte y 12 monedas de cinco.

9)

En un número de dos cifras, la cifra de las decenas excede en 5 a la cifra de las unidades. Si se invierte el orden de las cifras resulta un nuevo número que sumado con el anterior da 121. Determine el número
Buscamos un numero de dos cifra es decir du

Se sabe que $d = 5 + u$



$$\begin{array}{r}
 u \quad u + 5 \\
 + \\
 \hline
 5 + u \quad u \\
 1 \quad 2 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (1) \quad u + 5 + u &= 1 + 10 \\
 2u &= 11 - 5 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$u = 3 \quad \wedge \quad d = u + 5 \quad \therefore \quad d = 8$$

RTA. El número es 83

10)

Un estante contiene $\frac{3}{5}$ de la cantidad total de libros que están en el estante vecino.

Si pasamos 10 libros del primero al segundo estante, éste tendrá el doble de libros que el primero. ¿Cuántos libros había en cada librero?

Antes de comenzar nos ponemos de acuerdo en como llamaremos a cada incógnita:

$$\begin{aligned}
 \text{estante} &= E & (1) \quad E &= \frac{3}{5} V \text{ primer dato.} \\
 \text{estante vecino} &= V & (2) \quad V + 10 &= 2 \cdot (E - 10)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (1) en (2), efectuando propiedad distributiva, asociando ...

$$\frac{6}{5} V - V = 30$$

$$\frac{1}{5} V = 30 \quad \therefore \quad V = 150 \quad \therefore \quad E = \frac{3}{5} \cdot 150 \quad \therefore \quad E = 90$$

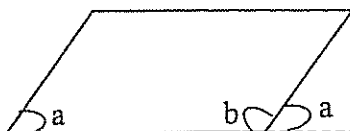
RTA: En el primer estante hay 90 libros y en el estante vecino 150 libros

11)

Determine los ángulos de un paralelogramo, que tiene la propiedad de que dos ángulos consecutivos difieren en 20°

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360° , los ángulos opuestos de cualquier paralelogramos son congruentes, además los ángulos consecutivos son suplementarios.

Dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus medidas es igual a $2R$ (180°)



(1) $a + b = 180^\circ$ por suplementarios

(2) $a - b = 20^\circ$ sumando mbo a mbo (1) + (2)

$$2a = 200^\circ \quad \therefore a = 100^\circ \wedge b = 80^\circ$$

Eso de sumar miembro a miembro es nuevo!!!



RTA: la medida de los ángulos es de: $a = 100^\circ \wedge b = 80^\circ$

12)

Cuando se agrega un disco duro a una computadora personal, el sistema nuevo cuesta \$2325. Se sabe que $\frac{1}{3}$ del valor de la computadora más $\frac{1}{5}$ del valor del disco duro dan un total de \$745. ¿Cuál es el costo del disco duro?

Nombre para nuestras variables:

Mano de obra = C

disco duro = D

Recordar las unidades en la respuesta



(1) $C + D = 2325$ el arreglo más el material

(2) $\frac{1}{3}C + \frac{1}{5}D = 745$ segundo dato del problema

multiplicando (1) por $\frac{1}{3}$ y restándole (2)

$$\frac{1}{3}D - \frac{1}{5}D = 30 \quad \text{asociando}$$

$$\frac{2}{15}D = 30$$

$$D = \$ 225$$

RTA: el disco duro de la compu sale \$ 225

13) Una compañía médica produce dos tipos de válvulas para el corazón; la estándar y la de lujo. Para hacer una válvula estándar son necesarios 5 minutos en el torno y 10 en la prensa taladradora; para la válvula de lujo son necesarios 9 minutos en el torno y 15 en la prensa. Cierta día el torno estará disponible 4 horas y la prensa 7. ¿Cuántas válvulas de cada tipo deben hacerse para utilizar las dos máquinas todo el tiempo posible?

Llamando $S =$ Válvula Standard $4 \text{ hs.} = 240 \text{ minutos}$

$L =$ válvula de lujo $7 \text{ hs.} = 420 \text{ minutos}$

$$5S + 9L = 240 \quad (1)$$

$$10S + 15L = 420 \quad (2)$$

Multiplicando (1) por 2 y restando (2) de (1)

$$3L = 60$$

$$L = 20 \quad \therefore \quad s = \frac{480 - 360}{10} = 12$$

RTA: deberán hacerse 12 V. Standart y 20 de Lujo

14)

Los precios por unidad de dos sustancias son \$6 y \$10. Averiguar qué cantidad de cada sustancia debe mezclarse para obtener 50 unidades de mezcla a \$7,60 cada una.

