1. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN GRÁFICA

1.1 En un taller metalúrgico se fabrican dos tipos de piezas A y B, que deben seguir los siguientes procesos:

1. Estampado en hojas metálicas
2. Soldado
3. Pintado

La operación de estampado consiste en preparar partes idénticas que luego serán soldadas de a pares, formando la pieza A. El mismo proceso se realiza para la pieza B.

Los insumos de equipos son los siguientes, para la realización de cada una de las operaciones (expresados en segundos por pieza):

	Pieza		**Tiempo disponible (seg./semana)**
Operación	**A**	**B**	
Estampado de c/parte	3	8	48000
Soldado	12	6	42000
Pintado	9	9	36000

La utilidad unitaria es de $ 4 para la pieza A y $ 3 para la pieza B. Se desea establecer el programa semanal de producción que maximice la utilidad del taller con respecto a las piezas consideradas.

1.2 Un fabricante de bombones entrega sus productos en cajas de un kilogramo, en dos variedades, A y B.

La caja tipo A, contiene 300 gramos de bombones de licor, 500 gramos de bombones de nuez, y 200 gramos de bombones de fruta. La caja tipo B contiene 400 gramos, 200 gramos y 400 gramos de cada tipo de bombón respectivamente.

La utilidad por cada caja de tipo A es de $ 120, y por cada de tipo B es de $ 90.

El fabricante dispone de 100 kilogramos de bombones de licor, 120 kilogramos de bombones de nuez, y 100 kilogramos de bombones de fruta.

Se pide definir la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar en esta situación, para que su beneficio sea máximo.

1.3 Una empresa produce concreto usando los ingredientes A y B. Cada kilo de ingrediente A cuesta $ 60 y contiene 4 unidades de arena fina, 3 unidades de arena gruesa y 5 unidades de piedrecillas. Cada kilo de ingrediente B cuesta $ 100 y contiene 3 unidades de arena fina, 6 unidades de arena gruesa y 2 unidades de piedrecillas. Cada saco de concreto debe contener por lo menos 12 unidades de arena fina, 12 unidades de arena gruesa y 10 unidades de piedrecillas. Formule un modelo de programación lineal y resuélvalo gráficamente.

1.4 Una empresa ha ganado una licitación para pintar sendas peatonales de cruce de calles. Las bases exigen que en cada cruce la luminosidad tenga por lo menos 300 lúmenes. Adicionalmente, la reflexión nocturna debe ser de un mínimo de 150 luxes. Para preparar la pintura, se dispone de dos concentrados de pintura: ALUX y DULAX. Cada gramo de concentrado de ALUX entrega dos lúmenes y tres luxes. En cambio el concentrado de DULAX aporta cuatro lúmenes por gramo.

El kilogramo de ALUX cuesta \$ 450 y el de DULAX \$ 120. ¿Cómo deben mezclarse los concentrados?

1.5 Se desea definir las cantidades a fabricar en un período de tiempo determinado de dos productos A y B, cuyo procedimiento se realiza en dos centros de máquinas. Se conocen los datos referentes a los tiempos de procesos y disponibilidades en cada uno de los centros. Se sabe además que debe cumplirse con un pedido mínimo de 50 unidades de A. Al mismo tiempo, la producción de B debe ser por lo menos cuatro veces superior a la producción de A.

Se conocen los márgenes brutos de beneficio de cada producto, y se desea optimizar el beneficio total.

		A	**B**	**DISPONIBILIDAD**
Tiempos unitarios	**Máquina 1**	1	0.4	200
	Máquina 2	0.5	1	200
Margen bruto unitario		12	8	

Plantear y resolver el problema a fin de optimizar el margen total.

1.6 Es necesario alimentar racionalmente un rebaño de cabezas de ganado. La alimentación debe contener imprescindiblemente cuatro componentes nutritivos: A, B, C y D.

Se encuentran disponibles en el comercio dos alimentos: M y N, cuyas propiedades son las siguientes:

- Un kilogramo de alimento M contiene 100 gramos de A, 100 gramos de C y 200 gramos de D.
- Un kilogramo de alimento N contiene 100 gramos de B, 200 gramos de C y 100 gramos de D.

Cada animal debe consumir por día, como mínimo, 400 gramos de A, 600 gramos de B, 2000 gramos de C y 1700 gramos de D.

El alimento M cuesta \$ 10 el kilogramo y el alimento N, \$ 4 el kilogramo.

¿Qué cantidad de alimentos M y N debe suministrarse a cada animal diariamente para que la ración sea la más económica?

1.7 Una empresa automotriz está equipada para producir automóviles y camiones. Su planta fabril está organizada en cuatro departamentos: Estampado, Montaje de motores, Línea de montaje de automóviles y Línea de montaje de camiones.

La capacidad de producción de cada departamento está limitada de la siguiente forma:

- Estampado: 25000 automóviles o 40000 camiones por año.
- Montaje de motores: 33333 automóviles o 16667 camiones por año.

- Línea de montaje de automóviles: 22500 unidades por año.
- Línea de montaje de camiones: 15000 unidades por año.

Por otra parte, se desea producir como mínimo 12000 automóviles y 8000 camiones por año, estimándose asimismo en 18000 unidades la cantidad demandada máxima anual de automóviles.

El margen de beneficios es de $ 15000 por automóvil y $ 12500 por camión.

Se desea conocer el plan de producción que haga máximo el margen total de beneficios.

2. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIONES CON VARIAS VARIABLES

2.1 Se dispone de los metales A, B, C y D, que tienen las siguientes propiedades:

Metal	Densidad (DEN)	Carbono (CAR), %	Fósforo (FOS), %	Precio $ / kg
A	6500	0.2	0.05	2.0
B	5800	0.35	0.015	2.5
C	6200	0.15	0.065	1.5
D	5900	0.11	0.1	2.0

Se debe producir una aleación al mínimo costo posible, con los siguientes rangos de propiedades:

Rango	Densidad (DEN)	Carbono (CAR), %	Fósforo (FOS), %
Min	5950	0.1	0.045
Max	6050	0.3	0.055

Formular un modelo de PL que permita resolver este problema.

2.2 Un fraccionador de whisky importa el licor en tres distintas graduaciones A, B y C. Mediante la mezcla de estos licores, de acuerdo a sus fórmulas, se obtienen los whiskies de calidades comercializables Escocés, Kilt y Tartan.

Las citadas fórmulas especifican las siguientes relaciones entre los elementos a mezclar.

MARCA	ESPECIFICACION	Precio de Venta ($/litro)
Escocés	No menos del 60 % de A No más del 20 % de C	6.80
Kilt	No menos del 15 % de A No más del 60 % de C	5.70
Tartan	No más del 50 % de C	4.50

Se conocen también las disponibilidades y precios de los licores A, B y C que se indican en el siguiente cuadro.

TIPO	LITROS DISPONIBLES	PRECIO DE COSTOS ($/LITRO)
A	2000	7.00
B	2500	5.00
C	1200	4.00

Se desea definir la composición de cada marca para maximizar el beneficio total.

2.3 Existen siete tipos de píldoras vitamínicas que contienen, cada una de ellas, una cierta proporción de vitaminas de tres tipos diferentes. La siguiente tabla da los valores de unidades de cada vitamina por píldora.

	P1	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**
V1	5	0	2	0	3	1	2
V2	3	1	5	0	2	0	1
V3	1	0	3	1	2	0	6
Costo ($/unid.)	4	1	5	0.6	3.5	0.7	4

Se desea hallar una combinación de píldoras que proporcione exactamente 100 unidades de V1, 80 unidades de V2 y entre 120 y 160 unidades de V3. ¿Cuál es la combinación que cumple estas restricciones en la forma más económica?

Asumir que las píldoras se pueden partir (por ejemplo, es factible suministrar 2,3 píldoras de un tipo dado).

2.4 Un taller de tejido de pullovers elabora varios modelos, los que se pueden agrupar desde el punto de vista técnico-económico en tres tipos de prendas diferentes: A, B y C.

El taller posee 2 máquinas: I y II. Los pullovers A solo se pueden fabricar en la máquina I, los C en la II y los B en la I o en la II.

Las dos máquinas trabajan 2 turnos de 8 horas de lunes a viernes.

La materia prima utilizada es lana de dos calidades distintas: M se usa para los A y C, y N para los de tipo B. De la lana M es posible conseguir hasta 20 kg. por semana y de la N hasta 36 Kg. por semana.

Existe un compromiso con un importante distribuidor de entregar 10 pullovers de tipo B por semana. El objetivo del problema es maximizar los beneficios.

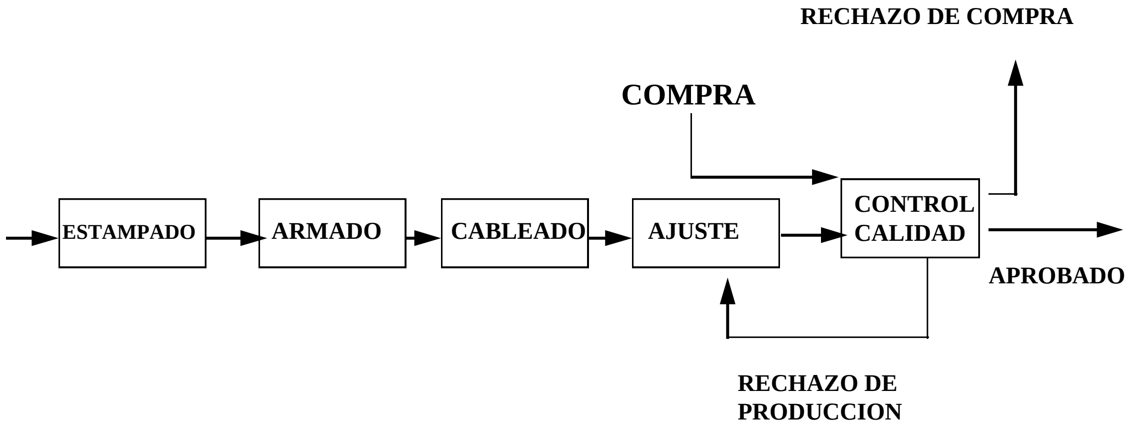
No es necesario que las prendas que comienzan a fabricarse en una semana se terminen durante la misma; es decir que pueden quedar pullovers a medio hacer de una semana para la próxima.

Los standards de producción, standards de Materia Prima y el beneficio unitario para cada tipo de pulóver se dan en el siguiente cuadro:

	Standard de Producción (hs/pulóver)		**Standard de Mat. Prima (Kg./pul.)**		**Beneficio unitario ($/pul.)**
	I	**II**	**M**	**N**	
A	5	-	1.6	-	1000
B	6	4	-	1.8	1500
C	-	4	1.2	-	1800
Disponibilidad semanal	80 hrs.	80 hrs	20 Kg.	36 Kg.	

2.5 Una fábrica de automotores cuenta con un taller propio para la producción de los tableros de los vehículos que fábrica, tarea que también puede encomendarse a proveedores. Los tableros comprados pasan también por el mismo sector de Control de Calidad. La fábrica necesita cuatro tipos de tableros: A, B, C y D para los que se cuenta con los datos referentes a sus tiempos de proceso en horas/tablero, tal como se muestra en la tabla.

El proceso de fabricación es el siguiente:



TABLERO	ESTAMPADO	ARMADO	CABLEADO	AJUSTE	CONTROL DE CALIDAD	
					PRODUCC.	COMPRA
A	0.05	0.10	0.20	0.08	0.02	0.03
B	0.05	0.12	0.25	0.10	0.03	0.05
C	0.05	0.14	0.30	0.06	0.03	0.04
D	0.05	0.18	0.25	0.10	0.03	0.04
DISPONIBILIDAD (HS)	1200	3600	5000	3000	3000	

En la tabla se indica también la disponibilidad en horas de los sectores y el tiempo de Control de Calidad de los tableros comprados. La fábrica necesita exactamente 4.000 tableros A, 3.000 tableros B, 8.000 tableros C y 5.000 tableros D. Los costos de producción y compra son los siguientes, medidos en $.

	A	B	C	D
PRODUCCION	500	600	1200	1000
COMPRA	800	750	1800	800

Un registro estadístico de Control de Calidad indica que el 90 % de los tableros producidos por la fábrica son aprobados, y el resto debe repetir la operación de ajuste y su posterior Control de Calidad. Con respecto a los tableros comprados, se aprueba el 80 % mientras que el resto se devuelve al proveedor, siendo controlado nuevamente al ser reintegrado por el mismo. Para un tablero reajustado, el porcentaje de aprobación es el mismo indicado. Se desea definir las cantidades a producir y comprar de cada tablero para hacer mínimo el costo total de la operación.

2.6 Cuatro fábricas envían sus productos a igual número de almacenes. Las capacidades de las fábricas y los costos de producción por unidad de producto en cada una de ellas se indican en la primera tabla.

Los costos de transporte (dados en $/u) de cada fábrica a cada almacén se muestran en la segunda tabla.

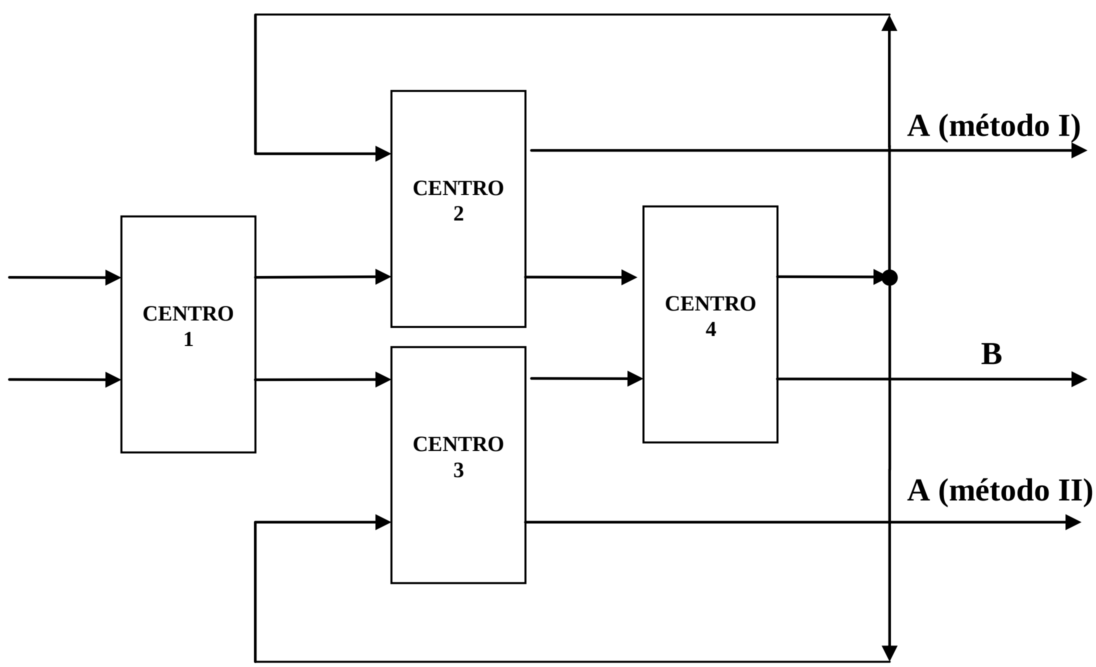
Las cantidades requeridas por cada almacén están dadas en toneladas.

Se desea establecer el programa de distribución que minimice el costo total.

Fábrica	Capacidad	Costo ($/unidad)
1	140	60
2	260	72
3	360	48
4	220	60

Fábrica	Almacenes			
	A	**B**	**C**	**D**
1	28	40	36	38
2	18	28	24	30
3	42	54	52	54
4	36	48	40	46
Requerimientos	180	280	150	200

2.7 Una empresa fabrica y vende dos productos A y B, cuyo diagrama de proceso es el siguiente:



El producto A puede seguir cualquiera de los dos procesos alternativos de producción, mientras que para el producto B existe un único procedimiento de fabricación.

Las características y rendimiento de los productos según sus procesos están dados en las siguientes tablas:

Producto	Centros	Tasa de procesamiento (litros/hora)	Rendimiento (%)	Costo proceso ($/hora)
A	1	300	90	1500
	2(1ª vez)	450	95	2000
	4	250	85	1800
	2 (2ª vez)	400	80	2200
	3	350	75	2500
B	1	500	90	3000
	3	480	85	2500
	4	400	80	2400

Producto	Costo materia prima ($/litro)	Precio de venta ($/litro)	Demanda máxima (litro/día)
A	50	60	1750
B	60	180	1500

Al realizarse el estudio se verificó que los centros 1 y 4 pueden funcionar como máximo 16 horas por día y los centros 2 y 3, solamente 12 horas netas por día.

Los medios de despacho de la empresa están limitados a una capacidad conjunta para A y B de 2500 litros diarios. Se deben producir al menos 600 litros por día de A.

Se pide determinar la mezcla de ventas que maximice el margen de beneficios.

2.8 Un granjero tiene 100 acres de campo que puede utilizar indistintamente para sembrar trigo o maíz. Los rendimientos anuales son de 60 bushel por acre de trigo y 95 bushels por acre de maíz.

Los requerimientos de mano de obra son de cuatro horas anuales por acre, con un adicional de 0.15 horas por bushel de trigo y 0.70 horas por bushel de maíz.

El costo de las semillas y fertilizantes es de 0.20 dólares por bushel de trigo y 0.12 dólares por bushel de maíz. El trigo se vende a 1.75 dólares por bushel y el maíz a 0.95 dólares por bushel.

A su vez, el trigo y el maíz pueden comprarse a 2.50 dólares y 1,50 dólares por bushel respectivamente.

El granjero puede dedicarse también a criar cerdos y/o pollos. Los cerdos se venden a 40 dólares cuando tienen un año de edad. Para los pollos se utiliza como unidad de medida la cantidad equivalente a un cerdo (es decir, el número de pollos necesarios para obtener un ingreso de 40 dólares en un año).

Los requerimientos alimenticios de un cerdo son de 25 bushels de trigo o 20 bushels de maíz por año (o una combinación), requiriendo de 25 horas de trabajo y ocupando 25 pies cuadrados de espacio cubierto. Una cantidad de pollos equivalentes requiere 25 bushels de trigo o 10 bushels de maíz (o su combinación), 40 horas de trabajo y 15 pies cuadrados de espacio cubierto.

El granjero dispone de 10000 pies cuadrados de espacio cubierto y puede utilizar 2000 horas anuales propias y 2000 horas anuales de su familia. Puede contratar personal a 1.50 dólares la hora, debiendo dedicar en este caso 0,15 horas de su tiempo a tareas de supervisión de cada hora contratada.

