www.exapuni.com – Todo para tu carrera!

Ingreso UTN

Unidad I

Descargá las guías resueltas del ingreso a la UTN gratis de www.exapuni.com !

Antes de comenzar voy a recomendarte que utilices estos ejercicios resueltos como una ayuda cuando realmente ya intentaste resolver un problema y no pudiste. Lo ideal es que hagas los ejercicios vos mismo, tratando de pensarlos por vos y razonarlos vos. Cuando puedas resolver un problema y llegar por vos mismo a la solución probablemente sientas satisfacción, eso es parte de la vida del ingeniero. Ser capaz de dar soluciones a problemas. Si cada problema lo resolvemos imitando la forma en que otro ya lo resolvió antes, solo estamos repitiendo procedimientos, probablemente en desmedro de nuestra propia capacidad. Parte de la formación de un ingeniero es enfrentarse a problemas y, con una base lo suficientemente abundante de teoría, rebuscársela y hallar la solución por uno mismo.

Antes de comenzar la guía, nos dieron dos ejercicios que son a modo introductorio. Estos ejercicios nos sirven para repasar cómo es que se escribe en el lenguaje algebraico y ver si no nos queda ningún bache. A partir de este momento, nuestras vidas van a empezar a cambiar y todo en nuestra cabeza pasa a ser símbolos. Así que te recomiendo que te vayas amigando con este lenguaje porque los vas a ver hasta en la sopa.

1)

Antes que nada, cuando decimos *simbolismo algebraico* nos referimos a expresiones que utilizan los símbolos de las operaciones, números y letras para representar relaciones entre cantidades (variables).

a) Un número aumentado en 5 es lo mismo que a un número, llamémoslo x, le sumemos 5 unidades. Es decir, $x + 5$.

b) Un número disminuido en 8 sería lo opuesto a lo anterior, a un número que podemos llamar x le restamos 5 unidades. Es decir, $x - 8$.

c) El cuadrado de un número aumentado en 2 se escribe bajo misma lógica que el primer punto, solo que el número está elevado al cuadrado. Es decir, $x^2 + 2$.

d) El cubo de un número es lo mismo que un número elevado a la potencia tres o un número elevado al cubo. Como vinimos haciendo en los puntos anteriores, lo primero que hacemos es representar el número con una letra. Normalmente, a un número cualquiera lo veníamos llamando x. Por lo tanto, al cubo de un número lo podemos escribir x^3.

e) El quíntuplo de un número es lo mismo que cinco veces ese número o el número 5 multiplicado por el número. Es decir, $5.x$. Recordemos que también podemos escribir $5x$ y omitir (no poner) el punto de la multiplicación. Siempre que podamos, vamos a escribir de esta forma, bajo un criterio de simplicidad.

f) El triple de un número, bajo la misma lógica que en el punto anterior, es $3x$. Para disminuirlo en 7 unidades, simplemente, le restamos ese mismo número. Es decir, nos quedaría $3x - 7$.

g) El cinco por ciento de un número es lo mismo que $0{,}05x$. La forma estándar para expresar el porcentaje de un número como multiplicación es $\frac{p}{100}x$. Donde p es el porcentaje y x es la variable base de la que se toma el porcentaje.

h) Para saber cómo escribir *tres* números consecutivos, podemos empezar por saber cómo se escribe el consecutivo de un número. Para pensarlo un poco, para pasar de un número al siguiente, lo que tenemos que hacer es sumar una unidad. Es decir, si el número es x, su consecutivo será $x + 1$. Por lo tanto, tres números consecutivos pueden ser: $\{x; x + 1; x + 2\}$. Observemos que el consecutivo del consecutivo es $x + 1 + 1 = x + 2$. No te asustes mucho por los corchetes, en general, cuando tenemos que expresar listas de números o *expresiones algebraicas* (esos bichos matemáticos con símbolos de sumas, restas, letras, etcétera), los ponemos entre corchetes y separados entre punto y coma por una cuestión de prolijidad.

Para los que nos gusta ponernos en complicados, también podíamos haber escrito $\{x - 2; x - 1; x\}$ ¿no? Pero bueno, para lo que nos gustan las cosas complicadas, les aviso que en ingeniería siempre tratamos de simplificar para no volvernos estúpidos. Para los que les interese distraerse un rato, pueden googlear KISS y Navaja de Ockham para reflexionar al respecto.

i) Este punto es muy similar al anterior, salvo que nos piden dos números *pares* consecutivos. Alguno se estará preguntando cómo escribir en lenguaje algebraico un número par y probablemente diría *p.* No estaría mal, pero faltaría ponerle alguna restricción para que ese número sea par. Lo que hacemos es multiplicar un número cualquiera por 2, entonces, el número que resulta siempre va a ser par. Es decir, el doble de un número siempre es par! Por lo tanto, para cerrar el ejercicio, dos números pares consecutivos se pueden escribir como $\left\{2x; 2x + \underbrace{2}_{*}\right\}$.

*Ojo con ese detalle, si sumamos solo una unidad, pasaríamos a un número impar. Porque siempre el consecutivo de un número par es uno impar!

j) En este punto no hay nada nuevo. Nos quedaría $\underbrace{x^2}_{\substack{cuadrado\\ del\\ número}} - \underbrace{x}_{\substack{el\\ número}}$.

k) Podríamos llamarlo D.

l) Como dice enunciado del punto anterior, podríamos llamarlo r.

m) Es simple, podemos basarnos en lo que vimos en los puntos $a)$ y $b)$. Nos quedaría $(15 - x)$ y $(15 + x)$.

n) No hay nada nuevo respecto del punto anterior, $(x + 2)$ y $(x + m)$. Lo interesante de este punto es ver que la cantidad de años se puede expresar con una letra, ya que se trata de una variable.

o) Simple, el número será cdu.

p) Haciendo la cuenta, nos queda $5x + 10y + 20z$.

q) Por la parte de Física, no te preocupes mucho, lo vas a estudiar en detalle más adelante. De una manera simplificada y a groso modo, la distancia recorrida es $v.t$, donde la velocidad es v y t es el tiempo. En general, si la velocidad está en km/h, el tiempo se expresa en h. En este caso, $\left(50\frac{km}{\cancel{h}}\right).(t\ \cancel{h})$. El automóvil recorre $(50.t)\ km$. Para pasar las horas a minutos, solo tenemos que dividir por la cantidad de minutos que hay en una hora, $60\ min$. Por lo tanto, la nueva expresión nos queda $v.\left(\frac{t}{60\ min/hora}\right)$. Reemplazando el tiempo, que el enunciado dice que es $m\ min$, nos queda $v.\left(\frac{m\ \cancel{min}}{60\frac{\cancel{min}}{hora}}\right)$ y la unidad horas del denominador se cancelan con las horas de la unidad de velocidad.

r) En un día haría $\frac{100}{x}\%$ del trabajo. Es decir, al total, 100% del trabajo, lo dividimos en la cantidad x de días (asumiendo que trabaja lo mismo todos los días).

