7,50

(A)

72 6458?

TEMA 3

UCA
INGENIERÍA
Investigación Operativa
PARCIAL: 27/10/09

Cátedra: Ing: Ricardo Carlevari
Lic. Liliana Radice

ALUMNO: DOMINGUEZ MARÍA LUCILA

40 1. La empresa CONTAR produce cuatro productos A, B, C y D que utilizan respectivamente 5, 2, 4 y 2 horas-hombre y 4, 3, 0 y 2 kg. de materia prima por unidad, respectivamente. La disponibilidad semanal es de 790 h-h y de 920 kg de materia prima. La producción mínima (entre todos los productos) es de 290 unidades por semana. Las contribuciones marginales son $ 5; $ 4; $2 y $ 6 para A, B, C y D respectivamente.

Se dan los datos indicados para la tabla óptima del Simplex . Se pide:

a) Armar la tabla inicial del Simplex y completar la tabla óptima sin usar el Método Simplex, explicando claramente cómo procedió.

b) Cuál debería ser el beneficio mínimo del producto C para que convenga producirlo?

c) Determinar los límites superior e inferior del coeficiente del producto D (x4) en el funcional, dentro de los cuales no cambia la estructura de la solución óptima hallada.

d) Calcular los límites superior e inferior de la disponibilidad semanal de materia prima, dentro de los cuales se mantiene sin modificar la estructura de la solución óptima dual.

Tabla Optima

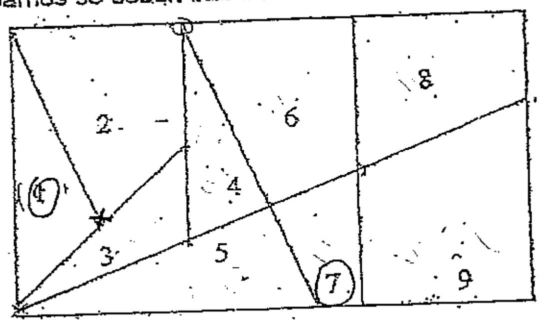
			Y4	Y5	Y6	Y7	Y1	Y2	Y3
			5	4	2	6	0	0	0
C_k	X_k	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
6	X_4	395	2,5	1	2	1	1/2	0	0
0	X_6	430	-1	1	-4	0	-1	1	0
[illegible]	X_7	105	1,5	0	1	0	1/2	0	1
Z=	2370		10	2	10	0	3	0	0
			Y4	Y5	Y6	Y7	Y1	Y2	Y3

Y7 Y5 Y3

25 2. Se adjunta el plano de una ciudad compuesta por nueve barrios. El intendente está analizando la ubicación de cuarteles de bomberos que permitan asistir en forma inmediata al barrio donde está localizado el cuartel y a sus barrios lindantes. Dado que su presupuesto es muy limitado, la cantidad de cuarteles debe ser la mínima posible pero que asegure la cobertura de la totalidad de los barrios.

Formule un modelo de Programación Matemática que permita determinar en qué barrios se deben instalar los cuarteles.

Y1	3	1
Y4	10	0
Y5	2	0
Y6	10	0



	Y1	Y2
Y1	1	1
Y4	2	-1
Y5	6	-4
Y6		

3. a) Definir solución básica.

b) Definir costo de oportunidad.

c) Problema incompatible: mostrar con un ejemplo gráfico y en el Simplex, explicando claramente.

$2 \cdot Y_1 - 4 \cdot Y_2 + 1 \cdot Y_3 =$

$2 \cdot 3 - 4 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 6 \rightarrow$ benef. mínimo de C

DOMINGUEZ MARIA LUCIA

1) X_i = cantidad producida del producto "i" (A, B, C, D)
Variable continua y NN

$Z_{MAX} \rightarrow 5X_1 + 4X_2 + 2X_3 + 6X_4 - M y_1$

Sujeto a las siguientes restricciones

CV:
$5X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2X_4 + X_5 = 790$
$4X_1 + 3X_2 + 2X_4 + X_6 = 920$
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - X_7 + y_1 = 290$

a) La tabla inicial del simplex queda entonces dispuesta de la siguiente forma:

		Cj	5	4	2	6	0	0	0	-M
CK	XK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Y1
0	X5	790	5	2	4	2	1	0	0	0
0	X6	920	4	3	0	2	0	1	0	0
-M	Y1	290	1	1	1	1	0	0	-1	1
Z = -290 M			-(5+M)	-(4+M)	-(2+M)	-(6+M)	0	0	M	0

Para completar la tabla óptima sin usar el metodo simplex se procede a usar la matriz inversa la cual se ubica en la tabla óptima debajo de los vectores canónicos de la inicial.