Averiguar cuál será la distribución de recursos del granjero que maximice sus beneficios y la consiguiente cantidad de acres sembrados de cada producto y la producción anual de cerdos y pollos.

2.9 Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen un límite de capacidad tanto en peso como en espacio. Los datos se resumen en la tabla:

Compartimiento	**Capacidad de peso (tn)**	**Capaidad. de espacio (pies^3)**
Delantero	12	7000
Central	18	9000
Trasero	10	5000

Además, para mantener el avión balanceado, el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad.

Se tienen ofertas para 4 cargamentos en un vuelo próximo ya que se cuenta con espacio:

Carga	**Peso (tn)**	**Volumen (pies^3/tn)**	**Ganancia ($/tn)**
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Se puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar qué cantidad de cada carga debe aceptarse y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo.

Formular un modelo de P.L.

2.10 Una empresa tiene actualmente K$10000 y desea maximizar su activo financiero total en 10 años. Al comenzar cada año, esta persona tiene cinco oportunidades de inversión. La inversión A tiene una rentabilidad de 12% luego de 2 años (p.ej., si se invierten K$4000 en A al comienzo del año 5, se tendrán K$4400 al comienzo del año 7). La inversión B tiene una rentabilidad de 17% luego de años. La inversión C tiene una rentabilidad de 35% luego de 5 años. La inversión D tiene una rentabilidad de 52% luego de 7 años. La inversión E tiene una rentabilidad de 70% luego de 9 años. Dado que el objetivo es maximizar el activo financiero en exactamente 10 años, no se deben hacer inversiones que generen rentabilidad luego del período de 10 años. Por ejemplo, la inversión D al comienzo del año 5 no genera retorno hasta el comienzo del año 12 (o fin del año 11), lo que no debe ocurrir.

Entonces, las únicas oportunidades para la alternativa de inversión D son al comienzo de los primeros cuatro años.

Las inversiones en las alternativas B y D están limitadas a K$5000 por año, y la inversión en C está limitada a K$2500 por año. Desarrollar un modelo de programación lineal que permita determinar el monto de dinero a colocar en cada inversión al comienzo de cada año de manera tal de maximizar el activo financiero total al finalizar los 10 años.

3. MODELIZACIÓN DE PROCESOS COMPLEJOS

Formular y resolver con LINDO los siguientes casos:

3.1 Una refinería de petróleo está constituida únicamente por 2 plantas: una unidad de Destilación Primaria (Pipestill) y una unidad de Craqueo Catalítico.

La refinería puede procesar 3 crudos distintos en su unidad de destilación, y de ella salen solamente cuatro productos intermedios: Nafta Virgen (NFV), Diesel Oil Virgen (DOV), Gas Oil Pesado (GOP) y Crudo Reducido (CRR). El Gas Oil Pesado se usa como alimentación del Cracking Catalítico, en el que a su vez se produce Nafta Catalítica (NFC) y Diesel Oil Catalítico (DOC). El Cracking Catalítico también puede alimentarse con Diesel Oil Virgen.

Todos los productos intermedios deben mezclarse convenientemente de manera que los productos finales a obtenerse cumplan con las especificaciones comerciales. Estos productos finales son:

Nafta comercial (NF), Diesel Oil comercial (DO) y Fuel Oil comercial (FO).

La Nafta comercial se obtiene como mezcla de la Nafta Virgen y de la Nafta Catalítica. El Diesel Oil Comercial es una mezcla de Diesel Oil Virgen, Nafta Catalítica y Diesel Catalítico. Finalmente, el Fuel Oil Comercial se produce mezclando Crudo Reducido, Diesel Catalítico, Diesel Oil Virgen y Nafta Virgen.

En las planillas de información básica se dan las capacidades de las plantas, rendimientos, disponibilidad de crudos, requerimientos de productos finales, costos de crudos y costos operativos, y precios de venta de los productos terminados.

CAPACIDADES DE PLANTAS	kBbl/D
Pipe Still (PS)	10.00
Cracking Catalítico (CC)	6.50

DISPONIBILIDAD DE CRUDOS	kBbl/D
Crudo 1 (CR1)	6.00
Crudo 2 (CR2)	6.00
Crudo 3 (CR3)	6.00

RENDIMIENTO DE CRUDOS	CR1	CR2	CR3
Nafta Virgen (NFV)	0.23	0.15	0.03
Diesel Oil Virgen (DOV)	0.28	0.31	0.27
Gas Oil Pesado (GOP)	0.40	0.35	0.27
Crudo Reducido (CRR)	0.08	0.18	0.42
TOTAL	**0.99**	**0.99**	**0.99**

RENDIMIENTO DEL CRACKING	DOV	GOP
Nafta Catalítica (NFC)	0.25	0.55
Diesel Oil Catalítico (DOC)	0.85	0.60
TOTAL	**1.10**	**1.15**

REQUERIMIENTOS MAXIMOS DE PRODUCTOS	kBbl/D
Nafta Comercial (NF)	4.00
Diesel Oil Comercial (DO)	4.00
Fuel Oil Comercial (FO)	Sin restricciones

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DE LA NAFTA	Nro. de Octano
Número de Octanos Mínimo de la nafta	80
Nafta Virgen (NFV)	59
Nafta Catalítica (NFC)	98

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DEL DIESEL OIL	%
Cantidad máxima de Nafta Catalítica (limitación de Flash Point)	10

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DEL FUEL OIL	V.B.N.
Viscosity Blending Number Mínimo del Fuel Oil	21
Crudo Reducido (CRR)	14
Diesel Oil Catalítico (DOC)	52
Diesel Oil Virgen (DOV)	42
Nafta Virgen (NFV)	60

COSTOS	US$/Bbl
Costo de adquisición del Crudo 1 (CR1)	170.0
Costo de adquisición del Crudo 2 (CR2)	150.0
Costo de adquisición del Crudo 3 (CR3)	130.0
Costo incremental del Pipe Still (PS)	5.0
Costo incremental del Cracking Catalítico (CC)	10.0

PRECIO DE VENTA	US$/Bbl
Nafta (NF)	290
Diesel Oil (DO)	240
Fuel Oil (FO)	210

El costo fijo de mantener la refinería operativa es de 200 kUS$ por día.

Se desea conocer cuál es la forma en que debe operarse la Refinería con el objeto de maximizar su ganancia. Analizar todos los resultados obtenidos.

3.2 Una empresa lechera elabora leche (LE), leche descremada (LD) y crema (CR) a partir de leche cruda obtenida de dos regiones: A, B y C. Los precios, los contenidos de grasa butirométrica y las propiedades de separación de los tres tipos de leche cruda difieren para cada región. Los datos para un día son los siguientes:

A) Leche cruda de la región A (LA):

- Costo: \$0,54 por litro los primeros 2.000 litros y \$0,58 por litro por cada litro excedente a los 2.000. Por ejemplo, adquirir 2.500 litros costaría 2.000 x 0,54 + 500 x 0,58
- Contenido de grasa butirométrica: [25%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 20% de leche tipo 1 (L1) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [41%] y un 80% de leche tipo 2 (L2) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [12%].
- Costo del proceso de separación 0,0125 \$/litro
- Disponibilidad diaria: 3000 litros

B) Leche cruda de la región B (LB):

- Costo: \$0,42 por litro si se adquiere menos de 1.800 litros, pero \$0,45 por litro si se adquiere más de 1.800 litros.
- Contenido de grasa butirométrica: [15%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 10% de leche tipo 3 (L3) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [43%] y un 90% de leche tipo 4 (L4) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [5%].
- Costo del proceso de separación 0,0175 \$/litro
- Disponibilidad diaria: 3500 litros

C) Leche cruda de la región C (LC):

- Costo: \$0,50 por litro.
- Contenido de grasa butirométrica: [20%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 5 % de leche tipo 5 (L5) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [45%], un 10% de leche de tipo 6 (L6) que tiene un contenido de grasa de [40%] y un 85% de leche tipo 7 (L7) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [6%].
- Costo del proceso de separación 0,018 \$/litro
- Disponibilidad diaria: 1500 litros

Una vez que la leche cruda es adquirida y recibida en la planta, se purifica en una máquina que tiene una velocidad de purificación diferente para cada tipo de leche: 1000 litros/hora, 833.33 litros/hora y 769.23 litros/hora para LA, LB y LC, respectivamente. Se puede despreciar el tiempo y el costo de set-up entre el procesamiento de un tipo de leche y otro, ya que es una operación muy rápida y no implica lavado o preparación previa de tanques o líneas. La purificadora puede trabajar las 24 horas y el costo es de \$200 por hora de operación.

Las leches purificadas se pueden mezclar directamente, o separar primero y mezclar después. Por ejemplo, parte de la leche de la región A puede enviarse directamente a la mezcla de crema (LACR), otra parte a la mezcla de leche entera (LALE), otra a la mezcla de la lecha descremada (LADE), y la otra parte pasa primero por el proceso de separación (LASM).

Los procesos de separación se realizan en una misma unidad, de manera que primero se procesa una leche purificada y luego las otras. La velocidad de procesamiento de separación de la leche de la región A es de 300 litros por hora, de la leche de la región B de 400 litros por hora y de la leche de la región C de 350 litros por hora. La unidad está disponible las 24 horas.

Las leches que salen del proceso de separación van a los tanques de mezcla. Así, por ejemplo, una parte de la leche separada de tipo 1 va a la mezcla de leche entera (L1LE), otra a la de la leche descremada (L1DE) y la otra parte va a la mezcla de crema (L1CR).

Los procesos de las mezclas que se realizan para cumplir con las especificaciones comerciales de las leches y de la crema se hacen en tanques separados y se pueden suponer sin costo.

Toda la crema procesada debe tener por lo menos un 40% de grasa butirométrica, se vende a $9 el litro, y tiene una demanda de 750 litros.

Toda la leche entera procesada debe tener por lo menos un 20% de grasa butirométrica, se vende a $4 el litro, y tiene una demanda de 4.000 litros. La lecha entera debe tener entre 10% y 20% de grasa, se vende también a $4 y tiene un demanda de 4.500 litros.

Formular un modelo de programación lineal para maximizar las utilidades diarias.

3.3 Una empresa fabrica 3 productos (A, B y C). Cada uno de ellos se elabora ensamblando componentes X, Y y Z, requiriendo el insumo de un producto químico especial y mano de obra, según se indica en la siguiente tabla:

		A	**B**	**C**
COMPONENTES (unidades)	**X**	2	4	2
	Y	4	2	2
	Z	1	1	1
INSUMO (gr)	**I**	10	12	9
MO (hs)		0.23	0.25	0.22

A su vez, los componentes se pueden fabricar internamente o comprar a proveedores. Para cada componente se han seleccionado las dos mejores ofertas (llamadas, respectivamente, O1 y O2).

Los componentes llevan subcomponentes, y para su armado se requieren distintos tipos de materia prima (MP1 y MP2), e insumen horas hombre y horas de máquina, conforme a la siguiente información:

		X	Y	Z
SUB-COMPONENTES (unidades)	**X1**	3	-	-
	X2	2	-	-
	Y1	-	1	-
	Y2	-	4	
	Z1	-	-	3
	Z2	-	-	3
	P	6	5	10
	Q	4	5	-
MATERIA PRIMA (gr)	**MP1**	2	1	2.5
	MP2	1.1	1.5	1.0
MO (hs)		0.02	0.01	0.03
HM (hs)		0.1	0.1	0. 2

Los precios de venta de los productos A, B y C, las cantidades demandadas para el período en análisis y los requerimientos mínimos a satisfacer de esa demanda son los siguientes:

	A	B	C
Demanda (unidades)	60	50	45
Requerimiento (unidades)	50	30	40
Precio de venta ($/u)	305	350	250

Los subcomponentes P, Q, X_i, Y_i y Z_i se pueden fabricar internamente o comprar a terceros. Si se fabrican internamente, los insumos son los siguientes:

	X1	X2	Y1	Y2	Z1	Z2	P	Q
Costo de materiales ($/unidad)	0. 1	0.12	0.08	0.4	0.2	0.1	0.2	0.3
Requerimiento de mano de obra (hs)	0.09	0.10	0.05	0.2	0.1	0.09	0.21	0.22
Requerimiento de máquina (hs)	0.2	0.15	0.1	0.3	0.25	0.25	0.33	0.27

Los datos correspondientes a costos y disponibilidades se muestran a continuación.

			Costo ($)	Disponibilidad
MANO DE OBRA (hora)		**NORMAL**	20	60
		EXTRA	40	20
INSUMO (gr)		**I**	10	1500
COMPONENTES COMPRADOS (unidad)	**OFERTA 1**	**X**	20	150
		Y	21	150
		Z	24	200
	OFERTA 2	**X**	26	300
		Y	27	300
		Z	28	150
MATERIA PRIMA (gr)		**MP1**	5	800
		MP2	6	600
SUBCOMPONENTES COMPRADOS (unidad)		**X1**	0.5	600
		X2	0.6	500
		Y1	0.7	400
		Y2	0.3	1000
		Z1	0.4	400
		Z2	0.6	450
		P	0.11	2200
		Q	0.15	2000
MAQUINA (hora)			5	60

3.4 Un alimento se produce refinando aceites crudos y mezclándolos. Los aceites crudos vienen en dos categorías: Aceites vegetales (A y B) y Aceites no vegetales (X, Y y Z).

Cada uno de ellos puede ser adquirido con entrega inmediata o comprado en el mercado futuro para ser entregado en un mes posterior. Los precios actuales y en el mercado futuro en $/ton son los siguientes:

Mes	A	B	X	Y	Z
1	110	120	130	110	115
2	130	130	110	90	115
3	110	140	130	100	95
4	120	110	120	120	125
5	100	120	150	110	105
6	90	100	140	80	135

El producto final se vende a $ 150/ton. El costo de almacenamiento para ambos tipos de aceite es de 5 $/ton por mes.

Los aceites vegetales requieren una línea de producción diferente a la de los no vegetales para ser refinados. En un mismo mes no es posible refinar más de 200 toneladas de aceites vegetales ni más de 250 toneladas de no vegetales.

No hay pérdida de peso en el proceso de refinación.

Es posible almacenar hasta 1.000 toneladas de cada tipo de aceite crudo para su uso posterior. El producto final y los aceites refinados no pueden almacenarse.

Hay una restricción técnica de dureza en el producto final ya que debe estar entre 3 y 6 unidades de dureza.

Se asume que la respuesta a la dureza en la mezcla tiene un comportamiento lineal. Las unidades de dureza de los aceites componentes son:

A	B	X	Y	Z
8.8	6.1	2.0	4.2	5.0

Actualmente hay 500 toneladas de cada tipo de aceite y se requiere que el stock final a fin del mes 6 sea el mismo para todos ellos.
Establecer la política de adquisición y de producción para maximizar los beneficios.

Variables:

SP: Stock promedio de aceites
ji: Cantidad de aceite (j = A, B, X, Y, Z) a comprar en el período i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)
Si: Stock de aceites al final del período i
Sji: Stock del aceite j al final del período i
Rji: Cantidad a refinar y mezclar del aceite j en el período i
Pi: Cantidad a vender del producto en el período i

4. RESOLVER POR EL MÉTODO SIMPLEX

Asumir en todos los casos que las variables son continuas, no-negativas.

4.1

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\leq 3 \\ x_2 &\leq 6 \\ 6x_1 + 4x_2 &\leq 36 \end{aligned}$$

Max: $Z = 8x_1 + 3x_2$

4.2

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq 460 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 420 \end{aligned}$$

Max: $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$

4.3

$$\begin{aligned} 6x_1 + 5x_2 &\leq 30 \\ x_2 &\geq 1 \\ -2x_1 + 2x_2 &\leq 6 \end{aligned}$$

Max: $Z = 5x_1 + 8x_2$

4.4

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\geq 3 \\ 4x_1 + 3x_2 &\geq 6 \\ x_1 + 2x_2 &\geq 2 \end{aligned}$$

Min: $Z = 2x_1 + x_2$

4.5

Max $Z = 6x_1 + 2x_2 + 3x_3$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 300 \\ 2.5x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\leq 1000 \\ x_2 + x_3 &= 200 \\ x_1 &\leq 200 \end{aligned}$$

Resolver por el método simplex y gráficamente los siguientes problemas, explicando el tipo de solución obtenida y cómo se detecta en la tabla final.

4.6 Max $Z = 6x_1 + 4x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 600 \\ 2.5x_1 + 4x_2 &\leq 1000 \\ x_1 &\leq 300 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.7 Max $Z = -2x_1 + 4x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_2 &\leq 3 \\ 4x_1 + 5x_2 &\leq 24 \\ 2x_1 + 2x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.8 Max $Z = 4x_1 + 4x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 6 \\ x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 12 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.9 Max $Z = 6x_1 + 4x_2$

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 &\leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 &\leq 60 \\ 3x_1 &\leq 45 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.10 Max $Z = 2x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} -5x_1 + 3x_2 &\geq 5 \\ x_1 + x_2 &\leq 4 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 10 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.11 Max $Z = x_1 + 8x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_2 &\geq 2 \\ 4x_1 + 6x_2 &\geq 24 \\ 10x_1 - 30x_2 &\geq 30 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.12 Min $Z = x_1 - 2 x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 2 \\ 2 x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 + 2 x_2 &\leq 8 \\ x_2 &\geq 1 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.13 Max $Z = 3 x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 2 x_1 + x_2 &\leq 1 \\ - x_1 + 2 x_2 &\geq 8 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.14 Max $Z = 8 x_1 + 6 x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 4 x_1 - x_2 &\leq 8 \\ 2 x_1 + x_2 &\leq 10 \\ 4 x_1 + 3 x_2 &\leq 24 \end{aligned}$$

Siendo $x_i \geq 0$

5. PROGRAMACIÓN DUAL

5.1 Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ejercicio 1.1

5.2 Formule el programa dual del siguiente problema directo, mediante la transformación simétrica.

5.3 Formule el programa dual del siguiente problema directo, mediante la transformación simétrica

5.4 Formule el programa dual del siguiente problema directo, mediante la transformación asimétrica

5.5 Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ejercicio 4.10

5.6 Obtener la tabla óptima del problema dual a partir de la óptima directa del ejercicio 4.2.

5.7 Ídem para el ejercicio 4.8.

5. 8 Ídem para 4.9.

5.9 Ídem para 4.12.

5.10 Determinar la matriz inversa del problema 4.1 y multiplicarla por el vector B

5.11 Determinar la matriz inversa del problema 4.3 y multiplicarla por el vector A_2

5.12 Resolver gráficamente el siguiente problema:

5.13 Obtener la tabla óptima del problema 4.1 si se incorpora al mismo una nueva variable x_6 con coeficientes: 2, 1, 6 y con $c_6 = 13$.

