Ingreso UTN

Unidad IV

Sistemas de ecuaciones lineales:

1) Resuelva los siguientes sistemas lineales:

1.1) $\begin{cases} x+2y=6 \\ \dfrac{2x+y}{3}=y-6 \end{cases}$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas no homogéneo. Los sistemas no homogéneos son los que tienen valores distinto de cero en los términos independientes. En este caso, no tenemos solución trivial, $x=y=0$, y nos encontramos ante un sistema compatible determinado (el sistema admite una única solución). Ahora vamos a hallarla:

De la primera ecuación sacamos $x=6-2y$
Luego reemplazamos en la segunda ecuación:

$$\frac{2.(6-2y)+y}{3}=y-6 \rightarrow \frac{12-4y+y}{3}=y-6 \rightarrow \frac{-3y}{3}+\frac{12}{3}=y-6 \rightarrow 2y=10 \rightarrow y=5$$

Por último, sustituimos el valor hallado de y en la primera ecuación. O, más fácil, en la ecuación de x ya despejada:

$$x=6-2.5 \rightarrow x=-4$$

Entonces, escribimos nuestra solución: $S=\{(-4,5)\}$. Nuestra solución es un "vector", un número compuesto por dos coordenadas, x e y.

1.2) $\begin{cases} x+4y=2-x \\ x=1-2y \end{cases}$

En la segunda ecuación, ya tenemos x despejada. Reemplazamos en la segunda y hallamos el valor de y:

$$1-2y+4y=2-1+2y \rightarrow 1=1$$

Las y se cancelan. Pero tranquilo! Nos queda una igualdad que se cumple (1 es igual a 1). Como eso no nos llevó a nada veamos lo siguiente:

$$\begin{cases} x+4y=2-x \\ x=1-2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$$

Si multiplicamos la segunda por 2, obtenemos la primera ecuación. Esto quiere decir que ambas ecuaciones son "iguales". Por decirlo de alguna manera, aportan la misma información. Entonces, nos encontramos ante un sistema compatible indeterminado, tenemos infinitas soluciones. Como ya tenemos x despejada, dejamos a este como la variable a determinar y a y como la variable "libre" entonces escribimos nuestra solución como:

$$S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/(x=1-2y,y)\}\rightarrow S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/(1-2y,y)\wedge y\in\mathbb{R}\}$$

1.3) $\begin{cases} 2.(x-1{,}5y)-5=0 \\ \dfrac{\frac{x}{3}}{2}=y+\dfrac{5}{6} \end{cases}$

Reacomodamos las ecuaciones,

$$\begin{cases} 2x-3y-5=0 \\ \dfrac{2x}{3}=y+\dfrac{5}{6} \end{cases}$$

Despejamos x $2x=3y+\frac{5}{2}$ y de la primera ecuación, tenemos también $2x=3y+5$

Tenemos dos ecuaciones que parecieran ser iguales, pero no lo son. Una forma fácil de verlo es restar las dos ecuaciones, hacer E_1 menos E_2:

$$2x-2x=3y+\frac{5}{2}-3y-5\rightarrow 0=-\frac{5}{2}$$

Llegamos a un absurdo. Entonces, el sistema no tiene solución. Y escribimos $S=\phi$

1.4) $\begin{cases} x-4y=3x+2y \\ x=2x-2y \end{cases}$

Ordenamos los términos: $\begin{cases} 0=2x+6y \\ 0=x-2y \end{cases}$

Nos encontramos ante un sistema determinado homogéneo. Homogeneo porque los términos independientes son nulos. Para llegar a la solución, de la segunda ecuación despejamos x: $x=2y$ sustituimos en la primera ecuación $0=4y+6y\rightarrow 0=10y\rightarrow y=0,x=0$

Por lo tanto, $S=\{(0,0)\}$.

1.5) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}y=x \\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{3}y=y \end{cases}$

De la primera ecuación sacamos: $x-\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}y\rightarrow\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}y$

Sustituimos en la otra ecuación: $\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}y=y\rightarrow y=y$

Esto quiere decir que y es una variable libre, no tenemos ninguna condición impuesta. Nos encontramos ante un sistema homogéneo indeterminado. Tenemos infinitas soluciones además de la trivial.