2) Este ejercicio sirve para seguir ejercitando lo que vimos en el anterior, solo que tenemos la ventaja de que ya tenemos escritas las frases en lenguaje algebraico. Así que una vez que sepamos cómo se escribe, solo tenemos que buscar en la lista la expresión que corresponda.

a) $\boxed{5}$ Primero, la suma la podemos expresar como $(a + b)$ y, finalmente, elevando al cuadrado, $(a + b)^2$.

b) $\boxed{4}$ La suma de tres números se puede escribir como $(a + b + c)$ y, finalmente, el doble será $2(a + b + c)$. Si te quedaste con alguna duda, mirá los puntos e y f del ejercicio anterior.

c) $\boxed{1}$ El doble de un número se puede escribir como $2a$, restando siete unidades, nos queda $2a - 7$.

d) $\boxed{9}$ La tercera parte de un número (a), se puede expresar como $\frac{a}{3}$ o $\frac{1}{3}a$ y, restándole otro número (b),nos queda $\frac{a}{3} - b$. Es importante no confundirse con la expresión 7. Si te quedaste con alguna duda, pensá en qúe momento se le resta el número, ¿antes o después de multiplicar?

e) $\boxed{6}$ Dos números al cuadrado se pueden escribir como a^2 y b^2. Por lo tanto, la suma quedaría $a^2 + b^2$.

f) $\boxed{2}$ El área de un rectángulo resulta de multiplicar la longitud de un lado por la de otro lado (lados mayor y menor). El cuadrado, como buen rectángulo, también cumple con esa propiedad, la única diferencia es que los dos lados son iguales. Si al lado lo llamamos l y al área la llamamos A, tendremos que $A = l.l = l^2$.

g) $\boxed{10}$ Este punto es parecido al punto q del ejercicio anterior. También, como simplificación, suponemos que la velocidad es constante. La distancia recorrida se puede calcular como la multiplicación entre el tiempo transcurrido y la velocidad. Si llamamos d a la distancia, nos quedaría $d = 3x$. Donde tenemos que $\underbrace{d}_{distancia} = \underbrace{3}_{tiempo} . \underbrace{x}_{velocidad}$

Como ya comenté, más adelante vas a entender un poco más sobre distancias, tiempos y velocidades cuando estudies física. Por ahora no pierdas mucho tiempo en esto!

h) $\boxed{8}$ Comencemos por llamar x a la edad. Dentro de quince años, la edad de esta persona será $x + 15$. Pero nos dicen que esa edad será el doble, es decir, $2x$. Por lo tanto, nos queda $\underbrace{x + 15}_{\substack{edad\ dentro \\ de\ 15\ años}} = \underbrace{2x}_{\substack{doble\ de \\ la\ edad}}$.

Para que la expresión nos quede igual, podemos *pasar restando* el número 15, $x = 2x - 15$.

i) $\boxed{7}$ La diferencia entre dos números se puede escribir como $a - b$. La tercera parte de esa diferencia es $\frac{a-b}{3}$.

j) $\boxed{3}$ Este es simple porque es la última opción que nos queda pero, de todas formas, vamos a pensarlo. Cuando decimos *producto,* solo usamos una palabra más elegante y directa para decir *números multiplicados entre sí.* Si a un número par le sumamos una unidad, tendremos un número impar, porque, como vimos en el punto i) del ejercicio anterior, el siguiente de un número par es impar. Ahora nos preguntamos cuál es el consecutivo de un número impar. Recordemos del punto i) del ejercicio anterior, que para pasar de un número par al consecutivo par, teníamos que sumar *dos* unidades. Ocurre lo mismo con los números impares. Por lo tanto, nos queda $(2k + 1)(2k + 1 + 2)$ que es lo mismo que $(2k + 1)(2k + 3)$.

¿Por qué usaron la letra k? Tal vez sea una forma de mostrar que podríamos haber elegido la letra que nos guste o más nos convenga. Solo tenemos la obligación de hecernos entender claramente o al menos ser capaces nosotros mismos. Lo que podemos aprovechar para reflexionar es que, en general, nos sirve utilizar letras que sean *representativas*. Con esto me refiero a que sean letras que cuando las escribimos, las podemos relacionar más fácilmente con las variables que representamos. Por ejemplo, si queremos representar una distancia, podemos usar la letra w pero puede ser más cómodo utilizar la letra d para no complicarnos la vida.

1) El triplo de un número es lo mismo que el triple del número, tres veces el número o el número multiplicado por tres. Son solo tres formas diferentes de expresar lo mismo, $3x$. Suena un poco trabalenguas pero es simple. Como ya vimos, el número aumentado en ocho unidades es $x + 8$. Por lo tanto, la ecuación nos queda:

$$3x = x + 8$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = \boxed{4}$$

2) Siempre antes de comenzar, puede ser cómodo definir las variables con las que vamos a trabajar. Llamemos: $\begin{cases} j: dinero\ de\ Juan \\ a: dinero\ de\ Antonio \end{cases}$

Tenemos dos ecuaciones. Por un lado, sabemos que entre los dos tienen $\$50$. Por lo tanto, $j + a = 50$. Por otro lado, sabemos que Antonio tiene $\$12$ más que Juan. Es decir,

$$\underbrace{a}_{\substack{lo\ que \\ tiene \\ Antonio}} = \underbrace{j + 12}_{\substack{doce\ más \\ que\ Juan}}$$

Por lo tanto, tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} j + a = 50 \\ a = j + 12 \end{cases}$$

Si reemplazamos la segunda ecuación en la primera, nos queda:

$$j + \underbrace{a}_{sustitución} = 50$$

$$j + (j + 12) = 50$$

Resolvemos,

$$j + (j + 12) = 50$$

$$2j + 12 = 50$$

$2j = 38$

$j = 19$

Para saber lo que tiene Antonio, podemos reemplazar en la segunda ecuación,

$a = \underbrace{j}_{19} + 12 = 31$

Finalmente, Juan tiene \$19 y Antonio tiene \$31.

Observemos que durante el trabajo con las ecuaciones, no coloqué el signo pesos. Esta es una manera más limpia de trabajar aunque no hay que olvidar de colocar las unidades al final del ejercicio! En algunos casos más complejos, puede ser recomendable trabajar con las unidades durante el procedimiento.

3) Vamos a aprovechas lo que vimos en el punto h) del primer ejercicio. La suma de tres número consecutivos la podemos escribir como $x + (x + 1) + (x + 2)$. Simplificando esta expresión, nos queda $3x + 3$. Sabemos que esto tiene que ser igual a 63. Por lo tanto, la ecuación nos queda $3x + 3 = 63$. Despejando x, nos queda $x = 20$. Por lo tanto, los números serán 20, 21 y 22.