La ganancia o la pérdida se establecerá en la diferencia entre el precio de la nueva mezcla el precio inicial

$$\text{sustancia x} \quad 7,60 - 6 = 1,60 \quad \text{de ganancia}$$

$$\text{sustancia y} \quad 10 - 7,60 = 2,40 \quad \text{de pérdida}$$

$$\text{de (1)} \quad \begin{cases} 1,60x - 2,40y = 0 & (1) \\ x + y = 50 & (2) \\ x = 3/2 y \end{cases}$$

Reemplazando en (2)

$$3/2 y + y = 50 \quad \therefore \quad y = 20 \wedge \quad x = 30$$

RTA: debe mezclarse 30 unidades de una y 20 unidades de la otra.

15)

El día del parcial de Matemática se había previsto utilizar un cierto número de aulas. Al repartir 35 alumnos por aula quedaron 28 alumnos sin asiento. Entonces se ubicaron 38 alumnos en cada aula y quedaron 2 bancos libres. ¿Cuántos alumnos se presentaron al examen y cuántas aulas se utilizaron?

A = número de aulas

a = número de alumnos

$$(1) \quad 35A + 28 = a$$

$$(2) \quad 38A - 2 = a$$

Igualando (1) con (2)

$$\text{asociando} \quad 3A - 30 = 0 \quad \therefore \quad A = \frac{30}{3} \quad \therefore \quad A = 10 \text{ aulas}$$

$$a = 380 - 2$$

$$a = 378 \text{ alumnos}$$

RTA: la cantidad de alumnos que rinden examen son 378 y las aulas utilizadas 10.

16)

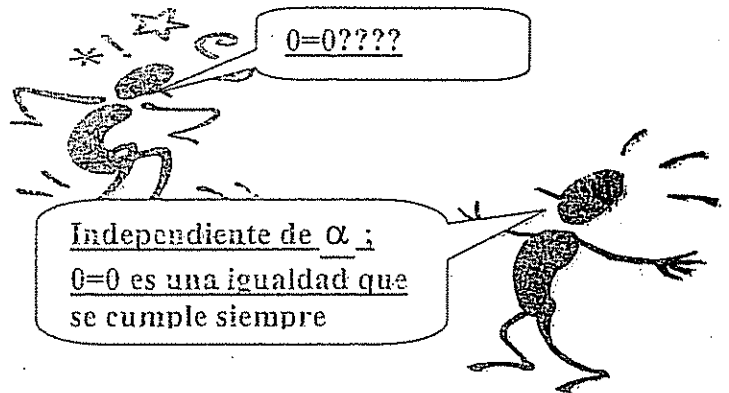
Dado el sistema:

$$\begin{cases} -2x + y - z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = -5 \\ x - y + (\alpha + 2)z = 2\alpha - 2 \end{cases}$$

16-1) Calcule α suponiendo que $(3,9,2)$ satisface el sistema.

Si satisface el sistema quiere decir que el punto pertenece a los tres planos, por eso reemplazamos en las coordenadas (x,y,z) por $(3,9,2)$

$$\begin{aligned} 3 - 9 + (\alpha + 2) \cdot 2 &= 2\alpha - 2 \\ -6 + 2\alpha + 4 &= 2\alpha - 2 \\ 2\alpha - 2 &= 2\alpha - 2 \\ 0 &= 0 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R} \end{aligned}$$



16-2) Resuelva el sistema para $\alpha = 0$

16-1) Si $\alpha = 0$

Reemplazamos $\alpha = 0$

- a) $-2x + y - z = 1$
- b) $3x - 2y + 2z = -5$
- c) $x - y + 2z = -2$

Para resolver el sistema usamos en este caso el método de Cramer, pueden usar Gauss; Gauss-Jordan, sustituciones sucesivas....

Recordar que le método de Cramer es aconsejable solo si el determinante general es distinto de 0



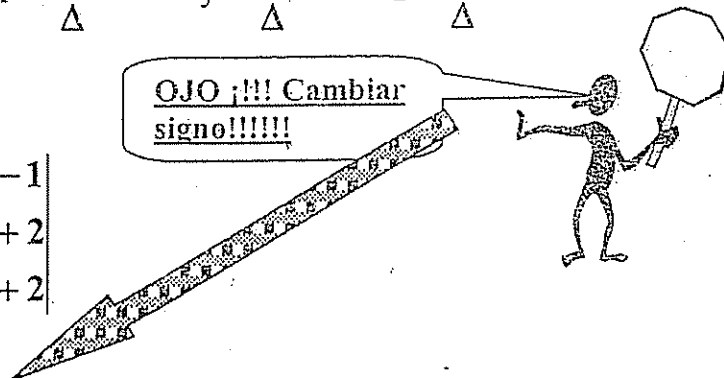
Si es 0
NO!!!!

