

Problemas resueltos.

Problema 6.1

Para la red de la figura P6.1:

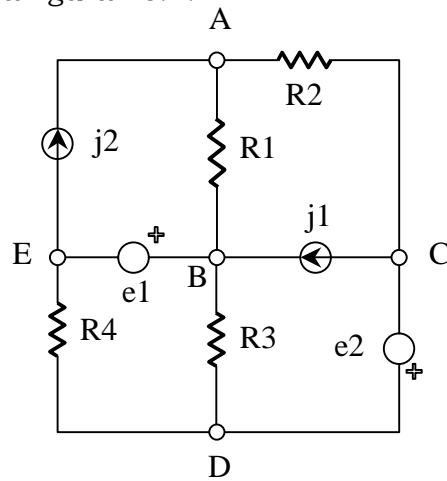


Figura P6.1.

a) Determinar la red pasiva Norton entre A y B, vista por la resistencia R_1 .

b) Determinar la fuente equivalente Thévenin entre A y B, vista por la resistencia R_1 , aplicando superposición.

Solución:

a) Igualando a cero los valores de las fuentes independientes, se tiene la figura P6.2 izquierda. A la derecha se muestra un diagrama simplificado:

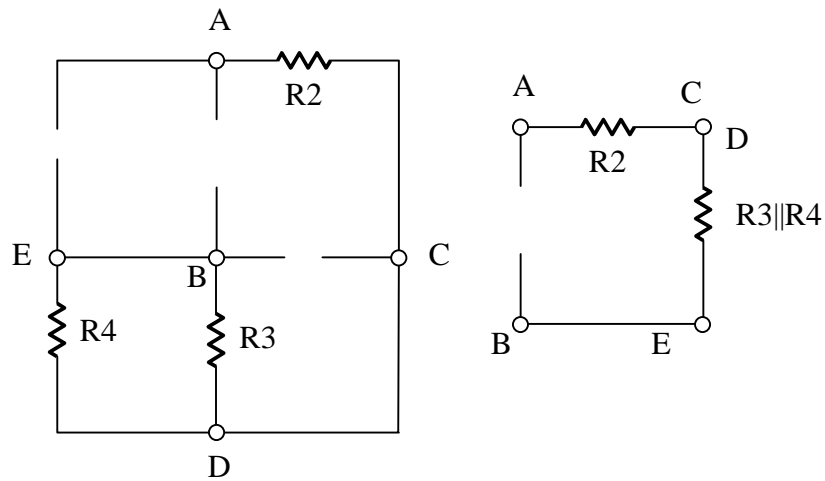


Figura P6.2.

Resulta:

$$R_N = R_2 + (R_3 \parallel R_4)$$

b) El equivalente Thévenin entre A y B, visto por la resistencia R1, se muestra en la figura P6.3:

Se tiene que $R_N = R_T$

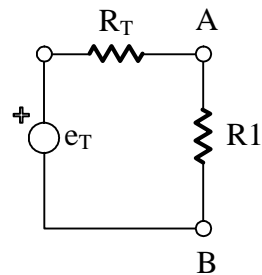


Figura P6.3.

b1) La parte de la fuente de tensión Thévenin, e_{T1} , debida a los generadores de tensión, puede calcularse empleando la figura P6.4:

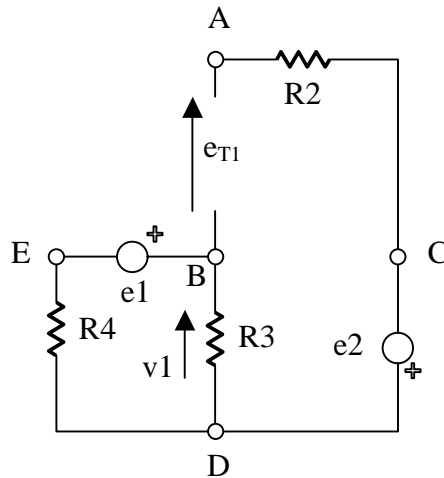


Figura P6.4.