4) Vamos a definir que las ganancias de cada año son respectivamente x, y y z. Por lo tanto, las ecuaciones que nos quedan son:

$$\begin{cases} x + y + z = 30000 \\ y = 2x \\ z = x + 2x = 3x \end{cases}$$

Reemplazando las últimas dos ecuaciones en la primera,

$x + \underbrace{y}_{2x} + \underbrace{z}_{3x} = 30000$

$6x = 30000$

$x = 5000$

Por lo tanto, reemplazando esto en las últimas dos ecuaciones tendremos las ganancias para cada año, que son \$5.000, \$10.000 y \$15.000. Mientras trabajamos con ecuaciones, tratamos de evitar poner los puntos a los número por una cuestión de claridad pero cuando expresamos la respuesta, tenemos que ser claros.

5) Este ejercicio es solo una versión un poco más complicada del anterior, pero es más de lo mismo, las ecuaciones nos quedan:

$$\begin{cases} x + y + z + w = 90 \\ y = 2x \\ z = 2y = 2(2x) = 4x \\ w = 2z = 2(4x) = 8x \end{cases}$$

O, más prolijo,

$$\begin{cases} x+y+z+w=90 \\ y=2x \\ z=4x \\ w=8x \end{cases}$$

Vamos a hacer lo mismo que en ejercicio anterior, vamos a reemplazar las últimas ecuaciones en la primera:

$$x+\underbrace{y}_{2x}+\underbrace{z}_{4x}+\underbrace{w}_{8x}=x+2x+4x+8x=15x=90$$

Despejando, $x=6$.

Reemplazando en las últimas tres ecuaciones, los números son $\{6;12;24;48\}$.

6) Antes de comenzar, vamos a definir las variables con las que vamos a trabajar,

$$\begin{cases} l\text{: } ancho\ del\ terreno \\ L\text{: } largo\ del\ terreno \end{cases}.$$

Mirando el enunciado, podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} L-l=5 \\ 2l+2L=95 \end{cases}$$

La primera ecuación es la diferencia entre los lados. Recordemos que la diferencia entre dos números lo mismo que la resta, como ya vimos en el punto i del segundo ejercicio de la introducción. Recordemos también que el perímetro es la suma de todos los lados (sería el borde del área) y, en este caso, tenemos dos lados cortos y uno largo.

De la primera ecuación, sabemos que $L=l+5$. Reemplazando en la segunda ecuación,

$$2l+2\underbrace{L}_{l+5}=95$$

$$2l+2(l+5)=4l+10=95$$

$$4l=85$$

$$l=21{,}25$$

Reemplazando en la primera ecuación,

$$L-\underbrace{l}_{21{,}25}=5$$

$$L=26{,}25$$

Por lo tanto, el ancho del terreno es $21{,}25m$ y la longitud $26{,}25m$.

7) Antes de comenzar vamos a definir las variables, $\begin{cases} P: edad\ del\ padre \\ H: edad\ del\ hijo \end{cases}$. Pasando los datos al lenguaje algebraico, nos queda el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} P = 4H \\ P + 5 = 3(H + 5) \end{cases}$

En detalle, lo que tenemos es:

$$\underbrace{P}_{\substack{la\ edad\ del \\ padre}} = \underbrace{4H}_{\substack{cuatro\ veces \\ la\ edad\ del \\ hijo}}$$

$$\underbrace{P + 5}_{\substack{edad\ del \\ padre\ dentro \\ de \\ cinco\ años}} = 3\ \underbrace{(H + 5)}_{\substack{edad\ del \\ hijo \\ dentro\ de \\ cinco \\ años}}$$

Reemplazando la primera ecuación en la segunda,

$$\underbrace{P}_{4H} + 5 = \underbrace{3(H + 5)}_{\substack{aplicamos \\ distributividad \\ del\ producto}}$$

$$4H + 5 = 3H + 15$$

$$H = 10$$

Reemplazando en la primera ecuación,

$$P = 4H = 40$$

Por lo tanto, la edad del padre es 40 y la edad de su hijo es 10.

8) Vamos a parar un segundo para prestar atención a esta unidad que es ampliamente utilizada. El pie es una unidad de longitud que se viene utilizando desde las civilizaciones antiguas y quedó como una tradición que aún sigue en uso. Un pie representa aproximadamente la longitud promedio del pie de un hombre. El problema del uso de esta unidad es que el tamaño de un pie varía mucho de persona a persona. Para las unidades es muy importante el consenso. Por eso con el tiempo, se definió que un pie es $30{,}48\ cm$, que equivale a doce pulgadas. La pulgada está basada en el dedo pulgar y es útil para mediciones de longitudes más cortas. También se utilizó como medida el codo.

¿Cómo se escribe esta unidad?

En inglés,

- $1\ foot$ (singular)
- $3\ feet$ (plural)
- $3\ ft$ (abreviado)

- 3 ’ (comilla simple)

En español,

- 1 pie
- 3 $pies$

Vamos a definir las mismas variables que usamos en el ejercicio 6, $\begin{cases} l: ancho\ del\ terreno \\ L: largo\ del\ terreno \end{cases}$. Veamos las ecuaciones,

$L - l = 40$

En principio, podemos decir que el área es $A = L.l$

Modificando las dimensiones, el área sigue siendo la misma:

$A = (L - 20)(l + 10)$

Por lo tanto, tendremos otra ecuación, $Ll = (L - 20)(l + 10)$

El sistema de ecuaciones que nos queda es: $\begin{cases} L - l = 40 \\ Ll = (L - 20)(l + 10) \end{cases}$

De la primera ecuación, tenemos que $L = l + 40$.

Sustituimos en la segunda ecuación,

$$\underbrace{L}_{l+40} l = \left(\underbrace{L}_{l+40} - 20\right)(l + 10)$$

$l^2 + 40l = (l + 20)(l + 10)$ aplicamos propiedad distributiva

$\cancel{l^2} + 40l = \cancel{l^2} + 10l + 20l + 200$

$10l = 200$

$l = 20$

Sustituyendo en la primera ecuación,

$$L = \underbrace{l}_{20} + 40 = 60$$

Por lo tanto, las dimensiones son 20 $pies$ por 60 $pies$. Nuevamente, te recuerdo que es muy importante que no olvides poner las unidades correspondientes.

9) Como ya vimos en el punto i del segundo ejercicio, la diferencia entre dos número es la resta. A los dos números consecutivos los podemos llamar x y $x + 1$. Por lo tanto, la diferencia de los cuadrados de estos números sería $(x + 1)^2 - x^2$. El enunciado dice que esto vale 61. Por lo tanto,

$(x+1)^2 - x^2. = 61$

$(x^2 + 2x + 1) - x^2 = 61$

$\cancel{x^2 - x^2} + 2x + 1 = 61$

$x = 30$

Por lo tanto, dichos número son 30 y 31.