5.14 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 para el funcional: $-3\ x_1 + 2\ x_2$ (Max)

5.15 Ídem 5.14 para el funcional: $4\ x_1 + 3\ x_2$ (Min)

5.16 Obtener la tabla óptima del problema 4.3 para los siguientes términos independientes 30, 2, 6.

5.17 Ídem 5.15 para 30, 5, 6.

5.18 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 si se incorpora la siguiente restricción adicional:

5.19 Determinar la solución del problema 4.4 si se incorpora la siguiente restricción adicional:
$4\,x_1 + 2\,x_2 \leq 4$

5.20 Determinar la nueva solución para el problema 4.2 si se ha decidido eliminar la actividad x_2 del programa

6. ANÁLISIS POST-OPTIMAL DE LOS PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

6.1 En el problema 1.1 la primera y la última tabla de su resolución por el Método Simplex son:

Primera tabla:

			4	3	0	0	0
c_k	x_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0	x_3	48000	6	16	1	0	0
0	x_4	42000	12	6	0	1	0
0	x_5	36000	9	9	0	0	1
	Z =	0	-4	-3	0	0	0

Ultima tabla:

0	x_3	14000	0	0	1	5/3	-26/9
4	x_1	3000	1	0	0	1/6	-1/9
3	x_2	1000	0	1	0	-1/6	2/9
	Z =	15000	0	0	0	1/6	2/9

Se pide:

1. Identificar todas las variables del problema (directo y dual).

2. Informar sobre el significado de la solución óptima en términos de producción.

3. Calcular el rango de variación del coeficiente c_1 dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.

4. Determinar las curvas de oferta de los productos A y B.

5. Calcular el rango de variación de cada coeficiente b, dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.

6. Hallar analíticamente y graficar las variaciones de:

a. funcional

b. valor marginal soldadura

c. uso de estampado y uso de pintura.

d. valor marginal de estampado y de pintura.

e. producción de A y de B.

Cuando la disponibilidad de soldadura varía de cero a infinito.

7. Determinar la utilidad unitaria mínima que tendría que tener un producto C cuyos standards de producción son de 20, 8, 1 seg/pieza para Estampado, Soldado y Pintado para que convenga fabricarlo.

8. Determinar qué modificaciones habría que hacer en el plan de producción si la utilidad unitaria del producto C es de 5$/pieza.

9. Determinar qué modificaciones habría que hacer en el plan de producción si es necesario agregar un nuevo proceso para el cual los standards de A y B son 3 y 4 seg/pieza respectivamente, y hay 15000 seg. disponibles por semana.

10. ¿A qué valor se pueden vender a un interesado 10000 segundos de soldado?

6.2 Un establecimiento que fabrica dos productos A y B desea planificar su producción haciendo máximo el margen de contribución a gastos generales. Las restricciones con que cuenta son:

- Capacidad de despacho: 8000 u. máximo a despachar en conjunto de A y B.
- Capacidad de máquina: 540 hs. disponibles
- Utilización estándar de máquina de A: 0.09 hs/u.
- Utilización estándar de máquina de B: 0.06 hs/u.
- Producción mínima: 3000 u. como mínimo en conjunto entre A y B.
- Cantidad demandada Máxima: 5000 u de A. y 6000 u de B.

Los márgenes de contribución unitarios son 60 $/u y 120 $/u para los productos A y B respectivamente.

1. Resolver el problema gráficamente

2. Hallar resolviendo gráficamente y graficar las variaciones de:

a. funcional.

b. producción de A y B

c. uso de despacho y hs. de máquina.

cuando la cantidad demandada máxima de B varía entre cero e infinito.

3. Lo mismo que 2 cuando la restricción de producción conjunta mínima varía entre cero e infinito.

4. Lo mismo que 2 cuando la disponibilidad de hs. máquina varía entre cero e infinito.

5. Determinar la curva de oferta del ítem A.

6.3 En una fábrica se desea analizar la operación de un sector integrado por tres equipos E1, E2 y E3 donde se procesan los productos A, B y C. Los tiempos de proceso de los productos son los del siguiente cuadro, medidos en horas de equipo/docena de producto.

	A	**B**	**C**
Equipo 1	0.8	0.8	0.3
Equipo 2	0.6	1.2	
Equipo 3	0.6	1.0	0.6

Se ha determinado además la disponibilidad mensual de cada uno de los equipos. Esta importa respectivamente 160, 180 y 110 horas. Asimismo se estima en 100 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto A y en 120 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto B.

Por otra parte, la Dirección de la empresa desea producir como mínimo 80 docenas mensuales del producto B.

El margen de beneficio de cada producto, es de 50 $/docena de A, 40$/docena de B y 30$/docena de C.

El programa óptimo es el que hace máximo el margen total de beneficio.

Habiéndose resuelto el problema por programación lineal y disponiéndose de la tabla óptima obtenida por el Método Simplex, se pide:

1. Identificar todas las incógnitas del problema (directo).
2. Informar sobre el significado de la solución óptima obtenida.
3. Calcular el rango de variación de cada coeficiente c_j, dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.
4. Obtener la tabla óptima del problema dual.
5. Identificar todas las incógnitas del problema dual.
6. Informar sobre el significado de la solución óptima del dual.
7. Calcular el rango de variación de cada coeficiente b_j, dentro del cual no se altere la estructura de la solución óptima hallada.
8. ¿Qué ocurre si el margen de beneficios del producto C se eleva a 35 $/docena?
9. ¿Qué ocurre si la disponibilidad de Equipo 1 se torna inferior a 104 hs/mes?
10. ¿Qué ocurre si la disponibilidad de Equipo 3 disminuye en más de 30 hs.?
11. ¿A qué precio se pueden vender 30 horas de Equipo 3?
12. ¿Convendrá producir el producto D, nuevo, cuyo insumo de los equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1.4; 1.2 y 0.5 hs. por docena; no tiene restricción de demanda y su margen de beneficios es de 45 $/docena?
13. ¿Convendrá producir el producto E, nuevo, cuyo insumo de los equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1.0; 1.2 y 1.0 hs. por docena; no tiene restricción de demanda y su margen de beneficios es de 75 $/docena?
14. ¿Qué ocurre si la dirección decide producir un mínimo de 60 docenas mensuales de B en vez de la cifra actual de 80? ¿Cuánto pasa a valer el funcional?

6.4 Para el ejercicio 2.4 se pide:

1) Definir las variables del problema (directo y dual).
2) Expresar la solución en términos de un programa de producción, indicando el porcentaje de utilización de los recursos.
3) Determinar los valores marginales y los costos de oportunidad.
4) Calcular el rango de variación de los coeficientes de costo y de los valores de las restricciones, conservando la estructura de la solución.

5) Analizar la conveniencia de solicitar un aumento en la provisión de lana de tipo "M" si se sabe que dicho aumento solo sería factible reduciendo la provisión de lana de tipo "N" a razón de 2 Kg. de merma en esta última, por cada 1 Kg adicional de la primera.

   Por ejemplo, si el proveedor entregara 21 Kg. de "M" la entrega máxima de "N" sería de 34 kg.

   En caso de ser conveniente dicho aumento, determinar:

   a. ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?

   b. ¿Cuál sería la cantidad de lana de cada tipo a entregar semanalmente por cada proveedor?

   c. ¿Cuál sería el reordenamiento de producción necesario para obtener dicho beneficio máximo? Analizar el cambio a realizar en relación a la utilización de las disponibilidades de los otros recursos.

   d. ¿Cuánto habría que aumentar el precio de los pullovers "A" para que su fabricación sea conveniente?

Las siguientes son las tablas primera y óptima del problema resuelto:

			1000	1500	1500	1800						-M
c_k	**x_k**	**B_k**	**A_1**	**A_2**	**A_3**	**A_4**	**A_5**	**A_6**	**A_7**	**A_8**	**A_9**	**μ_9**
0	**x_5**	80	5	6	0	0	1	0	0	0	0	0
0	**x_6**	80	0	0	4	4	0	1	0	0	0	0
0	**x_7**	20	1.6	0	0	1.2	0	0	1	0	0	0
0	**x_8**	36	0	1.8	1.8	0	0	0	0	1	0	0
-M	**μ_9**	10	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	1

	x_9	6.66	-0.5	0	0	0	0.166	0.250	-0.833	0	1	
1500	**x_3**	3.33	-1.33	0	1	0	0	0.250	-0.833	0	0	
1800	**x_4**	16.66	1.33	0	0	1	0	0	0.833	0	0	
	x_8	6.00	0.9	0	0	0	-0.3	-0.45	1.5	1	0	
1500	**x_2**	13.33	0.833	1	0	0	0.16	0	0	0	0	
	Z =	55000	650	0	0	0	250	375	250	0	0	

6.5 Una empresa petroquímica puede fabricar cuatro productos x_1, x_2 x_3 y x_4, cuyas contribuciones marginales por m^3 son, respectivamente, \$ 100, \$ 200, \$ 150 y \$-50. Los recursos restrictivos son Disponibilidad de la Materia Prima (en m^3) C y del aditivo J (en litros). Existe una política comercial de fabricar por lo menos 100 m^3 por semana de x_1. Dadas la primera y última tabla del problema:

1. Completar (indicando cómo se procedió) la última tabla del simplex. (No resolver con simplex para responder a esta pregunta).
2. A partir del observación de la solución óptima, contestar y justificar las siguientes preguntas:
   a. Si la contribución marginal de x_3 fuera \$ 160, convendría fabricarlo?
   b. Convendría comprar 1 m^3 de Materia Prima C a \$50 a un proveedor?
   c. Convendría vender 1 litro de aditivo J a \$ 45 a un interesado?
   d. Convendría comprar 1 m^3 de x_1 a \$100 a un tercero para cumplir con la restricción de producción mínima?
3. Formular el problema dual correspondiente al problema original. Interpretar cada restricción de dicha formulación.

4. Transformar la tabla óptima directa en la tabla óptima dual.
5. Determinar el rango de validez de la contribución del componente x_4, dentro del cual se mantiene la solución óptima directa, y de la disponibilidad de C dentro de la cual se mantiene la solución óptima dual.
6. Si se introdujera la restricción de que se deben fabricar por lo menos 50 m^3 de x_3 por semana, cuál debería ser la producción de cada producto?
7. ¿Conviene introducir un nuevo producto x_8 cuya contribución marginal es de -10 $\$/m^3$? Cada m^3 de este nuevo productor requirere 1 m^3 de Materia Prima C y genera como subproducto 1 litro de aditivo. Si no conviene, cuál debería ser la contribución marginal para que convenga?

	x_K	**B**	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	μ_7
Disp C (m^3)	x_5	900	1	1	1	1	1			
Disp J (l)	x_6	60	5	4	3	-2		1		
Prod. Min (m^3)	μ_7	100	1	0	0				-1	1
	x_2						0.333	0.167	1.167	
	x_1						0	0	-1	
	x_4						0.667	-0.167	-0.167	

6.6 Para el problema 2.2 se obtuvo el informe de solución óptima y análisis de sensibilidad del sistema LINDO, indicado más abajo. En base al mismo, responder las siguientes preguntas:

1) ¿Convendría vender Tartan si el precio de venta fuera de $5.5/litro?

2) ¿Cuál es el rango de variación del precio del Kilt dentro del cual no se modifica la solución óptima propuesta?

3) ¿En cuánto debería incrementarse el precio de venta del Tartan para que convenga incluir licor A en su mezcla?

4) ¿Qué pasaría si el precio de venta del whisky escocés se redujera en $6.3?

5) Si el precio de venta del licor B aumentara en $1, ¿convendría utilizarlo?

6) Determinar los límites superior e inferior de la disponibilidad del licor A, dentro de los cuales no se modifican las variables duales óptimas.

7) ¿Cuál sería el impacto en el funcional por cada litro que se redujera la exigencia de que la cantidad de licor de A a Escocés debe ser mayor al 60% del producido?

8) ¿Cuál es el precio máximo que se podría pagar por cada litro de licor B adicional, y hasta qué valor de disponibilidad?

9) Si un tercero quisiera comprar 300 litros de licor C, ¿cuál debería ser el precio mínimo de venta de esa cantidad?

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP     12

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        Z)      3988.889

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
         E      2544.444336          0.000000
         K      3155.555664          0.000000
         T         0.000000          0.000000
         A      2000.000000          0.000000
         B      2500.000000          0.000000
         C      1200.000000          0.000000
        AE      1526.666626          0.000000
        AK       473.333344          0.000000
        AT         0.000000          3.277778
        BE       508.888885          0.000000
        BK      1991.111084          0.000000
        BT         0.000000          0.833333
        CE       508.888885          0.000000
        CK       691.111084          0.000000
        CT         0.000000          0.833333


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
   DISP_A)         0.000000          0.777778
   DISP_B)         0.000000          0.333333
   DISP_C)         0.000000          1.333333
    BAL_A)         0.000000          7.777778
    BAL_B)         0.000000          5.333333
    BAL_C)         0.000000          5.333333
    BAL_E)         0.000000         -5.333333
    BAL_K)         0.000000         -5.333333
    BAL_T)         0.000000         -4.500000
   AE_MIN)         0.000000         -2.444444
   CE_MAX)         0.000000          0.000000
   AK_MIN)         0.000000         -2.444444
   CK_MAX)      1202.222168          0.000000
   CT_MAX)         0.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=      12


