

|   |                    |           |
|---|--------------------|-----------|
| 2 | Nombre y Apellido: | Registro: |
|   | Fecha:             | e-mail:   |

- 1) Se deben elaborar dos productos (X e Y) con una mezcla de 7 componentes que se deben adquirir a distintos proveedores en las siguientes condiciones:

|    | Costo variable (K\$/ton) | Costo Fijo de adquisición (K\$) | Cantidad mínima a adquirir | Cantidad máxima | Índice de viscosidad | Tensión superficial |
|----|--------------------------|---------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------------|---------------------|
| A1 | 10                       | 50 (*)                          |                            | 60              | 0.9                  | 38                  |
| A2 | 12                       |                                 | 20                         | 50              |                      |                     |
| B1 | 20                       | 50 (*)                          |                            | 50              | 1.7                  | 20                  |
| B2 | 22                       |                                 | 20                         | 50              |                      |                     |
| B3 | 18 (*)                   |                                 |                            | 25              |                      |                     |
| C  | 15                       | 40                              | 15                         | 30              | 1.3                  | 29                  |
| D  | 10 (*)                   | 35                              |                            | 35              | 0.8                  | 29                  |
| E  | 9                        | 50                              |                            | 35              | 0.9                  | 41                  |
| F  | 8                        | 55                              | 30                         | 30              | 0.7                  | 40                  |
| G  | 11 (*)                   | 30                              |                            | 50              | 1.2                  | 32                  |

Nota: En los valores indicados con asterisco, tener en cuenta los comentarios

- El proveedor 1 puede suministrar los componentes A y el B. En el caso de adquirirse ambos componentes a este proveedor, el costo fijo se paga una sola vez.
- El proveedor 2 también puede suministrar ambos componentes A y B, pero sólo lo haría si se le compran ambos componentes.
- El proveedor 3 ofrece el precio de 18 K\$ por tonelada por las primeras 10 toneladas. Dado que tiene restricciones de fabricación, por encima de ese valor cobra 19 K\$ por tonelada.
- El proveedor del componente D hace un descuento de un 10%, si se le compra por encima de 20 toneladas.
- El proveedor del componente G hace un descuento de un 12% para las toneladas que excedan las 15 toneladas (no para las primeras 15).
- Si se compra al proveedor 1 no se puede comprar al proveedor 2.
- Los componentes D y G son complementarios, es decir si se agrega uno de ellos a un producto, también se debe agregar el otro en la relación  $D/G = 0,8$
- El producto X requiere un índice de viscosidad mínimo de 1.2, mientras que el Y de 1.0
- La tensión superficial máxima de X debe ser 30 y la de Y 35
- La cantidad máxima del componente F en la mezcla de X no puede ser superior al 30%, y en la de Y del 40%
- El precio de venta de X es 100 K\$/ton, mientras que el Y es K\$ 90.
- Hay una sola mezcladora de manera que primero se mezcla un producto y luego el otro. El producto X se mezcla a una tasa de 10 toneladas por hora, mientras que el Y a razón de 12 toneladas horarias. El tiempo de preparación de la mezcladora es de 4 horas para X y de 3 horas para Y. Se dispone de un tiempo total de mezcladora (preparación y elaboración) de 60 horas.
- Si se van a usar 4 o más de 4 componentes de diferente tipo en las mezclas, se van a requerir 25 horas de tiempo de la mezcladora para su adecuación.
- Se puede disponer de 20 horas adicionales de mezcladora, pero ello implica un costo fijo de K\$ 80 más K\$ 3 por cada hora adicional.
- Se requiere que las producciones de X e Y estén relativamente balanceadas: La producción de uno de estos productos no debe exceder al 30% de la producción del otro.