Y nuestra solución es un (x,y) que cumpla las dos ecuaciones despejadas. Con y libre, y x dependiendo de y.

$$S=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / (x,y)=\left(\frac{2}{3}y,y\right)\wedge y\in\mathbb{R}\right\}$$

2) Halle los valores de a y b (reales) de la forma que el sistema sea compatible determinado (*SCD*), compatible indeterminado (*SCI*), o incompatible (*SI*).

2.1) $\begin{cases} x+ay=a \\ -by=b \end{cases}$

Para tener un *SCD* tenemos que tener una única solución posible. Entonces, ya podemos decir que $b\neq 0$ ya que si no la segunda ecuación quedaría $0=0$ y quedaría un sistema con una sola ecuación *SCI* tendríamos infinitas soluciones posibles, la variable y podría tomar cualquier valor y la igualdad se cumpliría igual. Como $b\neq 0$, en la segunda ecuación, podemos despejar y sin ningún problema, $y=-1$. Reemplazando en la primera: $x+a.(-1)=a\rightarrow x=2a$. Aquí solo basta con pedir $a\in\mathbb{R}$ x puede tener cualquier valor y vamos a seguir teniendo una única solución. Esto se debe a que la variable y no depende de x.
También resolvimos el caso de SCI pedimos $b=0$ y nos quedamos con una ecuación con dos incógnitas, por lo tanto, infinitas soluciones.
Para el caso de *SCI* necesitamos tener dos ecuaciones iguales, o que sean múltiplo. Pero, gracias nuevamente a la segunda ecuación donde solo tenemos a y, no es posible lograr esto.
Aparentemente, el sistema no puede ser *SI.*

2.2) $\begin{cases} ax-y=0 \\ x-ay=b \end{cases}$

De la primera ecuación, despejamos y: $y=ax$. Sustituimos en la segunda, $x-a.(ax)=b\rightarrow x-a^2x=b$ Si $a=\pm 1$, quedaría $b=0$. Si efectivamente b cumple esta ecuación, nos encontramos otra vez con un SCI. Una sola ecuación y dos incógnitas. Si $b\neq 0$ nos encontramos ante un absurdo, *SI*. Entonces si $a\neq\pm 1$ quedaría $x.(1-a^2)=b\rightarrow x=\dfrac{b}{1-a^2}$

$y=\dfrac{a.b}{1-a^2}$, una vez determinado b, x e y quedan fijos. Solución única, *SCD*.

3) Resuelva los siguientes sistemas lineales:

a. $\begin{cases} x & +2y & & =-3 \\ 2x & +3y & -2z & =-10 \\ -x & & +6z & =9 \end{cases}$

Tenemos un SCD con tres ecuaciones y tres incógnitas.

De la primera ecuación, podemos despejar x en función de y: $x=-3-2y$. Sutituimos en la última: $+3+2y+6z=9\rightarrow 2y=6-6z\rightarrow y=3-3z$

Ahora tenemos a x en función de y y a y en función de z. Por lo tanto, también podemos poner a x en función de z: $x=-3-6+6z \rightarrow x=-9+6z$

Sustituimos dentro de la segunda ecuación:

$$2.(-9+6z)+3(3-3z)-2z=-10 \rightarrow -18+12z+9-9z-2z=-10$$

$$-9+z=-10 \rightarrow z=-1$$

Ahora que ya tenemos el valor de z, solo basta reemplazar en las otras ecuaciones que encontramos previamente:

$$x=-9-6 \rightarrow x=-15$$

Por otro lado: $y=3+3 \rightarrow y=6$

Entonces, nuestra solución es: $S=\{(-15,6,-1)\}$

b. $\begin{cases} x+3y-z=4 \\ -2x+y+3z=9 \\ 4x+2y+z=11 \end{cases}$

Otro SCD, resolvemos con el mismo sistema. Primero, despejamos una variable en función de las otras dos para después volver a despejar otra de esas dos varaibles en función de la otra. Una vez que tenemos dos variables en función de una sola variable, reemplazar ambas y despejar esta última. Saber cual nos conviene despejar para facilitarnos la cuenta, lleva mucha práctica y depende de cada problema en particular.

