

XII

SISTEMAS TRIFÁSICOS

1. INTRODUCCIÓN

Cabe aclarar que los sistemas trifásicos a pesar de ser distinguidos con este nombre particular, no son distintos a los circuitos de corriente alterna ya estudiados. La diferencia con aquellos radica en que las fuentes se encuentran "de a tres", mecánicamente acopladas (o de geometría rígida) y vistas desde el punto de vista fasorial son perfectamente simétricas.

En el capítulo 5 punto 11 se vio como una espira o bobina (llamada inducido o arrollamiento de armadura) girando sumergida en un campo de inducción magnética uniforme fijo, produce en sus bornes una fem sinusoidal. Se vio también que para que esta fem pudiera ser conectada a una carga era necesario agregarle en los extremos de la bobina rotante, anillos rozantes y escobillas que permitieran el contacto giratorio deslizante.

Mientras que la corriente que maneje tal generador sea relativamente pequeña esta solución resulta aceptable, sin embargo los generadores de corriente alterna que producen la energía que es suministrada a nuestras casas, a la industria y al comercio, manejan niveles de corrientes tales que hacen poco satisfactoria, la solución de los anillos rozantes.

Considerando que la fem alternada sinusoidal se produce igualmente si la espira o armadura estuviera fija y en su lugar para que se produzca la variación cosinusoidal del flujo, girara el imán permanente (creador del campo de inducción magnética uniforme), tal como se muestra en la figura 12.1, ya no sería necesario recurrir al uso de anillos rozantes para poder conectar la fem a una carga externa y en su lugar se podría hacer una conexión bien firme con los extremos de la bobina (ahora fija, también llamada arrollamiento de inducido).

La figura 12.1 muestra un generador compuesto de:

- 1) una parte fija donde se aloja, en ranuras apropiadas, la bobina de inducido (definida por el vector "A" ahora fijo y que antes rotaba) y
- 2) una parte móvil constituida por el imán permanente que produce la inducción magnética rotatoria "B" que antes se encontraba fija y que recibe el nombre de rotor o también de inductor.

La espira o bobina que en este caso se encuentra estática, se llama también arrollamiento estatístico o simplemente armadura

El flujo y la tensión inducida en la armadura están representadas en figura 12.2 y como puede verse la tensión tiene un ángulo de referencia " δ "

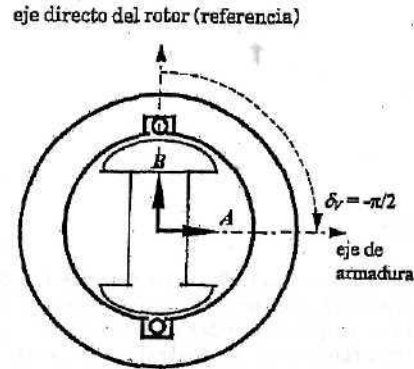


Figura 12.1

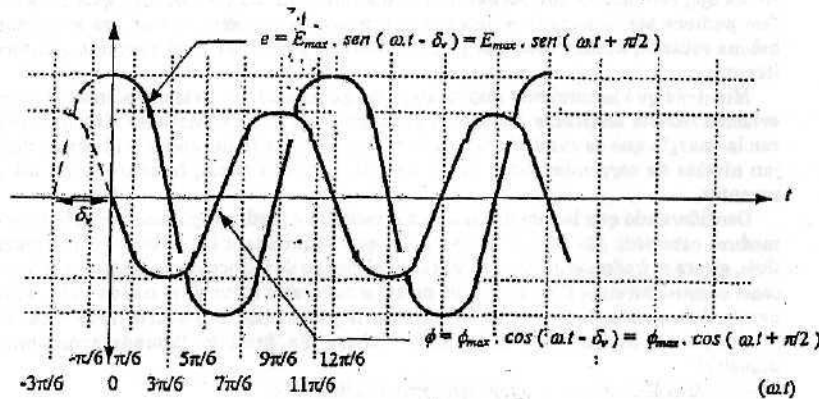


Figura 12.2

Supóngase que a la bobina de inducido, distinguida en la figura 12.1 con su vector superficie "A" y mostrada en la nueva figura 12.3 como "a - a", se le agregan con el objeto de hacer un mejor aprovechamiento del espacio estatórico, dos bobinas de armadura adicionales designadas como "b - b" y "c - c" y desplazadas espacialmente entre sí, un ángulo de 120°. Se obtienen así tres fuentes de tensión alternada sinusoidal en un solo dispositivo o podría decirse también que se ha obtenido un generador de tres arrollamientos de inducido o de armadura.

Como cada arrollamiento de armadura o inducido, recibe el nombre de fase, se ha logrado con esto lo que se conoce como un generador trifásico (de tres fases) y que ofrece, como se verá más adelante, otras ventajas adicionales al de hacer un mejor aprovechamiento del espacio estatórico.

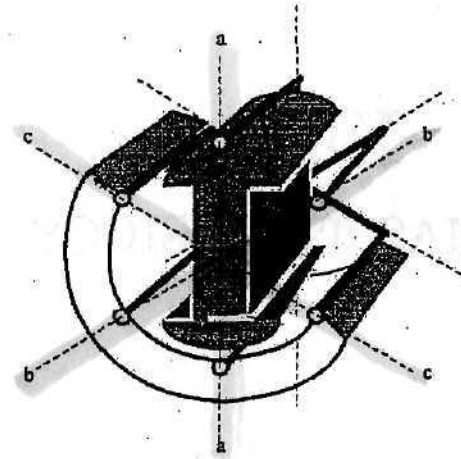


Figura 12.3

Como las tres bobinas de fase son idénticas y el inductor (imán permanente) que gira con velocidad constante " ω " es común a las tres fases, las tres fem inducidas, salvo por el desfase originado por el desplazamiento angular de las tres bobinas, serán idénticas tal como se expresan a continuación:

$$e_a(t) = E_{max} \text{sen}(\omega t + 90^\circ) \tag{12.1}$$

$$e_b(t) = E_{max} \text{sen}(\omega t + 90^\circ - 120^\circ) = E_{max} \text{sen}(\omega t - 30^\circ) \tag{12.2}$$

$$e_c(t) = E_{max} \text{sen}(\omega t + 90^\circ + 120^\circ) = E_{max} \text{sen}(\omega t - 150^\circ) \tag{12.3}$$

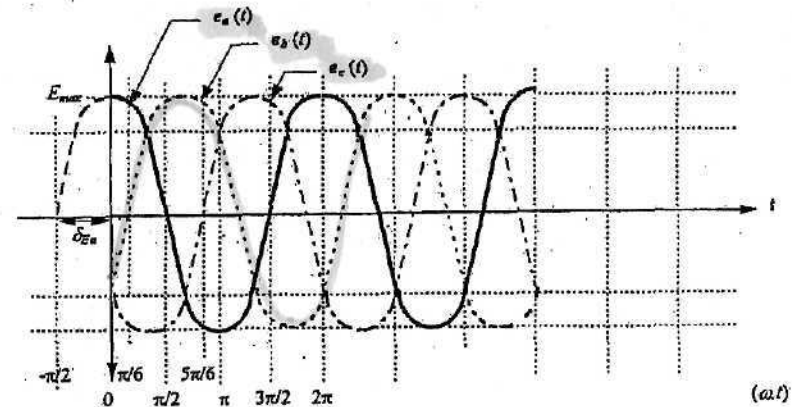


Figura 12.4

La representación en forma exponencial de las tres tensiones, de acuerdo con lo estudiado en capítulo 9, será:

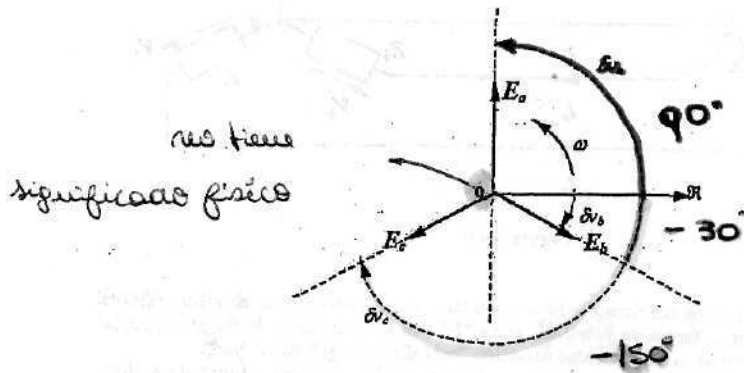


Figura 12.5

$$\begin{aligned}
 e_a &= E_{max} \cdot e^{j(\omega t + 90^\circ)} & (12.4) \\
 e_b &= E_{max} \cdot e^{j(\omega t - 30^\circ)} & (12.5) \\
 e_c &= E_{max} \cdot e^{j(\omega t - 150^\circ)} & (12.6)
 \end{aligned}$$

En realidad el punto de convergencia "o" de los tres fasores no tiene por ahora significado físico debido a que cada arrollamiento se comporta como un generador independiente. Toda vez que se alimenten máquinas rotantes (motores), la secuencia en que aparecen las tensiones de fase de un generador trifásico es muy importante, ya que el sentido de giro de los mismos dependerá de la secuencia de estas tensiones.

Dada la convención adoptada para el sentido positivo de "ω" (contrario a las agujas del reloj), se denomina secuencia positiva a la que se establece cuando los fasores pasan por el eje real positivo en el orden "a - b - c". En caso que lo hagan en el orden contrario al antes descrito equivaldría a que los fasores "E_a - E_b - E_c" de la figura 12.5, giren en sentido inverso "a" negativo, se establece como orden de aparición "a - c - b" que se conoce como secuencia inversa.

2. CIRCUITOS TRIFÁSICOS

2.1 Conexión de carga a generador trifásico

Tal como se muestra en figura 12.6, una vez definido el generador trifásico resulta evidente la posibilidad de alimentar en forma simultánea, con cada fase del generador, a tres impedancias de carga independientes entre sí.

Cada uno de los circuitos formados por dos conductores (hilos) que vinculan cada "Z" con cada fase del generador, se conoce como circuito monofásico o de una fase 2 hilos (1f-2h). Al mismo tiempo la impedancia simple asociada a cada fase del generador es también conocida como impedancia de carga de cada fase del generador, impedancia de fase o carga monofásica.

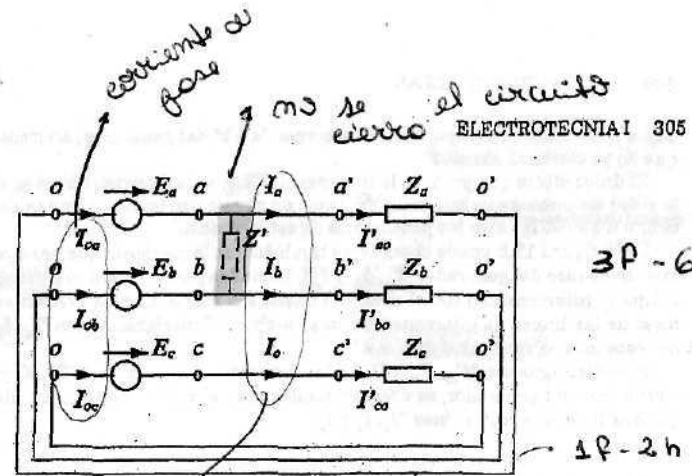


Figura 12.6

Suponiendo como caso general un conjunto de impedancias "Z_a, Z_b y Z_c" distintas, como por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 Z_a &= 2Z e^{j30^\circ} & I_a &= E_a / Z_a = (E_{max} / 2Z) e^{j60^\circ} & (12.7) \\
 Z_b &= Z e^{j30^\circ} & I_b &= E_b / Z_b = (E_{max} / Z) e^{-j60^\circ} & (12.8) \\
 Z_c &= Z e^{j90^\circ} & I_c &= E_c / Z_c = (E_{max} / Z) e^{-j150^\circ} & (12.9)
 \end{aligned}$$

el diagrama fasorial representativo resulta

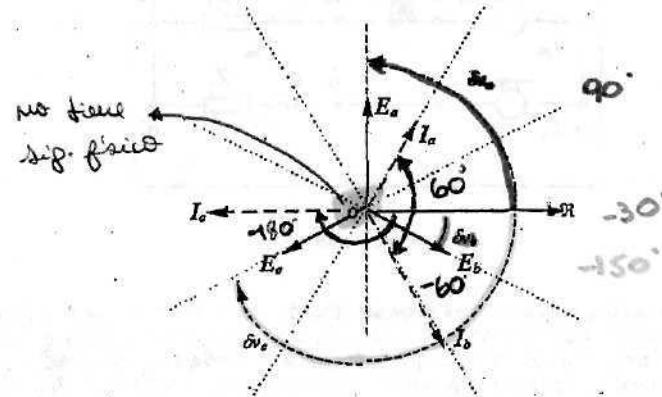


Figura 12.7

En realidad aún cuando los pares de tensiones y corrientes correspondientes a cada fase, fueron dibujados en un mismo diagrama fasorial figura 12.7, no están relacionados entre sí. Conviene volver a aclarar que el punto de unión de los versores en el centro de coordenadas, en el caso que se está tratando, no tiene significado físico.

Como no hay vinculación galvánica e idealizándose que tampoco hay acoplamiento electromagnético, la interconexión de una impedancia "Z", ver figura 12.6, entre dos puntos

cuyos potenciales corresponden a los bornes "a y b" del generador, no tiene sentido puesto que no se cierra el circuito.

El único efecto que produce la impedancia "Z'", es la de constituirse en el primer vínculo entre los puntos que interconecta, como no circula corriente, no hay caída de potencial, y obliga a que se igualen los potenciales de estos puntos.

