ELECTROTECNIA I

CAPITULO 2

CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

CAPITULO 2
CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

CAPITULO 2
CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

1. INTRODUCCION

Para que exista una corriente es necesario un circuito cerrado y una fuente de fuerza electromotriz (fem), capaz de mover las cargas.

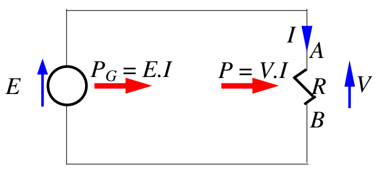


Figura 2.1

Para el circuito de la figura 2.1, la energía capaz de mover las cargas "P_G", es provista por una fem concentrada "E" (Generador o Fuente de CC), tal que en régimen permanente mantiene una diferencia de potencial (ddp), o caída de tensión (cdt) o simplemente tensión entre "A y B", "$V=V_A-V_B=E$" constante que origina una corriente "I" a través de "R", también constante que se calcula por ley de Ohm como "$I = V/R = E/R$".

Dado que en esta primera parte se estudian circuitos de corriente continua, sólo serán consideradas "fem's" constantes, lo que implica que en régimen estacionario, "I" será también constante.

2. ELEMENTOS DE CIRCUITOS

Los circuitos están conformados por componentes activos y pasivos. Los componentes activos son los que suministran energía eléctrica y se los clasifica en dos tipos:

1) Fuente de tensión y
2) Fuente de corriente.

Las fuentes son generadores de energía eléctrica que la obtienen a partir de otro tipo de energía: mecánica, calórica, química etc. Estas fuentes pueden ser modeladas para el cálculo como ideales (no se pierde energía en el proceso de transformación) o como reales (sí se pierde energía en la transformación que acontece en el interior de la fuente).

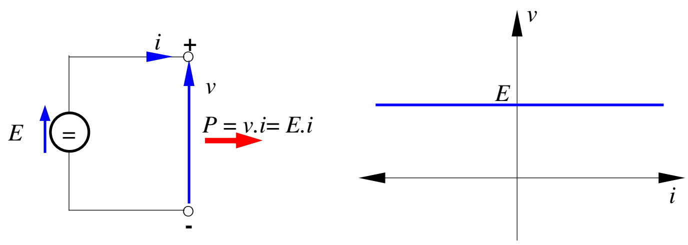
Los elementos pasivos son los que absorben energía eléctrica y la almacenan o la transforman en alguna forma de energía útil que puede ser mecánica, calórica, lumínica, etc. Los elementos pasivos:

1) Resistencia (disipa energía en forma de calor)
2) Bobina o Inductor (almacena energía electrocinética en su campo magnético)
3) Condensador o capacitor (almacena energía electropotencial en su campo electrostático)

En corriente continua y en régimen estacionario, sólo se tratará con resistencias y aunque su comportamiento en corriente continua, para determinadas condiciones ambientales fijas, es aproximadamente lineal, en rigor no es constante. Sin embargo, el error que se comete al considerarlas lineales, a los efectos prácticos es despreciable y queda justificada, debido a la simplificación de cálculo que se obtiene.

2.1 Fuente ideal de tensión

Como fue dicho es un elemento activo, o sea, suministra energía que viene dada por "*Energ* = $v.i.\Delta t$". Esta fuente se caracteriza por mantener constante la tensión "v=E", entre sus bornes, motivo por el que se la conoce como fuente ideal de tensión.



(*a*) (*b*)

Figura 2.2

Como se muestra en la figura, la diferencia de potencial entre sus bornes se mantiene constante con independencia del valor de corriente que extraiga o inyecte el circuito que tenga conectado. La tensión en bornes es independiente de la potencia que entregue o absorba la fuente.

No hay que perder de vista que al ser una fuente de energía, lo que sucede es que manteniendo constante la tensión de bornes, entrega o absorbe una potencia eléctrica dada por el producto:

$$P = v \cdot i = E \cdot i \qquad \text{Entrega} \qquad (2.1)$$
$$P = v \cdot (-i) = E \cdot (-i) \qquad \text{Absorbe} \qquad (2.2)$$

Simbólicamente esta fuente es representada como se indica en la figura 2.2(*a*), cuya fem está dada por un valor constante "*E*", con forma funcional como se muestra en la figura 2.2(*b*). En tal fuente, para que se pueda determinar si entrega o absorbe potencia, es necesario indicar su polaridad, sea por signos o por una flecha, tal como se muestra en la misma figura.

Son fuentes de tensión, aunque no ideales: las pilas, los tomacorrientes (enchufes) que tenemos en nuestras casas, los generadores de energía eléctrica, etc.

2.2 Fuente ideal de corriente

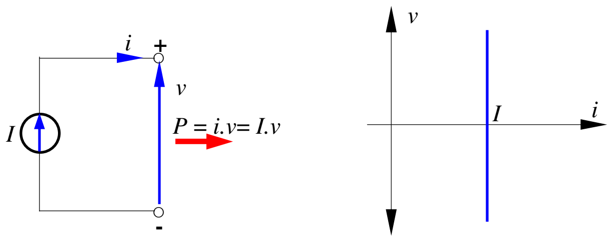
También ésta es una fuente de energía que entrega una potencia dada por

$P = i \cdot v = I \cdot v$ Entrega (2.3)

$P = i \cdot (-v) = I \cdot (-v)$ Absorbe (2.4)

En este caso como se aprecia en el gráfico la corriente entregada por la fuente es constante "I = cte", con independencia de la polaridad y valor de la tensión "v" que imponga entre sus bornes el circuito al que este conectada. La corriente entregada en bornes es independiente de la potencia que entregue o absorba la fuente.

Como ya fue dicho, también en este caso es una fuente "ideal", porque no hay consumo de energía en el proceso de transformación. El símbolo usado para su representación en los circuitos eléctricos es el mostrado en 2.3 (*a*).



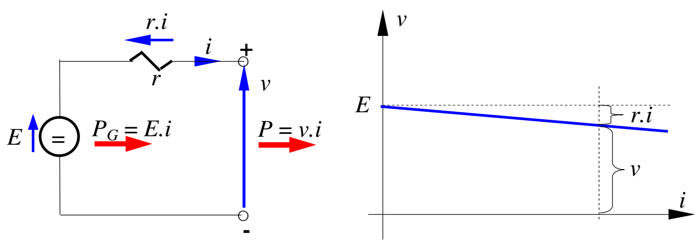
(*a*) (*b*)

Figura 2.3

Si bien con relación al punto anterior hay ejemplos fáciles a los cuales referirse para visualizar las fuentes de tensión, no sucede lo mismo con las fuentes de corriente. No es posible señalar una fuente real de corriente sin entrar en dispositivos más complicados. Sin embargo, a título ilustrativo por ahora, se puede adelantar como ejemplo que la salida de un transistor de juntura (dispositivo electrónico), se comporta como fuente de corriente.

2.3 Fuentes reales de tensión y corriente

Toda fuente real, en el proceso de transformación de la energía, tiene un consumo interno que se representa por una resistencia, en serie para las fuentes de tensión y en paralelo para las fuentes de corriente, según se muestra en figuras 2.4 y 2.5. En ambos casos la diferencia entre la energía generada "P_G" y la entregada por la fuente "P" en sus terminales, es la absorbida por la resistencia interna, en el proceso de transformación.



(*a*) (*b*)

Figura 2.4

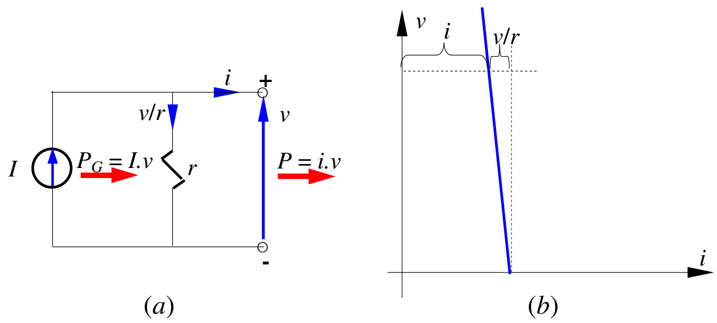


Figura 2.5

Nota importante

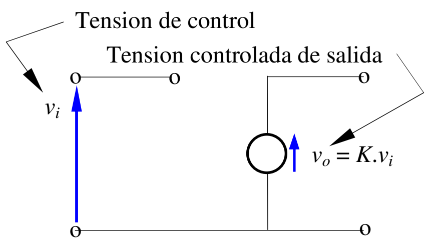
Toda fuente, sea de tensión o de corriente, vista desde el circuito al que esta conectada, debe ser considerada desde dos puntos de vista: 1) como fuente y 2) como resistencia. Es decir, el circuito externo al que se encuentra conectada la fuente, verá su resistencia interna que será nula si se trata de una fuente ideal de tensión (o sea, ve un cortocircuito), o infinita si la fuente es ideal de corriente (o sea se comporta como un circuito abierto).

2.4 Fuentes controladas o fuentes dependientes

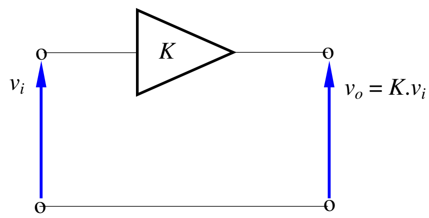
Son fuentes de tensión o corriente cuya salida depende de algún otro parámetro del circuito y que en términos ideales se pueden clasificar según se indica a continuación.

