

PRIMER PARCIAL

TEMA 1

APellidos : _____


CARRERA : Ingeniería _____

NOMBRES : _____

REGISTRO : 02- _____ - ____ COMISIÓN : ____

	1	2	3	4	5
Evaluación					

Parcialitos 

NOTA: 

1. A partir de las propiedades básicas de los números reales y del hecho que un número real y su inverso multiplicativo tienen el mismo signo muestre que si $|x + 2| > 2$ entonces

$$\frac{|x - 1|}{|x + 2|} < \frac{|x - 1|}{2}$$

2. Esboce el gráfico de la región del plano complejo determinada por las siguientes condiciones

$$\operatorname{Re} z \geq 0 \quad , \quad |z - 1| \leq 2 \quad , \quad \frac{\pi}{4} \leq \arg(z + 2 - i) \leq \frac{7\pi}{4}$$

3. Encuentre todas las raíces de la ecuación $(z - i)^3 = 64i$ y ubíquelas en un esquema gráfico.
4. Considere el conjunto $B = \{w \in \mathbb{C} \mid -\pi < \operatorname{Im} w < \pi\}$. Averigüe si existe un número complejo $z \in B$ tal que $e^z = ie$.

5. Se sabe que el polinomio $P = 2X^6 + 2X^5 + \frac{9}{2}X^4 + 4X^3 + 3X^2 + 2X + \frac{1}{2}$ tiene una raíz racional con multiplicidad 2.

- a) mencione un resultado que permite hallar las raíces racionales de un polinomio, supuesto que las tenga
- b) ¿se le puede aplicar ese resultado a P ?
- c) utilice un argumento que le permita aplicar –de manera indirecta– ese resultado a P
- d) halle todas las raíces de P
- e) factorice a P en todos los anillos donde eso sea posible.

★ *El examen debe ser escrito en tinta y con prolijidad.*

★ *Cada ejercicio en hoja diferente — Ordenadas según el número de ejercicio: del 1 al 5.*

★ *No se puede usar calculadora — Los celulares deben estar apagados durante el examen.*

★ *Cada respuesta, para ser considerada válida, deberá estar debidamente fundamentada.*

★ *Un error grave anula el puntaje del ejercicio.*

PRIMER PARCIAL**TEMA 3**

APELLIDOS : _____

CARRERA : Ingeniería _____

NOMBRES : _____

REGISTRO : 02- _____ - __ COMISIÓN : ____

	1	2	3	4	5
Evaluación					

Parcialitos



NOTA:

--

1. Se define la siguiente relación en el conjunto \mathbb{R} ,

$$x R y \iff y = -x$$

Analice si es una relación

- a) reflexiva b) simétrica c) transitiva

2. Esboce el gráfico de la región del plano complejo que queda determinada por las siguientes condiciones

$$|z - 1 - i| \geq 1 \quad , \quad 0 \leq \arg(3z) \leq \frac{\pi}{2} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg(z - 5i) \leq -\frac{\pi}{4}$$

3. Encuentre todas las soluciones de la ecuación $w^5 = i$ y utilice este resultado para obtener todas las raíces de la ecuación $(z + 2i)^5 = i$.
Ubique las raíces de ambas ecuaciones en un esquema gráfico.

4. Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Para cada $k \in \mathbb{Z}$ averigüe cuál es la relación entre: $e^{a+i(b+k\pi)}$ y e^{a+ib} .

5. Los números $\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}i$ son raíces del polinomio

$$P = X^6 - X^5 + X^4 - 9X^2 + 9X - 9$$

- a) calcule $P(-\sqrt{3})$
 b) halle todas las raíces de P
 c) factorice a P en $\mathbb{C}[X]$, en $\mathbb{R}[X]$ y en $\mathbb{Q}[X]$.

- ★ El examen debe ser escrito en tinta y con prolijidad.
- ★ Cada ejercicio en hoja diferente — Ordenadas según el número de ejercicio: del 1 al 5.
- ★ No se puede usar calculadora — Los celulares deben estar apagados durante el examen.
- ★ Cada respuesta, para ser considerada válida, deberá estar debidamente fundamentada.
- ★ Un error grave anula el puntaje del ejercicio.

PRIMER PARCIAL

TEMA 4

APELLIDOS : _____


CARRERA : Ingeniería _____

NOMBRES : _____

REGISTRO : 02- _____ - ____ COMISIÓN : ____

	1	2	3	4	5
Evaluación					

Parcialitos 

NOTA: 

1. Considere los conjuntos

$$A = \{-1, 3, 5\} \quad , \quad B = [2, 5] \quad , \quad S = (\{-1\} \times B) \cup (\{2\} \times [2, 3])$$

- a) Grafique $A \times B$ y S
 - b) Averigüe si S es un producto cartesiano.
2. Dados los números complejos $z = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$ y $w = 3e^{i\pi/6}$ calcule módulo y argumento de los siguientes números

$$z^3 \quad , \quad z^2w \quad , \quad \frac{w}{z} \quad , \quad \frac{1}{w}$$

y represéntelos en un esquema gráfico junto con z y w .

NOTA: Debe resolver este ejercicio sin calcular parte real o imaginaria de los números involucrados.

3. Halle todas las raíces de la ecuación $z^3 = 1 - \sqrt{3} i$ y determine en qué cuadrante se encuentra cada una de ellas.

4. Para el número $z = e^{\ln 2 + i\pi/3}$ calcule

$$\operatorname{Re} z \quad , \quad \operatorname{Im} z \quad , \quad |z| \quad , \quad \bar{z} \quad , \quad \arg z$$

y ubique a z en el plano complejo utilizando la información sobre él que evite tener que hacer cuentas.

5. Considere el polinomio $P = QT + S$ donde $Q = X^4 - 2X^3 + 5$, $T = 7X^2 - X - 2$ y $S = X^3$. Sin hallar la expresión de P como suma de monomios, halle cociente y resto de la división de

- a) P por Q
- b) P por T

★ El examen debe ser escrito en tinta y con prolijidad.
 ★ Cada ejercicio en hoja diferente — Ordenadas según el número de ejercicio: del 1 al 5.
 ★ No se puede usar calculadora — Los celulares deben estar apagados durante el examen.
 ★ Cada respuesta, para ser considerada válida, deberá estar debidamente fundamentada.
 ★ Un error grave anula el puntaje del ejercicio.