De la figura 12.6 puede observarse también que la corriente que pasa por cada arrollamiento de fase del generador " I_{oa} , I_{ob} y I_{oc} ", llamadas por este motivo corrientes de fase, por el tipo de interconexión con el circuito externo son idénticas a las existentes en los conductores de las líneas de interconexión "a-a', b-b' y c-c'", designadas con " I_a , I_b y I_c " llamadas por este motivo corrientes de línea.

Si se distingue con " I'_{oa} , I'_{ob} y I'_{oc} " a las corrientes que pasan por " Z_a , Z_b y Z_c " conectadas a cada fase del generador, se observa también por el mismo motivo, tipo de interconexión que son iguales a las de línea " I_a , I_b y I_c ".

2.2 Conexión de generador trifásico a carga usando un retorno común

Del diagrama fasorial figura 12.7 se ve que la suma de las tres corrientes " I_a , I_b y I_c " dan como resultado un valor " I_n " menor o igual que la mayor de cualquiera de las corrientes de fase. Esto sugiere que si se crean dos nodos comunes uno con los bornes "o'" de la carga y otro con los bornes "o" del generador, como se muestra en figura 12.8, se pueden reemplazar los tres conductores de retorno por uno solo que por lo dicho resultará suficiente.

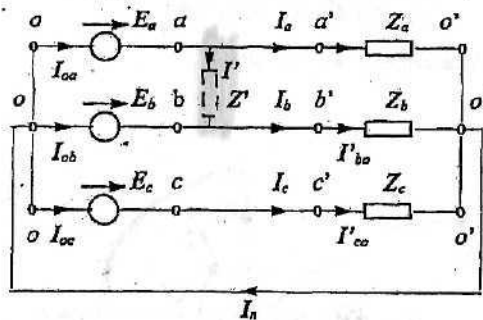


Figura 12.8

Se obtiene así lo que se denomina circuito trifásico y por su configuración se lo designa como de tres fases - cuatro conductores (o cuatro hilos) y en forma abreviada como "circuito 3f-4h". En tal circuito el nodo "o" es un punto de potencial común a las tres fases del generador con lo que el punto de convergencia "o'" de los tres fasores de la figura 12.7, para este caso tiene un sentido físico real y representa el potencial de ese nodo. Si al conductor de retorno se lo considera ideal o sea no tiene caída de potencial ($V_{o'o} = 0$), también el punto "o'" representará el potencial del nodo común a las impedancias de carga " Z_a , Z_b y Z_c " designado con "o'". Las impedancias de carga interconectadas compartiendo el potencial de por lo menos un nodo del circuito, tal como se muestra en la figura 12.8, se conoce como carga trifásica.

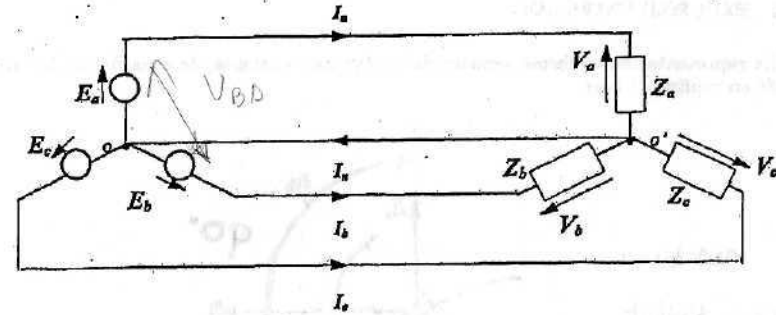


Figura 12.9

La figura 12.9 muestra una forma más esquemática de representar un circuito trifásico de cuatro hilos y por la forma de estrella o letra "Y" que adopta, tanto la fuente como la carga, a esta conexión se la conoce como conexión "estrella" o "Y griega" o "ye".

El circuito conformado compartiendo un conductor común de retorno, funciona en forma idéntica al anterior (formado por tres circuitos monofásicos independientes de 6 conductores o de 6 hilos). En este nuevo tipo de circuito si a los bornes "a y b" del generador se conecta la impedancia "Z'", como se observa en la figura 12.8 se establece un circuito cerrado y en consecuencia fluirá una "I'" dada por:

$$V_a - Z' I' - E_b + E_c = V_a \quad \text{y} \quad (12.10)$$

$$I' = (E_c - E_b) / Z' \quad (12.11)$$

La diferencia de potencial a la que queda sometida la impedancia "Z'" viene dada por

$$E_{ab} = (E_c - E_b) \quad (12.12)$$

y se conoce como tensión entre fases, compuesta o de línea.

Como $E_b = E_a \cdot e^{j120^\circ}$ reemplazando en (12.12) se tiene

$$E_{ab} = E_a \cdot (1 - e^{-j120^\circ}) \quad E_a \cdot E_a e^{-j120^\circ} \quad (12.13)$$

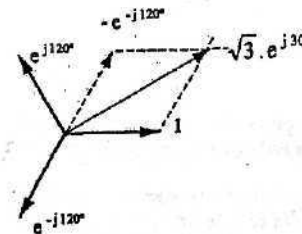


Figura 12.10

Una herramienta muy útil como complemento para el cálculo fasorial, como por ejemplo la diferencia encerrada entre paréntesis de la expresión (12.13) es lo que podemos denominar estrella simétrica unitaria, en adelante (ESU) y cuya representación fasorial se puede ver en la figura 12.10.

$$1 - e^{-j120^\circ} = \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} \quad (12.14)$$

$$E_{ab} = E_a \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}$$

Una particularidad de esta ESU radica en que la diferencia de dos cualesquiera de sus fasores, como lo expresa la (12.14), resulta con " $\sqrt{3}$ " como módulo y cuyo argumento es fácilmente observable de la figura. Idénticamente sucede para la suma de dos cualesquiera de sus fasores salvo que en este caso el módulo es "1", la unidad.

El generador trifásico con las fases conectadas en estrella tiene además de las ventajas ya explicadas anteriormente (mejor aprovechamiento del espacio estatórico y economía en las líneas o circuitos de interconexión con la carga), la posibilidad de un segundo nivel de tensión denominado tensión de línea o compuesta y que se obtiene de la composición de la de cualquier par de fases, tal como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} E_{ab} &= (E_a - E_b) = E_c (1 - e^{-j120^\circ}) = E_c \sqrt{3} e^{j30^\circ} = E_f \sqrt{3} e^{j90^\circ} \sqrt{3} e^{j90^\circ} \\ E_{bc} &= (E_b - E_c) = E_a (1 - e^{-j120^\circ}) = E_a \sqrt{3} e^{j30^\circ} = E_f \sqrt{3} e^{j30^\circ} \sqrt{3} e^{j30^\circ} \\ E_{ca} &= (E_c - E_a) = E_b (1 - e^{-j120^\circ}) = E_b \sqrt{3} e^{j30^\circ} = E_f \sqrt{3} e^{j150^\circ} \sqrt{3} e^{j150^\circ} \end{aligned} \quad (12.15)$$

las que quedan como

$$\begin{aligned} E_{ab} &= \sqrt{3} E_f e^{j120^\circ} \\ E_{bc} &= \sqrt{3} E_f e^{j0^\circ} \\ E_{ca} &= \sqrt{3} E_f e^{-j120^\circ} \end{aligned} \quad (12.16)$$

Como se ve de las expresiones (12.16) las tensiones de línea o compuestas constituyen también un sistema trifásico de igual módulo ($\sqrt{3} E_f$) y desfasadas 120° entre sí.