- 2) Una empresa fabricará una pieza especial para un cliente que requiere que se entreguen 200 unidades cada 60 días. El costo diario de almacenamiento del producto se ha estimado en \$ 5 por unidad. El costo de preparación de cada orden es de \$ 5000. La velocidad de fabricación puede ajustarse. Se sabe que el costo de fabricación de la pieza a una tasa de una unidad por día es de \$1000 y que la función de costo puede considerarse lineal (por ejemplo, fabricar el producto a una tasa de 2 unidades por día costaría \$2000, a 3 unidades por día, \$3000, etc.).
- Esquematizar la evolución de los inventarios en función del tiempo para el cliente y para la empresa. Formular un modelo matemático y deducir la expresión de la tasa óptima de fabricación. Calcular el Costo Total de cada orden para la empresa. El cliente quiere determinar el stock de reorden y para ello ha solicitado a la empresa que le especifique el plazo de entrega ("lead time") que transcurrirá desde que se emita el pedido hasta que se reciba en sus instalaciones. Sabiendo que el tiempo de transporte es de 2 días, ¿qué plazo de entrega debería comprometerse con el cliente?

UCA  
INGENIERIA  
Investigacion Operativa  
Final: 1402/11  
Catedra:

Alumno:

Tema 1

1. Una empresa de seguridad debe proveer un servicio de vigilancia (unpersonal para lo cual dispone de parte de su personal que trabaja 5hs/dia, parte que trabaja 6hs/dia y parte que trabaja 8hs/dia. La empresa trabaja 20 dias por mes. Las horas no cubiertas por personal que trabaja en alguna de las modalidades mencionadas se deben tercerizar lo que significa un costo de 100\$/h para la empresa. Razones sindicales hacen que la modalidad de 5hs/dia se utilice a lo sumo 10 veces en el mes, mientras que la modalidad de 6hs/dia y 8hs/dia se utilice un minimo de 20 veces en el mes, cada una respectivamente. Además, cuando en un día se usa una sola modalidad de personal se incurre en un costo fijo adicional de \$50 por compensaciones salariales. Se pide:

a) Definir claramente el tipo y significado de las variables a utilizar

b) Formular un modelo de P.L. que permita minimizar el costo de tercerización

c) Una empresa manufacturera genera scrap según una distribución

Normal. Hallar y determinar

1) Una compañía intenta decidir la mezcla de productos que debería producir en la próxima semana. Tiene siete productos, cada uno de ellos con un beneficio (\$) por unidad y requiere un tiempo de utilización de mano de obra para su fabricación (en hh por unidad) tal como se indica más abajo:

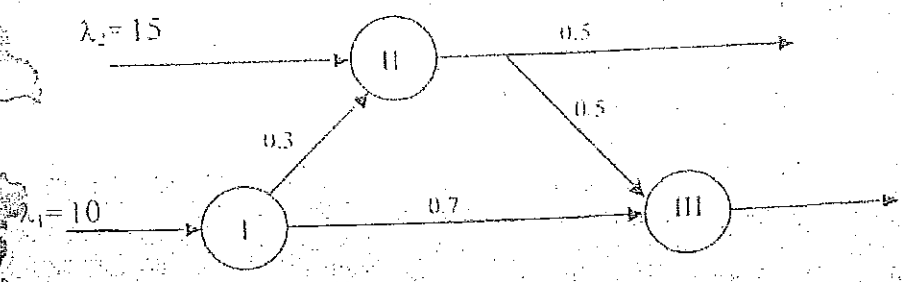
| Producto | Precio Venta (\$/u) | Costo (\$/u) | Mano de Obra (hh/u) |
|----------|---------------------|--------------|---------------------|
| 1        | 15                  | 5            | 1.0                 |
| 2        | 30                  | 12           | 2.0                 |
| 3        | 55                  | 15           | 3.7                 |
| 4        | 40                  | *            | 2.4                 |
| 5        | 95                  | 40           | 4.5                 |
| 6        | 60                  | **           | 0.7                 |
| 7        | 150                 | 35           | 9.5                 |

La compañía tiene 720 hh disponibles para la próxima semana. La producción debe terminarse completamente en la semana. Se requiere determinar qué productos fabricar y en qué cantidad.