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
        E       6.800000         1.000000         0.411765
        K       5.700000         0.875000         0.250000
        T       4.500000         0.833333         INFINITY
        A      -7.000000         INFINITY         0.777778
        B      -5.000000         INFINITY         0.333333
        C      -4.000000         INFINITY         1.333333
       AE       0.000000         1.666667         0.686275
       AK       0.000000         1.833333         1.666667
       AT       0.000000         3.277778         INFINITY
       BE       0.000000         0.000000         1.692308
       BK       0.000000         1.692308         0.000000
       BT       0.000000         0.833333         INFINITY
       CE       0.000000         5.000000         0.000000
       CK       0.000000         0.000000         0.781250
       CT       0.000000         0.833333         INFINITY
```

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
DISP_A	2000.000000	1829.411621	1347.058838
DISP_B	2500.000000	7633.333008	1639.393799
DISP_C	1200.000000	4508.333008	647.916626
BAL_A	0.000000	1829.411621	1347.058838
BAL_B	0.000000	7633.333008	1639.393799
BAL_C	0.000000	4508.333008	647.916626
BAL_E	0.000000	1639.393799	477.083313
BAL_K	0.000000	1639.393799	7633.333008
BAL_T	0.000000	0.000000	INFINITY
AE_MIN	0.000000	352.307709	1352.499878
CE_MAX	0.000000	508.888885	508.888885
AK_MIN	0.000000	1144.999878	355.000000
CK_MAX	0.000000	INFINITY	1202.222168
CT_MAX	0.000000	INFINITY	0.000000

7. PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA ENTERA

7.1 Resolver gráficamente:

$$3\,x_1 + 4\,x_2 \leq 12$$
$$5\,x_1 + 2\,x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

$$Z = 8\,x_1 + 6\,x_2 \rightarrow \text{Máx}$$

7.2 Resolver el siguiente problema como problema continuo utilizando el Simplex. Determinar luego una solución entera redondeando la solución encontrada. Analizar la validez de la solución así obtenida. Obtener la solución óptima en forma gráfica.

7.3 Resolver utilizando el algoritmo de Branch and Bound:

7.3.1)

$$6\,x_1 + 8\,x_2 \leq 20$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

$$Z = 2\,x_1 + 3\,x_2 \rightarrow \text{Máx}$$

7.3.2)

$$14\,x_1 + 6\,x_2 \leq 25$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

$$Z = 28\,x_1 + 11\,x_2 \rightarrow \text{Máx}$$

7.3.3)

$$2\,x_1 + 2\,x_2 \leq 9$$
$$3\,x_1 + x_2 \leq 11$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

$$Z = 5\,x_1 + 2\,x_2 \rightarrow \text{Máx}$$

FORMULAR Y RESOLVER CON EL SISTEMA LINDO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS:

7.4 Un supermercado que funciona las 24 horas tiene los siguientes requerimientos mínimos para los cajeros:

Periodo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Turno	**3-7hs**	**7-11hs**	**11-15hs**	**15-19hs**	**19-23hs**	**23-3hs**
Número mínimo	7	20	14	20	10	5

Cada cajero trabaja 8 horas consecutivas. Los turnos comienzan al inicio de cualquiera de los 6 periodos.

Determinar la cantidad de empleados que deberán disponerse en cada turno para satisfacer las necesidades con el mínimo del personal.

7.5 Una empresa de logística puede transportar en un camión 5 artículos (una unidad de cada uno de ellos), pero no deben superar los 30 m^3 que el camión puede cargar. Los valores que cobra la empresa por cada artículo que transporte se indica a continuación.

Artículo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Volumen (m^3)	26	16	12	7	3
Precio	100	60	70	15	15

¿Qué artículos deberá transportar para maximizar el ingreso total sin sobrepasar restricción de volumen?

7.6 Una empresa organizadora de exposiciones está considerando la exhibición de 5 productos de diferentes compañías en 50 m^2 de espacio de estantes disponibles para exhibiciones. Los requerimientos de espacio de cada compañía y el pago ofrecido por cada una de ellas es el siguiente:

Producto	**Compañía**	**Pago $**	**Requer.m^2**
1	A	100	17
2	B	75	15
3	C	115	20
4	D	50	15
5	E	135	20

¿Cómo debe asignar su espacio para maximizar los ingresos?

7.7 Una empresa compra rollos a 2 m, de ancho de papel de autoadhesivo y los vende, luego de cortarlos, en anchos de 40 cm., 60 cm., 70 cm., y 1.2 m.

La empresa tiene pedidos por 1000 rollos de 40 cm., 1500 rollos de 60 cm., 1600 rollos de 70 cm. y 1200 de 1.2 m.

Construir el modelo matemático que permita obtener la mejor distribución (mínimo desperdicio) para satisfacer la demanda.

7.8 Una compañía aérea está analizando la posibilidad de adquirir varios aviones nuevos. Existen 3 tipos de aviones entre los que se pueden elegir. El objetivo es adquirir los nuevos aviones al mínimo costo posible, sujeto a los requerimientos de capacidad y mantenimiento.

Los nuevos aviones deben transportar un total de 3.400 pasajeros y deben tener un tiempo total de mantenimiento que no exceda las 250 hrs mensuales.

Hay solo 5 aviones BI-START disponibles para la compra.

	Costo (MUS$)	**Capacidad (pasajeros)**	**Tiempo de mantenim. (hs/mes)**
DC 33	10	350	25
BOEING 797	15	450	15
LOCKHEED BI-START	12	400	15

7.9 Se debe establecer una dieta que consta de 4 fuentes alimentarias satisfaciendo los siguientes requerimientos nutritivos mínimos (en unidades):

A	**B**	**C**	**D**	**E**
1000	2500	1500	2000	500

Las unidades que aporta 1 kg de cada fuente alimentaria son las siguientes:

	NUTRIENTES				
Fuente	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1	100	400	200	600	300
2	200	250	200	700	200
3	150	350	250	400	100
4	200	350	250	200	200

Los costos por kg, de cada fuente alimenticia, costos de la orden de compra y las disponibilidades de cada una de ellas son:

Fuente	**Costo ($/kg)**	**Costo de Orden ($)**	**Disponibilidad (kg)**
1	0.375	10	20
2	0.5	7,5	18
3	0.4	8	40
4	0.4	6	8

¿Cuántos kg. habrá que comprar de cada fuente alimentaria?

7.10 Una empresa desea elegir la combinación más redituable de proyectos entre diversas alternativas, sujeta a una fuente limitada de proyectos.

PROYECTO	Valor presente neto estimado $	Año 1 $	Año 2 $	Año 3 $	Año 4 $
1. Expansión de la Planta	180000	30000	40000	40000	30000
2. Maquinaría nueva	30000	12000	8000	0	4000
3. Nuevas investigaciones s/productos	72000	30000	20000	20000	20000
4. Transf. de tecnología y adquisición de patentes	80000	20000	40000	40000	10000
5. Desarrollo nuevos mercados	50000	20000	10000	10000	10000
Fondos disponibles de capital		85000	80000	80000	70000

7.11 Una empresa que fabrica partes para la industria automotriz puede verse obligada a comprar partes a una compañía competidora para satisfacer las demandas comprometidas.
La compañía tiene 4 productos que se fabrican en 6 máquinas. Los tiempos de producción en horas para fabricar los productos, el tiempo disponible de cada máquina y la cantidad de unidades comprometidas por semana se indican a continuación:

	MAQUINARIA						
Producto	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Requerimiento semanal**
1	0.08	0.04	0.04	--	0.06	0.12	250
2	--	0.02	0.10	0.30	0.18	0.13	300
3	0.04	0.12	--	0.15	0.5	0.45	250
4	0.12	0.08	0.35	--	--	0.10	250
Disponib. (hs/semana)	60	60	60	50	50	60	

Los costos de fabricación internos y los precios de compra de los productos al proveedor externo (que están sujetos a descuentos por cantidad), son los siguientes:

	Costo de Fabricación	1- 100 u	100 - 200 u	> 200 u
1	$ 2.6	3.15	3.1	3.0
2	$ 2.25	2.75	2.5	2.45
3	$ 4.4	4.7	4.6	4.5
4	$ 2.1	2.3	2.75	2.15

Plantear un modelo matemático que permita determinar las cantidades óptimas a fabricar y comprar de cada una los productos.

7.12 El gerente de una línea de producción de una empresa de electrónica debe asignar personal a 5 tareas. Existen 5 operadores disponibles para asignar. El gerente de línea tiene datos de prueba que reflejan una calificación numérica de productividad para cada operario en cada uno de los trabajos.
Suponiendo que un operador pueda ejecutar un solo trabajo, plantear un modelo que lleve a la asignación óptima de tareas.

	Número de Trabajo				
Operario	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	12	16	24	8	2
2	6	8	20	14	6
3	10	6	16	18	12
4	2	4	2	24	20
5	7	10	6	6	18

7.13 Una empresa quiere evaluar cuáles de los nuevos productos A, B, C y D (y en qué cantidades mensuales) conviene introducir a su línea de fabricación.
Se dispone de los siguientes datos:

	REQUERIMIENTOS UNITARIOS DE RECURSOS					
Producto	**Mano de Obra (hh)**	**Materiales (kg.)**	**Equipo (horas)**	**Incremento mensual de costo fijo por fabricar el producto ($)**	**Precio unitario de ventas ($)**	**Venta máxima mensual (unidad)**
A	1	2	0.1	10000	21	2000
B	0.8	1.4	0.1	9000	18	2000
C	1	3	0.2	11000	25	2500
D	0.9	2	0.07	9000	11	1600
Costo unitario	7 $/hh	1 $/Kg	10 $/h			
Disponibilidad semanal	3500 hh	6500 Kg	500 h			

7. 14 Una compañía intenta decidir la mezcla de productos que debería producir en la próxima semana. La producción semanal de piezas debe ser completa, de manera que no pueden quedar artículos a medio fabricar. La compañía siete productos, cada uno de ellos con un ingreso ($) por unidad y requiere un tiempo de utilización de mano de obra para su fabricación (en hh por unidad) tal como se indica más abajo:

Producto	Precio de venta ($/u)	Mano de Obra (hh/u)	Requerimiento de MP (Kg/u)
1	10	1.0	2
2	22	2.0	3
3	35	3.7	5
4	19	2.4	3
5	55	4.5	10
6	3	0.7	3
7	115	9.5	20

La compañía tiene 720 hh disponibles para la próxima semana y 1000 Kg de materia prima (MP). El costo de cada hh es de $ 2.5 y el de cada Kg. de MP es de $ 2.4.

Se tienen, además, las siguientes restricciones adicionales en el programa:

- Si se produce al menos una unidad del producto 7, se incurre en un costo fijo adicional de $2000.
- Cualquier unidad del producto 2 que se fabrique por encima de 100 unidades requiere un tiempo de producción de 3.0 hh en lugar de 2.0. Por ejemplo producir 101 unidades del producto 2 requiere 100(2.0) + 1(3.0) hh.
- Si se fabrican los productos 3 y 4 (ambos), se necesitan 75 hh para la preparación de la línea de producción, de manera que la disponibilidad (efectiva) de mano de obra cae a 720 - 75 = 645.
- Si se producen menos de 20 unidades del ítem 5, entonces se incurre en un costo fijo de $ 1000.
- Si se fabrican más de 4 productos diferentes en la semana, entonces se incurre en un costo fijo de $ 3000
- No se pueden vender más de 100 unidades del producto 1 ni 50 del producto 5

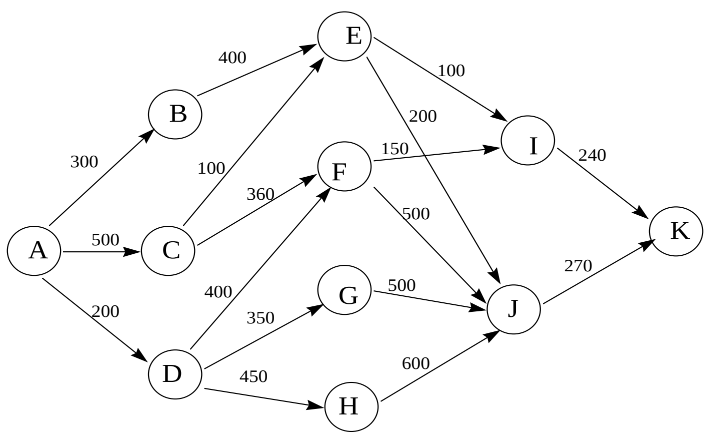
Formular un modelo matemático que permita determinar la combinación óptima de productos a fabricar.

7.15 Formular como problema de programación matemática el siguiente proyecto para determinar el Camino Crítico. Interpretar las variables duales.

NOTA: Rever este problema luego de haber sido estudiado el tema de Administración de Proyectos por Camino Crítico.

Tarea	Nodo inicio/ Nodo final	Duración
A	(1,2)	2
B	(2,3)	3
C	(2,4)	5
D	(3,5)	4
E	(3,6)	1
F	(4,6)	6
G	(4,7)	2
H	(5,8)	8
I	(6,8)	7
J	(7,8)	4

7.16 Una persona debe viajar desde la ciudad A hasta la ciudad K y quiere minimizar la distancia a recorrer. Las conexiones entre ciudades y distancias entre puntos adyacentes se muestran en la red. Plantear el problema como P.L. entera.



7.17 Un holding de empresas multinacional ha decidido invertir en el país 600 M$, de los cuales tendrá disponibles en forma inmediata 400 M$ y el resto al cabo de un año. Ha analizado 12 proyectos de inversión, de los cuales se dispone de la siguiente información:

PROYECTO	AÑO										
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	-100	-50	-5	10	20	50	50	70	40	20	50
2	-120	10	10	20	30	30	20	20	40	40	
3	-60	-60	-10	-5	40	40	50	50	40	30	
4	-30	-40	20	50	20	15	0	10			
5	-60	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
6	-20	-50	-10	-10	30	30	30	30	30	30	
7	-50	5	10	10	10	10	20	15	10	5	
8	-100	50	50	20							
9	-40	60	10								
10	-10	-50	40	20	15	10	5				
11		-100	10	50	50	40	10	50			
12	-50	-30	-20	100	100						

1. Determinar en qué proyectos deberá invertir el holding con el objeto de maximizar el Valor Actual Neto (VAN) total, teniendo en cuenta que al finalizar los años 4, 5, 6 y 7 se requiere que el flujo de ingresos mínimo total sea de M$ 150, 150, 100 y 50 respectivamente.
2. Cómo sería la solución si se agrega la restricción de que si se invierte en el proyecto 11 no se puede invertir también en el proyecto 12.

7.18 Determinar qué modificaciones habría que hacer sobre la formulación del problema 3.1 y cuál sería la nueva solución si los precios de los crudos tienen la siguiente política de descuentos por cantidad:

COSTOS DE ADQUISICION (US$/Bbl)	Hasta 3 MBbl./día	Por más de 3 MBbl./día
Crudo 1 (CR1)	3,70	3,60
Crudo 2 (CR2)	3,30	3,00
Crudo 3 (CR3)	2,90	2,70

8. EXTENSIONES A LA PROGRAMACIÓN LINEAL

8.1 Para el siguiente problema lineal:

Minimizar $Z = 6\,x_1 - 8\,x_2 + 2\,x_3 - 4\,x_4$

$$\text{sujeto a:}\quad \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 \leq 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 \geq -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \end{array}$$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

x_4 no tiene restricción de no negatividad

Formular el problema para resolverlo por simplex

8.2 Se pueden procesar tres productos en dos centros de máquinas. Las variables son:

A, B y C cantidades a producir de los tres productos (se admiten valores continuos).

R_1 y R_2 cantidades de material prima en kilogramos.

T_1 y T_2 tiempos requeridos en las máquinas.

Utilidades:	$U = 20\,A + 30\,B + 25\,C - 6\,R1 - 8\,R2$
Tiempo máquina 1:	$T_1 = 5\,A + 8\,B + 10\,C$ (horas)