2.3 Conexión de generador trifásico en estrella a carga en estrella sin retorno común

Si las tres impedancias de carga " Z_a , Z_b y Z_c " son iguales, lo que se conoce como carga equilibrada o balanceada, las tres corrientes de fase y/o línea resultarán en una estrella fasorial simétrica y al converger en el centro de estrella " o " (nodo común de la carga) se cancelan por lo que para este caso particular no hace falta conductor de retorno. Esto último aún cuando no contradice la primera ley de Kirchhoff, si parecería hacerlo con relación a lo dicho a lo largo de toda la materia "que para que haya corriente debe haber un circuito cerrado". En realidad el circuito *si se cierra* ya que si se toman en cuenta los valores reales que son sinusoides en función del tiempo, al estar desfasadas 120° , siempre su suma para cualquier instante de tiempo es nula. Esto significa que si los valores de dos de las fases son positivos (corrientes que van hacia la carga), su suma resultará igual y de signo contrario a la corriente de la tercer fase que retorna a la fuente (cierra el circuito).

Además se debe recordar que el método fasorial no expresa en forma directa la realidad, es un artificio matemático que permite resolver de una manera más sencilla los problemas de corrientes alternada sinusoidal y salvo por las operaciones con números complejos, se tratan de esta forma como si fueran circuitos de corriente continua.

Como ha quedado debidamente explicado si la carga es equilibrada se puede suprimir el conductor común de retorno y se obtiene un nuevo tipo de circuito trifásico conocido como trifásico de tres hilos o como trifásico trifilar y en forma abreviada como 3F-3h, lo que permite una economía adicional, o sea un conductor menos.

En este tipo de circuitos es importante supervisar el estado de equilibrio de la carga ya que un desequilibrio importante puede someter a alguna de las fases a una diferencia de potencial excesiva y quemar el elemento conectado a la misma. Para visualizar esto se resolverá el siguiente ejercicio de apoyo a teoría:

Ejercicio 12.1 (de apoyo a teoría)

Sea el siguiente circuito trifásico de 3F-3h, con fuente y carga conectadas en estrella y con carga desequilibrada.

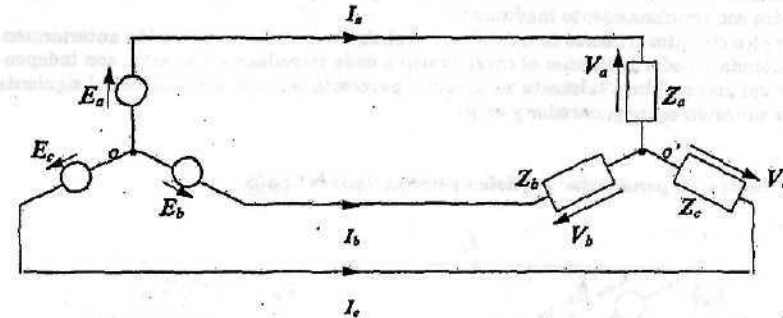


Figura 12.11

$$\begin{aligned} E_a &= E_f \cdot e^{j90^\circ} & Z_a &= 10 \Omega e^{j0^\circ} \\ E_b &= E_f \cdot e^{-j30^\circ} & Z_b &= Z_c = Z e^{j45^\circ} \\ E_c &= E_f \cdot e^{-j150^\circ} \end{aligned}$$

Convendrá aplicar el método nodal por lo que primero se convierten las fuentes reales de tensión a sus equivalentes de corriente:

$$\begin{aligned} I_1 &= E_a / Z_a = (1/10) \cdot e^{j90^\circ} & (\text{Con } "Z_a" \text{ en paralelo}) \\ I_2 &= E_b / Z_b = I \cdot e^{j(-30^\circ - 45^\circ)} & (\text{Con } "Z_b" \text{ en paralelo}) \\ I_3 &= E_c / Z_c = I \cdot e^{j(-150^\circ - 45^\circ)} & (\text{Con } "Z_c" \text{ en paralelo}) \end{aligned} \quad (12.17)$$

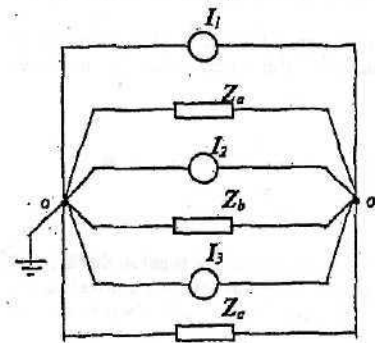


Figura 12.12

La ecuación del nodo " o "
 $I_1 + I_2 + I_3 = (1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c) V_o$

Si por simplicidad se hace
 $E_f = 100 \text{ V}$
 $Z = 10 \Omega$ y $\phi = 0^\circ$

$$\begin{aligned} I_1 &= E_a / Z_a = 1 \cdot e^{j90^\circ} = 20 \angle 90^\circ \text{ A} = j20 \\ I_2 &= E_b / Z_b = 10 \cdot e^{-j75^\circ} = 10 \angle -75^\circ \text{ A} = 2.896 - j9.639 \text{ A} \\ I_3 &= E_c / Z_c = 10 \cdot e^{-j195^\circ} = 10 \angle 15^\circ \text{ A} = 9.639 + j2.896 \text{ A} \\ 1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c &= 0.01 + 0.1 + 0.1 = 0.21 \end{aligned}$$

$$V_o = 9 \cdot e^{-j90^\circ} / 0.21 = 42.86 \cdot e^{j90^\circ}$$

Y la diferencia de potencial en cada fase será:

$$\begin{aligned} 1j - 5j - 5j &= -9 \\ 3.6 - 8.0 &= -4.4 \end{aligned}$$

$$V_a = E_a - V_a' = 100 \cdot e^{j90^\circ} - 42.86 \cdot e^{j90^\circ} = 142.86 \cdot e^{j90^\circ} \quad (12.18)$$

$$V_b = E_b - V_b' = 100 \cdot e^{j30^\circ} - 42.86 \cdot e^{j90^\circ} = 86.897 \cdot e^{-j4.715^\circ} \quad (12.19)$$

$$V_c = E_c - V_c' = 100 \cdot e^{-j150^\circ} - 42.86 \cdot e^{j90^\circ} = 86.897 \cdot e^{j178.285^\circ} \quad (12.20)$$

Como se observa de las (12.18), (12.19) y (12.20) la impedancia "Z" está sometida a aproximadamente un 142% más de ddp que el de su valor nominal y las "Z_b" y "Z_c" a aproximadamente el 86% de su valor nominal, con lo que la primera resultará quemada y las otras dos con funcionamiento inadecuado.