Se tienen, además, las siguientes restricciones adicionales en el programa:

- Si se produce al menos una unidad del producto 7, se incurre en un costo fijo adicional de \$3000.
- Cualquier unidad del producto 2 que se fabrique por encima de 100 unidades requiere un tiempo de producción de 3.0 hh en lugar de 2.0. Por ejemplo, producir 101 unidades del producto 2 requiere  $100(2.0) + 1(3.0)$  hh.
- Si se fabrican los productos 3 y 4 (ambos), se necesitan 75 hh para la preparación de la línea de producción, de manera que la disponibilidad (efectiva) de mano de obra cae a  $720 - 75 = 645$ .
- Si se producen más de 5 productos se incurre en un costo fijo de \$3000.
- Si se producen exactamente 5 productos, se incurre en un costo fijo de \$1000.
- Si se producen menos de 4 productos, no se incurre en costo fijo.
- El costo del producto 4 es de \$ 10 por unidad si se producen menos de 50 unidades, pero de \$ 8 por unidad si se producen más de 50 o más unidades.
- Si se fabrica el producto 3 no se puede fabricar el 4.
- Si se fabrican más de 10 unidades el producto 1, se deben fabricar por lo menos 20 unidades del producto 2.
- El costo del producto 6 es de \$ 50 pesos para las primeras 40 unidades, pero de \$40 para una cantidad superior.

2) Para el sistema indicado en el gráfico, de 3 unidades operativas I) P-P-I, II) P-P-2 con impaciencia absoluta, I) P-P-I, sin impaciencia, en donde las velocidades promedio de atención son:  $\mu_1 = 35$ ,  $\mu_{II} = 20$ ,  $\mu_{III} = 25$ , el servicio es en la unidad III y el precio de venta del mismo es de \$100.



Determinar: a) el ingreso esperado por los servicios prestados, b) la longitud promedio de clientes por cada estación y para el sistema completo, c) el tiempo promedio de permanencia de un cliente en cada centro y en el sistema, d) la cantidad promedio de clientes rechazados y de clientes que no abandonan el servicio, y e) el número promedio de clientes activos en el sistema.

3

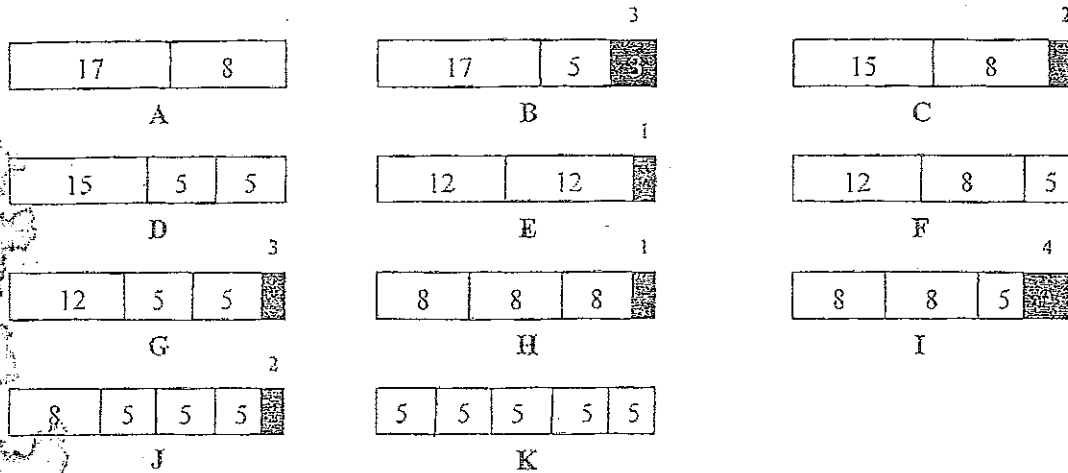
Nombre y Apellido:

Registro:

Fecha:

e-mail:

1. Una compañía de papel vende rollos de papel de longitud fija en cinco anchos estándar 5, 8, 12, 15 y 17 pies, de los cuales se requieren preparar para el fin del día, respectivamente, 40, 35, 30, 25, y 20 rollos. Del proceso de manufactura salen solamente rollos de 25 pies de ancho, de manera que éstos se toman de stock para ser cortados. Los rollos pueden cortarse en 11 diferentes patrones de corte: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, y K.



El costo de los rollos de 25 pies es de \$ 100 cada uno. La preparación del equipo para cada patrón de corte que se disponga implica un costo de \$ 200.

En un día determinado no pueden disponerse más de 4 patrones de corte.