Tiempo máquina 2:	$T_2 = 8\,A + 6\,B + 2\,C$ (horas)
Materia Prima 1:	$R_1 = 1\,A + 2\,B + 0.75\,C$
Materia Prima 2:	$R_2 = 0.5\,A + 1\,B + 0.5\,C$
Límite de mercado A:	$A \leq 10$
Límite de mercado B:	$B \leq 20$
Límite de mercado C:	$C \leq 10$
Disponibilidad Máquina 1:	$T_1 \leq 100$
Disponibilidad Máquina 2:	$T_2 \leq 100$

Se tienen tres metas, listadas en orden de prioridad.

- ✓ Meta 1: Se desea que la producción mínima de los productos sea de por lo menos 5 unidades.
- ✓ Meta 2: Preferentemente, la utilidad debería ser de, al menos, 150.

- ✓ Meta 3: Sería deseable que el tiempo total utilizado entre las dos máquinas no fuera ser superior a 150 horas.

Formule el modelo lineal para resolver el problema.

8.3 Una empresa está considerando 3 nuevos productos para remplazar los modelos actuales que se están discontinuando. La gerencia estableció 3 metas:

1) Lograr una utilidad a largo plazo (NPV) de al menos M$120 a partir de estos productos.
2) Mantener el nivel actual de empleo de 4000 trabajadores.
3) Sostener la inversión de capital a menos de M$ 60.

Sin embargo, la dirección se da cuenta de que, probablemente, no se alcancen las 3 metas simultáneamente. Esto ha llevado a establecer pesos de penalización de 5, si no se llega a la meta 1 (por cada millón de $ de menos), de 2 por sobrepasar la meta 2 (por 100 trabajadores), de 4 por quedar debajo de la meta 2 y de 3 por exceder la meta 3 (por millón de $ de más)

La contribución de cada nuevo producto a cada criterio es (por c/millón de piezas):

	1	2	3
Utilidad a largo plazo [NPV] (MU$S)	12	9	15
Nivel de empleo	500	300	400
Inversión de capital (MU$S)	5	7	8

Plantear el problema matemático que permita resolver el problema.

8.4 Una empresa fabrica 3 clases de abrigos para caballeros A, B, y C.

Los datos de requerimientos de recursos y sus disponibilidades son los siguientes:

	A	**B**	**C**	**Disponibilidad**
Mano de obra depto. 1	4 hs	12 hs	10 hs	8000 hs
Mano de obra depto. 2	6 hs	6 hs	16 hs	4000 hs
Materiales	8 m^2	6 m^2	12 m^2	8000 m^2

Los precios unitarios son $ 100, $ 150 y $ 250 para A, B y C respectivamente.

A un nivel normal de producción los costos variables son de $ 70, $ 80 y $ 100 para c/u de ellos.

Los costos de tiempo extra son $ 2 por hora por encima del salario normal para el Depto.1 y $ 3 para el Depto.2.

Los materiales extra pueden adquirirse a un costo $ 2 por metro cuadrado por encima del costo normal.

La demanda del mercado para los abrigos es de 1000 unidades por semana para A, 500 para B y 200 para C.

El nivel de equilibrio de producción es de 100 unidades para A y 50 unidades para c/u de los otros dos.

Se han planteado las siguientes metas en orden de prioridad:

1) Utilizar toda la capacidad de producción disponible (no debe existir tiempo ocioso en ninguno de los dos Departamentos).

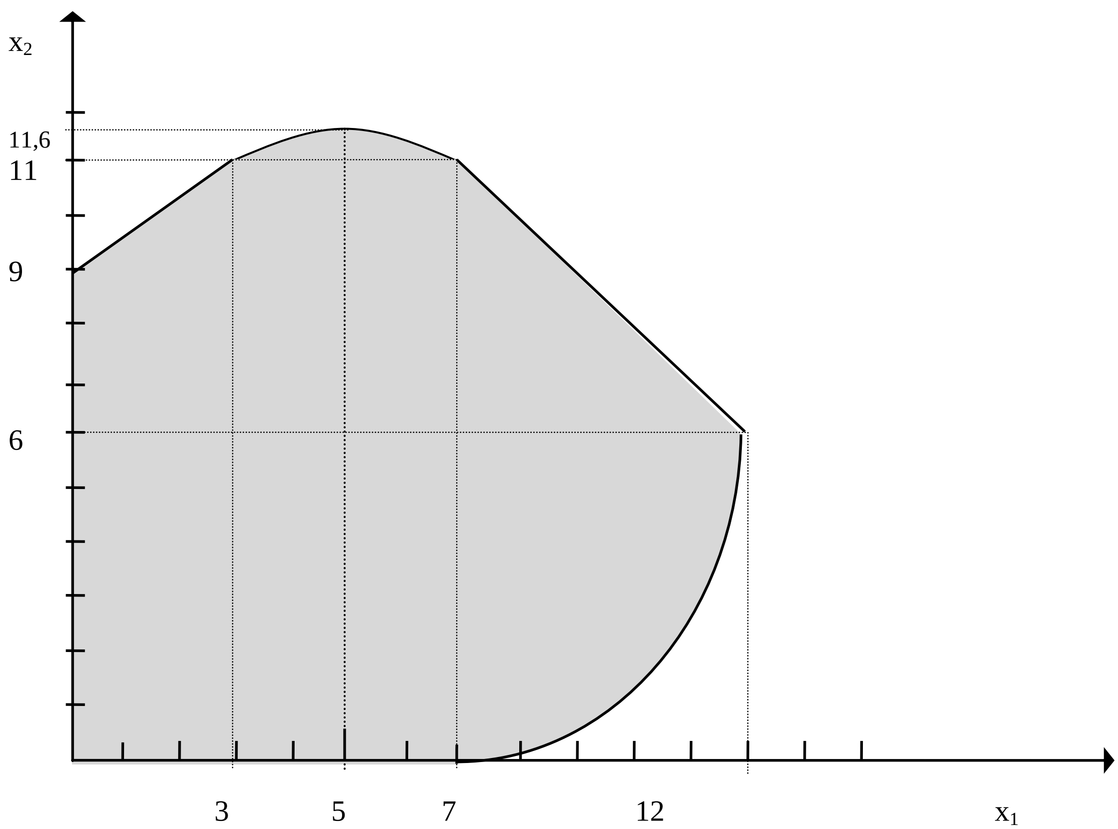
2) Alcanzar los niveles de producción de punto de equilibrio en cada una de las líneas.

3) El tiempo extra del depto. 2 debe estar limitado a 600 hrs y el depto. 1 a 200 hrs.

4) Alcanzar una meta de utilidades de $ 20000.

5) Satisfacer todas las demandas de mercado. Dentro de esa meta deben utilizarse ponderaciones distintas para reflejar la contribución normal a las unidades.

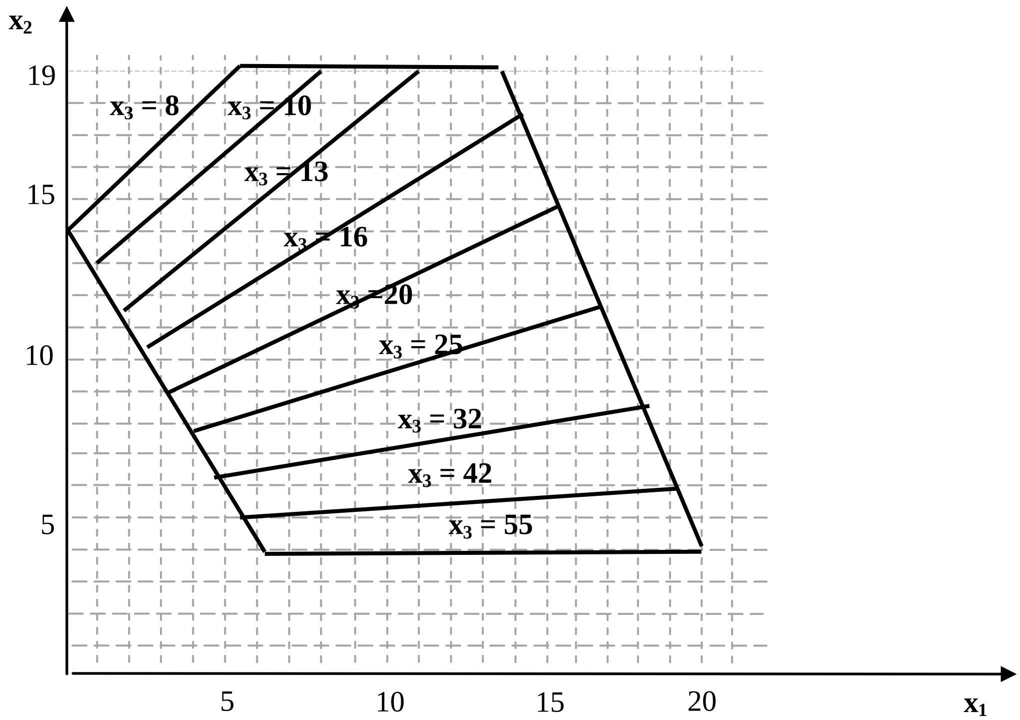
8.5 Maximizar: $\mathbf{Z = - x_1 + 3\ x_2}$ sujeta al siguiente recinto, utilizando la técnica de programación separable.



8.6 Minimizar: $\mathbf{Z = 2\,x_1 + 3\,x_2 + x_3}$

siendo $\mathbf{x_1 + x_2 \geq 20}$

para el siguiente recinto de vinculación entre las variables:



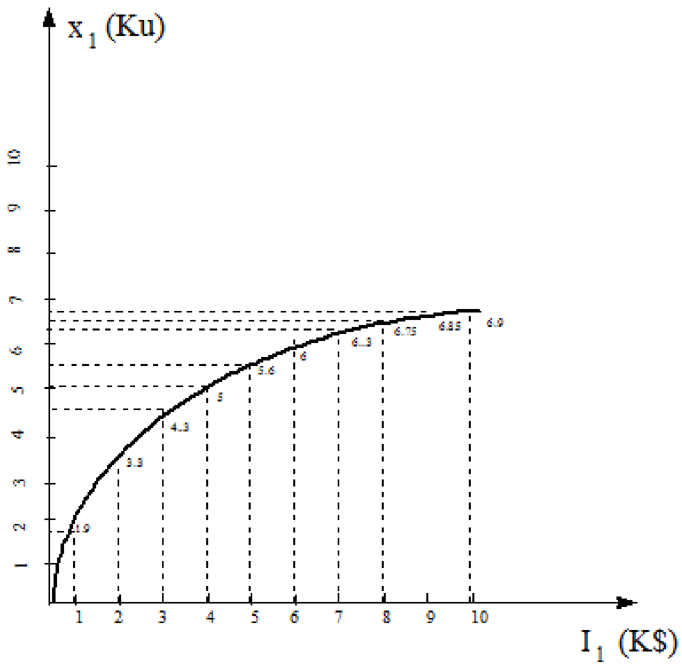
8.7 Una empresa dispone de $ 15000 mensuales para invertir en publicidad para sus 2 productos A y B. No obstante, la dirección ha establecido que no se debe invertir más de $ 10000 para cada uno de ellos por mes.

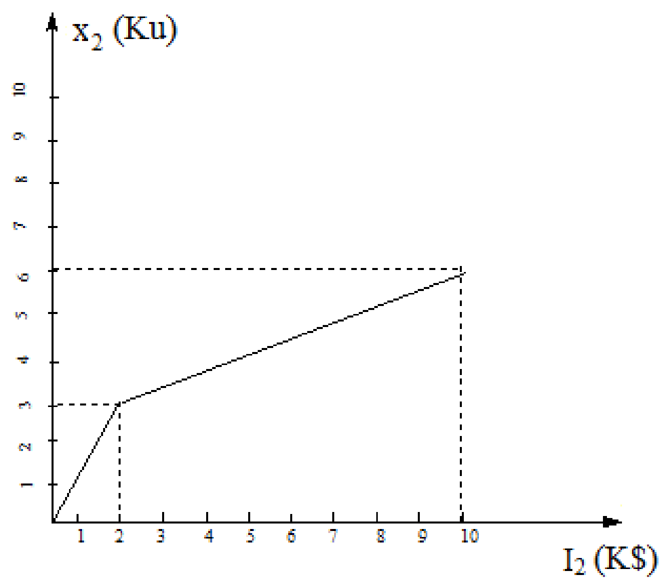
Las ventas mensuales de los productos en función de la cantidad invertida están dadas por los dos gráficos.

Por razones políticas, se deberán vender como mínimo 1500 unidades de A y 2000 de B

Las contribuciones marginales de c/producto son $ 10 y $ 11 para A y B respectivamente.

Establecer el plan de ventas mensuales óptimo.





8.8 Una compañía fabrica dos productos P1 y P2 para los cuales se conocen sus demandas mensuales que, se supone, se mantendrán aproximadamente constantes. Necesidades de fabricación hacen que estas dos líneas de producción deban elaborarse en lotes, deseándose operar al mínimo costo total. Se estima que el costo de almacenamiento es de 3% mensual del capital inmovilizado.

	P1	P2
Demanda (unidad/mes)	420	550
Costo directo ($/unidad)	7	23
Costo de puesta en marcha ($/lote)	500	120

Se dispone como máximo de 9000 dm^3. Cada unidad de P1 requiere 12 dm^3 y cada una de P2, 18 dm^3.

a) Se desea saber cuáles son los lotes económicos de fabricación.

b) Si se establece que no deben emplearse más de 18 hs de tiempo de puesta en marcha por mes, siendo la puesta en marcha de un lote de P1 de 6 hs y la de un lote de P2, 10 hs. ¿Cómo se modificarían los lotes óptimos?.

8.9 Una empresa produce 2 alimentos (T y F). El alimento T se elabora mediante la mezcla de los componentes 1 y 2 mientras que el F es una mezcla del componente T con un componente 3.

El componente 1 provee 25 unidades de vitaminas B2 por cada kilogramo, mientras que el 2 provee 50 unidades y el componente 3, proporciona 55 unidades por kilogramo.

Cada Kg del alimento T requiere como mínimo 40 unidades de B2 y cada Kg. de F requiere 35 unidades como mínimo.

Los precios de venta de los alimentos y los costos de cada componente son:

	Precio de venta ($/Kg.)
F	90
T	70

	Costo ($/Kg.)
1	40
2	50
3	62

Las disponibilidades de los componentes en Kg. son 100, 70 y 90 para 1, 2 y 3 respectivamente.
Los requerimientos mínimos y máximos de los productos se indican en la siguiente tabla:

	Mínimos	Máximos
F	60	120
T	50	180

Plantear un modelo matemático para optimizar la mezcla y resolver dentro del ámbito lineal, con el método PLS (por aproximaciones sucesivas).

8.10 Una empresa produce café regular moliendo dos tipos de granos (Brasil y Colombia) y mezclándolos después, y café especial mezclando el café regular con un café molido a partir de granos de Nigeria. El costo por kilogramo de los granos de Brasil y Colombia es $10 y $12, respectivamente, mientras que el grano Nigeriano cuesta $15.

La cantidad de kilogramos que podrían adquirirse de granos para el próximo período de planeamiento es de 400, 400, y de 350 Kg. de Brasil, Colombia y Nigeria, respectivamente.

A partir de pruebas de aroma con consumidores la industria cafetera tiene un índice de calidad en una escala en la que valores más bajos indican una mejor calidad. El estándar de calidad de producto para el café regular requiere un índice de aroma no superior a 34, mientras que el café especial requiere, como máximo, 28. Los ratings individuales de aroma para los cafés brasileño, colombiano y nigeriano son, respectivamente 35, 30 y 20.

Asumir que el atributo de aroma de las mezclas del los cafés regular y especial será un promedio ponderado en peso de los atributos de los cafés usados en la mezcla.

Los costos por Kilogramo son \$10 (Brasil), \$12 (Colombia) y \$15 (Nigeria).

Se deben producir 600 Kilogramos de café especial y 400 de café regular.

Formular un modelo programación lineal para obtener mezclas óptimas con el método de PLS (con fórmula de recurrencia).

8.11 Con respecto al problema 6.5, responder las siguientes preguntas referidas siempre a la formulación original.

a. ¿Cómo se modificaría la formulación matemática del problema si se incluyen las siguientes restricciones?:
   i. Si se producen más de 100 m^3 de x_4 también debe producirse x_3 (como mínimo 40 m^3)
   ii. Si se produce x_2, deben fabricarse más de 200 m^3.

b. ¿Cómo se modificaría la formulación matemática si se establecen los siguientes objetivos (en orden de prioridad):
   i. Fabricar por lo menos 100 m^3 de cada producto.
   ii. La fabricación de cada producto no debe superar 500 m^3.
   iii. La cantidad fabricada de x_2 debe ser igual a la de x_4.
   iv. Maximizar las utilidades.
   v. La cantidad de aditivo generado internamente no debe ser superior a 300 litros por semana.

c. ¿Cómo se modificaría la formulación del problema si se establece que la cantidad a fabricar de x_1 mantiene la siguiente relación con x_2:

x_1	0	200	400	600	900
x_2	0	600	800	850	900

9. STOCKS

9.1

Una empresa manufacturera debe entregar 80.000 unidades de un cierto ítem en forma uniforme a lo largo de un año calendario. El costo de mantener una unidad almacenada durante un año es de \$ 50 y el costo de set-up de una tanda de producción es de \$ 8.000.

Se pide:

a. Determinar el tamaño del lote óptimo.
b. Determinar el lapso que debe transcurrir entre dos tandas de producción sucesivas.
c. Calcular el CTE óptimo de la operación.
d. Representar gráficamente stock = f (tiempo).
e. Calcular el CTE para $\mathbf{q = 1{,}1\ q_o}$ y para $\mathbf{q = 0{,}9\ q_o}$.
f. Representar gráficamente CTE = f (q)

9. 2

En el problema anterior se estima que el costo de set-up puede variar entre \$ 6.000 y \$ 10.000. Calcular el máximo incremento porcentual sobre el CTE óptimo real si se trabajase con el lote q obtenido en el ejercicio 1. Calcular con qué costo de set-up debería calcularse el lote a producir para hacer mínimo el error relativo en el caso más desfavorable.

9. 3

Analizar qué modificaciones habría que hacer en los resultados obtenidos en el ejercicio 8.1 si existiese la posibilidad de interrumpir el aprovisionamiento del ítem en cuestión, teniendo en cuenta que habría que soportar una multa de \$ 1.000 por unidad y por mes (respecto a los ítems entregados con demora).
Representar gráficamente stock = f (tiempo)

9. 4

Calcular el CTE qué se tendría en el ejercicio 8.1 si se mantuviera un stock de seguridad de 1.000 unidades.

9. 5

Un artículo puede ser adquirido según la siguiente ley de precios.

$q < 200$: 400 \$/unidad
$200 \le q < 500$: 350 \$/unidad
$500 \le q$: 300 \$/unidad

La demanda mensual es de 400 unidades.
Costo de orden \$ 3.000;
Tasa de interés 2 % anual.
Costo operativo de almacenaje \$ 3 / unidades mes

a. Representar la ley de precios
b. Determinar el lote óptimo
c. Calcular el costo total esperado de la operación

d. Representar CTE = f (q)

9. 6

Construir el diagrama de bloques correspondiente a la búsqueda del costo total esperado mínimo en un problema de inventarios, de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido, para el caso que exista una disminución discreta de los precios de costo del ítem por aumento de la cantidad ordenada. Considerar la existencia de dos descuentos (3 precios).
Graficar el CTE = f (q) para cada una de las alternativas que surgen del diagrama

9. 7

Una fábrica debe programar la elaboración de uno de los insumos del artículo final que produce. El consumo de dicho insumo es de 20.000 unidades por año, que se requieren en forma uniforme a lo largo del mismo. El costo de set-up es de $ 6.000 y el costo de almacenamiento de $ 20 por año y por unidad.
Se desea determinar el lote óptimo del ítem en cuestión, si la fabricación del mismo se realiza a razón de 5.000 unidades por mes.

9. 8

Un fabricante debe mantener 5 ítems en stock. Conoce sus demandas anuales y los costos unitarios respectivos, que se transcriben a continuación:

ITEM	DEMANDA	PRECIO
1	1 000	$ 5
2	2 000	$ 10
3	4 000	$ 15
4	10 000	$ 5
5	1 000	$ 10

Se desea saber:

a. El total inmovilizado en inventario (TI) medido en $ si su oficina de compras procesa 50 órdenes por año adjudicándolas a razón de 10 por ítem.
b. Total inmovilizado promedio mínimo con asignación óptima de 50 ordenes.
c. Total de órdenes mínimo para tener un TI de $ 9 000. Calcular para todos los casos el tamaño de los respectivos lotes.

9. 9

Un intermediario de productos elaborados mantiene en stock cantidades de los mismos con el objeto de satisfacer demandas mensuales definidas. Los dos productos esenciales son A y B que poseen las siguientes características.

	A	B
Demanda (u/mes)	1 500	2 000
Costo de Orden ($)	500	500
Precio de compra ($/u)	150	100
Costo de Capital ($/mes)	3	3
Superficie ocupada de almacén (m^2/u)	0,1	0,666

Se desea calcular los lotes de ambos productos que hagan mínimo el costo total esperado considerando la existencia de una restricción de superficie disponible de almacén de 450 m^2

9. 10

Una compañía fabrica dos productos P_1 y P_2 para los cuales se conocen sus demandas mensuales, que se suponen se mantendrán aproximadamente constantes. Necesidades de fabricación hacen que estas dos líneas de producción deban elaborarse en lotes, deseándose operar al mínimo costo total.
Se conocen los costos directos de fabricación de cada producto y el costo de puesta en marcha de fabricación de cada lote.
La compañía estima que el costo de almacenamiento de su producto es del 3% mensual del capital inmovilizado, por inversión en el costo de las unidades.

Demanda mensual, costo unitario y costos de reorden:
Demanda de P_1 420 unidades/mes
Demanda de P_2 550 unidades/mes
b_1: 7$/unidad
k_1: 500$/lote
b_2: 23$/unidad
k_2: 120$/lote

1. ¿Cuáles son los lotes económicos de fabricación de cada producto?
2. Graficar para cada línea de producción el CTE de producción en función de distintos valores del lote a fabricar.
3. Graficar curvas de isocosto de producción para distintos pares de valores de lotes a fabricar.