$$x=4+z-3y$$

Sustituimos en la tercera:

$$4.(4+z-3y)+2y+z=11 \rightarrow 16+4z-12y+2y+z=11 \rightarrow -10y+5z=-5$$

Dividimos por 5 y despejamos $-2y+z=-1 \rightarrow z=-1+2y$ volvemos a la primera:

$$x=4+(-1+2y)-3y \rightarrow x=3-y$$

Y, ahora si, metemos todo en la segunda,

$$-2.(3-y)+y+3.(-1+2y)=9 \rightarrow -6+2y+y-3+6y=9 \rightarrow -9+9y=9$$

$$-9+9y=9 \rightarrow -1+y=1 \rightarrow y=2$$

Por lo tanto, $x=3-2 \rightarrow x=1$ $z=-1+2.2 \rightarrow z=3$

Entonces nuestra solución quedo: $S=\{(1,2,3)\}$

c. $\begin{cases} x+2y-z=4 \\ 2x+5y+2z=9 \\ x+4y+7z=6 \end{cases}$

De la primera ecuación: $x=z-2y+4$

Reemplazamos en la tercera,

$z-2y+4+4y+7z=6 \to 8z+2y=2 \to y=1-4z$

Volvemos a la de x

$x=z-2(1-4z)+4 \to x=9z+2$

Ahora veamos si podemos encontrar el valor de z:

$2.(9z+2)+5.(1-4z)+2z=9 \to 18z+4+5-20z+2z=9 \to 9=9$

Entonces, llegamos a la conclusión de que z queda como variable libre, y nos encontramos ante un *SCI*.

Escribimos nuestra solución como:

$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / x=2+9z, y=1-4z, z=z, z\in\mathbb{R}\}=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / (2+9z,1-4z,z)z\in\mathbb{R}\}$

d. $\begin{cases} y-2z=-5 \\ 2x-y+z=-2 \\ 4x-y=4 \end{cases}$

Para este caso, fijate que pasa si hacemos dos veces la segunda ecuación más la segunda ecuación: $(4x-2y+2z)+(y-2z)=-4-5 \to 4x-y=-9$

Llegamos a algo que parecería ser la última ecuación. Pero en la parte de la derecha son diferentes. Llegamos a un absurdo: $-9=4$

Por lo tanto, tenemos un *SI*, $S=\phi$.

e. $\begin{cases} x+z=0 \\ x+y-z=0 \\ x-y+3z=0 \end{cases}$

Como nos encontramos ante un sistema homogéneo, ya sabemos que $(0,0,0)$ es solución. Ahora tenemos que ver si esta es única o hay infinitas:

$x=-z$ de la primer ecuación, $-z+y-z=0 \to y=2z$

Entonces,

$-z-2z+3z=0 \to 0=0$

Nuevamente, nos queda z como variable libre,

$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / (-z,2z,z), z\in\mathbb{R}\}$

4) Indique los valores de k (reales) tales que el sistema sea: *SCD*, *SCI* o *SI*.

a. $\begin{cases} 2x-y+3z=3 \\ kx+y=-2 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$

De la primera ecuación, $y=-3+2x+3z$

Luego vamos a la tercera ecuación,

$$2x-3+2x+3z+z=1\rightarrow 4z=-2-4x\rightarrow z=-\frac{1}{2}-x$$

Volvemos a la otra ecuación,

$$y=-3+2x-\frac{3}{2}-3x\rightarrow y=-\frac{9}{2}-x$$

Metemos todo en la ecuación donde tenemos a k

$$kx-\frac{9}{2}-x=1\rightarrow x.(k-1)=\frac{11}{2}$$

Entonces, si $k=1$ tendríamos $0=\frac{11}{2}$ absurdo y tendríamos un *SI*.