Para los circuitos trifásicos de tres hilos, con el objeto de evitar la situación anteriormente planteada y poder mantener el nivel de ddp a cada impedancia de carga, con independencia del desequilibrio existente en la carga, parecería ser más conveniente el siguiente tipo de conexión entre generador y carga.

2.4 Conexión de generador trifásico y carga en triángulo

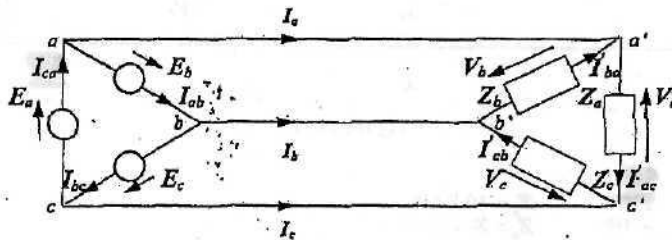


Figura 12.13

Como se aprecia en la figura cada impedancia de carga queda directamente conectada a cada fase del generador; con lo que "V_a = E_a, V_b = E_b y V_c = E_c" y se asegura así que cada impedancia de carga trabaje a la tensión correcta. Sin embargo es menester decir que esto resultaría verdadero si los conductores del circuito de interconexión o de línea, fueran perfectos (sin impedancia) y si las fuentes de tensión fueran ideales (también sin impedancia). En la realidad como esto es imposible, este tipo de conexión resulta también mejor cuando la carga es equilibrada.

En general los circuitos trifásicos deben usarse con carga equilibrada. Del circuito de la figura 12.13 y considerando los conductores de la línea de interconexión ideales, se obtienen las corrientes de fase que son:

$$\begin{aligned} I_{ca} = I_{ac} = E_a / Z_a = E_f \cdot e^{j90^\circ} / Z e^{j\varphi} = I_f \cdot e^{j(90^\circ - \varphi)} \\ I_{ab} = I_{ba} = E_b / Z_b = E_f \cdot e^{-j30^\circ} / Z e^{j\varphi} = I_f \cdot e^{j(-30^\circ - \varphi)} \\ I_{bc} = I_{cb} = E_c / Z_c = E_f \cdot e^{-j150^\circ} / Z e^{j\varphi} = I_f \cdot e^{j(-150^\circ - \varphi)} \end{aligned} \quad (12.21)$$

La conexión triángulo de la figura 12.13 pone de manifiesto que la tensión de línea es igual a la de fase, en cambio cada corriente de línea por estar compuesta por dos de fase ya no resultan iguales a estas. Aplicando primera ley de Kirchoff a cada nodo de la fuente de la figura 12.13 se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Nodo a) } I_{ca} = I_a + I_{ab} \\ \text{Nodo b) } I_{ab} = I_b + I_{bc} \\ \text{Nodo c) } I_{bc} = I_c + I_{ca} \end{aligned} \quad (12.22)$$

De las que se despeja

$$\begin{aligned} I_a = I_{ca} - I_{ab} = I_{ca} \cdot (1 - e^{-j120^\circ}) = I_{ca} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} = I_f \cdot e^{j(90^\circ - \varphi)} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} \\ I_b = I_{ab} - I_{bc} = I_{ab} \cdot (1 - e^{-j120^\circ}) = I_{ab} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} = I_f \cdot e^{j(-30^\circ - \varphi)} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} \\ I_c = I_{bc} - I_{ca} = I_{bc} \cdot (1 - e^{-j120^\circ}) = I_{bc} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} = I_f \cdot e^{j(-150^\circ - \varphi)} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} \end{aligned} \quad (12.23)$$

las que quedan como

$$\begin{aligned} I_a = \sqrt{3} I_f e^{j(120^\circ - \varphi)} \\ I_b = \sqrt{3} I_f e^{j(0^\circ - \varphi)} \\ I_c = \sqrt{3} I_f e^{j(-120^\circ - \varphi)} \end{aligned} \quad (12.24)$$

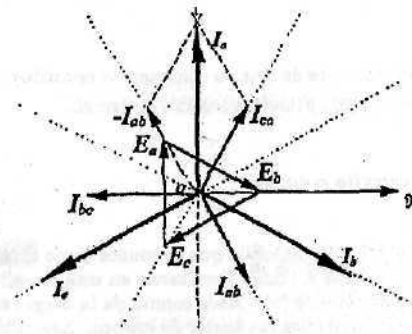


Figura 12.14

En forma parecida a lo que ocurría con las tensiones de línea y de fase en la conexión estrella, en este tipo de conexión, las corrientes de línea o compuestas constituyen también un sistema trifásico de igual módulo ($\sqrt{3}I_f$) y desfasadas 120° entre sí. La figura 12.14 corresponde a la representación fasorial del circuito de la expresiones (12.24), en las que se considera el ángulo "φ = 30°".

Es interesante destacar que en este caso, el centro "o" del triángulo formado por los fasores de tensión cuyo potencial por ser el circuito equilibrado es cero, no tiene entidad galvánica en el circuito. Tampoco existe en el circuito un nodo que represente la convergencia de tres fasores cualesquiera de corriente, de fase o de línea, simultáneos. Los vértices del triángulo de tensiones corresponden a los potenciales de los terminales "a, b y c" del generador.

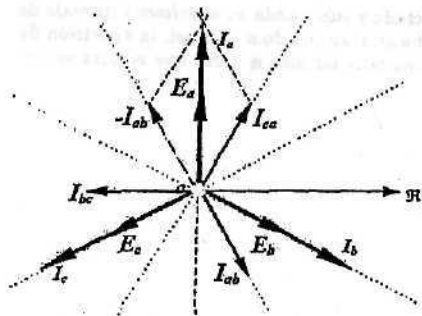


Figura 12.15

Para la representación fasorial también hubiera podido usarse la representación no real (más cómoda) de las tensiones convergiendo en el punto "o" del que ya fue mencionada su inexistencia galvánica. El hueco dejado en el punto de convergencia ayuda a recordar esta inexistencia en el circuito. Esta forma de representación, figura 12.15, tiene la ventaja de permitir una lectura más directa de los ángulos de desfase entre tensiones y corrientes.

2.5 Otras formas de conexión entre generador y carga trifásicos

En realidad no hay restricción teórica para la forma de conectar los generadores trifásicos y la carga, pudiendo darse cualquier combinación de las conexiones estudiadas. La configuración usada será una consecuencia de las tensiones nominales o de la función que se persiga, como por ejemplo, si se necesitara instalar un conjunto de reflectores de sodio alta presión (HPS), cuyos balastos (dispositivo necesario para el funcionamiento de la lámpara), estuvieran nominados para una tensión de 380 V, se estaría en la obligación de conectarlos entre fases dando lugar a una conexión en triángulo, aún cuando la fuente fuera un generador conectado en estrella de 220 V nominales por fase.

Otro ejemplo interesante de destacar resulta el arranque de motores trifásicos que cuando superan determinada potencia, para disminuir las corrientes de arranque, es necesario iniciar su funcionamiento conectados en estrella para luego de haber comenzado a girar, pasarlos a triángulo que es su configuración normal de marcha. En instalaciones industriales, comerciales y residenciales coexisten, toda vez que las tensiones sean compatibles, combinaciones de cargas trifásicas en estrella y en triángulo y también cargas monofásicas debidamente repartidas por fase para lograr su equilibrio.