Por LVK, se tiene, ya que no circula corriente por R2:

$$v_1 + e_{T1} + e_2 = 0 \quad (1)$$

La tensión v_1 puede calcularse en la malla EBDE, según:

$$v_1 = R_3 \frac{e_1}{R_3 + R_4} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1), resulta:

$$e_{T1} = -\frac{R_3}{R_3 + R_4} e_1 - e_2 \quad (3)$$

b2) La parte de la fuente de tensión Thévenin, e_{T2} , debida a los generadores de corriente, puede calcularse empleando la figura P6.5:

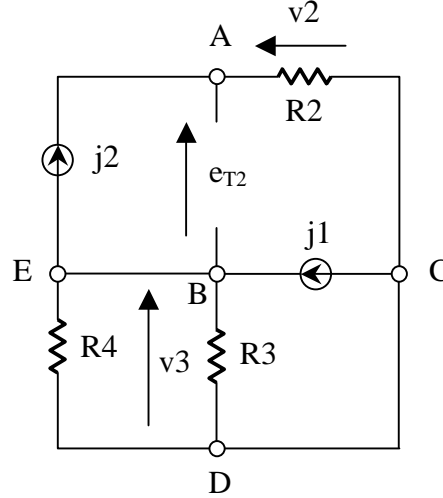


Figura P6.5.

Por LVK se tiene:

$$e_{T2} + v_3 = v_2 \quad (4)$$

Con la ecuación de equilibrio para R2, y LCK en nodo A, se tiene:

$$v_2 = R_2 j_2 \quad (5)$$

Contrayendo el cortocircuito entre E y B, y aplicando LCK en B, se tiene que por el paralelo de R3 con R4 circula corriente $(j_1 - j_2)$, entonces puede calcularse v_3 , según:

$$v_3 = (j_1 - j_2)(R_3 \parallel R_4) \quad (6)$$

Reemplazando (5) y (6) en (4), se obtiene:

$$e_{T2} = v_2 - v_3 = R_2 j_2 - (j_1 - j_2) \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \quad (6)$$

Finalmente, de (3) y (6):

$$e_T = e_{T1} + e_{T2} = R_2 j_2 - \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} (j_1 - j_2) - \frac{R_3}{R_3 + R_4} e_1 - e_2 \quad (7)$$

Que puede expresarse, con a , b , c y d constantes, según:

$$e_T = aj_1 + bj_2 + ce_1 + de_2 \quad (8)$$

Es decir, una combinación lineal de los generadores.

Problema 6.2

Para la red de la figura P6.6:

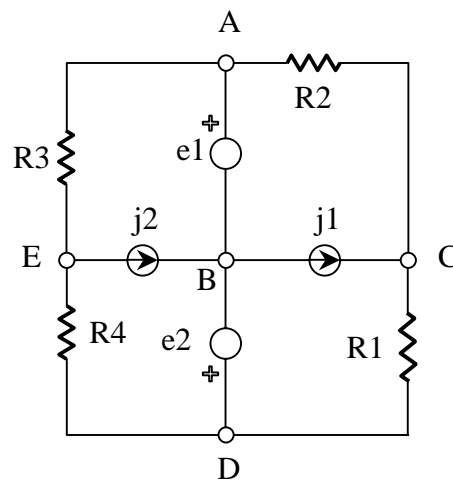


Figura P6.6.

Determinar la fuente Norton entre A y C, vista por la resistencia R_2 , mediante superposición. Calcular potencia absorbida por R_2 .

Solución:

Se requiere calcular la corriente i_N en el cortocircuito entre A y C, en la red a la izquierda de la figura P6.7; a la derecha se muestra el equivalente Norton.

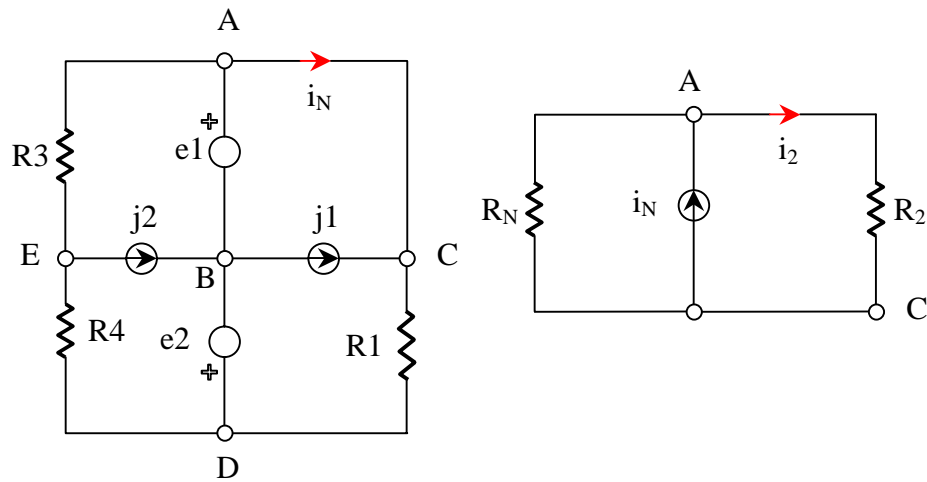


Figura P6.7.