10) Antes de comenzar, vamos a darle nombre a estos ángulos, α y β. Recordemos que, en general, para nombrar ángulos utilizamos las minúsculas del alfabeto griego:

	Minúscula	Mayúscula		Minúscula	Mayúscula
alfa	α	Α	**nu**	ν	Ν
beta	β	Β	**xi**	ξ	Ξ
gamma	γ	Γ	**ómicron**	ο	Ο
delta	δ	Δ	**pi**	π	Π
épsilon	ε	Ε	**rho(ro)**	φ	Ρ
zeta	ζ	Ζ	**sigma**	σ	Σ
eta	η	Η	**tau**	τ	Τ
theta (tita)	θ	Θ	**Ípsilon**	υ	Υ
iota	ι	Ι	**phi(fi)**	φ	Φ
kappa	κ	Κ	**ji o chi**	χ	Χ
lambda	λ	Λ	**psi**	ψ	Ψ
mu	μ	Μ	**omega**	ω	Ω

Si estás aburrido y querés tener una excusa para no seguir estudiando, podés ir memorizando cómo se llama cada letra. En ingeniería tenemos una infinidad de variables para representar y el alfabeto griego nos resulta muy útil.

Vamos al ejercicio,

Para mantener la razón, tendremos que plantear la ecuación $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{7}$ pero, además, sabemos que $\alpha + \beta = 60$.

Por lo tanto, nos queda determinado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{7} \\ \alpha + \beta = 60 \end{cases}$$

De la segunda ecuación, sabemos que $\beta = 60 - \alpha$.

Sustituyendo en la primera ecuación,

$$\frac{\alpha}{60 - \alpha} = \frac{5}{7}$$

$7\alpha \underbrace{=}_{cruzamos} 5(60-\alpha)$

$7\alpha = 300 - 5\alpha$

$12\alpha = 300$

$\alpha = 25$

Por lo tanto, reemplazando en la segunda ecuación, $\beta = 35$.

No olvidemos que estamos trabajando en grados! Por lo tanto, los ángulos buscados son 25° y 35°.

11) Para estar en tema, antes de hacer este punto, dale una mirada al punto o del primer ejercicio introductorio de la guía.

Un número de dos dígitos, du, lo podemos expresar como $10d + u$, donde d es el número que se ubica en las decenas y u es el número que se ubica en las unidades. El enunciado dice que el número de las decenas excede en 5 al número de las unidades. Por lo tanto, $d = 5 + u$. Invirtiendo el orden, como dice el enunciado, el número queda $10u + d$. Del enunciado, también sabemos que si a esta expresión le sumamos el número anterior, el resultado será 121.
$(10u + d) + (10d + u) = 121$.

Finalmente, tenemos un sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} d = 5 + u \\ 11u + 11d = 121 \end{cases}$$

Reemplazando la primera ecuación en la segunda,

$11u + 11\underbrace{d}_{5+u} = 121$

$11u + (55 + 11u) = 66$

$22u = 66$

$u = 3$

Sustituyendo en la primera ecuación, $d = 8$.

Por lo tanto, como el número de dos cifras es du, el número resultante es 83.

12) Antes de comenzar, vamos a definir $\begin{cases} M: cantidad\ de\ mayores \\ m: cantidad\ de\ menores \end{cases}$. Como entraron 320 personas entre mayores y menores, sabemos que $M + m = 320$. La recaudación total va a ser la cantidad de gente menor que entró multiplicada por el precio de la entrada sumado a la cantidad de mayores por el precio de su entrada. Es decir, $10M + 6m$. Por lo que dice el enunciado, el total recaudado fue 2720. Por lo tanto, $10M + 6m = 2720$.

Ya tenemos determinado el sistema de ecuaciones, vamos a los fierros:

$$\begin{cases} M + m = 320 \\ 10M + 6m = 2720 \end{cases}$$

De la primera ecuación, $M = 320 - m$.

Sustituyendo en la segunda ecuación,

$$10 \underbrace{M}_{320-m} + 6m = 2720$$

$$10(320 - m) + 6m = 2720$$

$$3200 - 4m = 2720$$

$$m = 120$$

Sustituyendo en la primera ecuación,

$$M = 320 - m = 320 - 120 = 200.$$

Por lo tanto, llegamos a que entraron 200 mayores y 120 menores.

Cuando trabajamos con sistemas de ecuaciones, es conveniente verificar que el resultado que hayamos verifique cada una de las ecuaciones. Con esto de que *verifique* cada ecuación, nos referimos a que cuando se reemplacen los valores de las variables, la igualdad de la ecuación se cumpla. Si esto no ocurre en al menos una ecuación del sistema, quiere decir que hicimos mal alguna cuenta y que lo que hallamos no es una solución del sistema. Pero atención, también pudo haber un error de cuentas durante la verificación!

Veamos,

$$\begin{cases} M + m = 320 \\ 10M + 6m = 2720 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200 + 120 = 320 \\ 10.200 + 6.120 = 2720 \end{cases}$$

13) Para variar un poco, al número lo podemos representar de la forma XYZ.

Sabemos que la cifra de las decenas es el doble que la de las unidades. Podemos expresarlo matemáticamente como Y = 2Z, que se puede expresar Z = Y/2. A su vez también sabemos que la cifra de las centenas es el doble que la de decenas. Obtenemos la relación. X = 2Y.

Ahora podemos escribir el número de otra manera (en función de la variable Y):

$$XYZ \ = \ 2Y\ (100) \ + \ Y\ (10) \ + \ Y/2$$

Notar que multiplicamos la primera cifra por 100 debido a que es la cifra de las centenas. La segunda por 10 porque se trata de la cifra de las decenas. Al sumar las tres cifras obtenemos el número buscado. Sin embargo no tenemos el valor de Y.

El enunciado dice que al restar el inverso del número buscado obtenemos el valor 594. El inverso del número podemos obtenerlo de manera similar a la que obtuvimos el primero.

Escribiendo en función de Y:

$ZYX = Y/2\,(100) + Y\,(10) + 2Y$

Ahora podemos expresar una ecuación con una única incógnita:

$XYZ - ZYX = 594$

$2Y\,(100) + Y\,(10) + Y/2 - (Y/2\,(100) + Y\,(10) + 2Y) = 594$

$200Y + \cancel{10Y} + Y/2 - 50Y - \cancel{10Y} - 2Y = 594$

$297/2Y = 594$

$Y = 4$

Ya teniendo el valor de Y, fácilmente obtenemos el resto.

$X = 2Y$

$X = 8$

$Z = Y/2$

$Z = 4$

Por lo tanto, el número es 842.