2.6 Generalización para cargas trifásicas de la conexión en paralelo

Anteriormente se había dicho que para que dos elementos activos o pasivos de dos terminales estén en paralelo, deben estar unidos entre pares de terminales, lo que implica que comparten la misma diferencia de potencial.

Esto puede no resultar exactamente así, tal como se muestra en figura 12.16, si los elementos trifásicos son vistos como conjunto de impedancias monofásicas.

Las impedancias mostradas en la figura pueden ser por ejemplo las bobinas de un motor trifásico conectado en estrella el de la izquierda y en triángulo el de la derecha. La tensión nominal de las bobinas, vistas por separado en cada caso, serán "V/√3" para el de la izquierda y "V" para el de la derecha y donde "V" corresponde a la tensión nominal de línea.

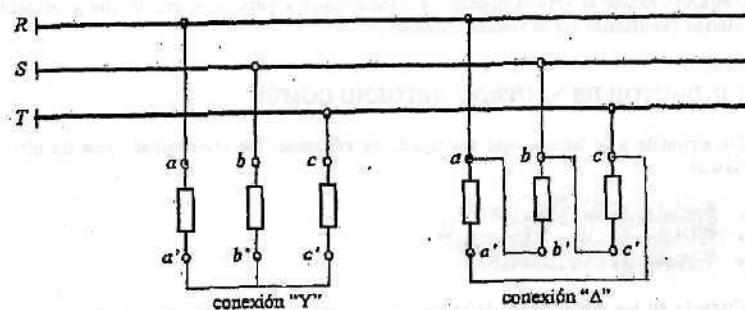


Figura 12.16

Como fue explicado, vistas las impedancias de las cargas trifásicas como elementos separados, se podría decir que no están en paralelo, sin embargo vistas como elementos trifásicos de tres terminales, como se encuentran conectados entre sí los terminales homólogos "a, b y c", cumplirían con estar en paralelo, ya que además como resulta de la conexión en paralelo, comparten los potenciales de línea.

3. SISTEMAS TRIFÁSICOS FORMADOS POR DOS FUENTES MONOFÁSICAS

Sea por ejemplo el circuito de la figura 12.17 siguiente

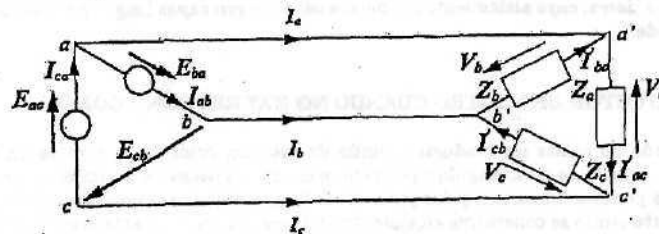


Figura 12.17

en el que como puede observarse, al generador le falta el arrollamiento de la fase "E_b". La pregunta que puede hacerse es ¿cual será el sistema de tensiones que alimenta la carga conectada en triángulo?. Como será demostrado, ésta sigue siendo trifásica, o sea no depende de la forma de conexión de la carga.

La respuesta a esta pregunta se da a través de una ecuación de trayectoria cualquiera entre los nodos "c" y "b", tal como se muestra a continuación:

$$V_c + E_{ac} + E_{ba} = V_b \tag{12.25}$$

$$E_{cb} = V_c - V_b = -(E_{ac} + E_{ba}) \tag{12.26}$$

$$E_{cb} = -E_{ac} (1 + e^{j120^\circ}) = -E_{ac} \cdot e^{j60^\circ} = E_{ac} \cdot e^{j180^\circ} \cdot e^{j120^\circ} \tag{12.27}$$

$$E_{cb} = E_{ac} \cdot e^{j120^\circ} \tag{12.28}$$

Para las operaciones entre fasores se recurrió a la "ESU" de la figura 12.10. La expresión (12.28) muestra que la diferencia de potencial entre los bornes "c" y "b" es la misma que cuando existe el arrollamiento correspondiente a esta fase, con lo que el sistema de tensiones resultante sigue siendo trifásico.

4. CONDUCTOR DE NEUTRO Y RETORNO COMÚN

De acuerdo a lo hasta aquí estudiado se resumen los siguientes tipos de circuitos trifásicos:

- Trifásico de seis hilos (3f-6h)
- Trifásico de cuatro hilos (3f-4h)
- Trifásico de tres hilos (3f-3h)

Cuando en los circuitos (3f-4h) uno de los cuatro conductores, el común de retorno es conectado a tierra en un punto, se constituye en el neutro del circuito. El uso de esta conexión a tierra asociada al uso del interruptor diferencial, obedece principalmente a la protección de la vida de las personas. El punto de los circuitos trifásicos conectados en estrella, definido generalmente como neutro, es el centro de estrella de la fuente. En una instalación donde no hay acceso directo a los terminales de la fuente, el neutro de la línea de alimentación por seguridad es vuelto a conectar a tierra en la entrada a cada consumidor. Esta conexión del neutro a tierra para cada instalación debe hacerse en un solo punto, generalmente en el medidor de entrada a la misma, debido a que si no, no se podría utilizar la protección diferencial de carácter obligatorio.

5. CONDUCTOR DE TIERRA

La conexión a tierra de un conductor, en más de un punto dentro de una instalación, lo constituye un conductor adicional denominado conductor de puesta a tierra (PAT) o conductor de tierra, cuyo aislamiento por norma debe ser con rayas longitudinales color amarillo-verde.

6. CONDUCTOR DE NEUTRO CUANDO NO HAY RETORNO COMÚN

Cuando no existe un conductor común de retorno, como es el caso de un circuito trifásico conectado en triángulo y por alguna causa es necesario disponer de un neutro, se puede poner a tierra cualquier punto de la fuente. Esto hace que el conductor vinculado a este punto se constituya en el neutro del circuito, pero en este caso no resulta ser retorno común. Este punto conectado a tierra adquiere el nombre de neutro habida cuenta que en esta condición su potencial es permanentemente neutro (ni positivo, ni negativo).

7. SISTEMAS AISLADOS

Hay instalaciones en las que por la elevada disponibilidad requerida para sus circuitos, son dejados ex profeso, desvinculados de tierra. Estos circuitos denominados aislados, cuando son usados, la primer falla a tierra no produce actuación de las protecciones ya que esta falla se constituye en la primer referencia a tierra y el sistema puede seguir

operando "normalmente". Sin embargo a partir de este primer punto de falla, el sistema pasa a comportarse como cuando se quiere vinculación a tierra, o sea cuando se define neutro.

Ahora bien esta primer falla debe ser detectada y subsanada en el primer intervalo de tiempo programado para mantenimiento. Cabe aclarar que de no ser así, la aparición de una segunda falla a tierra, se constituye en una falla bifásica a tierra que resulta ser en general la de mayor poder destructivo.