Si consideramos juntas las fuentes del mismo tipo, tenemos dos situaciones, para calcular la corriente de la fuente equivalente Norton, mediante superposición:

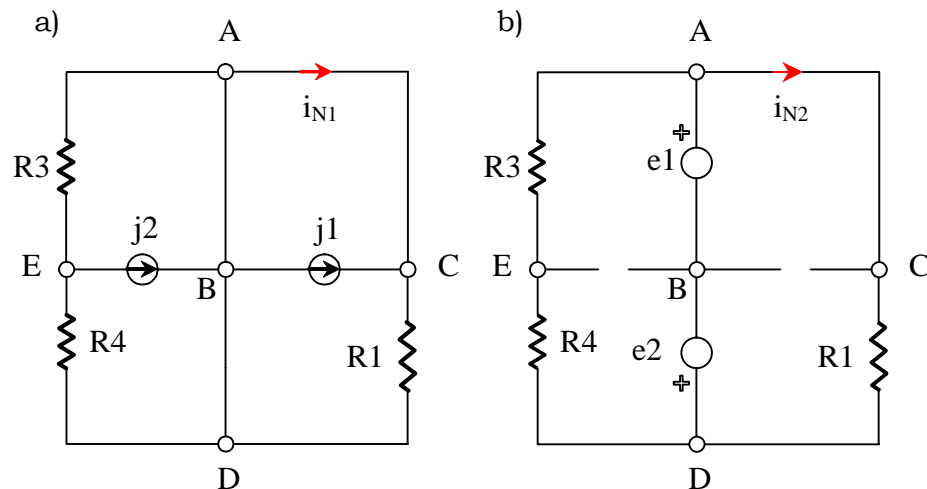


Figura P6.8.

Debido a LVK, en el circuito ACDBA, el voltaje entre D y C es cero en la red a la izquierda en la figura P6.8, por lo tanto la corriente que circula por R1 es cero; entonces, por LCK, se tiene que:

$$i_{N1} = -j_1 \quad (1)$$

Debido a LVK, en el circuito ACDBA, el voltaje entre C y D es $(e_1 - e_2)$ en la red a la derecha en la figura P6.8, por lo tanto la corriente que circula por R1 es i_{N2} . Entonces, por LCK, se tiene que:

$$i_{N2} = \frac{e_1 - e_2}{R_1} \quad (2)$$

Superponiendo (1) y (2), se tiene:

$$i_N = i_{N1} + i_{N2} = \frac{e_1 - e_2}{R_1} - j_1 \quad (3)$$

Para calcular la potencia absorbida por R2, empleando el equivalente Norton, se tiene:

$$p_2 = R_2 i_2^2 = R_2 \left(\frac{R_N i_N}{R_N + R_2} \right)^2 \quad (4)$$

Para calcular la red pasiva Norton R_N , se elimina el efecto de las fuentes de corriente, en la figura P6.8 izquierda, y se aplica v , entre A y C; luego se calcula i , en la figura P6.9.

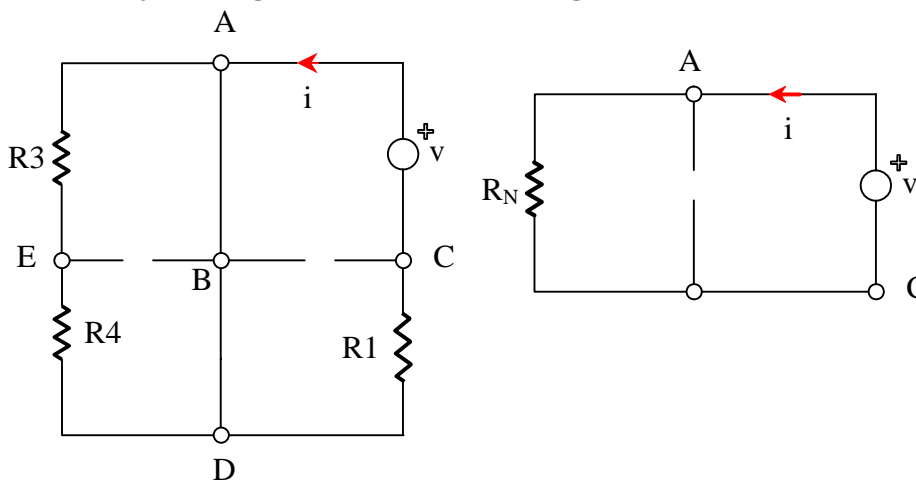


Figura P6.9.