Recordando que $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$ $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$

Obtenemos Δ

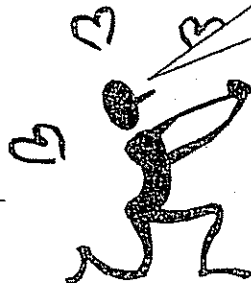
$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & +1 & -1 \\ +3 & -2 & +2 \\ 1 & -1 & +2 \end{vmatrix}$$

OJO ;!!! Cambiar signo!!!!!!



$$\Delta = (-2) \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

¡¡¡sigo con
Cramer
 $\Delta = 1!!!!!!$



$$\Delta = (-2) (-4+2) -1 (6-2) -1 (-3+2)$$

$$\Delta = 1$$

Obtenemos Δx

$$\Delta x = \begin{vmatrix} +1 & +1 & -1 \\ -5 & -2 & +2 \\ -2 & -1 & +2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta x = 1 \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} -5 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta x = 3$$

Obtenemos Δy

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -2 & +1 & -1 \\ +3 & -5 & +2 \\ -1 & -2 & +2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = (-2) \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = 9$$

Obtenemos Δz

$$\Delta z = \begin{vmatrix} -2 & +1 & -1 \\ +3 & -2 & -5 \\ -1 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = (-2) \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = (-2)(4-5) - 1(-6+5) + 1(-3+2)$$

$$\Delta z = 2$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad x = \frac{3}{1}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad z = \frac{9}{1}$$

$$z = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad z = \frac{2}{1}$$

RTA :

Sistema compatible determinado $S = \{ (3,9,2) \}$

17 Sea el sistema

$$\begin{cases} 2kx - 3y + z = 7 \\ -x + ky - 3z = 0 \\ 9x + 2y - 2z = 7 \end{cases}$$

17.1)

Calcule k suponiendo que $(1,2,3)$ satisface el sistema

Este ejercicio es igual al 16-1, si el punto $(1,2,3)$ satisface al sistema quiere decir que pertenece a los tres planos (recordar interpretación geométrica)

Reemplazando (x,y,z) por $(1,2,3)$, obtenemos el valor de k .

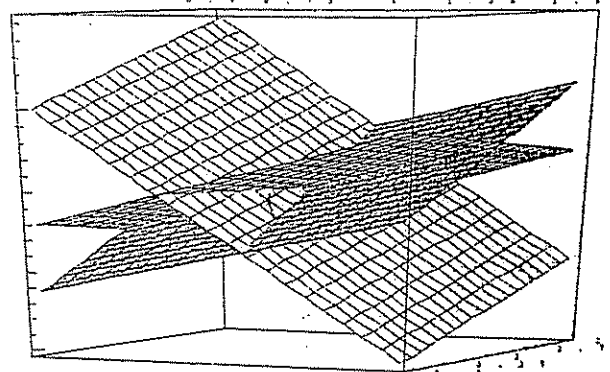
En realidad con reemplazar en la primera ecuación es suficiente pues es en la única en la que se encuentra k .

$$2.k.1 - 3.2 + 3 = 7$$

$$2k = 10 \quad \therefore \quad k = 5$$

RTA: $k = 5$

17.2) Resuelva el sistema para $k=2$



Reemplazamos $k = 2$

$$4x - 3y + z = 7 \quad (1)$$

$$-x + 2y - 3z = 0 \quad (2)$$

$$9x + 2y - 2z = 7 \quad (3)$$

Resolveremos con sustituciones sucesivas.

Despejando $2y$ de (2) y (3) e igualando

$$z = -10x + 7 \quad (A)$$

Sustituyendo en (3) z obtenida

$$9x + 2y - 2(-10x + 7) = 7$$

$$29x + 2y - 21 = 0 \quad (B)$$

Igualando (1) con (3)

$$4x - 3y + z = 9x + 2y - 2z$$

$$-5x - 5y + 3z = 0 \quad (C)$$

Sustituyendo en (C) z obtenida

$$-5x - 5y + 3(-10x + 7) = 0 \quad (C)$$

$$-35x - 5y + 21 = 0 \quad (D)$$

Igualando (B) y (D)

$$y = -2x$$

Sustituyendo en (B) la relación encontrada $y = -2x$

$$29x + 2(-2x) - 21 = 0 \quad \therefore x = \frac{21}{25}$$

$$\text{Reemplazando } y = -\frac{42}{25} \text{ y } z = -\frac{7}{5}$$

Por fin!!!!
¿no se puede más fácil??