14) Para comenzar, vamos a llamar d a la cantidad de dinero de la que dispone Agustín al comienzo del juego. El enunciado dice que lo primero que ocurre es que gana \$10, su dinero será $d + 10$. Si duplica, tendrá $2(d + 10)$ y si luego pierde 25, tendrá $2(d + 10) - 25$. Pero el enunciado dice que esta cantidad es la misma que tiene al principio.

Por lo tanto,

$2(d + 10) - 25 = d$

$2d + 20 - 25 = d$

$d = 5$

Por lo tanto, Agustín comenzó el juego con \$5.

15) Este punto no tiene nada de especial con respecto a los anteriores, salvo que hay que prestar atención a la palabra *sus*:

$$\underbrace{x-\frac{2}{3}x}_{\substack{número\\disminuido\\en\,sus\,\frac{2}{3}\,partes}} = \underbrace{2x-25}_{\substack{duplo\,de\,un\\número\\disminuido\,en\\25\,unidades}}$$

$$\frac{1}{3}x = 2x - 25$$

$$\frac{5}{3}x = 25$$

$$x = 15$$

Finalmente, el número que estábamos buscando es 15.

16) Para comenzar, vamos a definir:

$$\begin{cases} hc\text{: } hombres\ que\ estudian\ comunicación \\ hnc\text{: } hombres\ que\ no\ estudian\ comunicación \\ mc\text{: } mujeres\ que\ estudian\ comunicación \\ mnc\text{: } mujeres\ que\ no\ estudian\ comunicación \end{cases}$$

De los datos del enunciado, sabemos:

$$98 = mc + mnc$$

$$mc + hc = 60$$

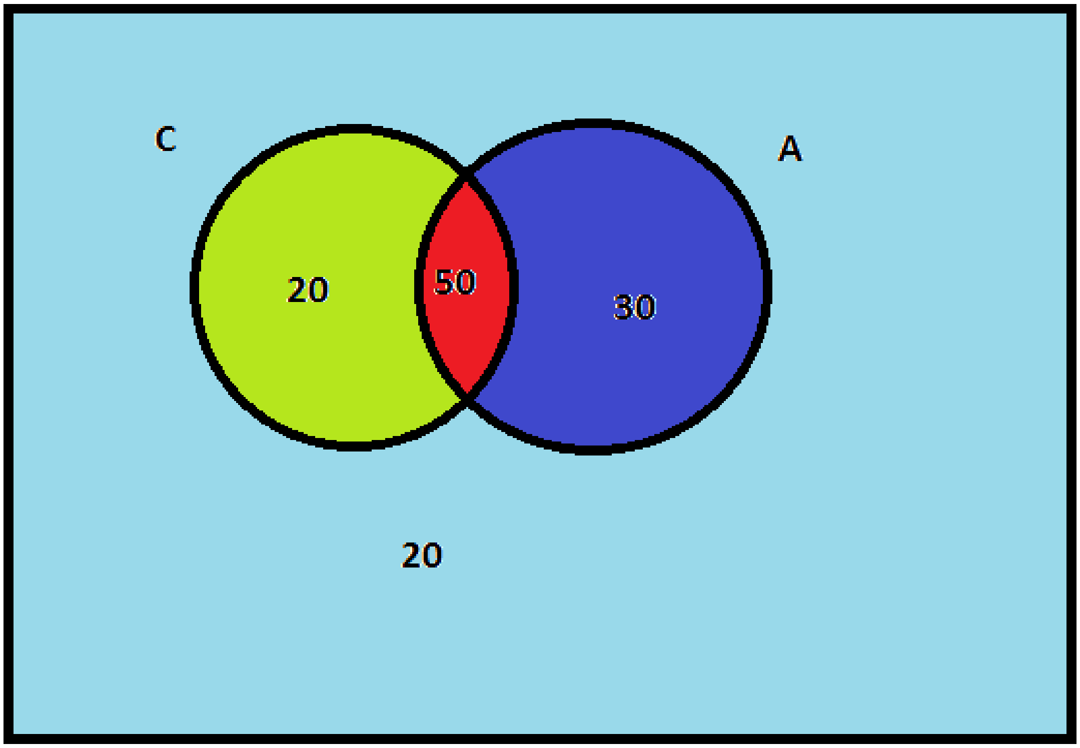
$$mnc = 60$$

Por lo tanto, de la primera y la tercera ecuación, ya sabemos que $mc = 38$. Reemplazando esto en la segunda ecuación, $hc = 22$.

Para saber la cantidad de hombres, tenemos la cantidad de ingresantes (200) y de mujeres (98). Por lo tanto, restando, podemos saber que la cantidad de hombres es $200 - 98 = 102$. De esos 102 hombres que ingresan, calculamos que 22 cursan comunicación. Por lo tanto, $102 - 22 = 80$ es la cantidad de hombres que no cursa comunicación.

17) En general, para hacer esta clase de ejercicios se hacen los llamados diagramas de Venn, que son unos clásicos diagramas de círculos mostrando los conjuntos y las intersecciones. En el punto anterior, como el ejercicio era simple, no lo necesitamos.

Lo que se hace es sumar las cantidades que hay en cada una de las zonas. Con los datos que tenemos del enunciado, podemos construir uno:



Muchos se deben estar preguntando cómo se interpreta este diagrama. La idea es que cada círculo representa un conjunto. En este caso, el círculo C representa el conjunto de las personas que quieren ser cantantes y el círculo A el de las personas que quieren ser actores. La zona donde se superponen ambos conjuntos, se la conoce como *intersección*. Este es el conjunto de los individuos que comparten las características de ambos grupos, en este caso, las personas que quieren ser actores y cantantes. En cuanto a la zona afuera de los círculos, es la zona de los individuos que no tienen las características de ninguno de los grupos, se la conoce como *complemento.* A la suma de la zona de los círculos, sus intersecciones y el complemento, se la conoce como *universo.* Este representa la totalidad de los individuos de una población.

Una vez que tenemos armado el diagrama, solo necesitamos mirar qué zonas tenemos que sumar.

a) Tenemos que sumar todas las zonas excepto la de los que quieren ser cantantes, $20 + 30 = 50$. O bien, al total (120), restarle la cantidad de individuos que quieren ser cantantes (70). Es decir, $120 - 70 = 50$.