2.4.1 Fuente de tensión controlada por tensión (FTCT)

Esta fuente entrega una tensión, con resistencia de salida nula como corresponde a una fuente ideal de tensión, controlada por una tensión de entrada a la fuente. La resistencia de entrada a la fuente es infinita y “*K*” es la ganancia de tensión de la fuente. El factor de amplificación “*K*” debe ser adimensional.



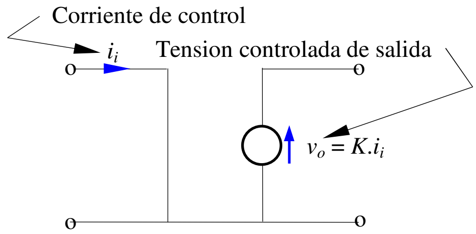
Fuente de Tensión Controlada con Tensión
FTCT
Figura 2.6



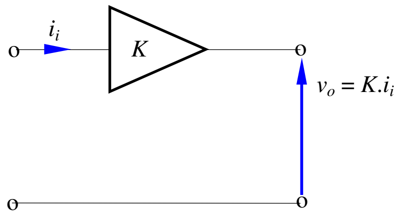
Fuente de Tensión Controlada con Tensión
Símbolo simplificado
Figura 2.7

2.4.2 Fuente de tensión controlada por corriente (FTCC)

Esta fuente entrega una tensión, con resistencia de salida nula como corresponde a una fuente ideal de tensión, controlada por una corriente de entrada a la fuente que también ve resistencia nula. El factor “*K*” ahora se denomina resistencia de transferencia de la fuente, puesto que relaciona la tensión de salida con la corriente de entrada.



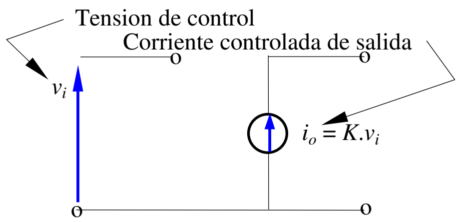
Fuente de Tensión Controlada con Corriente
FTCC
Figura 2.8



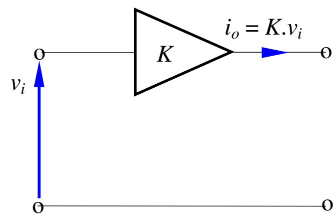
Fuente de Tensión Controlada con Corriente
Símbolo simplificado
Figura 2.9

2.4.3 Fuente de corriente controlada por tensión (FCCT)

Esta fuente entrega una corriente de salida, con resistencia infinita como corresponde a una fuente ideal de corriente, controlada por una tensión de entrada que también ve una resistencia infinita. El factor "*K*" corresponde a una conductancia de transferencia de la fuente que relaciona la corriente de salida con la tensión de entrada a la fuente.



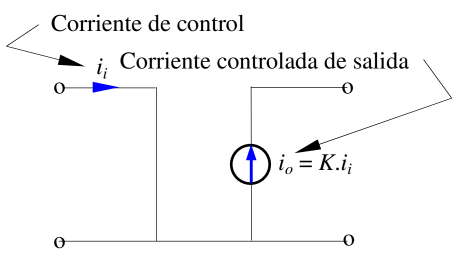
Fuente de Corriente Controlada con Tensión
FCCT
Figura 2.10



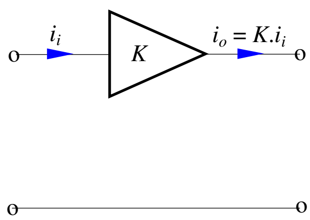
Fuente de Corriente Controlada con Tensión
Símbolo simplificado
Figura 2.11

2.4.4 Fuente de corriente controlada por corriente (FCCC)

Esta fuente entrega una corriente, con resistencia de salida infinita como corresponde a una fuente ideal de corriente, controlada por una corriente de entrada a la fuente que ve resistencia nula. El factor de amplificación *K*" es la ganancia de corriente de la fuente que relaciona la corriente de salida con la corriente de entrada.

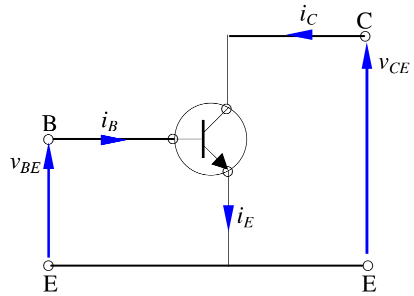


Fuente de Corriente Controlada con Corriente
FCCC
Figura 2.12

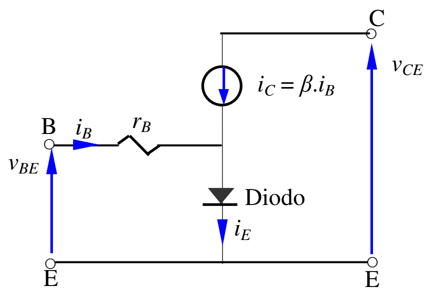


Fuente de Corriente Controlada con Corriente
Símbolo simplificado
Figura 2.13

Existen una serie de elementos activos conformados por fuentes y sistemas automáticos capaces de entregar en sus terminales de salida, un valor de corriente o tensión, como función de otro valor de corriente, tensión, caída de tensión, potencia, etc, que se ocasiona en alguna otra parte del circuito. Un ejemplo a señalar, es el caso de transistores de juntura (fuente real de corriente controlada por corriente), transistores de efecto de campo “FET” (fuente real de corriente controlada por tensión), fuentes de alimentación reguladas, transformadores con regulación automática de tensión, etc. Por ahora se introducirán, como cajas negras, algunos de estos tipos de fuentes en las que la tensión o corriente en bornes queda determinada, como ya se dijo, en función de algún otro parámetro del circuito.



Transistor bipolar o de juntura “NPN”
Símbolo circuital
Figura 2.14



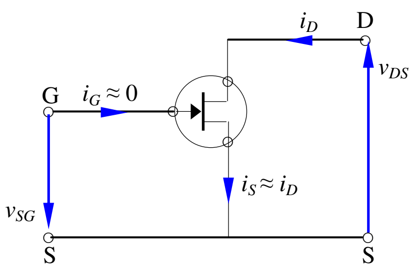
Transistor bipolar o de juntura “NPN”
Modelo equivalente simplificado
Figura 2.15

Donde: “C” colector, “B” base y “E” emisor.

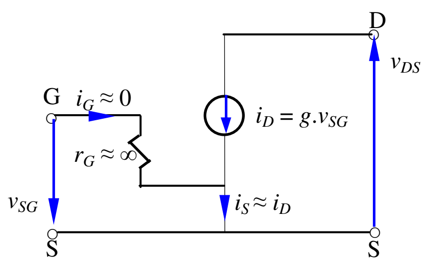
“Diodo”	Cortocircuito para polaridad directa “v_{BE}”, o circuito abierto para polaridad inversa “- v_{BE}”.
“i_B”	Corriente de base (de control).
“i_C”	Corriente de colector (controlada).
“i_E”	Corriente de emisor ($i_B + i_C$).
“β”	Ganancia de corriente (del orden de las centenas).
“r_B”	Resistencia de base (o de entrada, aproximadamente nula, suele despreciarse).

Como se puede apreciar del modelo circuital equivalente del transistor de juntura, bipolar o simplemente transistor, la corriente de salida “i_C” está representada por una fuente ideal de corriente, ya que en la realidad se comporta aproximadamente igual a ésta. Como se aprecia también en la figura, su valor es proporcionalmente “lineal” a la corriente “i_B”. La palabra lineal se destaca entre comillas y subrayada, habida cuenta de que depende del modo de operación del transistor, existen otros modos, en los que la proporcionalidad no resulta lineal.

Otro dispositivo electrónico muy importante que merece la pena ser presentado y que se comporta como fuente controlada, es el transistor de juntura de efecto de campo o unipolar, conocido por la abreviatura JFET.



Transistor de JFET o unipolar
Símbolo circuital
Figura 2.16



Transistor de JFET o unipolar
Modelo equivalente simplificado
Figura 2.17

Donde: “D” drenador, “G” puerta y “S” fuente.

“i_G”	Corriente de puerta (o de entrada, aproximadamente nula, se desprecia).
“i_D”	Corriente de drenador (controlada).
“i_S”	Corriente de fuente ($i_S \approx i_D$).
“g”	Conductancia de transferencia.
“r_G”	Resistencia de puerta (o de entrada, aproximadamente infinita, circuito abierto).

2.5 Elementos activos, suministro o absorción de energía

Siempre que se trate de elementos activos de circuito se adopta por convención, con signo positivo, cuando la potencia generada es entregada al circuito conectado a sus bornes (circuito externo) y con signo negativo en el caso contrario, o sea cuando el generador absorbe energía del circuito conectado a sus bornes (circuito externo).

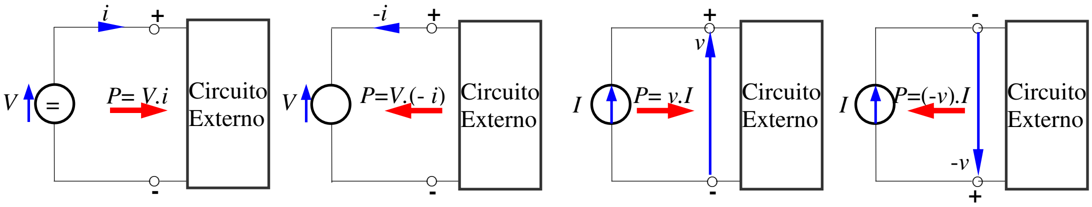
Cuando por una fuente de tensión circula una corriente “$i = \Delta q/\Delta t$”, tiene dos posibilidades:

1) Que lo haga de negativo a positivo, acumula energía electro potencial “$\Delta E_p = -W_{Fnc}$”, debido al trabajo realizado por una fuerza no conservativa en contra del campo eléctrico. Se gasta así la energía acumulada “ΔE_p”, absorbida por el circuito externo, conectado a la fuente que es recorrido por la corriente “i”, de positivo a negativo en el cual “ΔE_p”, es transformada en otra forma de energía.

