Parcialito 1

(Ejercicios tomados en las distintas comisiones)

1. Haga un esquema gráfico de la región del plano complejo determinada por las siguientes

$$|z| > 1 \qquad \text{y} \qquad -\frac{2\pi}{3} \leqslant \arg z < \frac{\pi}{4}$$

2. Utilizando las propiedades básicas de los números reales muestre que si $a > 0$, entonces $a^{-1} > 0$

3. Encuentre todos los números complejos z tales que $e^z = 1 - i$.

4. Sea $S = \{(0,1), (3,2)\}$

   a) encuentre dos conjuntos A y B tales que $S \subset A \times B$.

   b) Averigüe si S es el producto cartesiano de otros dos conjuntos

5. Utilizando las propiedades básicas de los números reales y el resultado que afirma que $a(-b) = -ab$ muestre que

$$(-a)(-b) = ab$$

6. Calcule parte real e imaginaria, módulo y argumento de $e^{4+i\frac{3\pi}{4}}$.

7. Considere el número complejo $z = r(\cos t + i \operatorname{sen} t)$. Dibuje la zona del plano complejo donde está z si se sabe que

$$1 \leqslant r \leqslant 3 \qquad \text{y} \qquad \frac{3\pi}{4} \leqslant t \leqslant \frac{3\pi}{2}$$

8. Muestre que si $A \subset B \subset U$, entonces $U - B \subset U - A$.

9. Dibuje la región del plano complejo determinada por las siguientes

$$|z| \leqslant 2 \qquad \text{y} \qquad -\frac{\pi}{3} \leqslant \arg z < \frac{\pi}{6}$$

10. Siendo $A = [-2, 3) \subset \mathbb{R}$ y $B = \{-2, 3\} \subset \mathbb{R}$, calcule $\mathbb{R} - A$ y $\mathbb{R} - B$.

11. Encuentre todos los números complejos z tales que $z^2 - 2z + 10 = 0$.

12. Halle un conjunto $B \subset \mathbb{R}$ tal que la función

$$f : \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \longrightarrow B \quad , \quad f(x) = \cos x$$

    sea biyectiva.

13. Halle todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $(z - 2i)^2 = 16$.

14. Utilizando las propiedades básicas de los números reales y un resultado referido a la multiplicación por un número negativo muestre que si $a < 0$ y $b < 0$ entonces $ab > 0$

15. Haga un esquema gráfico de la región del plano complejo determinada por las siguientes condiciones

$$|z - 2| \geqslant 3 \qquad \text{y} \qquad \frac{5\pi}{4} \leqslant \arg z \leqslant \frac{11\pi}{6}$$

16. Encuentre un conjunto $A \subset \mathbb{R}$ tal que la función

$$f : A \longrightarrow [-1, 1] \quad , \quad f(x) = \tan x$$

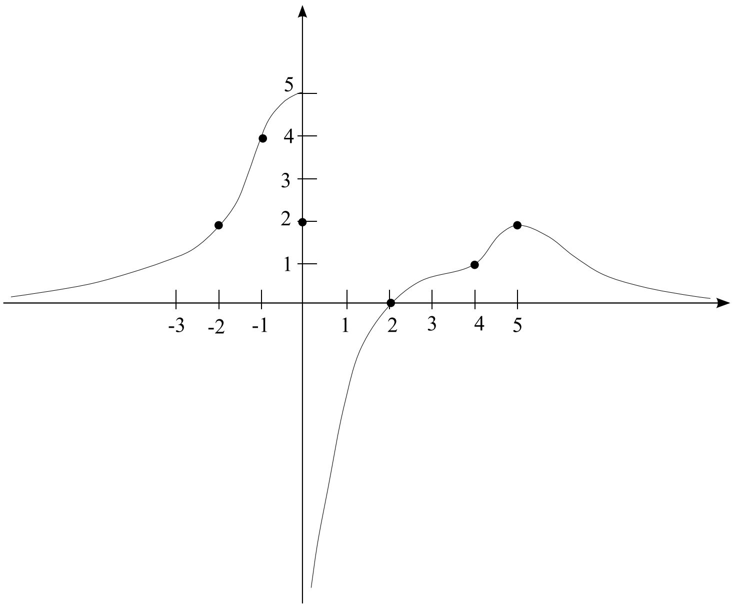
    sea biyectiva.

17. Utilizando las propiedades básicas de los números reales y la definición de $\frac{a}{b}$ muestre que si $c \neq 0$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

18. Halle todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $e^z = 3 - 4i$.

19. La siguiente figura muestra el gráfico de una función $f : A \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$



Halle

a) Dom f e Im f

b) todos los $x \in$ Dom f tales que $f(x) = 2$

c) todos los $x \in$ Dom f tales que $f(x) = 0$

d) todos los $x \in$ Dom f tales que $f(x) = 4$

Analice la inyectividad de f.

20. Se define en $\mathbb{Z}$ la siguiente relación

$$n\, R\, m \quad \Longleftrightarrow \quad n - m \text{ es par}$$

Compruebe que se trata de una relación de equivalencia y exhiba la forma que tienen todos los números enteros equivalentes a 1.

21. Halle todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $(z - 2i)^3 = 27i$.

22. Utilizando las propiedades básicas de los números reales y un resultado referido a la multiplicación por un número negativo muestre que si $a > 0$ y $b < 0$ entonces $ab < 0$

23. Haga un esquema gráfico de la región del plano complejo determinada por las siguientes condiciones

$$|\, z \,| \leqslant 3 \qquad \text{y} \qquad -\frac{\pi}{2} \leqslant \arg(iz) \leqslant \frac{3\pi}{4}$$

24. Defina *gráficamente* una función f tal que

$$\text{Dom } f = (-1, 4] \quad , \quad \text{Codom } f = \mathbb{R} \quad , \quad \text{Im } f(2, 3] \cup [4, 7]$$

y determine si resultó ser inyectiva.