18) En algunas aplicaciones electrónicas es necesario analizar el flujo de corriente a través de ciertas trayectorias de un circuito. El estudio de tres circuitos A, B, y C arroja los siguientes resultados.

$$\begin{cases} I_A - I_B - 2I_C = 1 \\ -I_A + 2I_B - 4I_C = 0 \\ -2I_A + 4I_B + 3I_C = 1 \end{cases}$$

Donde I_A, I_B, I_C representan las corrientes en las ramas A, B y C respectivamente.

Determine las corrientes de cada rama.

Lo planteamos por Gauss-Jordan

$$\begin{array}{ccc|c}
 \textcircled{1} & -1 & -2 & 1 \\
 -1 & 2 & -4 & 0 \\
 -2 & -4 & 3 & 1 \\
 \hline
 1 & -1 & -2 & 1 \\
 0 & \textcircled{1} & -6 & 1 \\
 0 & -6 & -1 & 3 \\
 \hline
 1 & 0 & -8 & 2 \\
 0 & 1 & -6 & 1 \\
 0 & 0 & -37 & 9
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ccc|c}
 1 & 0 & -8 & 2 \\
 0 & 1 & -6 & 1 \\
 0 & 0 & \textcircled{1} & -9/37 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & 2/37 \\
 0 & 1 & 0 & -17/37 \\
 0 & 0 & 1 & -9/37
 \end{array}$$

RTA. Las corrientes de las ramas son en A $2/37$, en B $-17/37$ en C $-9/37$

19) En física se estudian las fuerzas que actúan sobre un objeto. En el caso de tres fuerzas F_1, F_2, F_3 que actúan sobre una viga, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases}
 3F_1 + F_2 - F_3 = 2 \\
 F_1 - 2F_2 + F_3 = 6 \\
 4F_1 - F_2 + F_3 = 3
 \end{cases}$$

Recordar en las respuestas poner unidades.
En problema 18 y 19 no aclaran.....



Método de eliminación de Gauss

3	1	-1	2	E1	
1	-2	1	0	E2	
4	-1	1	3	E3	
3	1	-1	2	E1'	
0	7	-4	2	E2'	E1 - 3E2
0	-7	3	-3	E3'	E3 - 4E2
3	1	-1	2	E1''	
0	7	-4	2	E2''	
0	0	-1	-1	E3''	E3' + E2'

$$x = F_1$$

$$y = F_2$$

$$z = F_3$$

Para obtener z

$$-z = -1 \quad \therefore \quad z = 1$$

Para obtener y

$$7y - 4z = 2 \quad \therefore \quad 7y - 4 \cdot 1 = 2 \quad \therefore \quad y = \frac{6}{7}$$

Para obtener x

$$3x + y - z = 2$$

$$3x + \frac{6}{7} - 1 = 2 \quad \therefore \quad x = \frac{5}{7}$$

$$\text{RTA: } F_1 = 5/7, \quad F_2 = 6/7 \quad \text{y} \quad F_3 = 1$$

21)

Una fábrica de muebles produce mesas, sillas y armarios. Cada mueble requiere tres pasos de producción: corte, armado y acabado.

La cantidad de horas necesarias para cada operación por mueble es:

Operación	Mesa	Silla	Armario
Corte	1/2	1	1
Armado	1/2	3/2	1
Acabado	1	3/2	2

Los operarios de la fábrica pueden dedicar 300 horas al corte, 400 horas al armado y 590 horas al acabado, en cada semana laboral.

Determine si es posible, cuantas mesas, sillas y armarios deben producirse para ocupar todas las horas laborales disponibles.

Como preguntan ¿¿¿si es posible.....y si lo es averiguar.....

Partimos por averiguar si es posible: si lo es (recordamos) Método de Cramer, el determinante general debe ser distinto de 0 ($\Delta \neq 0$). Planteamos el determinante y esperamos con gran ilusión que sea nulo, con lo cual el problema termina y decimos: ¡¡¡no es posible!!!!. Si el determinante es $\Delta \neq 0$, abandonamos Cramer y buscamos otra forma....

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1/2 & 1 & 1 \\ 1/2 & 3/2 & 1 \\ 1 & 3/2 & 2 \end{vmatrix}$$

OJO ;!!! Cambiar signo!!!!!!

$$\Delta = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3/2 & 1 \\ 3/2 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1/2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 1 & 3/2 \end{vmatrix}$$





Fin Trabajo Práctico N° 4