A la derecha, en la figura P6.9, se dibuja la red equivalente vista desde los terminales A y C, en la cual se tiene:

$$R_N i = v \quad (5)$$

Por la combinación serie de R3 con R4, no circula corriente, entonces:

$$R_1 i = v \quad (6)$$

Con lo cual:

$$R_N = R_1 \quad (7)$$

Reemplazando (7) y (3) en (4) se obtiene:

$$p_2 = R_2 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 \left(\frac{e_1 - e_2}{R_1} - j_1 \right)^2 \quad (8)$$

Problema 6.3

Para la red de la figura P6.6, determinar la fuente equivalente Thévenin entre E y B, vista por la fuente j_2 . Calcular potencia entregada por j_2 .

Solución.

Se requiere calcular el voltaje v_T en el circuito abierto entre E y B, en la red a la izquierda en la figura P6.10. A la derecha se muestra el equivalente Thévenin.

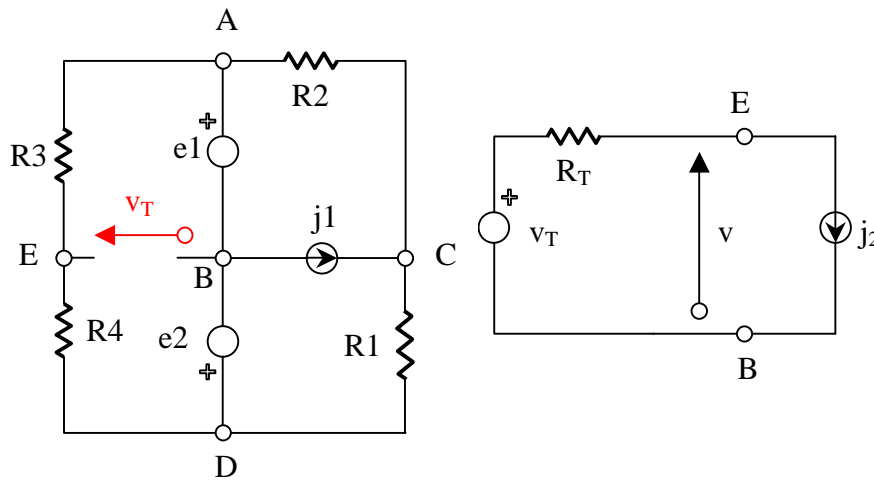


Figura P6.10.

Se calcula v_T por superposición. La figura P6.11 izquierda muestra el efecto de las fuentes de corriente; la de la derecha el efecto de las fuentes de tensión.

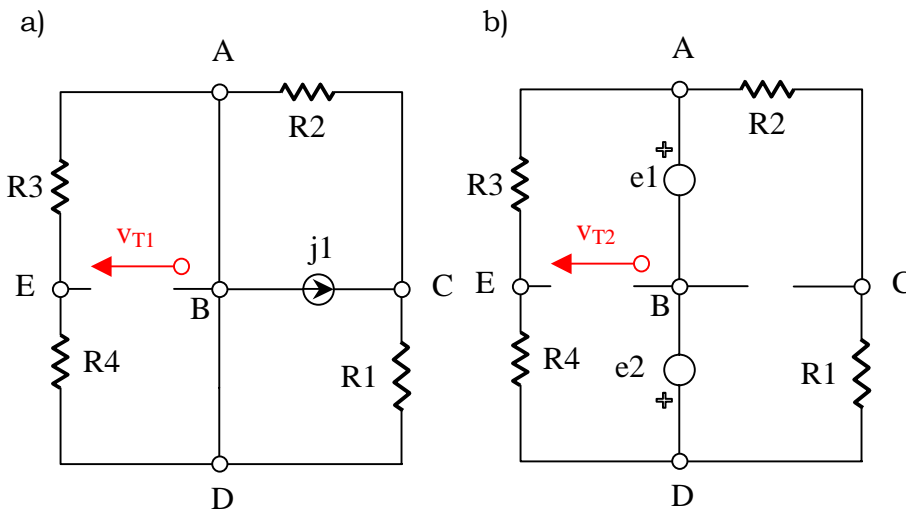


Figura P6.11.