2) Al revés de positivo a negativo, la fuente absorbe energía desde el circuito conectado a sus bornes.

En resumen, se entrega potencia a la carga cuando la corriente es saliente del borne positivo de la fuente (generador), lo que significa que en el interior del generador va de negativo a positivo y que la energía “ΔE_p” acumulada es entregada al circuito conectado en terminales del generador.

Si se trata de un generador de corriente, como esta fuente impone su corriente al circuito conectado a sus terminales, se provocará una cdt “v”, tal que si el positivo de la cdt coincide con el borne que entrega la corriente al circuito externo, la potencia resulta suministrada y en caso contrario la potencia es absorbida.



Suministra (*a*)   Absorbe (*b*)   Suministra (*c*)   Absorbe (*d*)

Figura 2.18

2.6 Elementos pasivos, resistor, inductor y capacitor

Como fue dicho, la resistencia disipa energía por efecto Joule en forma de calor. Se la puede representar de las dos maneras indicadas.

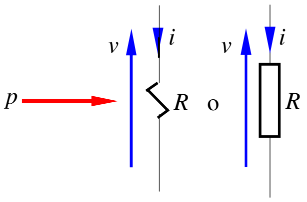


Figura 2.19

Cuando la resistencia es atravesada por una corriente "*i*", produce entre sus bornes una caída de potencial o tensión que por ley de Ohm es:

$$v = R.i \tag{2.5}$$

La potencia disipada por efecto Joule es

$$p = R.i^2 \quad \text{o} \quad p = v^2/R \tag{2.6}$$

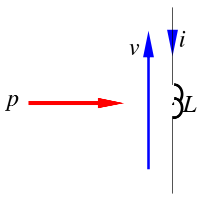


Figura 2.20

Con respecto al inductor, al ser recorrido por una corriente "*i*", también se produce una cdp en sus bornes dada por ley de Faraday que será:

$$v = L\frac{di}{dt} \qquad \text{En parámetros circuitales} \tag{2.7}$$

$$v = N\frac{d\phi}{dt} \qquad \text{En parámetros magnéticos} \tag{2.8}$$

Donde $\phi = B \cdot S$ (2.9)

Si para obtener "*p*", se multiplica m.a.m. (2.7) por "*i*" y para conseguir un diferencial de la energía almacenada en la bobina, se multiplica m.a.m. por "*dt*".

$$dE_L = v\ .\ i\ .\ dt = L\ .\ i\ .\ di \tag{2.10}$$

Si ahora para obtener "*p*" en función de parámetros magnéticos se multiplica m.a.m. (2.8), por "$i = H.l/N = (Bl)/(\mu N)$, se considera (2.9) y para conseguir un diferencial de energía almacenada en la bobina, se multiplica m.a.m. por "*dt*".

$$dE_L = v\ .\ i\ .\ dt = NS\frac{dB}{dt}\cdot\frac{Bl}{\mu N} = \frac{Sl}{\mu}BdB \tag{2.11}$$

Donde: "μ" es la permeabilidad, "*S*" la sección y "*l*" la longitud, del circuito magnético o núcleo de la bobina.

Integrando (2.10) en "$\Delta t = t - t_o$" y (2.11) en "$\Delta B = B - B_o$" queda la energía almacenada en la bobina:

a) En parámetros circuitales estará dada por:

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2 + E_L(t_o) \tag{2.12}$$

b) En parámetros magnéticos estará dada por:

$$E_L = \frac{1}{2}\frac{Sl}{\mu}B^2 + E_L(B_o) \tag{2.13}$$

Donde: "$E_L(t_o)$" o "$E_L(B_o)$", es la energía existente en la bobina en el instante de conexión, o condición inicial.

En un capacitor la ddp entre sus terminales viene dada según el concepto de capacitancia por:

$$v = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt + v(t_o) \qquad (2.14)$$

Donde: "q" es la magnitud de la carga de cualquiera de sus placas.

Multiplicando m.a.m. la (2.14) por "dq" para obtener un diferencial de energía almacenada en su campo eléctrico.

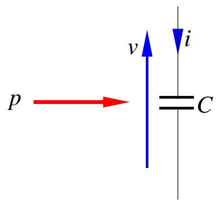


Figura 2.21

$$dE_C = v \cdot dq = \frac{1}{C} q \cdot dq \qquad (2.15)$$

Integrando, la energía almacenada en el campo eléctrico estará dada por:

$$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + E_C(t_o) \qquad (2.16)$$

Multiplicando y dividiendo el primer termino del segundo miembro por "C"

$$E_C = \frac{1}{2} C v^2 + E_C(t_o) \qquad (2.17)$$

<u>Nota importante</u>

Cabe destacar que en corriente continua, según las expresiones (2.7) o (2.8), el inductor se comporta como un cortocircuito. El capacitor, una vez cargado a la tensión de la fuente, o sea en régimen estacionario, deja de circular corriente y se comporta como un circuito abierto. Para corrientes que varíen senoidalmente con el tiempo, con frecuencia constante, ambos componentes, bobina y capacitor, establecen una relación "$v = f(i)$" lineal. Debe aclararse que la linealidad, para el caso de las bobinas, se cumple siempre que el material del núcleo sea "para o diamagnético". En caso de núcleo ferromagnético no se puede asegurar tal linealidad.

Por último se aclara que a menos que se diga específicamente otra cosa, los elementos pasivos aquí estudiados, serán considerados siempre como lineales y como su funcionamiento es independiente de la conexión de sus terminales extremos, se dice que son bilaterales. Esto último corrobora que los elementos pasivos siempre absorben energía.

3. CIRCUITOS

3.1 Introducción

Se entiende por circuito a una combinación de elementos pasivos y/o activos interconectados entre si, de manera tal que en aquellas ramas que formen trayectorias cerradas, habrá circulación de corriente. Un circuito tal, se muestra en la figura siguiente.

Los elementos de circuito aquí estudiados se consideran del tipo de parámetros concentrados, lineales y bilaterales y por lo tanto establecerán relaciones lineales entre la "v" en sus extremos y la "i" que los recorre. Los circuitos tienen dos estados posibles de funcionamiento, uno llamado estacionario o de régimen permanente y el otro llamado transitorio. Salvo por alguna excepción, en este libro serán tratados circuitos en régimen estacionario.

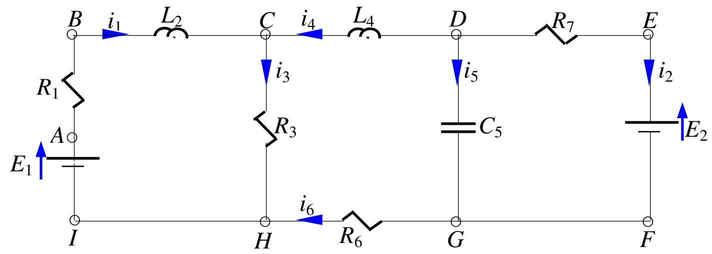


Figura 2.22

Resolver un circuito como el de la figura 2.22, significa que el circuito debe quedar totalmente determinado, esto significa que conociendo los elementos del circuito se debe encontrar la corriente de cada rama y el potencial de cada nodo. Antes de acometer la resolución de circuitos se definirán algunos conceptos relacionados.

Nodo: Punto de interconexión de dos o mas elementos. En consecuencia, entre dos nodos diferentes debe existir por lo menos un elemento de circuito. A efectos prácticos pueden ser clasificados en: 1) Nodo simple: punto de paso en el que convergen solo dos elementos (puntos *A, B* y *E* de la figura 2.22). 2) Nodo efectivo: punto del circuito donde convergen 3 ó más elementos (puntos *C, D, G* y *H* de la figura 2.22). 3) Nodo de interés: cualquier punto que resulte de interés y 4) Nodos ficticios: puntos adyacentes interconectados por un tramo de conductor, sin elemento de circuito intercalado (puntos *F=G* y *H=I* de la figura 2.22).
El número de nodos "n" de un circuito, puede estar dado en su máxima expresión por la suma de: todos los nodos simples más todos los efectivos (*A, B, E, C, D, G* y *H*) "n =7" o en su mínima expresión, sólo por los nodos efectivos (*C, D, G* y *H*) "n =4". Desde el punto de vista geométrico, es una configuración radial, cuyos rayos lo constituyen las ramas del circuito que convergen al nodo.