Los tiempos de preparación de cada patrón dependen de la cantidad de cuchillas dispuestas.

|   | 1 cuchilla | 2 cuchillas | 3 cuchillas | 4 cuchillas |
|---|------------|-------------|-------------|-------------|
| t | 10 min     | 12 min      | 15 min.     | 18 min.     |

Observar que, por ejemplo, la disposición A requiere 2 cuchillas, la G 3 cuchillas y la J 4 cuchillas.

El tiempo de procesamiento de cada rollo de 25 pies es de 18 minutos.

La planta trabaja 24 horas por día.

- I. Formular un modelo matemático para determinar los patrones de corte a fin de minimizar el costo.
- II. Formular un modelo matemático para determinar los patrones de corte si se establecen las siguientes prioridades (en orden decreciente):
  - a. Satisfacer los requerimientos de rollos, sin superarlos.
  - b. No superar 4 disposiciones de patrones de corte por día.
  - c. Minimizar el desperdicio.
  - d. Minimizar la cantidad de rollos de 25 pies a cortar.
  - e. Minimizar el costo.

2. A un sistema de colas P/P/2/2 arriban clientes de categorías A y B. Los clientes de categoría A tienen prioridad total, tanto de ingreso como de servicio. Esto es un cliente A puede explusar a un cliente B de la cola o desplazarlo del canal. Las tasas de arribo son  $\lambda_A$  y  $\lambda_B$ , mientras que las tasas de atención son  $\mu_A$  y  $\mu_B$ , respectivamente. Formular un modelo matemático para determinar (a) las probabilidades de estado (planteando todas las ecuaciones necesarias), (b) la longitud de cola y del sistema para cada categoría y para el conjunto de clientes, (c) el tiempo de espera en cola y de permanencia en el sistema para cada categoría y para el conjunto de clientes, (d) el porcentaje de ocupación del canal para cada categoría y para el conjunto, (e) el número promedio de clientes rechazados de cada categoría y del conjunto.

Apellido y Nombre Larroulet Matías  
 No de registro

INVESTIGACION OPERATIVA  
 9-2-2012

Ver ejemplo PL pág 97-98.

1) Una compañía tiene tres minas 1, 2 y 3 que si son explotadas producen las siguientes cantidades (en toneladas) por día de minerales de alto grado y de bajo grado:

| MINA | ALTO GRADO | BAJO GRADO |
|------|------------|------------|
| 1    | 1          | 5          |
| 2    | 2          | 2          |
| 3    | 2          | 6          |

El costo de operar las minas 1, 2 y 3 por día es \$200, \$300 y \$240, respectivamente. La compañía requiere vender 50 toneladas de minerales de alto grado y 20 de bajo grado. Se desea minimizar el costo total operativo.

1. Plantee el problema de optimización (en sus formas numérica y gráfica) y el programa dual correspondiente, indicando el significado de todas las variables.

2. Resuelva el problema numéricamente (sin usar el algoritmo Simplex) determinando:

- a) Cuántos días debería operar cada mina.
- b) Cantidad de toneladas de los dos tipos de minerales extraídas por día de cada una de las minas.

3. Responda las siguientes preguntas:

- a) Con qué costo mínimo debería operar la empresa para poder obtener la cantidad necesaria de minerales a un precio más alto de los actuales de extracción de los minerales?
- b) Determinar cuál sería el mayor beneficio que se podría obtener por una tonelada de mineral de alto grado y por una tonelada de mineral de bajo grado.
- c) Evaluar cuál de los minerales es más rentable extraerlo, si lo hubiera, por operar cada una de las minas.

El uso de un recurso que implique un costo adicional del 5% respecto del costo actual. Determinar la mejor explotación económica de la inversión de término de este recurso del tipo óptimo.