Sí $k\neq 1\rightarrow x=\frac{11}{2k-2}$ que es un número real. Llegando a un *SCD*. No existe *k* real para lograr un *SCI* con el sistema que tenemos.

b. $\begin{cases} x+y-z=k \\ -x+y+kz=3 \\ ky+z=5 \end{cases}$

Primero: $x=k-y+z$

Luego $-k+y-z+y+kz=3\rightarrow 2y=3+k-z(k-1)\rightarrow y=\frac{3}{2}+\frac{k}{2}-\frac{z}{2}(k-1)$

Metemos todo en la última ecuación:

$$k.\left(\frac{3}{2}+\frac{k}{2}-\frac{z}{2}.(k-1)\right)+z=5\rightarrow \frac{3k}{2}+\frac{k^2}{2}-\frac{z}{2}.(k^2-k)+z=5$$

$$\frac{3k}{2}+\frac{k^2}{2}+z.\left(-\frac{k^2}{2}+\frac{k}{2}+1\right)=5$$

Entonces, si $-\frac{k^2}{2}+\frac{k}{2}+1=0$ quedaría: $\frac{3k}{2}+\frac{k^2}{2}=5$ que si se cumple, tendríamos un *SCI*, y si no se cumple *SI*. Entonces, hallemos los ceros de la cuadrática: $k_1=2, k_2=-1$

Ahora, remplacemos para k_1: $\frac{6}{2}+\frac{4}{2}=5\rightarrow 3+2=5$ *SCI*

Para k_2: $\frac{-3}{2}+\frac{1}{2}=5\rightarrow -1=5$ absurdo, *SI*.

El último caso sería para $k\neq 2\wedge k\neq -1$, quedaría un *SCD*.

c. $\begin{cases} x+kz=0 \\ 3x+y+4z=0 \\ 2x+ky+3z=0 \end{cases}$

$x=-kz$, lo metemos en la segunda ecuación: $-3kz+y+4z=0 \rightarrow y=-z.(4-3k)$

Ahora metemos todo en la última ecuación,
$-2kz+k.(-z.(4-3k))+3z=0 \rightarrow -2kz-kz.(4-3k)+3z=0$
$z.(-2k-4k+3k^2+3)=0 \rightarrow z.(3k^2-6k+3)=0$
Entonces, si $3k^2-6k+3=0$
Nos quedaría 0=0 con z como variable libre, *SCI*. Hallemos las raíces: $k=1$ (tiene una sola raíz)
Entonces para SCI necesitamos $k=1$. Si ahora pedimos $3k^2-6k+3\neq 0$ para que se cumpla la ecuación si o si $z=0$ quedando así como única solución la trivial $(0,0,0)$ *SCD*, con $k\neq 1$.

Para *SI,* no hay k real posible.

5) En una concesionaria de automóviles hay 30 unidades en exposición… **[Resuelto en la guía]**

6) El peso de un pez pesa cuatro veces lo que pesa la cabeza…

Una vez que ya vimos los tres tipos de sistemas de ecuaciones, vamos a la aplicación. A partir de este ejercicio de la guía, vamos a comenzar con problemas prácticos.

Primero dejemos bien en claro las incógnitas: Cuerpo (x), cabeza (y) y cola (z).

Ahora, transformemos los datos en ecuaciones:
$\begin{cases} x=4y \\ z=y+2 \\ x+y+z=20 \end{cases}$

De la primera, reemplazamos en la última: $4y+y+z=20 \rightarrow z=20-5y$

Y, por último, reemplazamos en la segunda: $20-5y=y+2 \rightarrow 18=6y \rightarrow y=3$
Entonces, llegamos a $x=12$ y $z=5$.

7) La edad de un padre es el cuádruplo de la edad de su hijo…

Identificamos las variables y traducimos los datos a ecuaciones: Edad del padre (P) y edad del hijo (h)

$\begin{cases} P=4h \\ P-3=5.(h-3) \end{cases}$

Metemos la primera ecuación en la segunda: $4h-3=5h-15 \rightarrow 12=h$
Entonces, $P=48$.

8) Antonio tiene $4 en monedas de 5…

Identificamos las variables:

Cantidad de monedas de 5 centavos (x), cantidad de monedas de 20 centavos (y).