Rama: Es cualquier tramo de circuito con uno o varios componentes pasivos y/o activos, conectados en serie, entre dos nodos. A efectos prácticos pueden ser clasificadas en: 1) Rama simple: cualquier componente pasivo o activo de circuito definida entre dos nodos. 2) Rama efectiva: cualquier tramo de circuito formado por uno o varios elementos en serie, comprendido entre dos nodos efectivos, 3) Rama de interés: cualquier rama que resulte de interés y 4) Rama ficticia: tramo de conductor que interconecta nodos ficticios.
El número de ramas "r" de un circuito, puede estar dado en su máxima expresión por todas sus ramas, definidas por los nodos dados en su máxima expresión (*AB, BC, CD, DE, CH, DG, EF, GH* y *AI*) "r =9". O en su mínima expresión, si se consideran sólo las ramas efectivas que quedan definidas, cuando se eligen sólo los nodos efectivos que corresponden a la mínima expresión (*HIABC, CD, DEFG, CH, DG* y *GH*) "r =6".
Es importante resaltar, como lo define la ley de Ohm que la relación que establece cualquier resistencia, entre la diferencia de potencial que haya entre sus extremos "$v_{NM} = v_N - v_M$" y la corriente "i" que la recorre, <u>es lineal</u>. Como hay infinitos pares de valores "v_N" y "v_M" que dan tal diferencia, entonces a menos que se fije el potencial de uno de los nodos "v_N" o "v_M" (extremos de la resistencia), no habrá

manera de conocer los potenciales que definen "v_{NM}" que en adelante será designada como tensión de rama.

Trayectoria: Camino de circuito, entre dos nodos cualesquiera, constituido por un conjunto consecutivo de ramas. También en una trayectoria puede intervenir un salto discontinuo entre dos nodos de un circuito, entre los que se conozca su diferencia de potencial. Se pueden distinguir dos tipos de trayectoria: 1) Trayectoria abierta: cuando los nodos origen y final son diferentes. La trayectoria se cierra a través de la ddp entre los extremos de la misma. 2) Trayectoria cerrada o malla: cuando la trayectoria comienza y termina en el mismo nodo. Desde el punto de vista geométrico, una trayectoria constituye una poligonal cuyos lados lo constituyen las ramas del circuito y según se dijo, podrá ser cerrada o abierta.

Circuito simple y múltiplemente conexo: Un circuito es simplemente conexo, cuando se puede pasar de un nodo a otro a través de caminos galvánicos. Un circuito es múltiplemente conexo cuando dos o más circuitos simplemente conexos se encuentran acoplados entre si, además, por sus campos electromagnéticos. Los circuitos que se estudiarán en este capítulo son simplemente conexos, conformados por elementos lineales y bilaterales, en consecuencia la corriente en cada rama, las caídas de potencial y el potencial en cada nodo, tendrá en régimen permanente, la misma forma funcional constante que las de las fuentes que les dan origen.

De acuerdo a lo dicho hasta aquí y supuesto conocidos los elementos pasivos y activos que conforman el circuito, para el ejemplo de la figura 2.22, se tendrán como incógnitas "r" corrientes de rama y "n" potenciales de nodo, en total "$r + n$" incógnitas que si se consideran en su mínima expresión es decir ramas y nodos efectivos serán:

$n = C, D, G$ y $H = 4$ potenciales de nodo efectivos (2.18)
$r = i_1, i_2, ... i_6 = 6$ corrientes de rama efectivas (2.19)
$r + n = 10$ incógnitas (2.20)

Para que el sistema sea compatible y determinado es necesario plantear tantas ecuaciones linealmente independientes como incógnitas tenga el problema.

En realidad, dado que las corrientes de rama dependen sólo de la diferencia de potencial entre sus extremos (tensión de rama), lo que interesará para cada nodo es su potencial en relación al de algún otro nodo del circuito tomado como referencia, es decir, la diferencia con respecto al potencial de ese punto que puede ser fijado arbitrariamente. Se puede eliminar así una incógnita (potencial de nodo), conectando uno de los nodos a un potencial conocido, por ejemplo el nodo "*G*" a potencial cero (tierra o masa) y referir los potenciales de los demás nodos a éste. Con esto el número total de incógnitas se reduce a:

$r + n - 1 = 9$ incógnitas, luego se necesitan 9 ecuaciones. (2.21)

Si cada rama de un circuito implica una relación lineal entre la diferencia de potencial entre sus extremos (tensión de rama) y la corriente que la recorre, entonces, el conjunto de ramas de un circuito, establecerá un sistema de ecuaciones linealmente independientes entre si, cuya resolución permitirá obtener sus corrientes y tensiones de rama. Sin embargo dicha relación lineal nada dice acerca del valor de los potenciales en cada nodo extremo de cada rama, es decir, puede haber infinitos conjuntos de valores de potenciales de nodo que cumplan con definir las tensiones de rama que sean solución del circuito, es decir el sistema es compatible pero indeterminado.

De la única manera que se podrán conocer los potenciales de nodo de cualquier circuito, como fue dicho anteriormente, es fijar el potencial de cualquiera de sus nodos a un valor conocido y a partir del potencial de este nodo y conociendo las tensiones de rama, se podrá determinar ahora el potencial de los nodos restantes, por adición de las tensiones de rama, al potencial fijado de un nodo.

La aseveración anterior sugiere una dependencia lineal de los "*n*" nodos de un circuito que se elimina al referir uno de los nodos a un potencial conocido (generalmente masa o tierra de valor V_{Tierra}= 0). Permite reducir así, en una, las incógnitas del sistema planteado, expresión (2.21) y ahora las nueve ecuaciones asociadas resultarán linealmente independientes.

Antes de seguir avanzando, dado que la solución buscada es para el régimen permanente de un circuito de corriente continua, se puede aplicar de acuerdo a lo ya indicado las siguientes simplificaciones:

a) Todas las inductancias se comportan como cortocircuitos.
b) Todos los capacitores se comportan como circuitos abiertos.

Considerando además que "$i_2 = -i_4 = i_6$", el circuito queda entonces reducido al mostrado en la figura siguiente

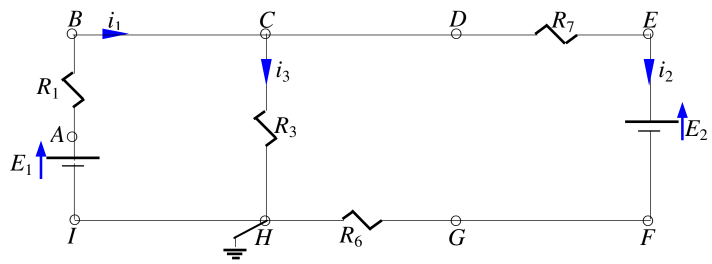


Figura 2.23

Se tienen así 4 incógnitas, tres corrientes de rama y un potencial de nodo ya que el potencial del nodo "*G*", queda determinado al conectarlo a tierra. De acuerdo con lo visto se necesita plantear entonces 4 ecuaciones que son naturalmente linealmente independientes y en consecuencia el sistema es compatible y determinado.

Para el planteo de las ecuaciones es necesario acudir a la aplicación de las leyes de Kirchhoff que son la interpretación de dos principios naturales.

3.2 Leyes de Kirchhoff

3.2.1 Primera ley de Kirchhoff (principio de conservación de la carga)

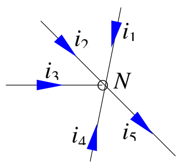


Figura 2.24

La suma algebraica de las corrientes que concurren a un nodo "N" debe ser cero. Esto matemáticamente se expresa:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0 \qquad (2.22)$$

Generalizando para "i_n" corrientes

$$\sum_{i=1}^{n} i_i = 0 \qquad (2.23)$$

Como se deduce de lo expuesto las corrientes entrantes se consideran positivas y las salientes negativas, o viceversa.

3.2.2 Segunda ley de Kirchhoff (principio de conservación de la energía)

Para cualquier trayectoria de un circuito la suma algebraica de las fuerzas electromotrices y las caídas de potencial es cero. Matemáticamente se expresa:

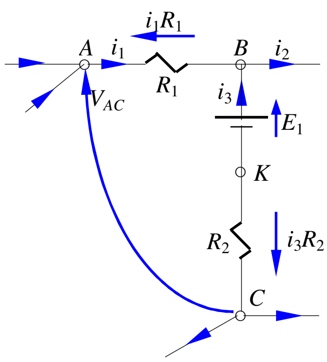


Figura 2.25

$$V_A - i_1 . R_1 - E_1 + i_3 .R_2 = V_C \qquad (2.24)$$

Que es la segunda ley de Kirchhoff, aplicada a la trayectoria planteada, a la que se podrá hacer referencia también como ecuación de trayectoria. De donde

$$\overset{V_{AC}}{(V_A - V_C)} - i_1 . R_1 - E_1 + i_3 .R_2 = 0 \qquad (2.25)$$

Generalizando $\sum_{j=1}^{m} E_j - \sum_{k=1}^{l} V_k = 0$ (2.26)

Un método para llegar a la ecuación 2.25, es extraer la trayectoria del circuito a la que se quiere aplicar la segunda ley de Kirchhoff y extenderla tal como se muestra en la figura 2.26 siguiente:

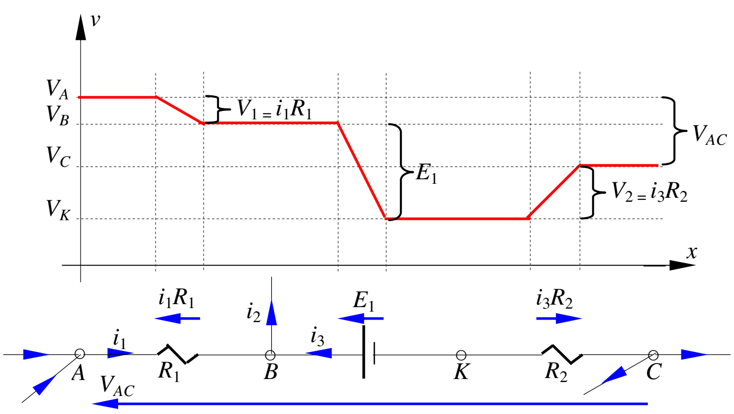


Figura 2.26

$$V_1 = R_1 . i_1 \qquad (2.27)$$
$$V_2 = R_2 . i_3 \qquad (2.28)$$

Para escribir la ecuación de la trayectoria de la figura 2.26, se recorre el circuito a lo largo de un camino cuya posición genérica se indica con la variable "x". Se parte arbitrariamente de uno de los dos extremos, para este ejemplo se arranca del nodo “*A*”, cuyo potencial está indicado en ordenadas como “V_A”.