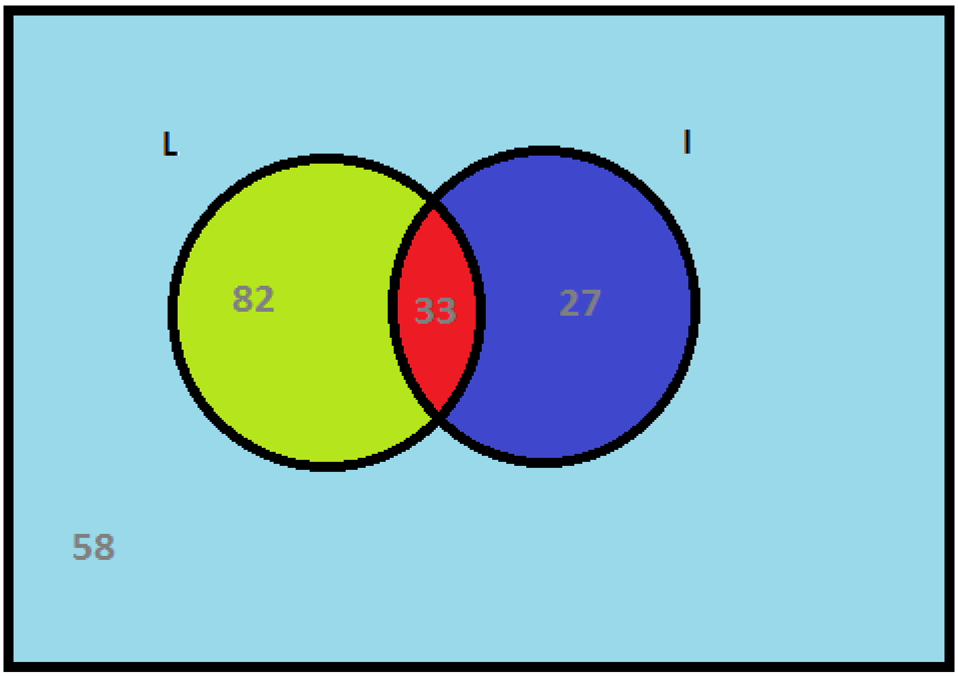
b) De la misma forma que en el punto anterior, tenemos al menos dos caminos. Sumar todos los grupos o hacer el complemento. Es decir, al total restarle un grupo, en este caso el de los que quieren ser actores. Para el primer camino, $20 + 20 = 40$. Para el segundo camino, $120 - 80 = 40$.

c) Este grupo vendría a ser C pero sin la intersección. Es decir, $70 - 50 = 20$. En el diagrama, ya tenemos directamente el valor 20.

d) Es igual al punto anterior solo que con el grupo A. Es decir, $80 - 50 = 30$. O bien, directamente, mirando el diagrama, el valor 30.

e) Este es el grupo que se encuentra afuera, el valor es 20.

18) Este punto es igual al anterior pero sirve para practicar. Comencemos por armar el diagrama de Venn,



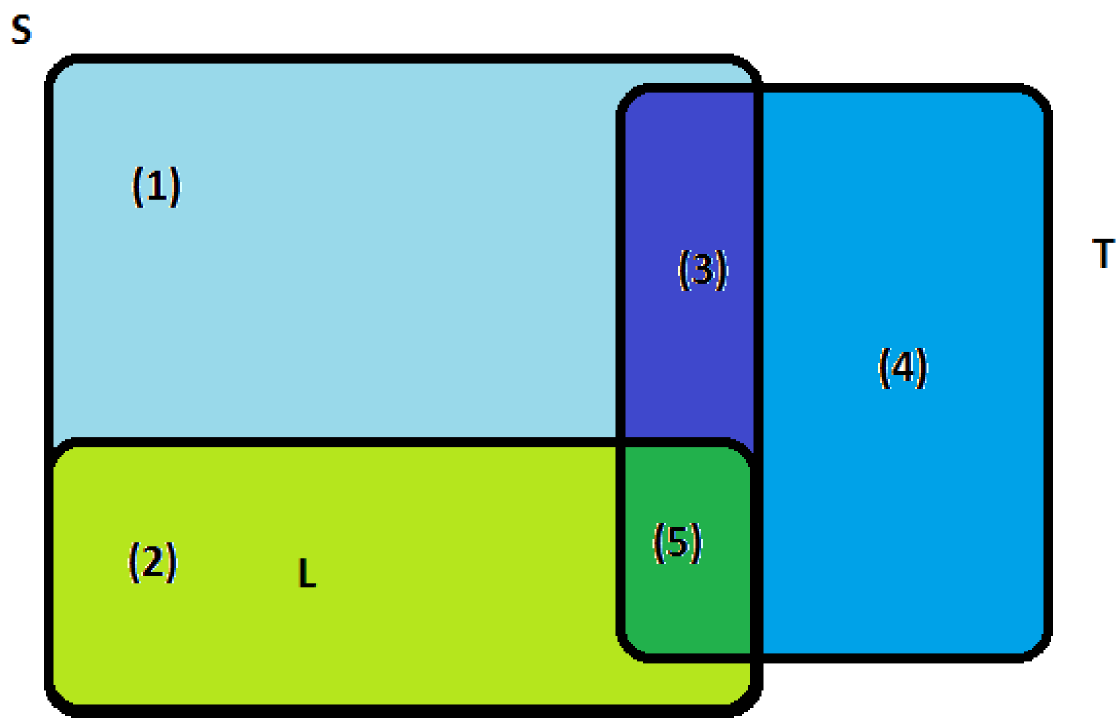
Simplemente, mirando el diagrama:

a) $82 + 33 + 27 = 142$

b) 58

19) Sin más preámbulo, armamos el diagrama de Venn y nombramos cada subconjunto o zona para trabajar más cómodos. Lo interesante de este ejercicio es que tenemos un conjunto que está contenido en otro, todas las parejas de latino bailan salsa.

Por ahora podemos armarnos una receta bastante simple, por lo que vimos en los ejercicios anteriores, el planteo es un juego de tres pasos. Primero, poner los datos en un diagrama de Venn. Después, deducir los subgrupos que nos faltan. Y, por último, una vez que tenemos el mapa completo, vamos a interpretar las preguntas que nos hacen reconociendo las zonas a las que se refiere el enunciado. Este último paso sería básicamente leer el mapa y buscar lo que nos piden.



Los datos que tenemos son:

55 parejas

38 latinas

27 tango

46 salsa

18 tango y salsa

13 latinas y tango

latinas es un subgrupo de salsa

Además, el enunciado dice que no hay parejas fuera de estos grupos. Todas las parejas bailan alguno de estos géneros. Por lo tanto, estos conjuntos conforman todo el universo completo.

Ahora que tenemos los datos, vamos a ir viendo zona por zona*. Para tu comodidad, a medida que vas calculando los valores, es conveniente que anotes sobre el diagrama para leer los resultados más fácilmente.

*Cuando digo zonas, me refiero a los distintos grupos y subgrupos.

Este ejercicio es un poco más complicado y vale la pena mostrar cómo se calculan las cantidades en cada subgrupo.

Primero vamos a ver la región de las parejas que bailan *tango*:

- La zona (5) corresponde a latinas y tango, sabemos que hay 13 parejas porque ya es dato del enunciado;
- De las 18 parejas que bailan tango y salsa, sabemos que 13 bailan tango y latinas. Por lo tanto, en la zona (3), tendremos $18 - 13$ parejas;
- Veamos la zona (4). Del enunciado, sabemos que hay 27 parejas que bailan tango. Mirando el diagrama, vemos que las parejas que bailan tango únicamente son $27 - 5 - 13 = 9$. Es decir, restamos las intersecciones.