Traducimos los datos a ecuaciones, $\begin{cases} x+y=29 \\ 5x+20y=400 \end{cases}$

Notar que en la segunda ecuación se multiplica la cantidad de monedas por su valor en centavos, si se suman tiene que dar los $4 (que son 400 centavos). Recordemos que tenemos que prestar atención a las unidades.

Despejamos de la primera: $x=29-y$

Vamos a la segunda: $5.(29-y)+20y=400 \to 145-5y+20y=400$

$15y=400-145 \to y=17 \quad x=29-17 \to x=12$

9) En un número de dos cifras la cifra de las decenas…

En este ejercicio, para escribir nuestro número desconocido, conviene escribir $A=10y+x$ donde y es el número correspondiente a la cifra decimal y x la de las unidades.

Por ejemplo, $54=10.5+4$

Una vez que tenemos claro esto, escribamos los datos como ecuaciones:

$$\begin{cases} x+5=y \\ 10y+x+10x+y=121 \end{cases}$$

Reemplazamos y en la segunda:

$11.(x+5)+11x=121 \to 22x+55=121 \to x=\dfrac{66}{22} \to x=3$

Entonces, $y=8$

Por lo tanto nuestro número es 83.

10) Un estante contiene 3/5 de la cantidad total de libros…

A la cantidad de libros en el primer estante la llamamos x, a las del segundo y:

Entonces, escribimos nuestro sistema de ecuaciones según los datos:

$$\begin{cases} x=\dfrac{3}{5}y \\ 2.(x-10)=y+10 \end{cases}$$

Metemos la primera ecuación en la segunda:

$$2.\left(\frac{3}{5}y-10\right)=y+10 \to \frac{6}{5}y-20=y+10 \to \frac{1}{5}y=30 \to y=150$$

Sustituimos y,

$$x=\frac{3}{5}.150 \to x=90$$

11) Determine los ángulos de un paralelogramo…

Para este problema necesitamos saber las siguientes propiedades del paralelogramo:

- Los ángulos de dos vértices contiguos cualesquiera son suplementarios (*suman* 180 °);
- Los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales en medida;
- La suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo es siempre igual a 360 °.

Con esta información y llamando a los ángulos a y b:

$$\begin{cases} a+b=180 \\ a-b=20 \end{cases}$$

De la segunda ecuación, despejamos $a=20+b$
Sustituimos en la primera:

$$20+b+b=180 \rightarrow 2b=160 \rightarrow b=80^{\circ}$$

Por lo tanto, $a=100^{\circ}$

12) Cuando se agrega un disco duro a una computadora…

De la misma manera en que vinimos trabajando, vamos a comenzar definiendo las variables. Llamamos a x al precio del disco duro e y al precio de la computadora.

Entonces, podemos armar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y=2325 \\ \frac{1}{5}x+\frac{1}{3}y=745 \end{cases}$$

De la primera ecuación $y=2325-x$.
Sustituyendo en la segunda:

$$\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}.(2325-x)=745 \rightarrow \frac{1}{5}x-\frac{1}{3}x+775=745$$

$$-\frac{2}{15}x=745-775 \rightarrow \frac{2}{15}x=30 \rightarrow x=225$$

El precio del disco duro. La y no la averiguamos ya que el problema solo nos pregunta acerca del precio del disco.

13) Una compañía médica produce dos tipos de válvulas…

4 horas = 240 minutos ; 7 horas = 420 minutos. Las válvulas estándar (x) tardan $5m+10m$, mientras que las de lujo (y) tardan $9m+15m$.