PROBLEMAS PROPUESTOS CAPITULO 12

OBJETIVO PRINCIPAL:

Resolución de circuitos trifásicos de corriente alterada sinusoidal, utilizando el método fasorial, leyes de Kirchhoff, Ohm para corriente alterna y las particularidades que caracterizan a los sistemas trifásicos como lo son las relaciones entre tensiones y corrientes de fase con sus homólogos de línea. Hacer siempre gráfico de los circuitos y diagramas fasoriales asociados.

PROBLEMA 12.1

Los tres arrollamientos de inducido de un generador trifásico pueden ser representados, como se muestra en figura P12.1, por tres generadores monofásicos cuyas tensiones tienen igual módulo y están desfasadas 120° .

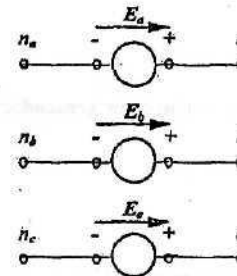


Figura P12.1

El acceso por parte del usuario a los seis terminales de bobinas de inducido o armadura designados con " $n_a - a$ ", " $n_b - b$ " y " $n_c - c$ ", se encuentra localizado en una caja adosada a la carcasa del generador. En esta caja por medio de puentes, el usuario puede configurar el sistema a ser utilizado.

Hay casos en que el generador sólo tiene acceso a los terminales " a, b, c " y a un terminal común a las tres fases " n ", de manera que el usuario no tiene mas opción que la de un sistema estrella con centro de estrella " n " accesible.

De acuerdo con lo dicho supóngase entonces que se tiene un generador trifásico con acceso a los seis terminales de bobinas de inducido y cuyas tensiones están dadas por el siguiente juego de fasores:

$$\begin{aligned} E_a &= E \cdot e^{j0^\circ} \\ E_b &= E \cdot e^{j240^\circ} \\ E_c &= E \cdot e^{j120^\circ} \end{aligned}$$

Se quiere determinar:

- Como debe ser el orden de paso de los fasores por el eje real positivo para:
 - que haya secuencia positiva o directa y
 - que haya secuencia negativa o inversa
- Si se tienen que alimentar tres impedancias de carga, iguales y nominadas para una tensión " $V_n = E$ ", ¿cuántas y cuales serán las configuraciones que se le puede dar al generador y a los circuitos (configuración del sistema), para alimentar las tres impedancias simultáneamente y que la carga se encuentre perfectamente repartida en las tres fases?
- Si la tensión nominal de las impedancias de carga fuera " $V_n = \sqrt{3}E$ ", ¿cómo deberá reconfigurar el generador?
- Si el generador y la carga están conectados con arreglo a un sistema de tres fases seis conductores (3f-6h) o también 3 circuitos monofásicos independientes (se aclara que este sistema no es habitualmente usado y su inclusión obedece a un aspecto puramente didáctico):
 - ¿Tiene algún efecto conectar una impedancia entre dos terminales de fase, por ejemplo entre "a" y "b"?
 - ¿Qué diferencia de potencial habrá entre cualquier terminal de fase y tierra?
- Suponga que para poder detectar por sobrecorrientes fallas de aislamiento, los circuitos monofásicos del sistema (3f-6h) del punto anterior deban ser vinculados a tierra, y que para tal fin se opta por conectar a tierra los terminales " $n_a, n_b, y n_c$ ". ¿Cómo se modificarán las respuestas indicadas con bullets "•" en el punto anterior?
- Si el generador se encuentra conectado en triángulo y fuera necesario (y se pudiera), desconectar una fase, ¿qué sistema de tensiones se obtiene como resultado en los terminales? Sólo desde el punto de vista de las tensiones resultantes, o sea sin tomar en cuenta potencias involucradas, ¿se podrá seguir alimentando la carga trifásica conectada a sus terminales?
- Si ahora se tiene el generador trifásico conectado en estrella y se ve obligado (y pudiera), desconectar una fase, contestar idénticas preguntas que en el punto anterior.

Problema 12.2

Las expresiones en función del tiempo de las tensiones simples de un generador trifásico están dadas por:

$$\begin{aligned} e_a(t) &= E_{max} \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ) \\ e_b(t) &= E_{max} \cdot \text{sen}(\omega t - 150^\circ) \\ e_c(t) &= E_{max} \cdot \text{sen}(\omega t - 30^\circ) \end{aligned}$$

¿Cómo resultarán las expresiones de las tensiones compuestas en función del tiempo?.

Problema 12.3

Si los datos del circuito de la figura P12.2 son:

$E_a = 220 \cdot e^{j0^\circ}$	$[V_a]$	$Z_a = 2.6 \cdot e^{j15^\circ}$	$[\Omega]$
$E_b = 220 \cdot e^{j240^\circ}$	$[V_b]$	$Z_b = 9.0 \cdot e^{j36^\circ}$	$[\Omega]$
$E_c = 220 \cdot e^{j120^\circ}$	$[V_c]$	$Z_c = 20 \cdot e^{j0^\circ}$	$[\Omega]$

No esto equilibrada, preg d paso a estrella y luego por medio?

Se quieren determinar todas las corrientes de ramas del circuito, clasificando por separado las de fase del generador, de la carga y las de línea. ¿Qué juego de tensiones fasoriales tendrá aplicada en sus terminales la carga?

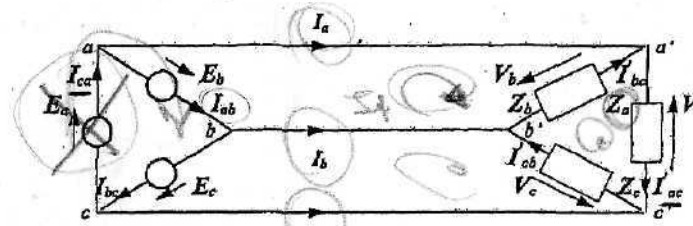


Figura P12.2

PROBLEMA 12.4

Los conductores de vinculación del generador y la carga del circuito del problema anterior tienen los siguientes parámetros: " $r = 0.5 \Omega$ " y " $x = 2.5 \Omega$ ". ¿Cómo resulta el juego de tensiones fasoriales aplicado a la carga? ¿Constituirán una estrella fasorial simétrica?

PROBLEMA 12.5

Una fuente trifásica ideal conectada en "Y", tiene una " $V_{max} = 311.127 V$ " como valor de pico y se conecta, por medio de una línea con impedancia de " $Z = 1.61 e^{j33^\circ}$ ", a una carga equilibrada de " $Z = 24 e^{j33^\circ}$ ", también conectada en "Y". La fuente a su vez está conectada de manera de tener secuencia directa. Tomando como referencia la tensión de la fase a de la fuente, encontrar los juegos de fasores que a continuación se describen:

- las tres corrientes de línea,
- las tres tensiones de línea en la fuente,
- las tres tensiones de fase en la carga,
- las tres tensiones de línea en la carga,
- la ddp entre los centros de estrella del generador y la carga.