4. Si se considera que la fábrica dispone, como máximo, de 9.000 lugares de almacenamiento y que cada unidad de P_1 requiere 12 lugares y cada de P_2 18 se desea saber:
    4.1 ¿Cuáles son los nuevos lotes económicos de fabricación?
    4.2 Comparar esta situación con la del punto 1.
    4.3 ¿Cuánto se puede pagar por cada lugar de almacenamiento extra que se alquile?

9. 11

Si en el ejercicio anterior se establece que no deben emplearse más de 40 horas de tiempo de puesta en marcha por mes, requiriendo la puesta en marcha de un lote de P_1 6 horas y la de un lote de P_2 10 horas, se desea saber:
Si esta restricción es compatible con la que fija en 9.000 el número de lugares de almacenamiento.
Si así fuera ¿Cómo se modificarían los lotes económicos de fabricación que satisfacen ambas restricciones?

9. 12

Un artículo que se repone semanalmente tiene un costo de almacenamiento de 10 $/u.mes y un costo de agotamiento de 200 $/u.mes. Se desea saber el stock máximo teniendo en cuenta que le reaprovisionamiento es instantáneo.
La demanda semanal del artículo es la siguiente:

Demanda	0	1	2	3	4	5	6
p(demanda)	0.1	0.2	0.2	0.3	0.1	0.1	-

10. TEORIA DE COLAS

19. 1

En una sastrería hay una sección de arreglo y reforma de la ropa vendida a sus clientes, que es atendida por un sastre. El número de clientes que requieren arreglos arriban a dicha sección según una distribución Poisson con una media de 24 clientes por hora. Debido a que el servicio es gratuito, todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario para poder utilizarlo.
El tiempo de atención es, en promedio, de 2 minutos por cliente, siendo exponencial la distribución de los tiempos de servicio.

Calcular.

a. ¿Cuál es en promedio el número de clientes en la sección?
b. ¿Cuánto tiempo permanece, en promedio, un cliente en la sección?
c. ¿Qué porcentaje del tiempo está desocupado el sastre?
d. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente espere más de 10 minutos para recibir el servicio?
e. ¿Cuál es, en promedio, el número de clientes que están esperando para recibir el servicio?
f. ¿Cuál es el número promedio de clientes en el sistema?

10. 2

A un establecimiento de reparaciones, atendido por un sólo operario, arriban en promedio cuatro clientes por hora, los cuales traen pequeños aparatos a reparar. El mecánico los inspecciona para encontrar los defectos y muy a menudo puede arreglarlos de inmediato, o de otro modo emitir un diagnóstico. Esto le toma seis minutos como promedio. Los arribos tienen una distribución de Poisson y el tiempo de servicio es exponencial.

Calcular:

a. La proporción de tiempo durante el cual el mecánico no está atendiendo a clientes (es decir, mientras trabaja con los aparatos que le dejaron).
b. La probabilidad de que tres clientes estén en la tienda.
c. La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en la tienda.
d. El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.
e. El número promedio de clientes en el establecimiento.
f. El tiempo promedio de espera en cola de un cliente.
g. El tiempo promedio de permanencia de un cliente en el establecimiento.
h. La probabilidad de tener que estar más de 15 minutos en el establecimiento.

10. 3

Un banco está desarrollando la prestación de un nuevo servicio, para lo cual ha habilitado una ventanilla. Como el desarrollo del mismo está basado en una campaña publicitaria que hace mención al mínimo tiempo de espera que se requiere, el gerente de la sucursal ha decidido encarar el estudio científico del problema a fin de no exponerse a un fracaso. Hasta ahora se cuenta con los siguientes datos:
Lapso medio entre arribo de usuarios: 8 minutos (Ley Exponencial)
Tiempo medio de atención en ventanilla: 2 minutos (Ley Exponencial)
Determinar:
a. La probabilidad de esperar.
b. La longitud promedio de la cola.
c. La velocidad promedio de arribos que haría que el tiempo de espera en la cola supera los 4 minutos.
d. La probabilidad de esperar más de 7 minutos para comenzar a ser atendido.
e. La probabilidad de permanecer en el sistema más de 6 minutos.

9. 4

Se desea contratar a un operario permanente para reparar máquinas de escribir en una casa que se dedica a proveer servicio de copias. Se estima que una máquina descompuesta perjudica a la casa a razón de $ 120/hora de paro. Actualmente se depende de un servicio que tarda en promedio, entre llegar y reparar, dos horas en poner una máquina en condiciones, con un costo de $ 2.000/mes. Las fallas se presentan a razón de 1/3 máquina/hora.
Al decidir el cambio de sistema de reparaciones, se puede optar entre el operario A capaz de arreglar 4 máquinas por hora y que pide un sueldo de $ 2.000/mes y el operario B que puede arreglar 6 máquinas por hora con un sueldo de 3.000/mes. Analizar si conviene el cambio de sistema y en caso afirmativo, elegir el operario. Tomar el mes de trabajo de 200 horas.

10. 5

Los pacientes arriban a un consultorio médico a intervalos, promedio, de 20 minutos y dedican un promedio de 15 minutos a la consulta; ambos tiempos son exponenciales en su distribución. El doctor desea tener suficiente número de asientos en la sala de espera para que no más del 1% de los pacientes que llegan al consultorio tenga que estar de pie. ¿Cuántos asientos se deberán colocar?

10. 6
Para un sistema PP1 es posible ajustar la media μ de la tasa de servicio; el costo esperado por unidad de tiempo de proporcionar el servicio a una tasa unitaria es c_1. Los arribos se verifican a una tasa media λ (Poisson) y el tiempo del cliente en el sistema cuesta c_2 por hombre y por unidad de tiempo. Encuentre el valor óptimo de la tasa de servicio.

10. 7

Un Banco ha incorporado el servicio por cajero automático, habiendo habilitado uno en una sucursal.
Al tipo de clientes afectado a este sistema le interesa un servicio ágil, y por lo general decide realizar o no sus operaciones de acuerdo a la cantidad de gente que haya en la cola.
Como al banco le interesa captar la mayor cantidad de operaciones posibles, ya que esto lo puede ayudar en su evolución financiera, realiza un muestreo y observa lo siguiente:

- Total de observaciones = 1.000

. 2 personas en la cola de observación 190 veces
. 3 personas en la cola de observación 100 veces
. 4 personas en la cola de observación 40 veces

- Arribos: 6 clientes/hora según Proceso Poisson.

El Banco desea saber el grado de impaciencia de sus clientes, la longitud promedio de la cola y del sistema y la probabilidad de no esperar para recibir el servicio.

10. 8

En el problema 9.5 se encuentra que hay espacio para solo 9 asientos en la sala de espera. Todas las demás condiciones permanecen iguales. Cuál es la probabilidad de que un cliente que llegue no tenga asiento.

10. 9

Consideremos una vez más el problema 9.2. Todas las suposiciones anteriores se mantienen, excepto que si hay tres clientes en la tienda, cualquier otro cliente que llegue se retirará.

Encuentre:

a. La proporción de tiempo durante el cual el mecánico no está atendiendo a clientes.
b. El número promedio de clientes en el sistema.
c. El número promedio de clientes que esperan para recibir el servicio.

10. 10

A un sistema P/P/1/4 arriban clientes a razón de 10 por hora. El tiempo requerido por el servicio es en promedio de 2 minutos.

Determinar:

a. El número de clientes que en promedio están simultáneamente en el sistema.
b. El tiempo promedio que deben esperar un cliente para ser atendido.
c. El lucro cesante debido a que la estación está completa. El precio de venta de cada servicio es de $ 15.

10. 11

En una terminal de ómnibus hay 3 fosas idénticas donde son revisados los micros que llegan. La velocidad promedio de arribos es de 12 micros/hora y se admite una espera antes de ser revisado de 10 minutos.

Determinar

a. Tiempo promedio de revisión necesario en cada fosa.
b. Con la velocidad promedio de atención obtenida en el punto a y si el tiempo promedio de espera en cola es ahora de 15 minutos calcular la velocidad promedio de arribos.
c. ¿Cuál sería el tiempo promedio de atención en fosa si se tolera una espera en cola de 25 minutos con una velocidad promedio de arribos de 12 micros/hora?
d. Indicar con que hipótesis es válido lo calculado anteriormente.

10. 12

En un negocio de juegos varios, existen dos máquinas idénticas electrónicas. El tiempo de juego es variable de acuerdo a una ley exponencial ya que depende de la velocidad con que cada jugador efectúe sus movimientos, con una media de 3,33 minutos/jugador. La llegada de clientes responde a un proceso de Ley Poisson con un arribo medio de 18 clientes/hora. Al dueño del lugar le interesa conocer la probabilidad de que no encuentre clientes jugando, la probabilidad de que encuentre 1, 2, 3 clientes, la longitud del sistema, la longitud de la fila, el tiempo promedio de espera en el sistema y la probabilidad de que haya que esperar.

10. 13

Una oficina encargada del estado de las carreteras, tiene 3 comisiones de investigación cuyo trabajo consiste en analizar las condiciones de las carreteras de las vecindades de cada accidente automovilístico que en ellas e produce. Las comisiones son igualmente eficientes y les lleva 2 días realizar el análisis y elaborar el correspondiente informe con una distribución exponencial de los tiempos de servicio. El número de accidentes por año responde a una distribución Poisson con una media de 300 por año.

Determinar.

a. ¿Qué porcentaje de tiempo está trabajando cada comisión?
b. ¿Cuánto tiempo pasa antes de que cada accidente sea analizado?
c. ¿Cuántos accidentes hay en promedio que esperan ser analizados?
d. ¿Cuál es la probabilidad de que producido un accidente éste no se comience a analizar inmediatamente?

10. 14

Una estación ferroviaria tiene 5 teléfonos públicos. Durante la tarde se producen arribos con una distribución Poisson de media 100 por hora. La duración promedio de una llamada es de 2 minutos, estando exponencialmente distribuido.

Determinar

a. El tiempo que un usuario debe esperar para usar el teléfono.
b. El número promedio de personas que están esperando para realizar una llamada.
c. El número de teléfonos que serán necesarios para que la probabilidad de esperar no sea superior al 15%.

10. 15

Un conmutador recibe llamadas con una frecuencia media de 240 por hora siguiendo una ley Poisson. Posee 10 líneas y la duración de cada conversación tiene una media de 2 minutos siguiendo una ley exponencial.
Cuando entra una llamada y las 10 líneas están ocupadas, el equipo la retiene hasta que se desocupe alguna, manteniendo la señal de llamada. Suponiendo que no hay impaciencia se pide: ¿Qué porcentaje de su tiempo útil esta trabajando cada línea?, ¿cuántas llamadas retiene en promedio el conmutador? y ¿cuál es la probabilidad de esperar para ser atendido.

10. 16

Se está por construir un puerto para una destilería de petróleo, a la que en promedio llegarán 10 barcos por semana. Cada barco permanecerá, en promedio, 1 día en el muelle. La ley de arribos es Poisson y la de tiempos de utilización del muelle exponencial, siendo los indicados valores medios. Se quiere que la probabilidad de que un buque deba esperar para amarrar no supere el 20%. Determinar el número mínimo de muelles requeridos.

10. 17

Hilatex S.A. es una empresa textil que posee en su planta de tejeduría 1.500 telares. Cada telar produce 10.000 mts/tela por mes y cada metro de tela se vende a 5 $/mt. Todo lo que produce se vende, por lo tanto una máquina parada significa costo. Las estadísticas de producción muestran que los telares fallan según una ley de Poisson en promedio cada mes y medio. Como los telares son importados y se han podido demostrar que en el 100% de los casos las fallas se han debido a roturas de un repuesto específico, la empresa ha decidido hacer stock del mismo.
Al recibir una requisición del repuesto el almacén emite una orden de compra (tenga o no en stock el repuesto). La orden de compra tarda en promedio 4 meses en cumplirse conforme a una ley exponencial.
Si al recibir la requisición del repuesto el almacén tiene stock del mismo, lo entrega inmediatamente, y se coloca inmediatamente en la máquina, pudiendo suponerse prácticamente nulo el tiempo de detención de ésta.
El costo promedio de los repuestos es de 4.000 U$S y se considera un costo de mantenerlo en stock de 1.5% mensual.
Determinar el stock óptimo máximo a mantener que minimice el costo de operaciones por mes.

10. 18

Un banco tiene 2 cajeros trabajando en cuentas de ahorro. El primero maneja únicamente retiro de fondos y el segundo maneja solamente depósitos. Se ha encontrado que las distribuciones de tiempo de servicio tanto para depósitos como para servicios de retiro son exponenciales con un tiempo medio de 5 minutos/cliente. Se encontró también que los depositantes llegan según una ley Poisson con una media de 10 por hora. Los que retiran también arriban según un proceso Poisson pero a una media de 8 por hora. ¿Cuál será el efecto sobre el tiempo medio de espera para los que depositan y para los que retiran si cada cajero pudiera manejar ambas operaciones? y ¿Cuál sería el efecto si esto pudiera llevarse a cabo aumentando el tiempo medio de servicio a 6 minutos?

10. 19

Dado que el funcionamiento de un canal cuesta 3 $ por hora, que el tiempo de espera cuesta 10 $ por hora hombre, encuentre el número óptimo de canales para un promedio de arribos Poisson de 16 por hora y una tasa de servicio del mismo tipo de 4 por hora.

10. 20