Pasando a ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x+9y=240 \\ 10x+15y=420 \end{cases}$$

Una vez planteado nuestro sistema, resolvemos:

$$5x=240-9y \rightarrow 10x=480-18y$$

Sustituyendo en la segunda:
$480-18y+15y=420 \rightarrow -3y=-60 \rightarrow y=20$
Terminamos con $x=12$

14) Los precios por unidad de dos sustancias son $6…

Traduciendo los datos del enunciado a ecuaciones: $6x+10y=50.7,60 \rightarrow 6x+10y=380$ donde x es la cantidad de la primera sustancia, y la cantidad de la segunda sustancia y 380 el precio total de las cincuenta unidades.
El último dato es: $x+y=50$ quedando nuestro sistema:

$$\begin{cases} 6x+10y=380 \\ x+y=50 \end{cases}$$

Despejamos x de la segunda: $x=50-y$
Reemplazamos en la primera: $6.(50-y)+10y=380 \rightarrow -6y+10y=380-300 \rightarrow 4y=80 \rightarrow y=20$
Volvemos a la anterior para hallar x: $x=50-20 \rightarrow x=30$

Entonces, es necesario mezclar 30 unidades de la primera sustancia y 20 de la segunda!

15) El día del parcial de matemática se había previsto…

Los datos nos dicen:
$35x+28=y$ donde 35 es la cantidad de alumno en cada aula, x es la cantidad de aulas, y la cantidad de alumnos y 28 es los que quedaron afuera.

$38x-2=y$ 38 es la cantidad de alumnos en cada aula, el −2 son los asientos vacíos.

Entonces, nuestro sistema quedaría: $\begin{cases} 35x+28=y \\ 38x-2=y \end{cases}$

Remplazamos la segunda ecuación en la primera y llegamos a:
$35x+28=38x-2 \rightarrow 38x-35x=30 \rightarrow 3x=30 \rightarrow x=10$

Por lo tanto $38.10-2=y \rightarrow y=378$

En total, se utilizaron 10 aulas y se presentaron 378 alumnos.

16) Dado el sistema:

$$\begin{cases} -2x+y-z=1 \\ 3x-2y+2z=-5 \qquad ,\alpha \in \mathbb{R} \\ x-y+(\alpha+2)z=2\alpha-2 \end{cases}$$

a. Calcule α suponiendo que $(3,9,2)$ satisface el sistema. Creo que no es necesario chequear que el $(3,9,2)$ cumple las primeras 2 ecuaciones. Así que reemplazamos directamente en la última ecuación:

$3-9+2.(\alpha+2)=2\alpha-2 \rightarrow -6+2\alpha+4=2\alpha-2 \rightarrow -2=-2$

Esto quiere decir que no importa el valor de α la 3º ecuación se cumple igual. Entonces, nuestra respuesta es $\forall\alpha\in\mathbb{R}$

b. Resuelva el sistema para $\alpha=0$ quedaría:

$$\begin{cases} -2x+y-z=1 \\ 3x-2y+2z=-5 \\ x-y+2z=-2 \end{cases}$$

Aunque sabiendo el ítem anterior, no es necesario resolver. Recordemos que $\forall\alpha\in\mathbb{R}$ la última ecuación se cumplía. Y, como ya tenemos una solución de nuestro sistema $(3,9,2)$ solo basta chequear que sea un *SCD* para que esta solución sea única, o un *SCI* y que tenga infinitas soluciones. Para el último caso, se tendría que cumplir que alguna de las tres ecuaciones del sistema sea igual o una combinación lineal de las otras dos.

Una vez que nos damos cuenta que estamos frente a un *SCD,* nuestra respuesta es $S=\{(3,9,2)\}$.

17) Sea el sistema: $\begin{cases} 2kx-3y+z=7 \\ -x+ky-3z=0 \\ 9x+2y-2z=7 \end{cases}, k\in\mathbb{R}$

a. Calcule k suponiendo que $(1,2,3)$ satisface el sistema. (reemplazamos x, y, z)

$$\begin{cases} 2k.1-3.2+3=7 \\ -1+k.2-3.3=0 \\ 9.1+2.2-2.3=7 \end{cases}, k\in\mathbb{R} \rightarrow \begin{cases} 2k=10 \\ 2k=10 \\ 7=7 \end{cases}, k\in\mathbb{R}$$