Se puede hacer la siguiente convención:

1) Al recorrer una resistencia hay dos posibilidades:

a. Hacerlo a favor de la corriente ⇒ que se entra por positivo y sale por negativo, lo que equivale a que la caída de potencial hay que restarla.
b. Hacerlo en contra de la corriente ⇒ que se entra por negativo y sale por positivo, lo que equivale a que la caída de potencial debe ser sumada.

2) Al recorrer una fuente de fem hay dos posibilidades:

a. Entrando por positivo y saliendo por negativo, equivale a que la diferencia de potencial entre sus bornes (fem) debe ser restada.
b. Entrando por negativo y saliendo por positivo, equivale a que la diferencia de potencial (fem) entre bornes hay que sumarla.

Si se aplica lo dicho a la trayectoria de la figura 2.26, partiendo del nodo “*A*” cuyo potencial es “V_A”, primero se recorre la resistencia “R_1”. Como se lo hace a favor de la corriente “i_1” la caída de potencial “$V_1 = R_1 \, . \, i_1$” debe ser restada del potencial “V_A”. Entre el nodo “*A*” y el extremo de la resistencia “R_1”, como no hay ningún elemento de circuito, la caída de potencial es “0” (o sea en un tramo de <u>conductor de interconexión</u> como se lo considera con resistencia nula el potencial se mantiene constante), por lo que queda representado por una recta horizontal tal como se ve en la figura.

Luego de haber pasado por la resistencia “R_1” se desemboca en la interconexión donde se encuentra el nodo “*B*” con potencial “V_B”, recorrido el conductor de interconexión correspondiente, se llega a la fem “E_1”, como a esta fem se entra por positivo y se sale por negativo, también debe ser restada, quedando en este nodo “*K*” un potencial “V_K” indicado en la figura.

Finalmente al recorrer el tramo “*KC*” con una resistencia “R_2” como se va en contra de la corriente “i_3” la caída de potencial “$V_2 = R_2 \, . \, i_3$” es sumada llegándose así al nodo “*C*” cuyo potencial es “V_C”, se escribe entonces:

$$V_C = V_A - i_1 \, . \, R_1 - E_1 + i_3 \, . \, R_2 \qquad (2.29)$$

Si se pasa “V_C” al miembro de la derecha

$$(V_A - V_C) - i_1 \, . \, R_1 - E_1 + i_3 \, . \, R_2 = 0 \qquad (2.30)$$

3.3 Aplicación de las Leyes de Kirchhoff

Se completará el desarrollo de la aplicación de las leyes de Kirchhoff, con la resolución de algunos ejercicios.

Ejercicio 2.1 (de apoyo a teoría)

Se propone completar la resolución del circuito de la figura 2.23. Para tal fin, en primer lugar se establece un sentido arbitrario de la corriente en cada rama y se plantean las siguientes ecuaciones:

Rama 1) $V_C + i_1 \,.\, R_1 - E_1 = V_H$ (2.31)
Rama 2) $V_C - i_2 \,.\, R_7 - E_2 - i_2 \,.\, R_6 = V_H$ (2.32)
Rama 3) $V_C - i_3 \,.\, R_3 = V_H$ (2.33)
Nodo A) $i_1 - i_2 - i_3 = 0$ (2.34)

Cuatro son las incógnitas y cuatro las ecuaciones planteadas, luego el sistema es compatible y determinado. A partir de aquí el problema es matemático, sin embargo, según como se encare el proceso matemático de resolución, se podrán eliminar determinadas incógnitas que mas tarde conducirán a formas sistemáticas de resolución mas sencillas. El presente ejercicio y otros que se verán a continuación darán cuenta de lo recién afirmado.

Si se elige el siguiente procedimiento matemático

Por ejemplo, se despeja "$V_C - V_H$" de la ecuación de la rama 3 "$V_C - V_H = i_3 \,.\, R_3$" y se substituye en las ecuaciones de las ramas 1 y 2, en las que previamente, también se hubiera despejado "$V_C - V_H$", el sistema quedara reducido a:

Rama 1) $E_1 - i_1 \,.\, R_1 = i_3 \,.\, R_3$ (2.35)
Rama 2) $i_2 \,.\, R_7 + E_2 + i_2 \,.\, R_6 = i_3 \,.\, R_3$ (2.36)
Nodo A) $i_1 - i_2 - i_3 = 0$ (2.37)

Como se observa, por el procedimiento de resolución adoptado, han quedado eliminadas de las incógnitas, los potenciales de nodo. El sistema obtenido del procedimiento seguido, depende ahora, sólo de las corrientes de rama.

De la ecuación (2.37), se observa que la corriente de la rama 3 "$i_3 = i_1 - i_2$", depende de las corrientes "i_1" e "i_2", por lo que reemplazada en (2.35) y (2.36), queda un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que es, para el caso, el mínimo numero de incógnitas (corrientes de rama) que hace falta determinar para obtener todas las restantes que como se ha mostrado, son función de éstas. El sistema queda así:

Rama 1) $E_1 - i_1 \,.\, R_1 = (i_1 - i_2) \,.\, R_3$ (2.38)
Rama 2) $i_2 \,.\, R_7 + E_2 + i_2 \,.\, R_6 = (i_1 - i_2) \,.\, R_3$ (2.39)

Ordenando las incógnitas queda:

$E_1 = (R_1 + R_3) \,.\, i_1 - R_3 \,.\, i_2$ (2.40)
$-E_2 = -R_3 \,.\, i_1 + (R_3 + R_6 + R_7) \,.\, i_2$ (2.41)

Como se dijo el sistema obtenido tiene como incógnitas, el mínimo numero de corrientes de rama, en función de las cuales se pueden obtener las restantes. En consecuencia, también se tendrán las tensiones de ramas y por lo tanto, si se fija el potencial de un nodo cualquiera, por adición de tensiones de rama, se podrán determinar todos los potenciales de nodos restantes y el circuito queda así completamente resuelto.

En el ejercicio anterior el procedimiento matemático seguido para la resolución (despejar potenciales de nodos y reemplazarlos en las ecuaciones restantes), condujo a un sistema de ecuaciones más reducido, en el que las incógnitas podían ser sólo algunas de las corrientes de rama, a partir de las que se obtuvieron todas las restantes. Si se invierte el procedimiento, es decir, de las ecuaciones de rama se despejan las corrientes de rama (que como se verá, resultarán función sólo de los potenciales de sus nodos extremos), se llegará a un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas serán ahora los potenciales de nodo. Un ejercicio muestra este procedimiento.

Ejercicio 2.2 (de apoyo a teoría)

Se vio Resolver el circuito de la figura 2.15 que contiene sólo fuentes de corriente.

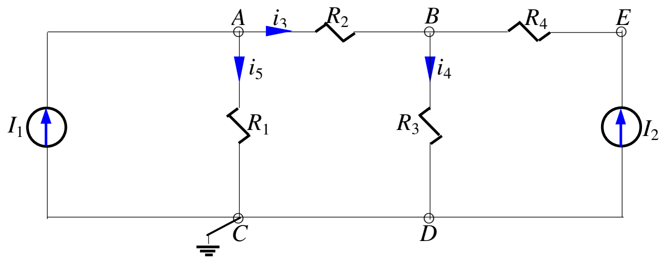


Figura 2.27

Los nodos C y D son ficticios, es decir "C=D". Esto es debido a que entre ellos existe un conductor de interconexión, sin que haya algún elemento de circuito intercalado.

El número de incógnitas son:

$r = i_3,\ i_4,\ i_5 = 3$ corrientes de rama. (2.42)
$n = A,\ B$ y $C = 3$ potenciales de nodo. (2.43)
$r + n = 6$ incógnitas. (2.44)

Conectando uno de los nodos a un potencial conocido, por ejemplo el nodo "C" a potencial cero (tierra o masa), se elimina una incógnita y se pueden ahora referir los potenciales de los demás nodos a éste. Con esto el número total de incógnitas se reduce a:

$r + n - 1 = 5$ incógnitas (2.45)

Ecuación nodo A $\quad -I_1 - i_3 - i_5 = 0$ (2.46)
Ecuación nodo B $\quad I_2 + i_3 - i_4 = 0$ (2.47)
Ecuación rama 3 $\quad V_A - i_3R_2 = V_B$ (2.48)
Ecuación rama 4 $\quad V_B - i_4R_3 = V_D = V_C = 0$ (2.49)
Ecuación rama 5 $\quad V_A - i_5R_1 = V_C = 0$

De las tres ecuaciones de rama se despejan "i_3, i_4 e i_5"

$$i_3 = \frac{V_A - V_B}{R_2} \tag{2.50}$$

$$i_4 = \frac{V_B}{R_3} \tag{2.51}$$

$$i_5 = \frac{V_A}{R_1} \tag{2.52}$$

Substituyendo las tres corrientes en las dos ecuaciones de nodo de (2.46) y (2.47):

$$-I_1 - \frac{V_A - V_B}{R_2} - \frac{V_A}{R_1} = 0 \tag{2.53}$$

$$I_2 + \frac{V_A - V_B}{R_2} - \frac{V_B}{R_3} = 0 \tag{2.54}$$

Agrupando y ordenando

$$-I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A}{R_1} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \cdot V_A - \frac{1}{R_2} \cdot V_B \tag{2.55}$$

(2.29)

$$I_2 = -\frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_B}{R_3} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot V_B - \frac{1}{R_2} \cdot V_A \tag{2.56}$$

Las expresiones (2.55) y (2.56) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que son los potenciales de los nodos *A* y *B*, relativos al nodo "*C*".