Un conjunto de 50 máquinas automáticas pueden detener su marcha por desperfectos requiriendo entonces la presencia de un operario que las subsane y las ponga en funcionamiento nuevamente. Se ha verificado que en promedio las máquinas se detienen cada 94 minutos, necesitándose 6 minutos para su arreglo y puesta en marcha. Actualmente las máquinas son atendidas por 3 operarios.

Calcular:

- Número de máquinas promedio funcionando.
- Número de máquinas a la espera de atención.
- Número de máquinas que están siendo atendidas o número de operarios activos.
- Probabilidad de que una máquina que se descomponga pueda ser atendida inmediatamente.
- Calcular los mismos valores para las distintas cantidades compatibles con el problema.
- Resolver en el caso de que las detenciones se produzcan cada 44 minutos.

10. 21

Un minibanco dispone de dos cajas para la atención al público.
Ambas cajas atienden el mismo tipo de trámites, pero se sabe que una de ellas goza de la preferencia del público ya que dispone de una terminal que hace suponer al público una mayor celeridad en la atención.
Se ha determinado que el arribo de los clientes responde a una Poisson con una media de 180 clientes/hora y se pude asegurar que cuando los clientes llegan al minibanco y observan 2 clientes en cola desisten de realizar su trámite. Por razones de espacio los clientes deben formar una única cola.
Se dispone además de la siguiente información: Tiempo medio de servicio en la caja A: 1 minuto/cliente. Tiempo medio de servicio en la caja B: 0,75 minutos por cliente. En ambos casos se tratan de servicios que responden a una ley de tipo exponencial.

Calcular:

a. Número medio de clientes atendidos
b. Número medio de clientes en el sistema
c. Tiempo medio de espera en cola
d. Tiempo medio de permanencia en el sistema
e. Grado de ocupación en cada caja.

10.22

A un sistema de 2 canales en paralelo arriban en promedio 2 cl/h (de una población impaciente). La duración promedio del servicio es de 1 hora. La probabilidad de que un cliente que arriba ingrese al sistema está dada por la expresión

$$\mathbf{p(i) = 1 - \frac{n}{4}}.$$

El costo de cada canal es de \$ 100 por hora efectivamente trabajada, mientras que el servicio se cobra \$ 500.

Determinar:

1. El número promedio de clientes que no ingresan al sistema por unidad de tiempo (cl/;h) y el lucro cesante esperado (\$/h)

2 El número promedio de canales trabajando

3. La longitud promedio de clientes en el sistema.

11. TEORÍA DE COLAS. FORMULACIONES ADICIONALES

11.1

Un taller dispone de 4 máquinas idénticas, de las cuales tres trabajan y la cuarta entra en funcionamiento cuando una de las anteriores sufre una avería. El proceso de aparición de una avería en las máquinas es poissoniano y cada máquina sufre, en promedio, una avería cada 12 horas de funcionamiento. Si hay más de dos máquinas averiadas, el taller debe interrumpir la producción. En el taller existe un equipo de reparación que tarda, en promedio, 3 horas en poner a punto una máquina averiada. (distribución exponencial)

Calcular:

1. La probabilidad de que no haya ninguna máquina averiada.
2. Si cada máquina produce un beneficio marginal de $1.300, calcular el lucro cesante ($/h) total esperado.
3. El porcentaje de actividad de equipos de reparación.

11.2

Suponer un sistema de colas tipo P/P/M(N') con:

M = 2
N' = 4 (tamaño de población)
Tiempo de permanencia de un cliente fuera del sistema = 1h
μ = 1.5 cl/h

Se sabe que el costo de cada canal es de 7.200 $/mes. El costo de permanencia de un cliente dentro del sistema es el siguiente: Mientras espera en cola 10$/h; mientras es atendido 5$/h.

1. Calcular las probabilidades asociadas a c/u de los estados que puede asumir el sistema.
2. Determinar la expresión matemática y valor numérico del número promedio de canales trabajando, longitud de cola, tiempo de permanencia promedio en el sistema y costo mensual esperado del sistema.

11.3

Un sistema de dos canales en serie no admite formación de cola antes del primer canal, pero sí admite dos lugares antes del segundo canal. Las velocidades de atención son μ_1 y μ_2.

1. Plantear el sistema de ecuaciones que permita obtener los valores de las probabilidades de todos los estados que pueda tener el sistema, suponiendo que no hay abandono en el caso de que el primer canal se desocupe cuando hay un cliente esperando en cola.
2. Suponiendo, en cambio, que hay abandono si el primer canal se desocupa cuando hay un cliente esperando en cola, determinar cuántos clientes (en promedio) se rechazan del sistema y cuántos lo abandonan habiendo recibido solo el primer servicio.

Datos:

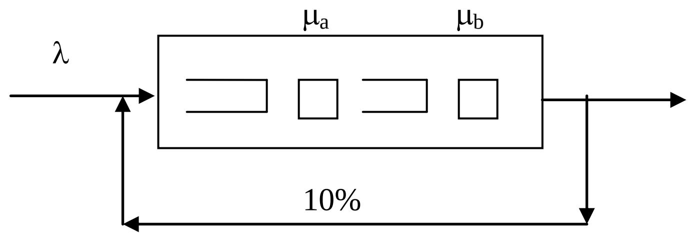
λ = 12 cl/h
μ_1 = 8 cl/h
μ_2 = 4.8 cl/h

11.4

Dado el siguiente sistema:

Datos:

λ=10 cl/h
μ_a=15 cl/h
μ_b=14 cl/h

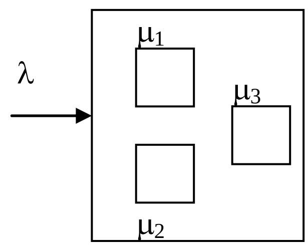


Calcular:

1. La longitud promedio del sistema.
2. Tiempo promedio de permanencia de un cliente en el sistema.
3. Probabilidad de que el sistema esté vacío.

11.5

Suponiendo un sistema de colas en donde no se admite formación de colas ni abandono y que los clientes no saben que el canal 1 es más rápido que el canal 2, plantear (en función del resto de las probabilidades de estado y de los parámetros):



1. p (0,1,1) y p (1,0,0)
2. la expresión del número promedio de clientes por unidad de tiempo que no ingresan al sistema.

11.6

En un sistema de atención se realiza primero un servicio A (P/P/1) que se cobra $8 c/u y luego un servicio B (P/P/2/2) que se cobra $ 12 c/u.

Datos:

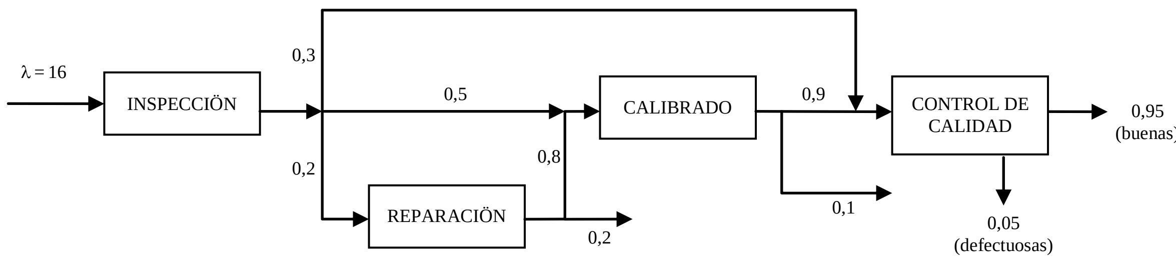
Tasa de arribos promedio = 9cl/h
Velocidad promedio de atención A = 12 cl/h
Velocidad promedio de atención B = 6 cl/h
Costo canal A = 50$/h
Costo canal B = 30$/h

Calcular:

1. Ganancia esperada del sistema (en $/h).
2. Porcentaje de clientes que reciben solamente el servicio A.
3. El número promedio de clientes en el sistema.

11.7

Para el siguiente sistema de fabricación con 4 estaciones, sin restricciones de capacidad de piezas en espera, para la cantidad mínima de canales compatible en cada estación determinar
a) el número promedio de piezas en espera
b) el tiempo promedio de elaboración de una pieza buena
c) la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado 0,1,1,1.



.

Estación	Tasa de llegada externa λ	Tasa de servicio por canal μ_i	Probabilidad de venir de la estación i			
			INSP.	REPAR.	CALIBR.	C.de C.
INSPECCIÓN	16	18				
REPARACIÓN	0	12	0,2			
CALIBRADO	0	5	0,5	0,8		
CONTROL DE CALIDAD	0	18	0,3		0,9	

12. PROGRAMACIÓN POR CAMINO CRÍTICO

12.1

Hacer la red de flechas y de potenciales correspondientes a las precedencias existentes entre las tareas de las matrices:

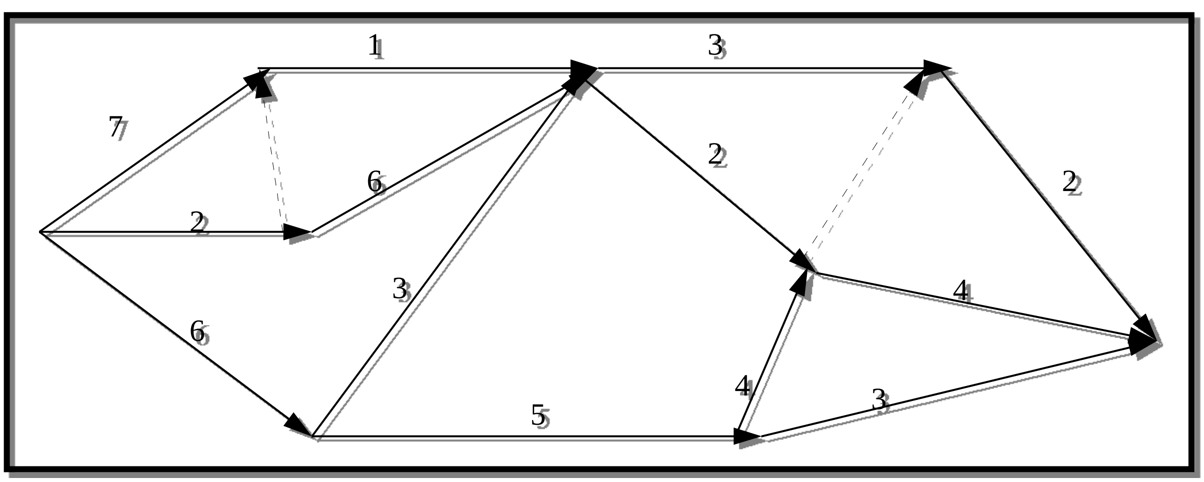
	A	B	C	D	E	F
A				1	1	
B					1	1
C						1
D						
E						
F						

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		1		1	1			
B			1				1	
C								1
D						1	1	
E								
F								
G								1
H								

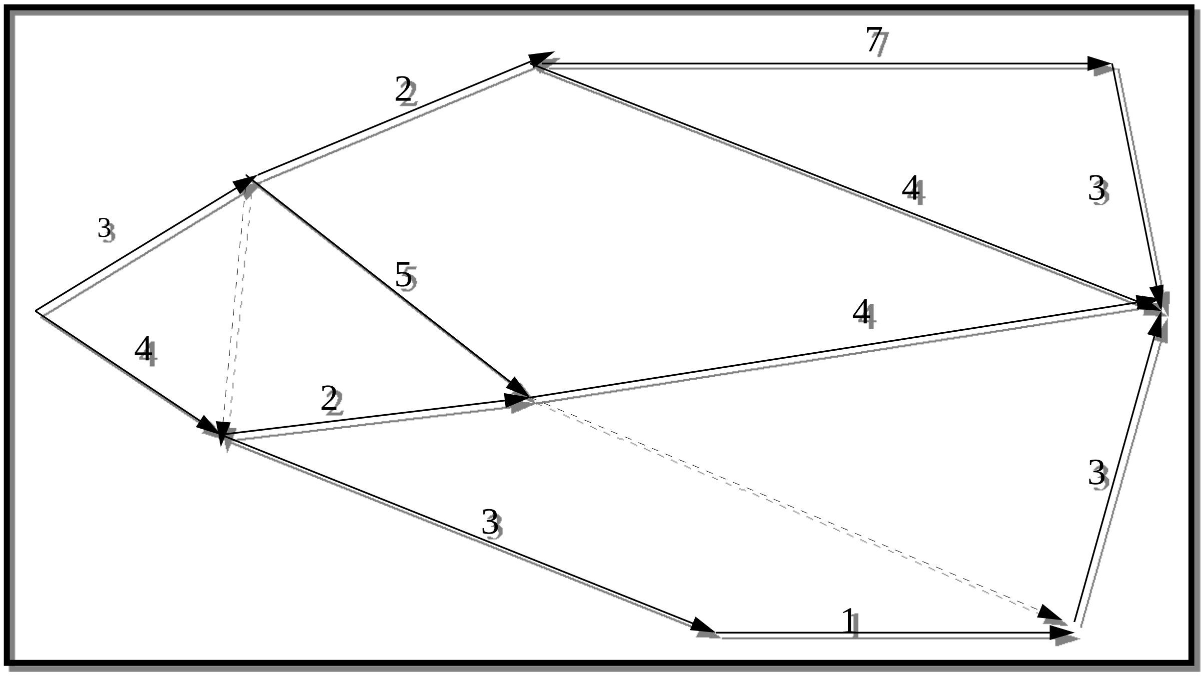
12.2

Calcular las Ft y FT de los nodos y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en las redes **12.2.1 al 12.2.5** Numerar las redes **12.2.1 y 12.2.2**. Numerar de igual forma las redes **12.2.3 a 12.2.5**

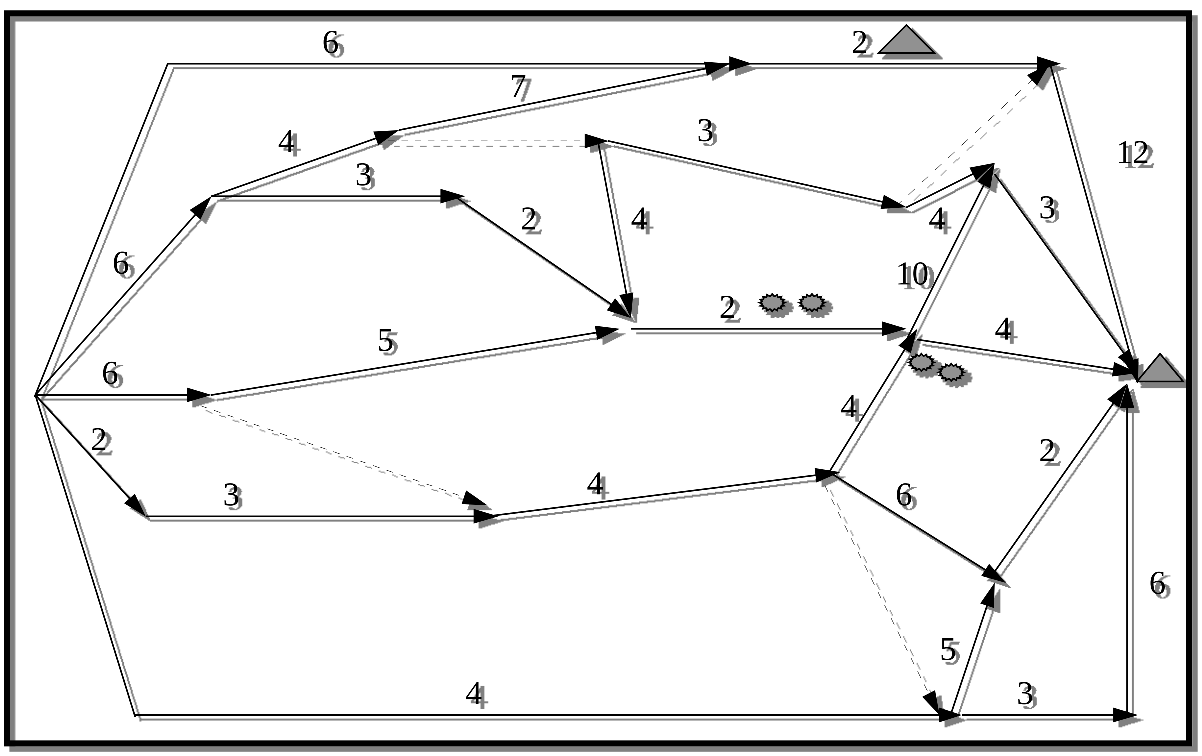
12.2.1



12.2.2



12.2.3



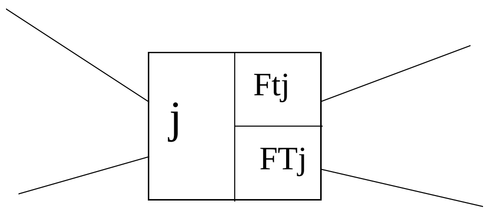
12.2.4

Calcular las Ft y FT de los nodos y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en la red 12.2.3 con la condición en el nodo ▲: FT = 38 y duración de la tarea ▲: d = 12

12.2.5

Calcular las Ft y FT de los nodos y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en la red 12.2.3 con la condición en el nodo ✹ ✹: Ft = FT = 20 y duración de la tarea ✹ ✹: d = 12

Observación: se sugiere la siguiente convención para los nodos:



12.3

Calcular los márgenes total, libre e independiente de las tareas de las redes:

Red del punto 12.2.1.

Red del punto 12.2.3.

Red del punto 12.2.5.

12.4

Construir los diagramas calendario en FT y PFC, y en FT y UFF, para la red del punto 12.2.1.

12.5

En la siguiente tabla se listan las tareas de una red, junto con sus estimaciones de tiempos:

Tarea	Predecesoras inmediatas	Duración estimada (días)		
		Optimista	Más probable	Pesimista
A	-	3	6	15
B	-	2	5	14
C	A	6	12	30
D	A	2	5	8
E	C	5	11	17
F	D	3	6	15
G	B	3	9	27
H	E - F	1	4	7
I	G	4	19	28

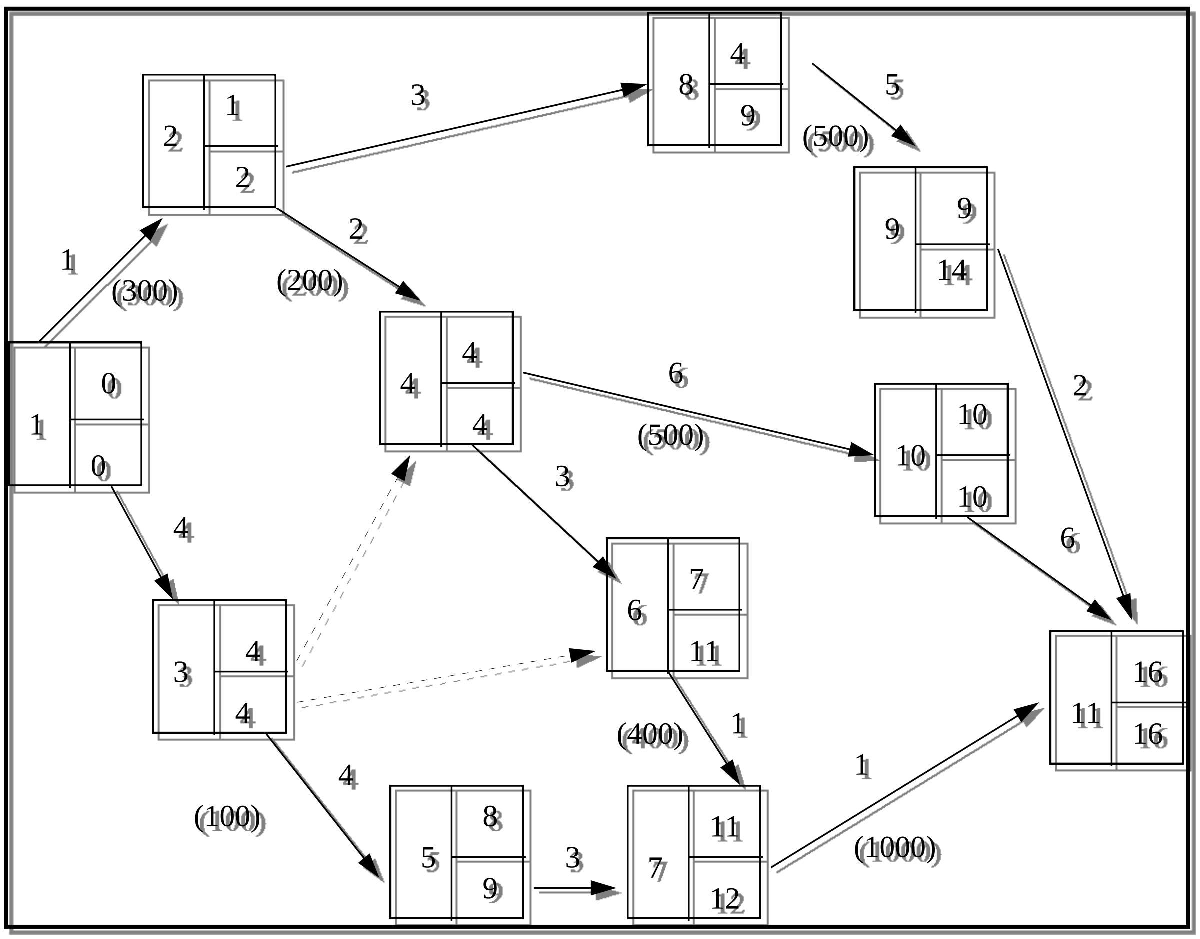
a. Dibujar la red del proyecto y determinar el camino crítico.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se termine antes de 41 días?

c. ¿Cuál es la probabiliad de que el proyecto se termine antes de la fecha programada? Justifique la respuesta.

12.6

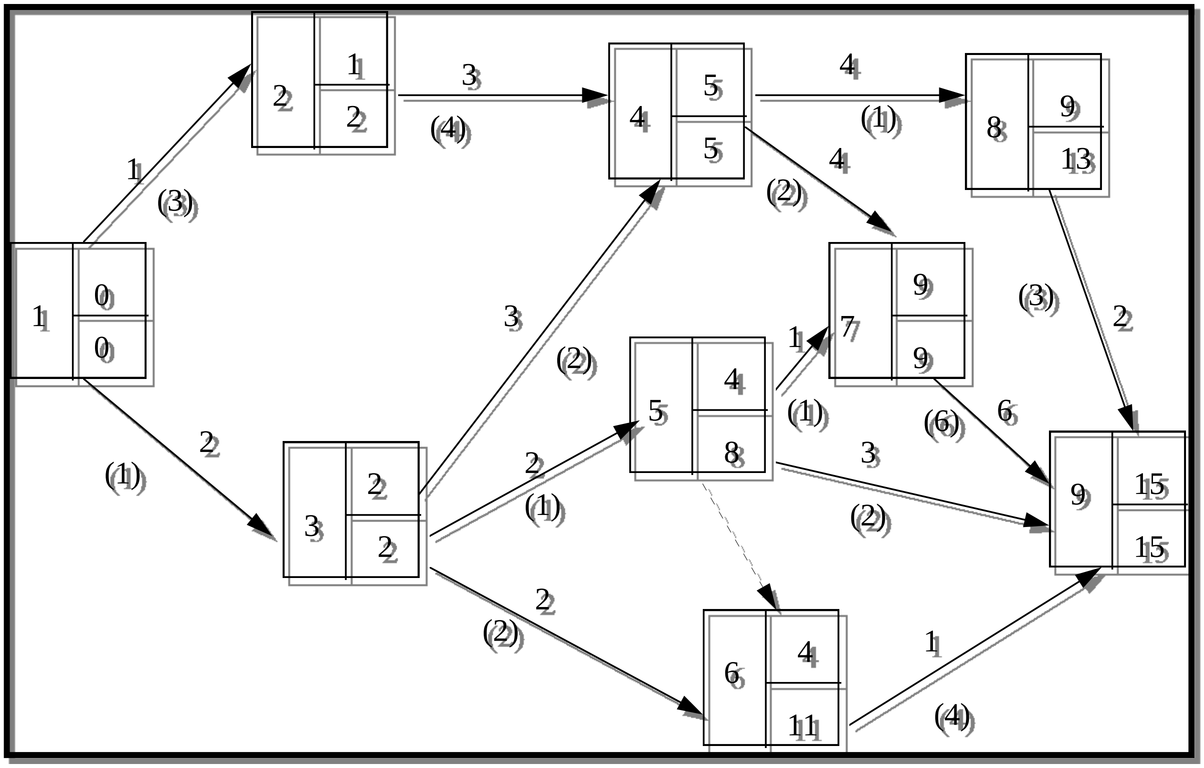
La red siguiente correspondiente a un proyecto en el que ya se ha calculado la Ft y FT.
Se conoce que algunas de sus tareas consumen un mínimo tipo de recurso, en este caso hormigón. Las mismas son aquellas que en el gráfico correspondiente aparecen con una cantidad encerrada entre paréntesis debajo de la correspondiente flecha. Dicha cantidad representa el consumo diario de hormigón de la tarea, medido en m^3.
Se desea definir el diagrama que represente el consumo diario de hormigón y analizar asimismo la posibilidad de mantener ese consumo diario por debajo de los 1200 m^3.
Este análisis se comenzará suponiendo que todas las tareas comienzan en su PFC respectiva.



12.7

La siguiente red corresponde a un proyecto en que ya se han calculado las Ft y FT.

Debajo de cada una de las flechas, se ha indicado, dentro de paréntesis, un valor que representa el costo de la tarea respectiva. Dicha costo es el costo total de la tarea, y deberá ser pagado en el instante de finalización de la misma.
Se desea conocer el presupuesto financiero del proyecto y graficarlo considerando en primer término, que cada tarea comenzará en su PFC respectiva, y posteriormente definir lo que significa la alternativa de finalización de cada tarea en su UFF.



12.8

Calcular el valor actual de los presupuestos financieros en Ft y FT del ejercicio anterior con una tasa del 2% por período.

12.9

Dada la siguiente matriz de precedencias, los distintos tiempos pesimistas (b), optimista (a) y más probable (m), el costo en tiempo normal y en tiempo crash y el consumo para cada una de las tareas de un determinado proyecto se pide:

1) Armar la red.

2) Calcular las fechas tempranas y fechas tardías para cada uno de los nodos.

3) Calcular el camino crítico. Indicar que actividades lo componen.

4) ¿Es la actividad L crítica? Por qué?

5) Confeccionar el diagrama calendario en fecha temprana.

6) Elaborar la programación de recursos teniendo en cuenta que se tiene una disponibilidad máxima de 40 toneladas por semana.

7) Elaborar el presupuesto financiero del proyecto considerando el diagrama calendario en fecha temprana y que las actividades se pagan al finalizar. Cuál es el valor actual del proyecto y cuál sería su valor si se decidieran cancelar todas las deudas la semana 8, teniendo en cuenta para ambos casos una tasa semanal del 0.5%?

8) ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se cumpla entre las 15 y 18 semanas?

9) ¿Cuántas semanas deben estimarse, que el proyecto debe durar, para tener una seguridad de cumplirlo del 95%?

10) Hallar los márgenes total, libre e independiente de las actividades D, E I y L.

11) Reducir la duración del proyecto hasta lograr su mínimo tecnológico, tomando como tiempo CRASH de cada tarea a sus tiempos optimistas.

12) Si se estima los gastos indirecto del proyecto en 1,5 miles U$S/semana. Considerando 0 los gastos indirectos del proyecto si se realiza en su tiempo mínimo y aumentando en dicho valor por cada semana adicional. ¿Cuál será la duración del proyecto que implique un menor costo? Graficar la curva de costos.

13) Qué cambios habría que introducir en el proyecto original si el proveedor de los materiales de la actividad G asegura que no puede entregar los mismos hasta por lo menos la semana 15. Ídem semana 12.

14) Qué cambios habría que realizar en el proyecto original si contractualmente se fija que la actividad **I** no puede comenzar más allá de la semana 6. Ídem semana 10.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**a**	**m**	**b**	Costo	Costo Crash	Consumo
A		1	1											2	3	4	8	10	20
B				1										1	2	3	2	3	5
C					1	1								1	1	1	3	3	10
D							1							1	4	13	10	14	0
E								1		1				1	4	7	7	11	10
F									1					1	3	5	2	3	0
G										1				1	1	1	3	3	5
H											1	1		2	3	10	5	8	0
I											1	1		2	3	4	4	6	15
J													1	1	2	3	3	7	15
K													1	3	4	5	7	8	20
L														1	2	3	3	7	20
M														1	1	1	1	1	10

13. SIMULACION

13.1

El estado del tiempo puede considerarse como un sistema estocástico, puesto que se desarrolla de manera probabilista de un día al siguiente. Supóngase que en cierto lugar de esta evolución probabilista satisface la descripción siguiente:

La probabilidad de que llueva mañana es 0.8, si esta lloviendo hoy.

La probabilidad de un día claro (sin lluvia) mañana es 0.9, si el día de hoy es claro.

Simúlese la evolución del estado del tiempo para 30 días, empezando con el día posterior a un día lluvioso.

13.2

Considérese la versión de un solo servidor del modelo básico original de la teoría de colas (entrada de Poisson y tiempos de servicio exponenciales).

Supóngase que la tasa media de llegas es de 20 por hora y la tasa media de servicio es de 25 por hora y que se desea estimar el tiempo esperado de permanencia antes de que inicie el servicio aplicando la simulación.

a) Partiendo con el sistema vacío, utilícese el incremento según el evento siguiente para realizar la simulación hasta que han ocurrido dos compleciones del servicio.