Debido a LVK, en el circuito ABDEA, el voltaje entre A y D es cero en la red a), por lo tanto la corriente que circula por R3 y por R4 es cero; entonces, por LVK, se tiene que:

$$v_{T1} = 0 \quad (1)$$

Debido a LVK, el voltaje entre A y D es $(e_1 - e_2)$ en la red b), por lo tanto la corriente que circula por R3 y R4 es:

$$\frac{e_1 - e_2}{R_3 + R_4} \quad (2)$$

Entonces, por LVK en el circuito BDEB, se tiene que:

$$v_{T2} = e_2 + R_4 \frac{e_1 - e_2}{R_3 + R_4} \quad (3)$$

Superponiendo (1) y (3):

$$v_T = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_1 + \frac{R_3}{R_3 + R_4} e_2 \quad (4)$$

La red pasiva Thévenin se calcula eliminando el efecto de las fuentes en la figura P6.10; y calculando el voltaje v , debido a la fuente de corriente i , tal como se muestra en la figura P6.12.

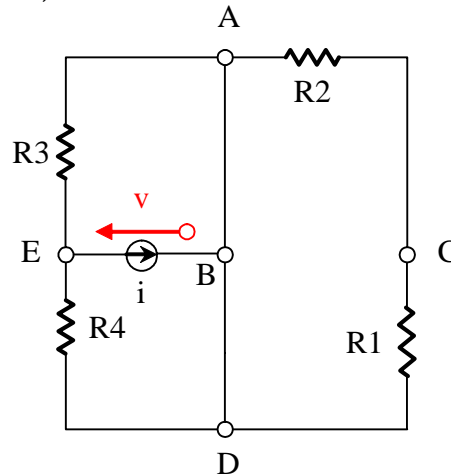


Figura P6.12.

Por LVK en circuito ACDBA no circula corriente en R1 y R2, y se las puede substituir por circuitos abiertos. Contrayendo los cortocircuitos AB y BD, la resistencia Thévenin corresponde al paralelo de R3 con R4.

En la figura P6.10 derecha, se tiene que la potencia entregada por $j2$ está dada por:

$$p = j_2(-v) \quad (5)$$

LVK en figura P6.10 derecha:

$$v = v_T - R_T j_2 \quad (6)$$

Reemplazando (6) y (4) en (5):

$$p = \frac{j_2}{R_3 + R_4} (R_3 R_4 j_2 - R_4 e_1 - R_3 e_2) \quad (7)$$

Ejercicios propuestos.

Ejercicio 6.1.

Para la red de la figura E6.1, calcular la red Thévenin y Norton vista por la resistencia de 5 ohms entre A y C, con $x=4$.

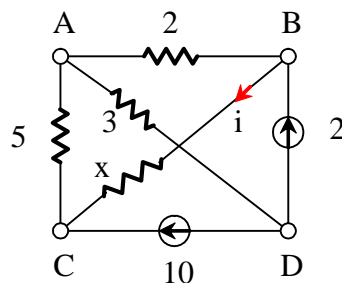


Figura E6.1.

Para la red de la figura E6.1, calcular la red Thévenin y Norton vista por la resistencia de x ohms entre B y C. Luego calcular la corriente i , para $x = 2, 4, 8$ y 16 .

Ejercicio 6.4.

Determinar la red equivalente Norton y la red Thevenin vista por la red \mathfrak{R} .

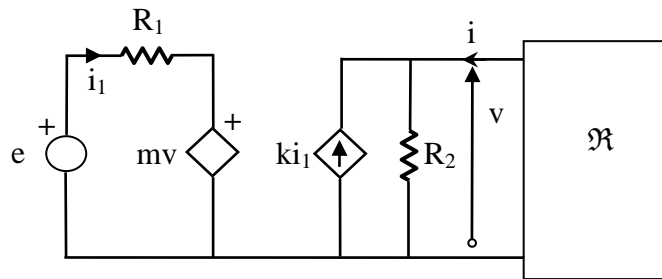


Figura E6.4.

Ejercicio 6.5.

Determinar la red equivalente Norton y la red Thevenin vista desde los terminales a y b.

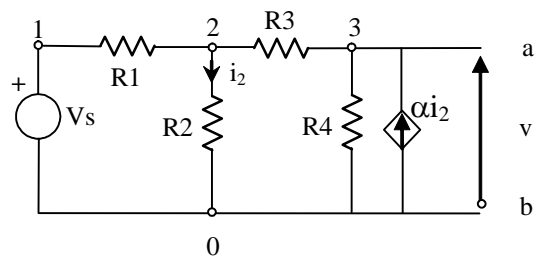


Figura E6.5.