Ahora el sistema que se obtuvo cuenta, como incógnitas del circuito, con el mínimo número de potenciales de nodo. En consecuencia, también se tendrán las tensiones de ramas y por lo tanto, sus respectivas corrientes y el circuito queda así completamente resuelto.

De los dos procedimientos planteados (se aclara que pueden existir muchos procedimientos que resultan de combinaciones de los dos anteriores), en el próximo ejercicio se va a elegir el mas conveniente, es decir, el que conduzca al menor numero de ecuaciones de uno de los dos tipos de incógnitas clasificadas, corrientes de ramas y potenciales de nodos.

Ejercicio 2.3 (de apoyo a teoría)

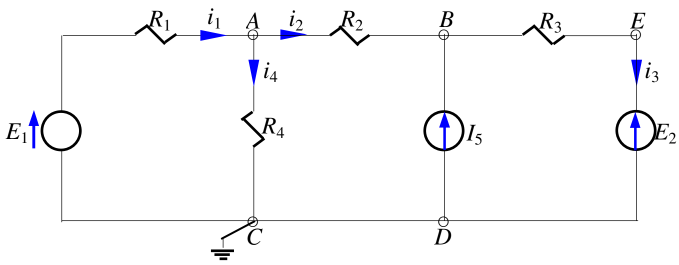


Figura 2.28

En este caso el circuito que se quiere resolver contiene fuentes de corriente y tensión. También aquí los nodos "*C*" y "*D*" son equivalentes debido a que entre ellos existe un conductor de interconexión, sin que haya algún elemento de circuito intercalado.

El número de incógnitas son:

$r = i_1, i_2, i_3$ e $i_4 = 4$ corrientes de rama. (2.57)
$n = A, B$ y $C = 3$ potenciales de nodo. (2.58)
$r + n = 7$ incógnitas. (2.59)

También aquí se conecta uno de los nodos a un potencial conocido por ejemplo el nodo "$C = D$" a potencial cero (tierra o masa) y se puede eliminar entonces una incógnita. Con esto el número total de incógnitas se reduce a:

$r + n - 1 = 6$ incógnitas, (2.60)

Se necesita plantear entonces 6 ecuaciones linealmente independientes.

Ecuación nodo A $\quad i_1 = i_2 + i_4$ (2.61)
Ecuación nodo B $\quad i_2 + I_5 = i_3$ (2.62)
Ecuación rama 1 $\quad V_A + i_1R_1 - E_1 = V_C = 0$ (2.63)
Ecuación rama 2 $\quad V_A - i_2R_2 = V_B$ (2.64)
Ecuación rama 3 $\quad V_B - i_3R_3 - E_2 = V_D = V_C = 0$ (2.65)
Ecuación rama 4 $\quad V_A - i_4R_4 = V_C = 0$ (2.66)

De las ecuaciones de rama se despejan "i_1, i_2, i_3 e i_4"

$$i_1 = \frac{V_C - V_A}{R_1} + \frac{E_1}{R_1} \tag{2.67}$$

$$i_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2} \tag{2.68}$$

$$i_3 = \frac{V_B - V_C}{R_3} - \frac{E_2}{R_3} \tag{2.69}$$

$$i_4 = \frac{V_A - V_C}{R_4} \tag{2.70}$$

Substituyendo en las ecuaciones de nodo "*A*" y "*B*" (2.61) y (2.62), se tendrá:

$$\frac{V_C - V_A}{R_1} + \frac{E_1}{R_1} = \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_C}{R_4} \tag{2.71}$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_2} + I_5 = \frac{V_B - V_C}{R_3} - \frac{E_2}{R_3} \tag{2.72}$$

Tomando "$V_C = 0$", agrupando y ordenando

$$\frac{E_1}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) \cdot V_A - \frac{1}{R_2} \cdot V_B \tag{2.73}$$

$$\frac{E_2}{R_3} + I_5 = -\frac{1}{R_2} \cdot V_A + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_B \tag{2.74}$$

Las ecuaciones (2.73) y (2.74), también constituyen sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que son los potenciales de los nodos "*A*" y "*B*", relativos al nodo "*C*".

Como ejercitación adicional sustituir "i_1 e i_3", obtenidas a partir de las ecuaciones de nodos planteadas, en las correspondientes de ramas (2.63) y (2.65), con lo que se obtendrán cuatro ecuaciones, una por cada rama del circuito, cuyas incógnitas serán las corrientes reales de ramas.

PROBLEMAS PROPUESTOS
CAPITULO 2
CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

OBJETIVO PRINCIPAL

Aplicación exhaustiva de ley de Ohm, primera ley de Kirchhoff (ecuación de nodo) y segunda ley de Kirchhoff (ecuación de trayectoria).

Problema 2.1

A partir de los datos consignados en el circuito de la figura calcular las demás corrientes, caídas de tensión en cada rama, potencias disipadas por cada resistencia y potencia suministrada por la fuente.

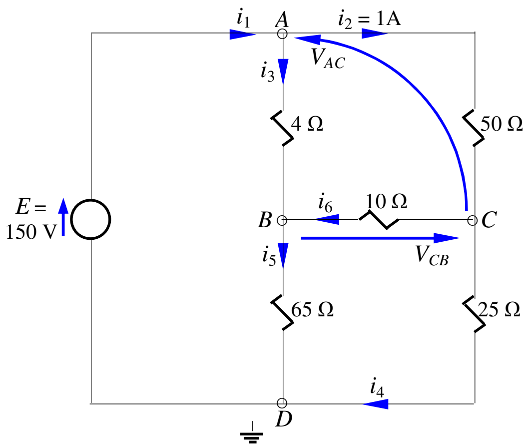


Figura P2.1

Procedimiento a seguir:

Ejemplo de procedimiento a seguir para la resolución:

1) En caso de que no se hayan dado como datos, nombrar los nodos y asignar las corrientes de cada rama en forma arbitraria.

2) Objetivo: Determinar "V_{AC}"
Recurso: *a*) Ley de Ohm o
b) Ecuación de trayectoria o Segunda Ley de Kirchoff.
a) $V_{AC} = i_2$ x 50 Ω = 50 V (ley de Ohm) ó

b) $V_A - i_2 \times 50\ \Omega = V_C$ (Ecuación de Trayectoria)
$V_{AC} = V_A - V_C = i_2 \times 50\ \Omega = 50$ V

3) Objetivo: Determinar "V_{CD}" e "i_4"
Recurso: a) Ecuación de trayectoria o segunda ley de Kirchoff y Ley de Ohm
a) $V_D + 150\text{ V} - V_{AC} = V_C$ (Ecuación de Trayectoria)
$V_{CD} = V_C - V_D = 150\text{ V} - 50\text{V} = 100$ V
$i_4 = V_{CD} / 25\Omega = 100\text{ V} / 25\Omega = 4$ A (Ley de Ohm)

4) Objetivo: Determinar "i_2"
Recurso: a) Primera Ley de Kirchoff
a) $i_2 = i_4 + i_6$ (Ecuación de Nodo)
$i_6 = i_2 - i_4 = -3$ A

5) Objetivo: Determinar "V_{CB}"
Recurso: a) Ley de Ohm o
b) Ecuación de trayectoria o Segunda Ley de Kirchoff.
a) $V_{CB} = i_6 \times 10\ \Omega = -30$ V (ley de Ohm) ó
b) $V_C - i_6 \times 10\ \Omega = V_B$ (Ecuación de Trayectoria)
$V_{CB} = V_C - V_B = i_6 \times 10\ \Omega = -30$ V

6) Objetivo: Determinar "V_{BD}"
Recurso: a) Ecuación de trayectoria o Segunda Ley de Kirchoff.
a) $V_B + V_{CB} + V_{AC} - 150\text{ V} = V_D$ (Ecuación de Trayectoria)
$V_{BD} = -(-30\text{ V}) - 50\text{ V} + 150\text{ V} = 130$ V

7) Objetivo: Determinar "i_5"
Recurso: a) Primera Ley de Kirchoff
a) $i_5 = V_{BD} / 65\Omega = 130\text{ V} / 65\Omega = 2$ A

8) Objetivo: Determinar "i_1" e "i_3"
Recurso: a) Primera Ley de Kirchoff
a) $i_4 + i_5 = i_1$ (Ecuación de Nodo)
$i_1 = i_4 + i_5 = 6$ A
$i_1 = i_2 + i_3$ (Ecuación de Nodo)
$i_3 = i_1 - i_2 = 5$ A

9) Objetivo: Determinar potencia disipada en cada resistencia
Recurso: a) Primera Ley de Joule
a) $P_{50\Omega} = 50\Omega \times i_2^2 = 50$ W
$P_{4\Omega} = 4\Omega \times i_3^2 = 100$ W
$P_{25\Omega} = 25\Omega \times i_4^2 = 400$ W
$P_{65\Omega} = 65\Omega \times i_5^2 = 260$ W
$P_{10\Omega} = 10\Omega \times i_6^2 = 90$W
$P_D = \Sigma P_R = 900$ W

10) Objetivo: Determinar potencia suministrada
Recurso: a) Expresión de potencia
a) $P_S = 150\text{ V} \times i_1 = 900$ W

Problema 2.2

A partir de los datos consignados en el circuito de la figura, se pide calcular las demás corrientes, caídas de tensión en cada rama, potencias disipadas por cada resistencia y potencia suministrada por cada fuente.