PROBLEMA 12.6

Suponiendo que en el problema anterior se hace infinita la impedancia conectada sobre la fase a de la carga, repetir los cálculos de corrientes y tensiones allí requeridos.

PROBLEMA 12.7

La figura P12.3 muestra el diagrama unifilar de un sistema de distribución rural cuya tensión nominal es de 13200 V (tensión compuesta). Se quiere encontrar y verificar que el nivel de tensión en el último consumidor no sea inferior al 95% del valor nominal.

Sistema de subtransmisión en (3f-3h) 132 kV

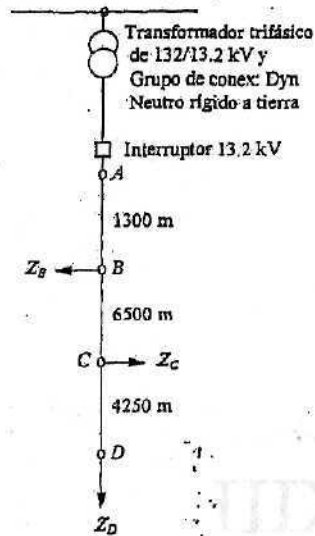


Figura P12.3

Un diagrama unifilar como la palabra lo indica es un dibujo del circuito representado con un solo trazo, con independencia del número de conductores que forman el circuito.

En este caso el punto "A" de acometida de 13.2 kV, se obtiene de la interconexión a través de un transformador trifásico que lleva la tensión del nivel de 132 kV de subtransmisión al nivel de tensión primaria de distribución de 13.2 kV. Aguas abajo del punto "A" de acometida, el circuito está formado por una línea aérea de (3f-4h) cuya impedancia está dada por:

$$z = 0.3773 + j 0.4547 \text{ } (\Omega/\text{km})$$

$$Z_g = 5 e^{j32^\circ} \text{ } \Omega/\text{fase carga equilibrada}$$

$$Z_c = 10 e^{j16^\circ} \text{ } \Omega/\text{fase carga equilibrada}$$

$$Z_D = 15 e^{j37^\circ} \text{ } \Omega/\text{fase carga equilibrada}$$

PROBLEMA 12.8

Demstrar que el problema anterior podría haberse resuelto calculando la caída de una sola fase, la "a" por ejemplo y con diferencia angular de 120° ésta resultará ser la misma que para las otras dos.

Cuando es posible esta simplificación, cosa que se da para circuitos trifásicos perfectamente simétricos y equilibrados se puede sustituir el circuito original por lo que se conoce como representación por fase.

La representación equivalente por fase de un circuito trifásico, con independencia que corresponda a conexión estrella o triángulo, es un circuito monofásico constituido por los elementos de una fase y un camino de retorno perfecto, o sea sin caída. Esto último está justificado por el hecho de que al ser equilibrado no hay corriente fasorial de retorno y en consecuencia no hay caída.

Para el caso de la conexión en triángulo, como los elementos se encuentran vinculados a dos fases, para la representación por fases previamente habrá que transformar el o los triángulos a la estrella equivalente.

*Convviene aclarar que dentro del alcance de la electrotecnia I la representación equivalente por fase sólo será aplicada toda vez que los circuitos esten constituidos por generadores trifásicos y carga equilibrada.

PROBLEMA 12.9

Tal como se muestra en figura P12.4, dos cargas trifásicas equilibradas se conectan en paralelo.

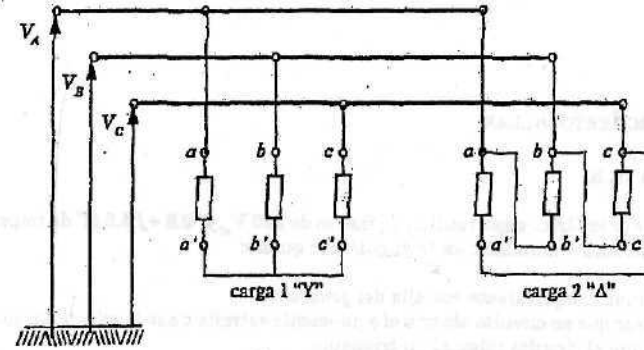


Figura P12.4

La carga 1 está conectada en estrella con una impedancia de $150 + j 50 \text{ } \Omega$ y la carga 2, conectada en triángulo tiene una impedancia de $900 - j 1200 \text{ } \Omega$. Las tensión de fase en el extremo fuente es de 3300 V. Se quieren determinar las corrientes y tensiones de línea y de fase, en las distintas partes del circuito.

PROBLEMA 12.10

Resolver el circuito de la figura considerando los siguientes datos:

$$V_a = V_b = V_c = 2400 \text{ V, fuente trifásica de secuencia negativa,}$$

$$X_a = X_b = X_c = -j 3 \text{ } \Omega \text{ reactancia de dispersión de arrollamientos de inducido,}$$

$$z = 1.5 + j 6 \text{ } \Omega \text{ y}$$

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = 200 - j 50 \text{ } \Omega$$

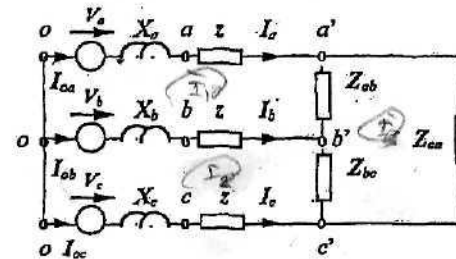
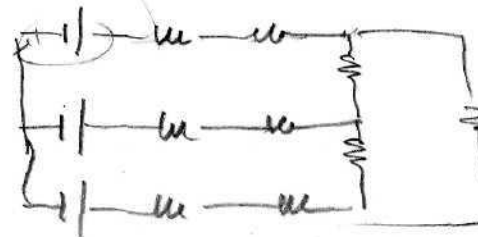


Figura 12.5



PROBLEMA 12.11

Un generador trifásico cuya tensión de fase es de 220 V , y " $0.9 + j4.5 \Omega$ " de impedancia interna, se encuentra conectado en triángulo y se quiere:

- determinar el equivalente estrella del generador,
- demostrar que en circuito abierto el equivalente estrella tiene la misma tensión compuesta que el circuito original en triángulo,
- hacer un cortocircuito en los terminales del generador conectado en triángulo y hallar el valor de las corrientes en el corto circuito,
- idem que el anterior pero para el equivalente en estrella.

PROBLEMA 12.12

Un generador trifásico conectado en triángulo tiene una impedancia interna " $0.6 + j6 \Omega/\text{fase}$ ". Cuando se le desconecta la carga, la tensión medida en terminales es de 13800 V . La carga que alimenta el generador está dada por " $Z = 140 + j20 \Omega$ ", es equilibrada y está conectada en triángulo a través de un circuito alimentador que tiene una impedancia por fase de " $z = 0.8 + j5 \Omega$ ". Se quiere:

- Hacer la representación por fase del circuito.
- Resolver el circuito equivalente por fase.
- Obtener por simetría el resultado para las otras fases.

XIII

POTENCIA EN

SISTEMAS TRIFÁSICOS