b) Partiendo con el sistema vacío, utilícese el incremento de tiempo fijo (con 1 minuto como unidad de tiempo) para realizar la simulación hasta que han ocurrido dos compleciones del servicio.

13. 3

Una compañía ha estado teniendo un problema de mantenimiento con cierta parte compleja del equipo. Este equipo contiene cuatro tubos al vació idénticos que han sido la causa del problema. El problema es que los tubos fallan con bastante frecuencia forzando por consiguiente que el equipo deje de trabajar en tanto se lleva a cabo un reemplazo. La práctica actual es reemplazar los tubos únicamente cuando fallan. Sin embargo se ha hecho una propuesta de que se reemplacen los cuatro tubos siempre que falle uno de ellos, para reducir la frecuencia con la que debe pararse el equipo. El objetivo es comparar estas dos alternativas con base en el costo.

Los datos pertinentes son los siguientes: Para cada tubo el tiempo de operación hasta que ocurra la falla tiene aproximadamente una distribución uniformes desde 2000 hasta 4000 horas. El equipo debe pararse durante 2 horas para reemplazar uno de los tubos o por 4 horas para reemplazar los cuatro. El costo total asociado con parar el equipo y reemplazar los tubos es de $ 50 por hora, más $ 10 por cada tubo nuevo.

a) Partiendo con cuatro tubos nuevos, simúlese la operación de las dos políticas alternativas para 10.000 horas de tiempo simulado.

b) Utilícense los datos obtenidos en el inciso a) a fin de llevar a cabo una comparación preliminar de las dos alternativas con base en el costo.

13.4

Una compañía industrial tiene dos cepillos mecánicos para cortar superficies planas con piezas grandes de dos tipos diferentes. El tiempo requerido para realizar cada tarea varía un poco, dependiendo en gran parte del número de pasadas que deben darse. En particular, para ambos tipos de piezas el tiempo requerido por un cepillo tiene aproximadamente la distribución de probabilidad que sigue:

Tiempo en min.	Probabilidad
10	0.30
20	0.25
30	0.18
40	0.12
50	0.08
60	0.045
70	0.015
8	0.007
90	0.003

Cada media hora se lleva una pieza de ambos tipos al departamento de cepillos.

Por desgracia, el departamento de cepillos ha tenido dificultades para ir al paso con su carga de trabajo. Con frecuencia se tienen piezas esperando a que se desocupe un cepillo. Esto ha interrumpido seriamente el programa de producción para las operaciones subsiguientes incrementando mucho como consecuencia, el costo del inventario de productos en proceso, así como el costo de equipo ocioso y la pérdida resultante de producción. Por lo tanto, se ha hecho la proporción de obtener un cepillo adicional para aliviar este cuello de botella.

Se estima que el incremento total en el costo (incluyendo el costo de recuperación de capital) asociado con la obtención y operación de otro cepillo sería de $ 20/hora. (En este costo se toma en cuenta el hecho de que, aún cuando se cuente con otro cepillo, el tiempo total de operación para todos los cepillos seguirá siendo el mismo). Se estima también que el costo total asociado con las piezas que tienen que esperar para ser procesadas es de $ 100 por pieza por hora y de $ 40 por pieza por hora para las piezas del primero y segundo tipos, respectivamente. Debido a esta diferencia en los costos siempre se les da prioridad a las piezas del primer tipo, sobre las del segundo tipo. En otras palabras si se desocupa un cepillo cuando están esperando piezas de los dos tipos siempre se elige una del primer tipo para ser procesada a continuación:

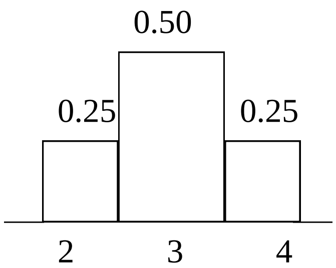
Partiendo con todos los cepillos momentáneamente ociosos esperando la llegada de la piezas, aplíquese el incremento según el evento siguiente para simular la operación de las dos políticas alternativas (seguir en las condiciones presentadas o bien obtener otro cepillo para 3 horas de tiempo simulado.)

13.5

La demanda y el tiempo de anticipación de un artículo particular tienen las distribuciones indicadas a continuación. Explicar como se puede generar la demanda durante el tiempo de anticipación usando simulación Monte Carlo. Utilizar en su explicación los números aleatorios indicados.

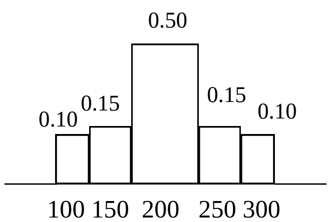
Tiempo de anticipación semanas

Números aleatorios
38, 10, 41, 82



Demanda artículo/semana

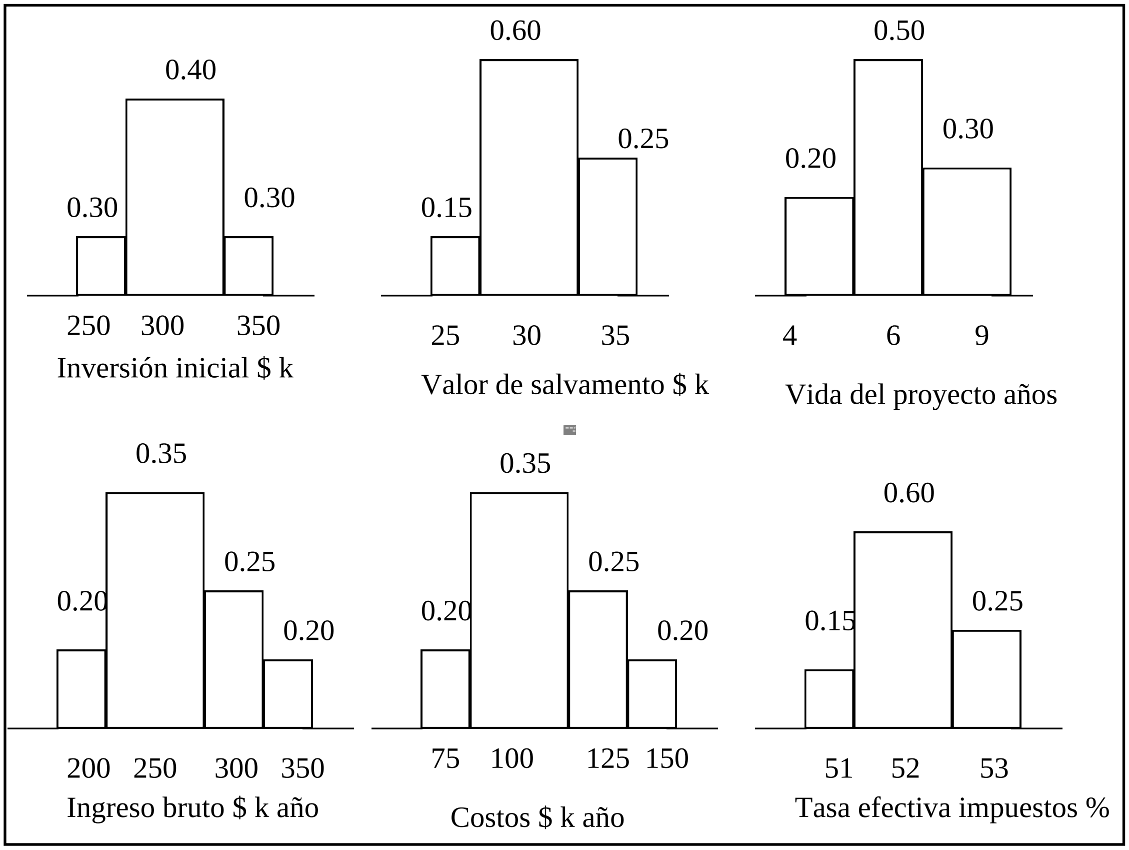
Números aleatorios
15, 51, 60, 30, 72, 09
40, 50, 84, 70, 49, 32



13.6

Utilizando las distribuciones mostradas a continuación y suponiendo una depreciación lineal, explicar como puede generarse una distribución de la tasa de intervalo, empleando simulación Monte Carlo. Para un ejemplo inicial, se pueden utilizar los siguientes números aleatorios.

Inversión Inicial	3
Vida del proyecto	1
Valor de salvamento	25
Ingreso bruto	36, 65, 99, 48
Costos	48, 82, 87, 13
Tasa efectiva de impuesto	23, 35, 58, 11



13.7

El volumen de ventas de un determinado artículo depende de su precio de venta. El precio de venta de un artículo puede ser $ 800, $825, $850, $875 ó $ 900 con probabilidades de 0.15, 0.35, 0.25, 0.15 y 0.10 respectivamente.

Se supone que el volumen de ventas tiene una distribución continua y normal. En la siguiente tabla se indican las medias y las desviaciones típicas de cada precio de venta. Explicar como puede generarse el ingreso bruto durante un período de 50 semanas usando simulación Monte Carlo.

Precio de venta	**Volumen de ventas unidades/semana**	
	Media	**Desviación típica**
$ 800	280	30
$ 825	250	25
$ 850	210	20
$ 875	200	15
$ 900	150	15

13.8

Los vehículos de una planta están sometidos a mantenimiento preventivo. Todas las labores de mantenimiento pueden ser efectuadas por un hombre pero en algunos casos el trabajo puede ser realizado en menos tiempo por un equipo de dos hombres. Con un solo hombre los tiempos para efectuar el mantenimiento de un vehículo son 1.25, 1.50, 1.75 o 2 horas con probabilidades de 0.15, 0.25, 0.40, y 0.20 respectivamente. Con dos hombres se requieren 0.50, 0.75, 1.00 ó 1.25 horas con probabilidades de 0.25, 0.35, 0.30 y 0.10 respectivamente. Cada miembro del equipo recibe un pago de $ 4.50 por hora y un sobresueldo de $ 1 por hora por equipo. Utilizando los siguientes números aleatorios, determinar si el mantenimiento es más económico con un solo hombre o con un equipo de dos hombres.

<u>Números Aleatorios</u>

38	46	91
89	25	43
40	20	59
02	20	66
99	78	16
37	92	34
46	34	87

13.9

Se ha observado que las ventas de un artículo particular son 450, 475 ó 500 artículos por semana con probabilidades de 0.25, 0.40 y 0.35 respectivamente. Los tiempos de anticipación entre hacer y recibir un pedido son de 1, 2, y 3 semanas con probabilidades de 0.75, 0.20 y 0.05 respectivamente. Usando los datos mostrados a continuación, determinar las existencias disponibles después de 15 semanas de operación simuladas.

Cantidad constante pedida = 1400 artículos

Punto de pedido: 500 unidades

Nivel inicial de inventario = 1400 unidades

<u>Números Aleatorios</u>

Para demanda				Para tiempo de anticipación	
63	22	83	29	52	08
37	31	55	71	81	20
41	58	32	12	10	95
16	66	61		36	74

13.10

Una línea de ómnibus de larga distancia pasa cada 15 minutos por una parada, siendo en realidad ese lapso una diferencia promedio, pues mismo varía normalmente con un desvío standard de 3 minutos. Los pasajeros llegan a la parada según una distribución Poisson en torno a una media de 1.5.
Si no se permiten pasajeros de píe, hallar el tiempo medio de espera en cola de los mismos.

PASAJEROS	PASAJEROS INSTANTE DE LLEGADA		ONMIBUS INSTANTE DE LLEGADA		NUMERO DE ASIENTOS VACIOS	PASAJEROS INSTANTE DE ASCENSO	PASAJEROS TIEMPO DE ESPERA
	SIMPLE	ACUM	SIMPLE	ACUM			

13.11

Una peluquería es atendida por tres peluqueros y su horario de atención al público es de 10 a 20 hs.
Los clientes llegan a razón de 6 por hora según una distribución Poisson, salvo a la hora del almuerzo, 12 a 13.45 en que llegan a razón de 12 por hora, con la misma distribución.
Los peluqueros se turnan para almorzar, haciéndolo respectivamente, de 11 a 11.30 hs. de 11.30 a 12.00 hs. y de 14 a 14.30 hs.
La duración de la atención a cada cliente tiene una distribución normal, con valor medio 20 min. y desvío standard 5 minutos.
la peluquería atiene tres sillones de espera, y si un cliente llega cuando los tres están ocupados, no se incorpora a la cola, si en cambio están ocupados dos, la probabilidad de que se quede es 0.5; cuando está ocupado uno, la probabilidad de que se quede es 0.7 y cuando no hay ningún sillón de espera ocupado y los tres peluqueros están trabajando, la probabilidad de que el cliente se decida a esperar es de 0.9. Además, si un cliente ha esperado 15 min., existe una probabilidad de 0.5 de que se retire sin esperar más.

Evaluar el comportamiento del sistema.

HORA	**PELUQUEROS**			**SILLONES**			**CLIENTES**		**NUMERO AL AZAR LLEGADA**	**NUMERO AL AZAR SERVICIO**	**DURACION SERVICIO**	**NUMERO AL AZAR NO INCOR.**	**NUMERO AL AZAR ABANDONO**
	1 **C F**	**2** **C F**	**3** **C F**	**1** **C F**	**2** **C F**	**3** **C F**	**LL**	**AB.**					

13.12

Un proceso se realiza a través de tres estaciones (en serie). Los arribos son Poisson, con una media de 20 minutos. Los tiempos de servicio y sus distribuciones son:
Canal 1: Normal media 10 min., desvío 5 min.
Canal 2: Exponencial con media 1/15 servicio por minuto
Canal 3: Constante, 15 min. por servicio.
Se desea hallar el tiempo de permanencia en el sistema y el tiempo de permanencia en la cola de los clientes.

Nota: Para obtener los intervalos de tiempo entre arribos, se usara la distribución acumulada T = 20 ln(1/x), siendo x un número al azar entre 0 y 1.

13.14

Se desea planificar la compra inicial de un repuesto para un grupo de máquinas (conjuntamente con la adquisición de éstas). Cuando se agote este stock, dicho componente se repondrá cuando ocurra su rotura, con pedidos unitarios que tienen una demora promedio de 0,7 meses/repuesto (distribución normal, desvío Standard 0,1), lapso durante el cual la máquina permanece parada.
Se tiene una rotura en promedio por cada 1,5 meses, con una distribución estadística exponencial.
Existe un costo de $5.000 por mes por cada máquina parada en espera de provisión de repuestos y un costo de mantenimiento en stock de repuestos en fábrica de $24/repuesto-mes.

a) Efectuar la simulación de variables independientes del problema obteniendo 15 valores de cada una.
b) Formular la expresión del funcional a utilizar para determinar el costo total de operación del sistema, a fin de poder evaluar posteriormente el número óptimo de repuestos a comprar inicialmente.
c) Simular el proceso con los valores obtenidos de la simulación de las variables, para un stock inicial de 3 repuestos.

13.15

En un aeropuerto de una sola pista se están estudiando diferentes problemas referidos al tráfico aéreo en el horario de 17 a 21 hs.
En este lapso, un promedio de un avión cada 5 minutos solicita permiso para aterrizar, y uno cada 15 minutos para despegar, según distribuciones poissonianas.
Los tiempos que toma al controlador de tráfico ayudar a que un aeroplano aterrice o despegue tienen una distribución normal con medias 3 y 2 minutos y desvíos standard 0,4 y 0,2, respectivamente.
La torre de control otorga permiso para aterrizar de acuerdo al orden de llegada de los aeroplanos, y para despegar de acuerdo al orden de solicitud de permiso para posicionarse en la pista.
Una solicitud para aterrizar tiene prioridad sobre una de despegue.
El objetivo es determinar:

a) El número promedio de aeroplanos que han pedido pista para aterrizar y que aún se encuentran sobrevolando el aeropuerto.
b) El número promedio de aviones que han solicitado pista para despegar y que aún se encuentran en espera.
c) La pérdida estimada para las compañías aéreas si se sabe que un avión en espera para aterrizar implica un costo de U$S 200 por minuto, y para un avión con las turbinas encendidas esperando despegar, un costo de U$S 60 por minuto.

Simular el proceso por el método "evento a evento" durante 2 horas.

13.16

Dado el siguiente proyecto:

Actividad	Precede inmed.	Distrib.	Duración en días
A	B, C	Expon.	Media: 15
D	E	Uniforme	b: 22, a:18
C	E	Expon.	Media: 5
B	-	Normal	Media: 20, D.Std:5
E	-	Normal	Media: 15, D.Std:3

Simular el proyecto para determinar su duración total para 5 valores de cada variable.

13.17

En una petroquímica se produce un compuesto a una tasa media de 10m3/día con un desvío standard de 1m3/día (distribución normal), que se almacena en un tanque. La demanda de este compuesto sigue también una distribución normal con media 8m3/día y desvío standard 2m3/día.
Cuando el nivel de stock supera los 35 m3, se detiene la producción de este compuesto, dedicándose la planta a la elaboración de otros productos hasta que se llegue al stock de “reorden”. Una vez alcanzado este nivel, se emite una orden de producción que tiene un costo de $ 600. El tiempo que transcurre desde que se emite la orden hasta que la planta comienza a producir el compuesto tiene una distribución uniforme discretizada con parámetros a = 1 día y b = 3 días.
El costo de almacenamiento del compuesto es de 1$/m3 por día y el costo de “agotamiento” (es decir aquel en el que se incurre por no disponer de este producto) es de 3.000$/m3 por día.
Se quiere determinar el Stock de reorden óptimo. Simular el proceso durante 30 días, comenzando con un stock inicial de 28 m3 y adoptando un Stock de reorden de 15m3.