Entonces, de las dos primeras llegamos a $k=5$

b. Resuelva el sistema para $k=2$

$$\begin{cases} 4x-3y+z=7 \\ -x+2y-3z=0 \\ 9x+2y-2z=7 \end{cases}$$

$z=7+3y-4x$ lo sustituimos en la segunda ecuación: $-x+2y-21-9y+12x=0$

De ahí despejamos y: $11x-7y=21 \rightarrow y=\dfrac{21-11x}{-7} \rightarrow y=-3+\dfrac{11}{7}x$

Volvemos a la primera: $z=7-9+\dfrac{33}{7}x-4x \rightarrow z=-2+\dfrac{5}{7}x$

Metemos todo en la última ecuación,

$9x-6+\dfrac{22}{7}x+4-\dfrac{10}{7}x=7 \rightarrow \dfrac{75}{7}x=9 \rightarrow x=\dfrac{21}{25}$

Remplazamos para hallar *x* e *y*:

$$y=-3+\frac{11}{7}.\frac{21}{25}\rightarrow y=-3+\frac{33}{25}\rightarrow y=-\frac{42}{25}$$

$$z=-2+\frac{5}{7}.\frac{21}{25}\rightarrow z=-2+\frac{3}{5}\rightarrow z=-\frac{7}{5}$$

Entonces, nuestra solución es: $S=\left\{\left(\frac{21}{25},-\frac{42}{25},-\frac{7}{5}\right)\right\}$

18) En algunas aplicaciones electrónicas es necesario…

$$\begin{cases} I_A-I_B-2I_C=1 \\ -I_A+2I_B-4I_c=0 \\ -2I_A-4I_B+3I_c=1 \end{cases}$$

Donde I_A, I_B, I_C representan las corrientes de las ramas *A*, *B* y *C* respectivamente. Determine las corrientes de cada rama.

No te marees por las nuevas variables $I_{A,B,C}$ para este problema matemático se comportan igual que si tuviéramos *x*, *y*, *z*. Entonces, si se te complica mucho solo basta con poner: $I_A=x, I_B=y, I_C=z$ y resolver el sistema de tres ecuaciones. Esto se puede hacer siempre que respetemos las igualdades correctamente. Además, hace la notación más sencilla y te ahorra tiempo al escribir.

$$\begin{cases} x-y-2z=1 \\ -x+2y-4z=0 \\ -2x-4y+3z=1 \end{cases}$$

De la segunda despejamos x: $x=2y-4z$ y reemplazamos en la primera:

$$2y-4z-y-2z=1\rightarrow y=1+6z$$

Volvemos a la primera: $x=2+12z-4z\rightarrow x=2+8z$

Y metemos todo en la última: $-4-16z-4-24z+3z=1\rightarrow -37z=1+8\rightarrow z=-\frac{9}{37}$

Hallamos *x* e *y*: $x=2+8.\frac{-9}{37}\rightarrow x=2-\frac{72}{37}\rightarrow x=\frac{74}{37}-\frac{72}{37}\rightarrow x=\frac{2}{37}$

$$y=1+6.\frac{-9}{37}\rightarrow y=1-\frac{54}{37}\rightarrow y=-\frac{17}{37}$$

Entonces, nuestra solución al problema matemático es: $(x,y,z)=\left(\frac{2}{37},-\frac{17}{37},-\frac{9}{37}\right)$

Recordar el cambio de variable para llegar a: $I_A=\frac{2}{37}, I_B=-\frac{17}{37}, I_C=-\frac{9}{37}$

19) En física se estudian fuerzas…

$$\begin{cases} 3F_1 + F_2 - F_3 = 2 \\ F_1 - 2F_2 + F_3 = 0 \text{ Calcule las fuerzas.} \\ 4F_1 - F_2 + F_3 = 3 \end{cases}$$

[Recordá que como en el ejercicio anterior podes cambiar las variables si te confunden mucho]

De la segunda ecuación llegamos a: $F_1 = 2F_2 - F_3$

Sustituyendo en la tercera ecuación:

$$8F_2 - 4F_3 - F_2 + F_3 = 3 \to -3F_3 = 3 - 7F_2 \to -F_3 = 1 - \frac{7}{3}F_2$$

