

Práctica 3

Determinantes

Ejercicios

Ejercicio 1. Calcular los siguientes determinantes

$$a) \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}$$

Ejercicio 2. Calcular los siguientes determinantes, desarrollando por cofactores por las filas y columnas indicadas:

$$a) \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

por tercera fila;
por primera columna.

$$b) \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 6 & 0 \\ 5 & 8 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

por primera fila;
por segunda fila;
por cuarta columna;
por tercera columna.

Ejercicio 3. Calcular los siguientes determinantes, desarrollando por cofactores por la fila o columna más conveniente.

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4. Calcular los determinantes de las siguientes matrices usando propiedades.

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -4 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Calcular $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(AB)$, $\det(A+B)$, $\det(A^{10})$ y $\det(A^5B - A^5)$.

Ejercicio 6.

a) Determinar todos valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz A no es inversible.

<p>▪ $A = \begin{pmatrix} 2 & k+4 \\ k-2 & -4 \end{pmatrix}$</p>	<p>▪ $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 2 & 2k \end{pmatrix}$</p>
<p>▪ $A = \begin{pmatrix} k & 2 & 1 \\ 0 & k^2-1 & 2 \\ 0 & 0 & k-2 \end{pmatrix}$</p>	<p>▪ $A = \begin{pmatrix} k & 3 & 0 \\ k^2 & 9 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$</p>

b) Determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz A es inversible.

<p>▪ $A = \begin{pmatrix} k+1 & 2 \\ 2 & k-2 \end{pmatrix}$</p>	<p>▪ $A = \begin{pmatrix} 1 & k & k \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$</p>
<p>▪ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & k & k+1 \end{pmatrix}$</p>	

Ejercicio 7. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & a+1 & a \\ -1 & a & 0 \end{pmatrix}$. Encontrar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema $Ax = 2x$ admite solución no trivial.

Ejercicio 8. Si $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\det(A) = 15$, calcular

a) $\det(2A)$

b) $\det((3A)^{-1})$

c) $\det(3A^{-1})$