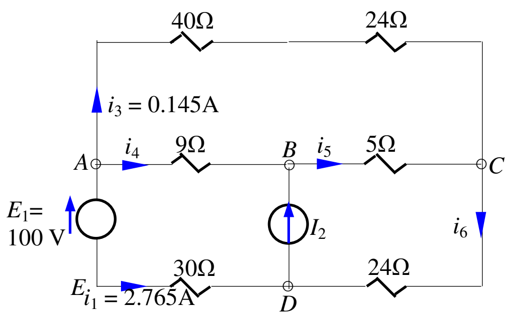


Figura P2.2

Problema 2.3

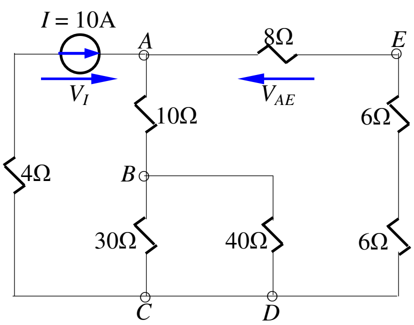
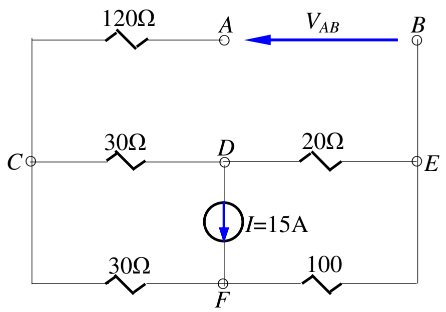


Figura P2.3

A partir de los datos consignados en el circuito de la figura, se pide calcular:

1) "V_I" en bornes de la fuente de corriente.
2) "V_{AE}" en terminales de la resistencia de 8 Ω.
3) Potencia suministrada por la fuente y absorbida por las resistencias.
4) Verificar que se cumple el Principio de Conservación de la Energía.

Problema 2.4



Determinar "V_{AB}".

Figura P2.4

Problema 2.5

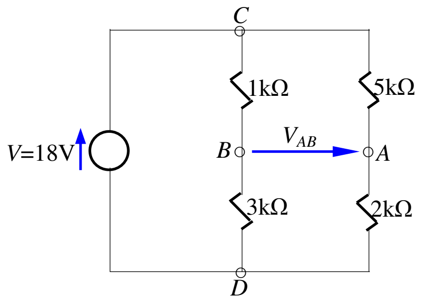


Figura P2.5

Determinar:

1) La diferencia de potencial "V_{AB}", "V_{BC}" y "V_{AC}".

2) Potencia suministrada por la fuente.

Problema 2.6

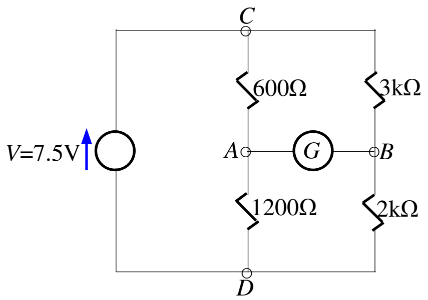


Figura P2.6

Determinar el valor y la dirección de la corriente que pasa por el galvanómetro "*G*".

Suponga que el galvanómetro tiene resistencia interna nula, o sea, es ideal.

¿Qué diferencia de potencial habrá entre "*A*" y "*B*"?.

Problema 2.7

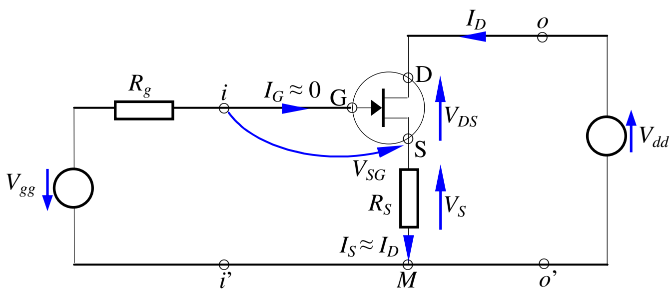


Figura P2.7

Con los datos que se detallan a continuación se desea encontrar "V_{DS}" y "V_S"

$V_{gg} = 4.5$ V
$V_{dd} = 9.0$ V
$R_g = 75$ kΩ
$R_S = 902$ Ω

$g = 0.5$ mho
$R_{GS} = \infty$

Problema 2.8

Hay circuitos en los que para su funcionamiento se necesita de distintas tensiones. En algunos casos estos niveles de tensión se obtienen a partir de una única fuente y un arreglo circuital conocido como divisor de tensión que cuando está hecho con resistencias, tiene el aspecto que muestra la figura P2.8. Suponga ahora una computadora que para su funcionamiento necesite "± 9 V", para dos componentes que consumen "5 mA", cada uno y "+5 V" para otro componente de 1100Ω. Se quiere determinar entonces los valores de las resistencias que permitan estas diferentes tensiones. Considerar que en cada nivel de tensión la resistencia del dispositivo a ser conectado deberá ser, por razones de diseño, diez veces mayor que el de la resistencia que define el divisor.

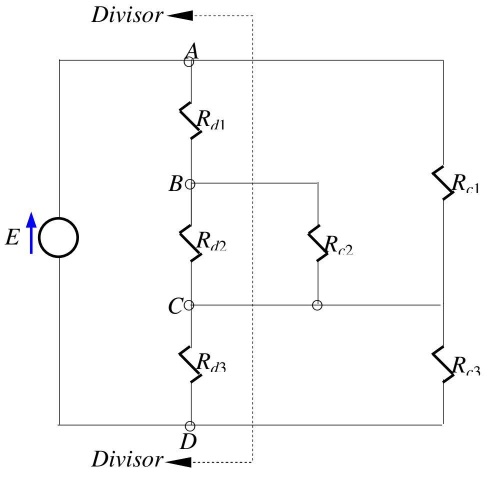


Figura P2.8

"R_{c1}": representa la carga de "+9V" y "5mA".
"R_{c2}=1100Ω": representa la carga en "+5V".
"R_{c3}": representa la carga de "–9V" y "5mA".
"R_{d1}", "R_{d2}" y "R_{d3}": son las resistencias constitutivas del divisor de tensión.

$R_{c3} = 9\text{ V}/0.005\text{ A} = 1800\Omega$
Por requerimiento de diseño
$R_{d3} \leq 1800\ \Omega / 10 = 180\Omega$
$R_{e1} = R_{d3}//R_{c3} = 163.64\Omega$

Para que entre nodos "*A–C*" y "*D–C*" haya respectivamente "+9V" y "–9 V", es necesario que la resistencia equivalente "R_{e2}" entre los nodos "*A–C*" sea igual a "R_{e1}" equivalente entre nodos "*D–C*" con lo que:

$R_{e2} = R_{c1}//(R_{d1} + R_{d2}//R_{c2}) = 163.64\Omega$
Como $R_{c1}=R_{c3}$ $\Rightarrow$ que $R_{e3}=R_{d3}=R_{d1} + R_{d2}//R_{c2} = 180\Omega$
Para que la caída en "R_{c2}" sea de "+5 V" se deberá cumplir la siguiente relación:
$(R_{d2}//R_{c2}) / (R_{d1}+R_{d2}+R_{d3}) = 5/18\ [\Omega]$
Y como R_{c2}=1100Ω y $R_{d2} \leq 1100\Omega/10 = 110\ \Omega$ (requerimiento de diseño)
Como "$R_{e4}=R_{d2}//R_{c2}$=100 Ω", para que se cumpla que "R_{e3}=180 Ω" entonces R_{d1}=80 Ω

Se requiere adicionalmente determinar las corrientes y tensiones en cada resistencia del circuito.

Problema 2.9

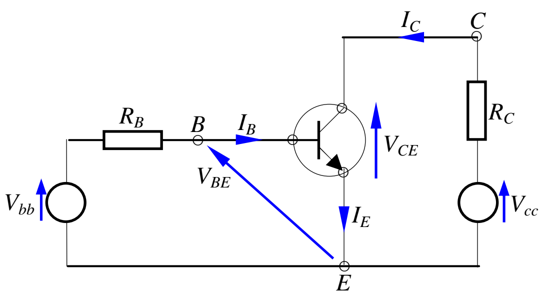


Figura P2.9

Se desea determinar el punto de trabajo (V_{CE} e I_C) del transistor de la figura considerando para el circuito los siguientes datos:

$V_{bb} = V_{cc} = 15$ V
$R_B = 470\ \Omega$, $R_C = 1000\ \Omega$,
$\beta = 100$
$r_b \cong 0$ (se desprecia)
V_D = 0.7 V (Tensión umbral del diodo base–emisor).

Problema 2.10

1) Introducción al problema:

Sea el puente de Wheastone de la figura, donde las resistencias "R_1", "R_2" y "R_3" están materializadas, como resistencias variables, con cajas de décadas usadas según se detalla:

a) "R_1" y "R_3": como variables paramétricas y
b) "R_2": como resistencia variable para ajustar el equilibrio del puente.