Matriz inversa = $\begin{vmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = A^{-1}$

El vector A_7 se ha invertido de signo por no ser el canónico de la tabla inicial.

Para completar la tabla óptima se debe multiplicar cada Aj de la tabla inicial por la matriz inversa y se obtendran los respectivos Aj de la óptima.

- $BK = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 790 \\ 920 \\ 290 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 395 \\ 130 \\ 105 \end{bmatrix}$
- $A_1 = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ -1 \\ 1,5 \end{bmatrix}$
- $A_2 = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $A_3 = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) Para saber si conviene o no producir el producto C y buscar su beneficio mínimo es:

$4 \cdot y_1 - 0 y_2 + 1 \cdot y_3 = 4 \cdot 3 - 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 12$

$ 12 contribución marginal mínima.

c) Para hallar los límites de X_4 cuyo es una variable básica, tenemos en cuenta la siguiente tabla:

	MAX	MIN
SUP	-	+
INF	+	-

$$C_4^{\text{LIM INF}} = 6 - \left\{ \frac{10}{2{,}5} ; \frac{2}{1} ; \frac{10}{2} ; -\frac{3}{1/2} \right\}_{MIN}$$

$$= 6 - \frac{2}{1} = 4$$

$C_4^{\text{LIM SUP}}$ = no existe límite superior ya que ningún a_{ij} de la fila X_4 es negativo.

d) Para hallar los límites de X_6 cuyo es una variable básica se continúa usando la tabla anterior:

$$C_6^{\text{LIM INF}} = 0 - \frac{2}{1} = -2$$

Debe ser el dual

$$C_6^{\text{LIM SUP}} = 0 + \left\{ \frac{10}{1} ; \frac{10}{4} ; \frac{3}{1} \right\}_{MIN} = 0 + \frac{10}{4} = 2{,}5$$

2) I_i = variable binaria que determina si se coloca o no un cuartel en el barrio i (1-9)

$Z(MIN) = \sum I_i$

Bajo los siguientes supuestos:

1 $I_1 + I_2 + I_3 \geq 1$
2 $I_2 + I_1 + I_3 + I_4 \geq 1$
3 $I_3 + I_1 + I_2 + I_4 + I_5 \geq 1$
4 $I_4 + I_6 + I_5 + I_3 + I_2 \geq 1$
5 $I_5 + I_7 + I_4 + I_3 \geq 1$
6 $I_6 + I_4 + I_7 + I_8 \geq 1$
7 $I_7 + I_5 + I_6 + I_9 \geq 1$
8 $I_8 + I_6 + I_9 \geq 1$
9 $I_9 + I_7 + I_8 \geq 1$

DOMINGUEZ. MARÍA LUCILA

3) a) SOLUCIÓN BÁSICA: es una solución que se encuentra dentro del polígono de soluciones, delimitado por cada restricción.

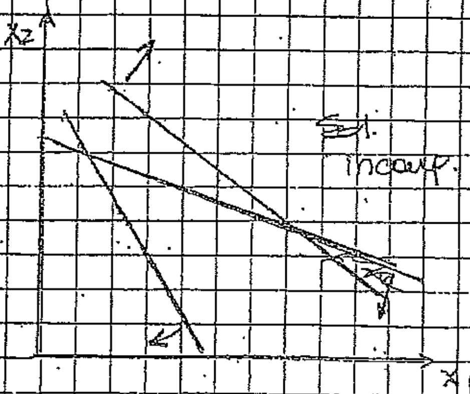
b) COSTO DE OPORTUNIDAD: es el valor de disminución del funcional (en el caso de maximización, y aumento en el caso de minimización) producido por agregar una unidad de un producto que no estoy produciendo y hacerlo entrar a la base. En otras palabras, es lo que me cuesta fabricar un producto, el cual no estaba fabricando.
El costo de oportunidad se detecta en la tabla óptima como un $Z_j - C_j$ en una variable fuerte que no está en la base.

c) Solución incompatible: es aquella solución que al llegar y encontrar la tabla óptima, se encuentra en la base una variable artificial (μ, λ).
En el simplex:

variable artificial

C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	...
M	μ_1	80	0	0	
4	X_2	100	0	1	
7	X_1	200	1	0	
2	X_3	150	0	0	
Z =			0	0	

tabla óptima



Otros conceptos