Pág 31 Ejemplo 2.10

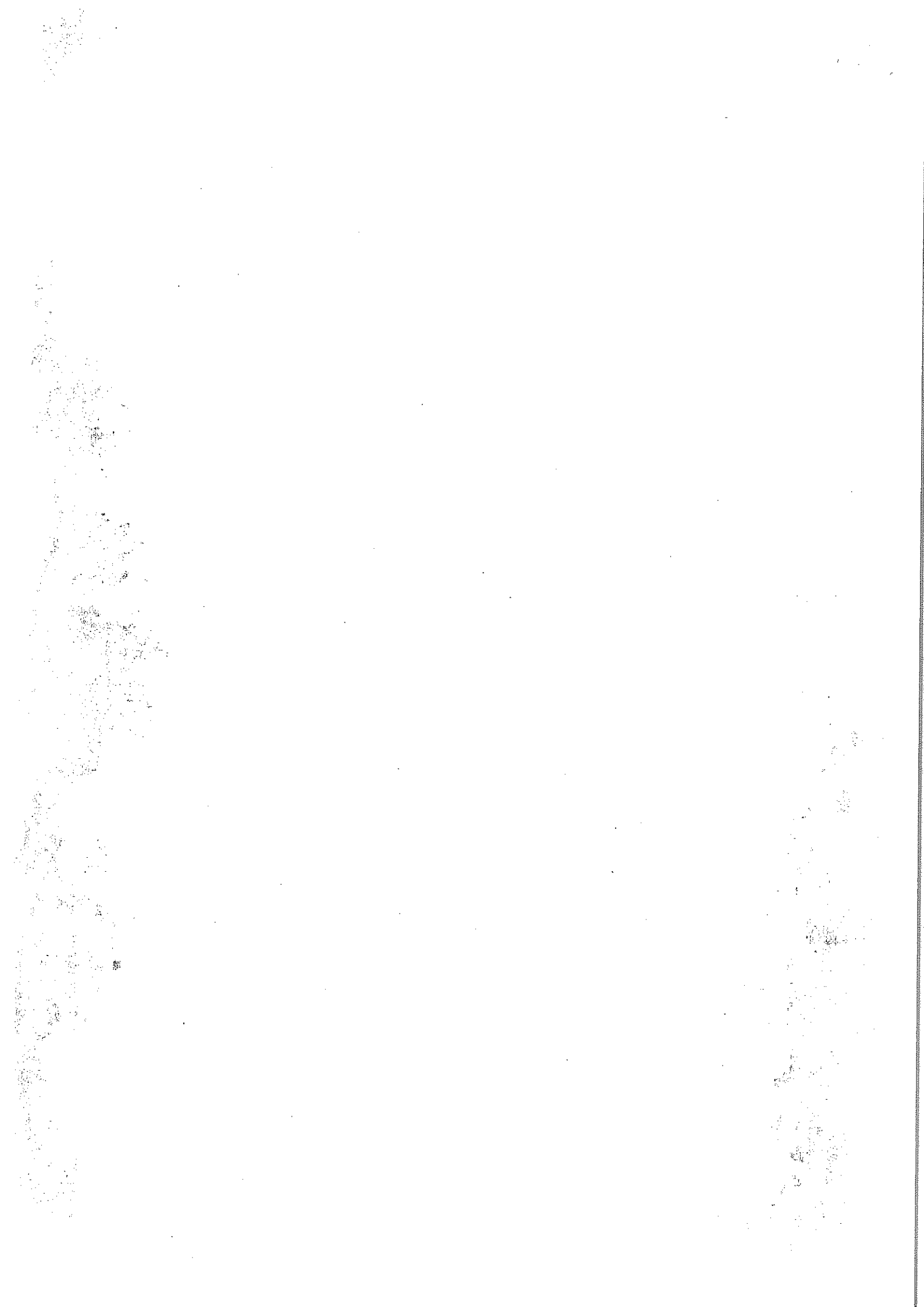
C) Sabiendo que para una actividad la duración de duración la fecha tentativa del nodo origen es 54, la fecha tentativa del nodo origen es 70, la fecha tentativa del nodo al que conduce es 62 y la fecha tentativa del nodo al que conduce es 63.

- 1) Calcular los márgenes totales, libres e independientes de dicha actividad.
- 2) Indique que implicaciones tiene que hacer en el programa y cuál sería el impacto en el proyecto, si se redujera la resistencia de que la máquina tuviera que llevar a cabo la actividad no estará disponible hasta la fecha 58.

D) A un sistema de atención al público sirven clientes, conforme a un proceso permanente, a un promedio de 10 por hora. El sistema está constituido por dos canales que brindan el mismo tipo de servicio y en paralelo.