Ahora vamos a continuar con el grupo de parejas que bailan *latinas*:

- Del enunciado, sabemos que hay 38 parejas que bailan latino. De estas parejas, sabemos que 13 bailan tango. En cuanto a la zona (2), restando la intersección de las parejas que bailan latino y tango, tendremos $38 - 13 = 25$ parejas;

Zona de las parejas que bailan *salsa*:

- Prácticamente ya casi tenemos todos los subgrupos determinados, el último sale restando las intersecciones. Sabemos que hay en total 46 parejas que bailan salsa. En la zona (1), restando las intersecciones, tendremos $46 - 5 - 13 - 25 = 3$ parejas.

Ahora que tenemos el Venn completo, estamos en condiciones de responder:

a) Veamos, en el diagrama, la única zona (subconjunto) con tres características es la (5), que ya habíamos definido que tenía 13 parejas.

b) Con dos características, tenemos únicamente las zonas (2) y (3). Sumando, hay $25 + 5 = 30$ parejas.

c) Con una única característica, tenemos únicamente las zonas (1) y (4). Sumando, $3 + 9 = 12$ parejas.

20) Este ejercicio es similar al anterior porque tenemos tres conjuntos. La diferencia es que, en este caso, no tenemos ningún grupo dentro de otro.

Veamos lo que dice el enunciado. Parte de la dificultad del enunciado es que hay que leer con una mínima atención para no confundirse con las comas. A mí no me gustan las cosas confusas. Acá es donde puedo mencionar otro criterio que se aplica en ingeniería que es obrar con un resultado que no genere errores futuros. En el ámbito de diseño, se utiliza el *poka-joke* que en japonés significa *a prueba de errores*. También se aplica a la hora de diseñar dispositivos cuyo buen desempeño y riesgo de rotura no estén sujetos a la inteligencia o habilidad del operario, *foolproof.* En todas las áreas del conocimiento, por ejemplo, se utiliza lenguaje específico ¿por qué? Para evitar errores, utilizando un lenguaje común, se mejora la comunicación. Un buen ingeniero, a la hora de diseñar/programar y en todo su obrar, tiene que tener en cuenta esto para evitar desperdicios de eficiencia, la productividad y la eficacia, que es en parte nuestra razón de ser como profesionales. Al que le interese distraerse un poco en vez de estudiar, puede buscar las palabras clave: *foolproof, poka-joke, eficiencia y productividad, diferencia entre eficacia y eficiencia.*

Ahora que nos distrajimos bastante, vamos a escribir los datos que nos da el enunciado:

100 estudiantes

28 español

30 alemán

42 francés

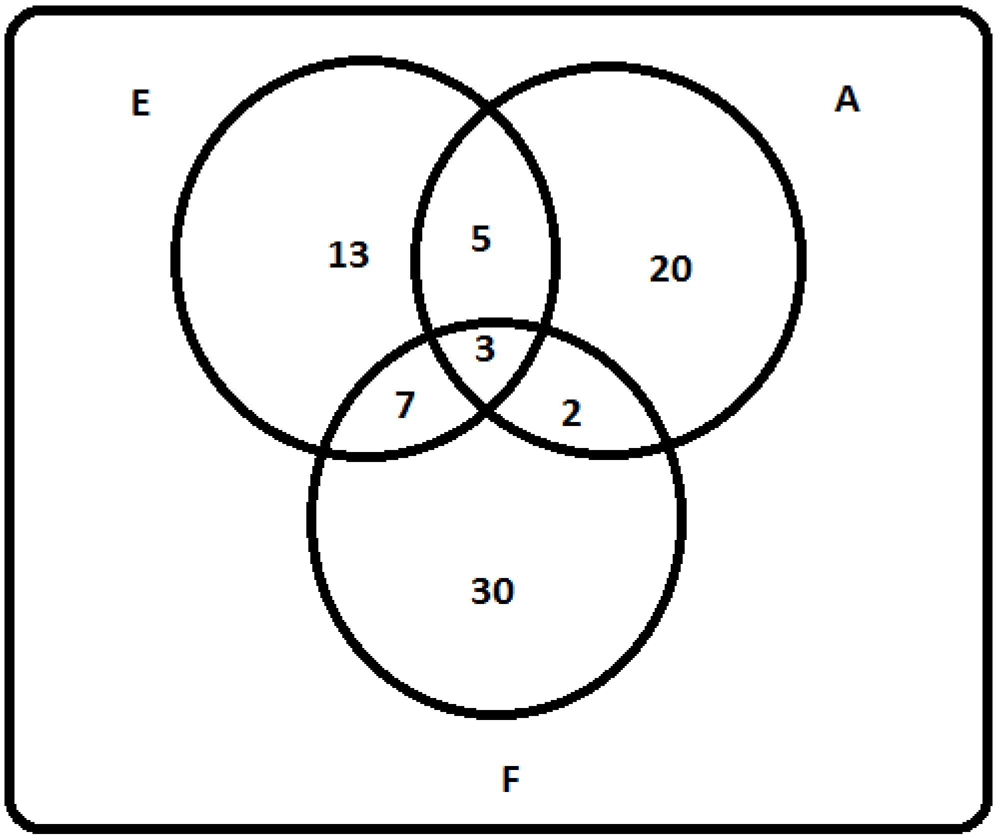
8 español y alemán

10 español y francés

5 alemán y francés

3 español, alemán y francés

Si miramos los datos con atención, vemos que lo que los últimos cuatro datos corresponden a las intersecciones. Atención con las intersecciones! Volcando los datos en un diagrama de Venn:



Los tres valores que no se encuentran en las intersecciones se obtienen de restar el total de cada conjunto menos las intersecciones:

$28 - 5 - 3 - 7 = 13 \ \rightarrow solo\ español$

$30 - 5 - 3 - 2 = 20 \ \rightarrow solo\ alemán$

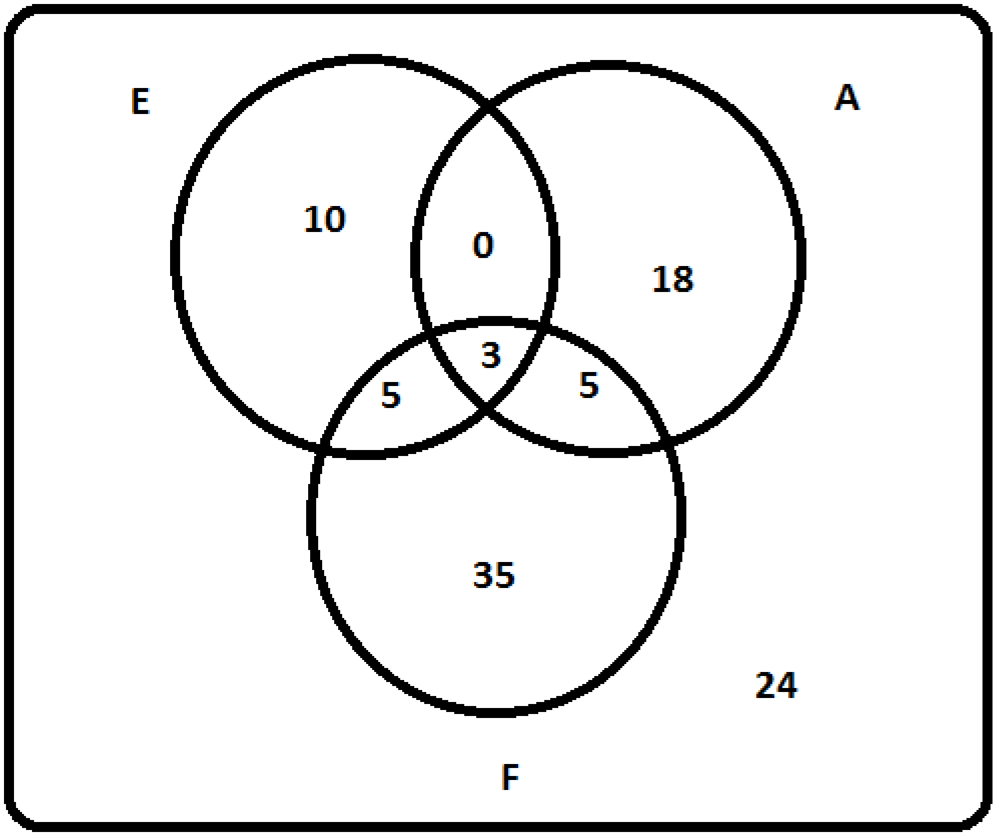
$42 - 7 - 3 - 2 = 30 \ \rightarrow solo\ francés$

a) Es simple, lo que podemos hacer es buscar el complemento del conjunto de los alumnos que sí estudian idioma. Sabemos que el universo completo (todos los alumnos) es de 100. El conjunto de los alumnos que estudian idioma se puede hallar sumando cada subconjunto, $5 + 3 + 7 + 2 + 13 + 20 + 30 = 80$. El complemento será $\underbrace{100}_{\substack{total\\ de\\ alumnos}} - \underbrace{80}_{\substack{estudian\\ al\ menos\\ un\ idioma}} = 20$

b) Sale directamente del diagrama, 30.

21) Este ejercicio no aporta nada nuevo pero viene bien para repasar.

Utilizamos un diagrama de Venn como el del ejercicio anterior:



a) Sumando, $10 + 0 + 5 + 3 = 18$.

b) Por lo que nos dio el diagrama, no hay ninguno.

22) Ahora viene la parte más entretenida de la guía, estos dos últimos parecen más juegos de revista de crucigrama que los ejercicios del curso de ingreso.

Si el individuo dice que es sábado pero también que el día siguiente será miércoles, ya sabemos que está mintiendo. Por lo tanto, tendrá que ser alguno de los días que miente. No puede ser sábado porque estaría diciendo la verdad sobre que está hablando un día sábado. Tampoco puede ser martes porque estaría diciendo la verdad sobre que el día siguiente será miércoles. Por descarte, sabemos que tiene que ser jueves.

23) Para resolverlo, podemos ir probando si llegamos a un absurdo suponiendo que uno dice la verdad y el resto miente. Asumimos que hay un único responsable del robo.

Si Alberto dice la verdad, el resto debería mentir. En cuyo caso, debe ocurrir simultáneamente que:

1. Bernardo es culpable;

2. Daniel es inocente;

3. Carlos es culpable.

Por lo tanto, como la primera y la tercera afirmación no son compatibles, Bernardo no es el culpable.

Si Bernardo dice la verdad, debe ocurrir que:

1. Bernardo es inocente;

2. Daniel es culpable;

3. Carlos es culpable;

En este caso, la segunda y la tercera afirmación no son compatibles.

Si Carlos dice la verdad, debe ocurrir que:

1. Bernardo es inocente;

2. Daniel es inocente;

3. Carlos es inocente;

4. Bernardo dice la verdad cuando afirma que Daniel es culpable.

En este caso, se contradicen la primera y la cuarta afirmación.

Si Daniel dice la verdad,

1. Bernardo es inocente;

2. Daniel es inocente;

3. Carlos es culpable;

4. Bernardo dice la verdad cuando dice que Daniel es inocente.

Este es el único caso sin contradicciones. Por lo tanto, el culpable es Carlos.

Parece que ya terminamos la guía!

Esta guía fue hecha con mucha dedicación para ofrecer material de calidad. Si encontraste algún error o tenés alguna sugerencia para mejorar esta edición, posteá tu comentario desde nuestra página para corregir lo más rápido posible!

También podés unirte al grupo de Facebook, **Curso de ingreso - Ingresantes UTN 2014**.

.

Grilla de respuestas:

Podés utilizar la última columna para poner una tilde cuando el ejercicio está terminado y entendido y tener un resumen de cómo estás con la guía.

Ejercicio	Respuesta	OK
$introductorio\ 1$	a) $x+5$ b) $x-8$ c) x^2+2 d) x^3 e) $5x$ f) $3x-7$ g) $0{,}05x$ h) $\{x; x+1; x+2\}$ i) $\{2x; 2x+2\}$ j) x^2-x k) D l) r m) $15-x; 15+x$ n) $x+2; x+m$ o) cdu p) $5x+10y+20z$ q) $50\frac{km}{h}\ .t; v.\frac{m}{60\frac{min}{h}}$ r) $\frac{100}{x}\%$	
$introductorio\ 2$	a) 5 b) 4 c) 1 d) 9 e) 6 f) 2 g) 10 h) 8 i) 7	
1	4	
2	$Juan\ \$19; Antonio\ \$31$	
3	$20, 21\ y\ 22$	
4	$\$5.000; \$15.000; \$15.000$	
5	$6, 12, 24, 48$	
6	$21{,}25m; 26{,}25m$	
7	$Hijo\ 10, padre\ 40$	
8	$ancho: 20\ pies, largo: 60\ pies$	
9	$30\ y\ 31$	
10	$25°\ y\ 35°$	
11	83	
12	$200\ mayores\ y\ 120\ menores$	

13	248	
14	$5	
15	15	
16	80	
17	a) 50 b) 40 c) 20 d) 30 e) 20	
18	a) 142 b) 58	
19	a) 13 b) 30 c) 12	
20	a) 20 b) 30	
21	a) 18 b) 0	
22	Jueves	
23	Carlos	