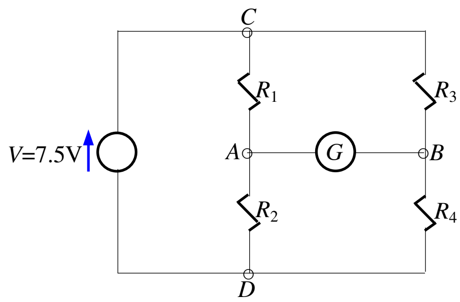


Figura P2.10

La resistencia "R_4" constituye la incógnita a determinar y se arriba al valor mediante la siguiente secuencia de ajuste:

1. Como se desconoce el valor de la resistencia incógnita, se parte de cualquier valor arbitrario para "R_1 y R_3", como por ejemplo 10000 Ω y en esas condiciones suponga que el valor ajustado de "R_2" para la condición de equilibrio se encuentra alrededor de los 100 Ω.

2. Ahora que se conoce el orden de magnitud de la resistencia incógnita y considerando que la condición de máxima sensibilidad a la desviación de tensión entre los nodos "A" y "B", se dá para "$R_1 = R_2$", se ajusta "$R_1 = R_3 = 100$ Ω" y se vuelve a ajustar "R_2" hasta que el puente se encuentre nuevamente en equilibrio. En este segundo paso, como el puente está en su condición de máxima sensibilidad, el valor encontrado para "$R_2 = 129.2$ Ω" resultará ser el valor de "R_4" buscado.

2) Determinación de la sensibilidad a la tensión:

Luego de que encuentre el equilibrio en la forma indicada ahora, reemplace el galvanómetro por un voltímetro digital (considere r_v=∞) y siga las indicaciones que a continuación se detallan.

1. Para el equilibrio con una relación "$R_1 / R_2 \cong 100$"

   Con el valor de "$R_2 = 129.2$ Ω" encontrado en el paso 2 se hace "$R_3 = 10000$ Ω" y mediante la manipulación de "R_1" se ajusta el equilibrio, que de antemano se sabe se encontrará para "$R_1 = 10000$ Ω". En estas condiciones trazar una curva que represente la desviación de tensión "V_{AB}", para una variación de "R_2" dada por una sucesión de saltos discretos "$\Delta R_2 / R_2 = 5\%$" según se indica en la tabla siguiente:

$\Delta R_2 / R_2$ (%)	R_2 (Ω)	$i_1 = i_2$ (mA)	$i_3 = i_4$ (mA)	V_A (mV)	V_B (mV)	V_{AB} (mV)
-80	25.84					
-60	51.68					
-40	77.52					
-30	90.44					
-25	96.90					
-20	103.36					
-15	109.82					
-10	116.28					
-5	122.74					
0	129.20					
5	135.66					
10	142.12					
15	148.58					
20	155.04					
25	161.5					
30	167.96					
40	180.88					
60	206.72					
100	258.40					
200	387.60					
400	646.00					

2. Para el equilibrio con una relación "$R_1 / R_2 \cong 1$"

   Con el valor ajustado del puente en el paso dos de la introducción, trazar una curva que represente la desviación de tensión "V_{AB}", también para una variación de "R_2" dada por una sucesión de saltos discretos "$\Delta R_2 / R_2 = 5\%$ y mayores", hacer una tabla idéntica a la del punto (b1) anterior.

   ¿Que conclusión saca acerca de la sensibilidad?

Problema 2.11

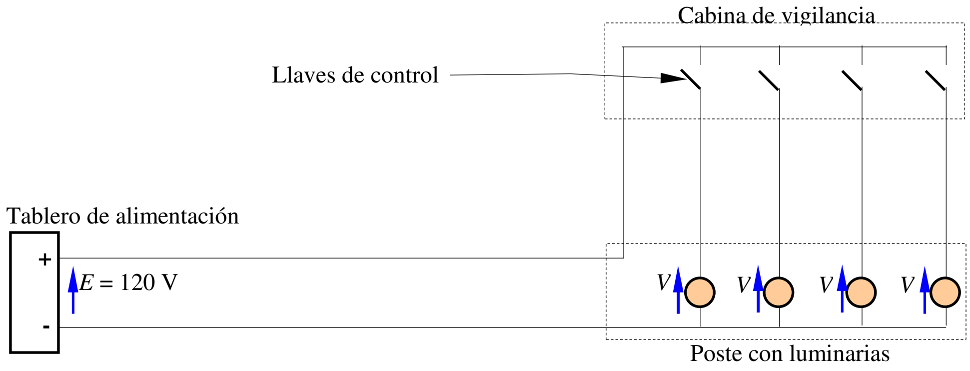


Figura P2.11

El cableado del circuito de la figura muestra la alimentación y el control de 4 reflectores de 2000W/120V cada uno. Dichos reflectores se encuentran instalados en la punta de un poste de 20 m de altura, apuntando cada uno, a uno de los cuatro puntos cardinales. El poste se encuentra localizado a 80 m del tablero de alimentación. El tablero dispone de una llave termomagnética conectada a una tensión de 120 V de corriente continua. Cada reflector es comandado por cada una de las 4 llaves de control, localizadas en una casilla de vigilancia ubicada a 40 m del poste en dirección perpendicular al tablero. Calcular:

1) Mínimo conductor a utilizar por capacidad térmica o de corriente. Considerar 40°C de temperatura ambiente.
2) Mínimo conductor a utilizar por caída de tensión. Para el caso se permite una desviación máxima de tensión de ± 5%..
3) Tensión "*V*" en los terminales de cada reflector.

Problema 2.12

El suministro de la demanda eléctrica necesaria para una obra en construcción, se efectúa desde un generador de corriente continua en 220 V, situado a 310 m, mediante un circuito alimentador cuyos conductores tienen una sección de 35 mm^2 y una resistividad de "0.01754 ohmios [mm^2/m]". El generador mencionado, debido a un dispositivo regulador de tensión, dentro de sus limites de suministro, es capaz de mantener la tensión de bornes, con independencia de la corriente que se esté entregando y fue diseñado para una corriente máxima de 40 A. Como consecuencia del aumento de demanda, se instala localizado en la propia entrada a la obra y en paralelo con el primer equipo, un nuevo generador que en vacío (sin carga) dispone de una fem de 230 V (ajustable ± 5%) y está diseñado para una corriente máxima de 12 A. Es necesario aclarar que a diferencia del primer generador, el nuevo generador no cuenta con un dispositivo regulador de tensión que compense la caída en su resistencia interna que es de 1,3 ohmios.

En caso que la demanda ampliada de la obra sea de 46 A, se desea saber ¿entre qué límites puede encontrarse el valor de la fem del generador, para que no se sobrecarguen los generadores?

Problema 2.13

Una línea de corriente continua de 350 m. de longitud, 400 mm^2 de Cu (ρ=0.01254 ohmios mm^2/m), alimenta una instalación industrial que se compone de 8 motores, idénticos, que absorben una potencia constante y por un sistema de alumbrado que consume 30 kW a 220 V. La resistencia y la tensión interna con que se representa cada motor son "r_M = 0,3 ohmios" y "V_M = 205 V". En el origen de la línea hay un grupo de 5 generadores, iguales en paralelo, cuya resistencia interna es de "r_G = 0,15 ohmios" para cada generador y su fem de "E_G = 230 V". De 7 hs. a 19 hs., el alumbrado no está conectado.

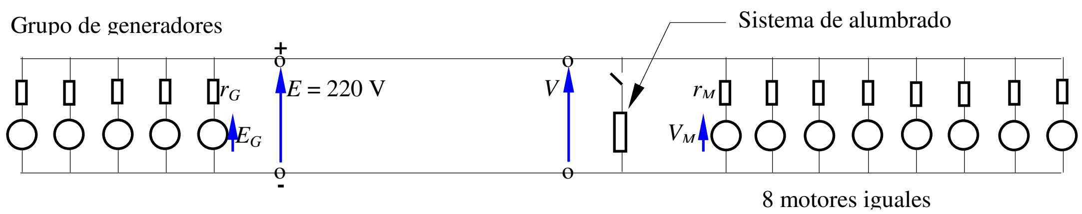


Figura P2.12

Nota: El rendimiento de los motores se puede suponer constante.

Se pide calcular:

1) Tensión de trabajo de los motores durante el día.
2) Tensión de trabajo de los motores durante la conexión del alumbrado.
4) Porcentaje máximo de alumbrado que se puede utilizar simultáneamente con los motores, para que la tensión no difiera más de un 10% de la nominal.
5) ¿Cuál es la mínima sección de los conductores de la línea que permite el funcionamiento de toda la instalación, en las condiciones del apartado anterior?

Problema 2.14

Una sistema de alumbrado absorbe una corriente de 300 A. La energía proviene de un generador situado a 500 m de distancia y se transporta mediante una línea de corriente continua, cuyos conductores son de Cu y 240 mm^2 (resistividad 0,01754 ohmios mm^2/m). La tensión en el extremo emisor se supone constante e igual a 220 V. Debido a una falla del aislamiento en uno de los postes soportes de la línea, situado a 350 m del generador, se produce una derivación que trae como consecuencia que la intensidad absorbida por el alumbrado descienda a 275 A. Se quiere determinar:

1) La tensión al final de la línea, antes de la falla.
2) Valor resistivo de la falla.
3) Intensidad en el origen de la línea, después de producirse la avería.