El tiempo de atención promedio de cada canal es de 15 minutos (según una distribución exponencial). La población de usuarios de este sistema que puede considerarse infinita, presenta características de independencia total. Es decir que un cliente se retira sin esperar si no es atendido en forma inmediata cuando llega.

El costo de los canales es de \$500.000 cada uno. Se está estudiando la posibilidad de reemplazar ambos canales por uno solo que podría atender a una velocidad promedio de 2 clientes por hora (proceso Poisson), pero que costaría \$800.000. Si este servicio se cobra \$ 300, conviene efectuar el cambio.



AL 03.06.09

$$Z_{max} = 4x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 + 1,5x_4$$

ESTANDAR

Sujeto a  $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 2000$

$$5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 2000$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_4 + x_6 = 3000$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_4 \leq 3000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_7 + M = 700$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 700$$

(A)

|       |       |       | 4     | 2,5   | 3     | 1,5   | 0     | 0     | 0     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $C_k$ | $x_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 0     | $x_5$ | 2000  | 5     | 2     | 4     | 2     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | $x_6$ | 3000  | 4     | 3     | 0     | 2     | 0     | 1     | 0     |
| -M    | M     | 700   | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     | -1    |
| Z =   | 2500  |       | 2,25  | 0     | 2     | 1     | 1,25  | 0     | 0     |

Para completar la tabla optima, me fijó wal es la matriz inversa, la cual multiplicada por los vectores iniciales me dan los vectores optimos  $\rightarrow$  armo la primera tabla

|       |       |       | 4     | 2,5    | 3     | 1,5    | 0     | 0     | 0     | -M |
|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|----|
| $C_k$ | $x_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$  | $A_3$ | $A_4$  | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | M  |
| 0     | $x_5$ | 2000  | 5     | 2      | 4     | 2      | 1     | 0     | 0     | 0  |
| 0     | $x_6$ | 3000  | 4     | 3      | 0     | 2      | 0     | 1     | 0     | 0  |
| -M    | M     | 700   | 1     | 1      | 1     | 1      | 0     | 0     | -1    | 1  |
| Z =   | -700M |       | -M+4  | -M+2,5 | -M+3  | -M+1,5 | 0     | 0     | M     | 0  |

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & -1 \\ -1,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow$  es la que esta abajo de la identidad en la tabla inicial (sabiendo que los vectores artificiales son simetricos a aquellos para los cuales fueron creados).

$$B^1 = A^{-1} \cdot B \Rightarrow \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & -1 \\ -1,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2000 \\ 3000 \\ 700 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 1000 \end{pmatrix} \quad A_1^1 = A^{-1} \cdot A_1 = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -3,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$$

$$A_3^1 = A^{-1} \cdot A_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A_4^1 = A^{-1} \cdot A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(B) CONTRIBUCIÓN UNITARIA MINIMA

$$\begin{pmatrix} 0,5 & 0 & -1 \\ -1,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ -3,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} \Rightarrow 0,5 \cdot 0 + (-3,5) \cdot 0 + 1,5 \cdot 2,5 = 3,75$$

CONTRIBUCIÓN MIN

(C) LIM SUP E INF DE LA DISPONIBILIDAD DE MO.

|   | $C_k$      | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ |      |
|---|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|   | 2000       | $Y_1$ | 1,25  | 1     | 1,5   | -0,5  | 0     | -0,5  | 0     | 0     | 3,5   | 0,35 |
| ← | 0          | $Y_4$ | 2,25  | 0     | 3,5   | -1,5  | 1     | -2,5  | 0     | 0     | 16,5  | 0,13 |
|   | 0          | $Y_6$ | 2     | 0     | 6     | -1    | 0     | -2    | 1     | 0     | 10    | 0,2  |
|   | 0          | $Y_7$ | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 4     | 0,25 |
|   | $Z = 2500$ |       | 0     | 0     | 0     | -300  | 0     | -1000 | 0     | 0     | 4000  |      |

