

CÁLCULO AVANZADO- UCA
PARCIAL-07/11/2009 - TEMA 1

Apellido y Nombres:

Comisión:

- 1 Dada la función: $f(x, y) = \sqrt{(x-1)y}$
- Determinar el dominio de f y el conjunto de puntos donde existen ambas derivadas parciales.
 - Encontrar una aproximación lineal de f (justificar su existencia) en el punto $(2, 4)$ y utilizarla para calcular aproximadamente $f(1,96; 4,03)$.

- 2 Sean $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$, $w = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ y $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que:

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1, 2) = 5 \qquad \frac{\partial f}{\partial w}(1, 2) = 7 \qquad f(1, 2) = 3$$

- Hallar la ecuación de la recta normal al plano tangente al gráfico de la función f en el punto $(1, 2)$.
- Si $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ está dada por $T(u, v) = (uv, u^2 + v^2)$ y se define $g = f \circ T$, hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de g en el punto $(1, 1)$.

- 3 a) Calcular el volumen del cuerpo definido por

$$x^2 + y^2 \leq 4 \qquad 0 \leq z \leq 2 \qquad 0 \leq y \leq x$$

- b) Calcular $\iint_S (x^2 + y^2) dS$, siendo S la parte del borde del cuerpo dado en a) que corresponde al cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

- 4 Calcular la integral

$$\int_C (y-x)dx + (y^2 + 3x)dy$$

dónde C es el borde de la región de \mathbb{R}^2 limitada por $y^2 = x$ y $x = 4$ orientada positivamente.

- 5 a) Calcular $\iint_{\partial V} F \cdot d\mathbf{S}$, dónde V es la región limitada por los planos:

$$x + 2y + z = 4 \qquad x = 0 \qquad y = 0 \qquad z = 0$$

y $F(x, y, z) = (z^2 + e^y, y^2 - \sin(z), 3y)$

- b) Calcular el área de la superficie que limita al cuerpo V .

- 6 a) Enunciar el teorema de Green.
b) Definir función diferenciable en un punto y plano tangente.
c) Definir integral de línea (o curvilínea) de una función vectorial.

Justificar todos los pasos utilizados

Para aprobar hay que tener, por lo menos, 4 ítems BIEN de los nueve correspondientes a los primeros cinco ejercicios y 1 BIEN del sexto ejercicio.