Volvemos a la ecuación anterior,

$$F_1 = 2F_2 + 1 - \frac{7}{3}F_2 \to F_1 = 1 - \frac{1}{3}F_2$$

Y ahora metemos todo en la primera ecuación:

$$3 - F_2 + F_2 + 1 - \frac{7}{3}F_2 = 2 \to -\frac{7}{3}F_2 = -2 \to F_2 = \frac{6}{7}$$

Con este podemos hallar los dos restantes:

$$-F_3 = 1 - \frac{7}{3}.\frac{6}{7} \to -F_3 = 1 - 2 \to F_3 = 1$$

$$F_1 = 1 - \frac{1}{3}.\frac{6}{7} \to F_1 = 1 - \frac{2}{7} \to F_1 = \frac{5}{7}$$

20) Dispone de tres tipos de fertilizantes con las composiciones indicadas en la siguiente tabla:

TIPO	FOSFATO	POTASIO	NITROGENO
A	10%	40%	40%
B	20%	40%	40%
C	20%	30%	50%

Un análisis de suelo muestra…

Los datos de enunciado son:

19% de fosfato esto quiere decir que el fosfato resultante de la combinación de los tres tipos de fertilizantes tiene que ser un 19%. Si traducimos esto a ecuación: $0,10A + 0,20B + 0,20C = 19$ notar que son los % correspondientes a cada tipo.

34% de potasio, igual que en el anterior: $0,30A + 0,40B + 0,30C = 34$

47$ de nitrógeno: $0,60A + 0,40B + 0,50C = 47$

Entonces nuestro sistema quedaría: $\begin{cases} 0,10A + 0,20B + 0,20C = 19 \\ 0,30A + 0,40B + 0,30C = 34 \\ 0,60A + 0,40B + 0,50C = 47 \end{cases}$

Fijate que $19 + 34 + 47 = 100$ que es el 100% que para este caso son $100kg$. Si te cambian los $100kg$, el problema se puede complicar un poco más.

Resolvemos, $0{,}10A=19-0{,}20B-0{,}20C$ multiplicamos por tres y lo metemos en la segunda:
$57-0{,}60B-0{,}60C+0{,}40B+0{,}3C=34\rightarrow -0{,}20B-0{,}30C=-23$
$0{,}20B=23-0{,}30C$

Volvemos a la anterior: $0{,}10A=19-23+0{,}30C-0{,}20C\rightarrow 0{,}10A=-4+0{,}10C$

Y reemplazando todo:
$-24+0{,}60C+46-0{,}60C+0{,}50C=47\rightarrow 0{,}50C=25\rightarrow C=50$

Reemplazamos en las otras ecuaciones: $0{,}10A=-4+5\rightarrow A=10$, $0{,}20B=23-15\rightarrow B=40$
Esto quiere decir que $A=10kg, B=40kg, C=50kg$ son las cantidades necesarias para obtener la mezcla deseada.

21) Una fábrica de muebles produce mesas, sillas…

Operación	Mesa	Silla	Armario
Corte	½	1	1
Armado	½	3/2	1
Acabado	1	3/2	2

Hay que determinar cuántos muebles de cada tipo pueden producirse para ocupar todas las horas disponibles.
Según el enunciado para corte es posible: $\frac{1}{2}x+y+z=300$ donde x son las mesas, y las sillas y z los armarios. Y 300 son las horas disponibles.

Para armado, $\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y+z=400$

Para acabado, $x+\frac{3}{2}y+2z=590$
Quedando nuestro sistema,

$$\begin{cases}\frac{1}{2}x+y+z=300\\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y+z=400\\ x+\frac{3}{2}y+2z=590\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+2y+2z=300\\ x+3y+2z=400\\ 2x+3y+4z=590\end{cases}$$

Multiplicamos todo por 2, para acomodar un poco.

De la primera: $x=300-2y-2z$
Vamos a la segunda: $300-2y-2z+3y+2z=400\rightarrow y=100$
$x=300-200-2z\rightarrow x=100-2z$

Vamos a la última, $200-4z+300+4z=590\rightarrow 500=490$ Absurdo! → Llegamos a un *SI*.
Entonces, no hay solución posible.