$$b_{sup} = 2000 - \left( \frac{0}{1,5} \right) = 2000$$

$$b_{inf} = 2000 - \left( \frac{300}{0,5} ; \frac{1000}{0,5} \right) = 1400$$

④ SOL OPTIMA DUAL: SE INTRODUCE UNA RESTRICIÓN DE COMBUSTIBLE

$$X_1 + 7X_2 + 4X_3 + 3X_4 \leq 3000$$

$$\text{DUAL} \rightarrow Z_{min} = 2000Y_1 + 3000Y_2 - 700Y_3 + 3000Y_4$$

sujeta a

$$\begin{aligned} 5Y_1 + 4Y_2 + Y_3 + Y_4 &\geq 4 && -Y_4 + 11a \\ 2Y_1 + 3Y_2 - Y_3 + 7Y_4 &\geq 2,5 && -Y_5 + 11a \\ 4Y_1 - Y_3 + 4Y_4 &\geq 3 && -Y_6 + 11a \\ 2Y_1 + 2Y_2 - Y_3 + 3Y_4 &\geq 1,5 && -Y_7 + 11a \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ -1 & 2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A_{x1} = A^{-1} \cdot A_8 = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 16,5 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}$$

| $C_k$ | $Y_k$      | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ |
|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2000  | $Y_1$      | 0,77  | 1     | 0,76  | -0,18 | -0,21 | 0,03  | 0     | 0     | 0     |
| 3000  | $Y_2$      | 0,13  | 0     | 0,21  | -0,09 | 0,06  | -0,15 | 0     | 0     | 0     |
| 0     | $Y_3$      | 0,64  | 0     | 3,88  | -0,09 | -0,61 | -0,48 | 1     | 0     | 0     |
| 0     | $Y_4$      | 0,15  | 0     | 0,15  | 0,36  | -0,24 | 1,61  | 0     | 1     | 0     |
|       | $Z = 1930$ |       | 0     |       |       |       |       | 0     | 0     | 0     |

# 50 PARCIAL - 20

①  $Z_{\min} = 5X_1 + 2,5X_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 0,1X_1 + 0,3X_2 &\geq 8 \\ 0,3X_1 + 0,4X_2 &\geq 19 \\ 0,3X_1 + 0,11X_2 &\geq 7 \end{aligned}$$

→ FORMA CANONICA

siendo  $X_1, X_2 \geq 0$

$$Z_{\min} = 5X_1 + 2,5X_2 + M_1\mu_1 + M_2\mu_2 + M_3\mu_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 0,1X_1 + 0,3X_2 - X_3 + \mu_1 &= 8 \\ 0,3X_1 + 0,4X_2 - X_4 + \mu_2 &= 19 \\ 0,3X_1 + 0,11X_2 - X_5 + \mu_3 &= 7 \end{aligned}$$

→ FORMA CANONICA

siendo  $X_i, \mu_j \geq 0$

## ② COMPLETAR LA TABLA OPTIMA

1º hago la primera tabla

| $C_k$ | $X_k$   | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_3$ |
|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|---------|---------|
| M     | $\mu_1$ | 8     | 0,1   | 0,3   | -1    | 0     | 0     | 1       | 0       | 0       |
| M     | $\mu_2$ | 19    | 0,3   | 0,4   | 0     | -1    | 0     | 0       | 1       | 0       |
| M     | $\mu_3$ | 7     | 0,3   | 0,1   | 0     | 0     | -1    | 0       | 0       | 1       |

OPTIMA:

|           | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$  | $A_5$   | $\mu_1$ | $\mu_2$   | $\mu_3$    | $A_6$   |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|-----------|------------|---------|
| 5         | $X_1$ | 10    | 1     | 0     | 0     | 1,11   | -4,44   | 0       | -1,11     | 4,44       | -0,2997 |
| 2,5       | $X_2$ | 40    | 0     | 1     | 0     | -3,33  | 3,33    | 0       | 3,33      | -3,33      | 0,8991  |
| 0         | $X_3$ | 5     | 0     | 0     | 1     | -0,888 | 0,555   | -1      | 0,888     | -0,555     | 0,13976 |
| $Z = 150$ |       |       | 0     | 0     | 0     | -2,775 | -13,875 | -M      | 2,775 - M | 13,875 - M | -9,25   |

