

# Práctica 1 bis

## Álgebra vectorial - bis

### Ejercicios

**Ejercicio 1.** Dado  $P = (1, 3, -5)$ , encontrar el punto más cercano a  $P$  que pertenece a cada uno de los siguientes conjuntos:

- a) la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(2, -1, 3)$ .                      b) el plano  $\Pi : -2x + y + z = 5$ .

**Ejercicio 2.** Hallar la proyección ortogonal de

- a)  $P = (5, -3)$  sobre el eje de las  $x$  y sobre el eje de las  $y$ .  
b)  $P = (5, -3)$  sobre la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(1, 1)$ .  
c)  $P = (1, 0, 2)$  sobre la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(2, -1, 0)$ .  
d)  $P = (-1, 1, 0)$  sobre el plano  $\Pi : 2x - 3z = 0$ .

**Ejercicio 3.** Calcular la distancia entre

- a) el punto  $P = (-1, 0, 3)$  y la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(1, 2, -1)$ .  
b) el punto  $P = (-1, 0, 2)$  y la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(1, -2, 0) + (0, 1, 1)$ .  
c) el punto  $P = (1, -1, 2)$  y el plano  $\Pi : 5x + 2y - z = 0$ .  
d) el punto  $P = (0, -1, 2)$  y el plano  $\Pi : -2x + y - z = 3$ .  
e) el punto  $P = (2, 2, 1)$  y el plano que contiene a las rectas  $\mathbb{L}_1 : X = \lambda.(2, -1, 3) + (3, 2, 5)$  y  $\mathbb{L}_2 : X = \lambda.(1, 2, -1) + (1, 3, 2)$ .

**Ejercicio 4.** Calcular la distancia entre

- a) las rectas  $\mathbb{L}_1 : X = \lambda.(2, 1)$  y  $\mathbb{L}_2 : X = \lambda.(2, 1) + (3, -1)$ .  
b) la recta  $\mathbb{L} : X = \lambda.(1, -2, 1) + (0, 1, 1)$  y el plano  $\Pi : x + y + z = 3$ .  
c) los planos  $\Pi_1 : 3x + 2y - z = -2$  y  $\Pi_2 : 6x + 4y - 2z = 7$ .  
d) las rectas  $\mathbb{L}_1 : X = \lambda.(1, 2, -1)$  y  $\mathbb{L}_2 : X = \lambda.(1, -2, 0) + (0, 1, 1)$ .

**Ejercicio 5.** Sean  $\mathbb{L} : X = \lambda.(2,3,-1)$  y  $\Pi : x + 2y = 0$ . Determinar:

- a) todos los puntos de  $\mathbb{R}^3$  que están a distancia  $\sqrt{5}$  de  $\Pi$ .
- b) todos los puntos de  $\mathbb{L}$  que están a distancia  $\sqrt{5}$  de  $\Pi$ .

**Ejercicio 6.**

- a) Determinar todos los  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$  tales que  $\text{proy}_{(1,1)}(\mathbf{v}) = (2,2)$ .
- b) Calcular, si es posible, un vector  $\mathbf{w}$  de norma 1 tal que  $\text{proy}_{\mathbf{w}}(2,3,1) = 3\mathbf{w}$ .

**Ejercicio 7.** Dados los vectores  $\mathbf{v} = (3,-5,2)$  y  $\mathbf{w} = (2,-1,2)$ , hallar un vector  $\mathbf{u}$  paralelo al eje  $z$  tal que  $\|\text{proy}_{\mathbf{w}}(\mathbf{v} + \mathbf{u})\| = 5$ .

**Ejercicio 8.** Dados los vectores  $\mathbf{v} = (3,1,0)$ ,  $\mathbf{w} = (4,2,-1)$  y  $\mathbf{u} = (2,1,-2)$ , hallar todos los vectores  $\mathbf{z}$  en  $\mathbb{R}^3$  tales que  $\mathbf{z}$  es ortogonal a  $\mathbf{v}$  y a  $\mathbf{w}$  simultáneamente y  $\|\text{proy}_{\mathbf{u}}(\mathbf{z})\| = 2$ .

**Ejercicio 9.** Sean  $\mathbb{L}_1 : X = \lambda.(0,1,-1) + (0,-1,0)$  y  $\mathbb{L}_2 : X = \lambda.(1,1,1) + (2,3,0)$ . Hallar, si es posible, un plano  $\Pi$  tal que  $d(P, \Pi) = 2\sqrt{6}$  para todo  $P \in \mathbb{L}_1$  y todo  $P \in \mathbb{L}_2$ .

**Ejercicio 10.** Sean  $\Pi_1 : 3x - 2y + z = 4$  y  $\Pi_2$  el plano que contiene a los puntos  $P = (0,1,1)$ ,  $Q = (3,-1,-1)$  y  $R = (3,0,1)$ . Hallar todos los puntos del plano  $\Pi_1$  que están a distancia 2 del plano  $\Pi_2$ .

**Ejercicio 11.** Sean  $\Pi_1 : 7x - 5y - 2z = 0$ ,  $\Pi_2 : 5x - 4y - z = 0$  y  $\mathbb{L}$  la recta que pasa por los puntos  $P = (-2,3,-3)$  y  $Q = (-1,2,-1)$ . Hallar todos los planos  $\Pi$  que verifican simultáneamente:  $\Pi \cap \Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$  y  $d(R, \Pi) = \sqrt{14}$  para todo  $R \in \mathbb{L}$ .

**Ejercicio 12.** Sean en  $\mathbb{R}^3$  el plano  $\Pi : 2x - y + 2z = 4$  y los puntos  $P = (2,2,2)$  y  $Q = (1,0,1)$ . Determinar un plano  $\Pi'$  que contenga a  $P$ , a  $Q$  y al punto  $R$  de  $\Pi$  tal que  $d(P, R) = d(P, \Pi)$ .