→ NO OPTIMA

## ③ INTERPRETAR LA TABLA OPTIMA

$B_1 = 10$  → la persona debe adquirir 10 kg de alimentos de A

$B_2 = 40$  → " " " " 40 kg de " " B

$B_3 = 5$  → excedente de 5 unidades de vitamina sobre el min. impuesto

$Z = 150$  → costo total

$Z_4 - C_4 = -2,775$  → Valor Marginal de las proteínas

$Z_5 - C_5 = -13,875$  → Valor marginal de la Vitamina B12

## ④ PLANTEAR SIST DUAL Y SU TABLA OPTIMA

$$Z_{\max} = 8y_1 + 19y_2 + 7y_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 0,1y_1 + 0,3y_2 + 0,3y_3 &\leq 5 \\ 0,3y_1 + 0,4y_2 + 0,11y_3 &\leq 2,5 \end{aligned}$$

|                |                |                | 8              | 19             | 7              |                |                | -15            |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| C <sub>k</sub> | Y <sub>k</sub> | B <sub>k</sub> | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | A <sub>4</sub> | A <sub>5</sub> | A <sub>6</sub> |
| 19             | Y <sub>2</sub> | 2,775          | 0,888          | 1              | 0              | -1,11          | 3,33           | -1,11          |
| 7              | Y <sub>3</sub> | 13,875         | -0,55          | 0              | 1              | 4,44           | -3,33          | 0,44           |
| Z = 150        |                |                | 5              | 0              | 0              | 40             | 40             | -2,01          |
|                |                |                | 4              |                |                |                |                |                |

5) El funcional el funcional no cambiará si se aumenta el requerimiento min de vit A en una unidad.

6) 

|            |   |   |   |       |        |  |
|------------|---|---|---|-------|--------|--|
| 8          |   |   |   |       |        |  |
| Z = 163,88 | 0 | 0 | 0 | -2,77 | -13,88 |  |

 → en la optima directa

cambia el costo total = 163,88

Y lo que se adquiere: 14,44 kg de A  
36,66 kg de B

excedente de vit A sobre el min impuesto de 4,44 unidades

7) Lim sup del producto B

$$C_{2, \text{sup}} = 2,5 + \frac{13,875}{3,33} = 6,67$$

8) NUEVO ALIMENTO C: 10\$/kg, 0,27 proteina, 0,10 vit A.

$$0,10 y_1 + 0,27 y_2 = 0,10 \cdot 0 + 0,27 \cdot 2,77 = 0,75 < 10 \rightarrow \text{no conviene}$$

9) CALCULO → NUEVA RESTRICION →

$$0,2x_1 + 0,4x_2 = 0,2 \cdot 10 + 0,4 \cdot 40 = 18 \stackrel{\text{no}}{\leq} 16 \Rightarrow$$

$$0,2x_1 + 0,4x_2 \leq 16 \xrightarrow{\text{como es minimización}} -0,2x_1 - 0,4x_2 \geq -16$$

reemplazo en la tabla dual →

$$Y_6' = A^{-1} Y_6 = \begin{pmatrix} -1,11 & 3,33 \\ 4,44 & -3,33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,2 \\ -0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,11 \\ 0,44 \end{pmatrix}$$

# EJERCICIO 27-10-07 TEMA 2

1)  $Z_{max} = 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4$

sujecho a:  $5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 790$

$4x_1 + 3x_2 + 2x_4 \leq 920$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 290$

$5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 790$

$4x_1 + 3x_2 + 2x_4 + x_6 = 920$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_7 + M = 290$

$Z_{max} = 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 - Mx_7$

2)

|             |       |     | 5            | 4            | 2            | 5            |       |       |       |  | -M    |
|-------------|-------|-----|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|-------|-------|--|-------|
| Co          | $x_i$ | B   | $A_1$        | $A_2$        | $A_3$        | $A_4$        | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |  | $M_i$ |
| 0           | $x_5$ | 790 | 5            | 2            | 4            | 2            | 1     | 0     | 0     |  | 0     |
| 0           | $x_6$ | 920 | 4            | 3            | 0            | 2            | 0     | 1     | 0     |  | 0     |
| -M          | $x_7$ | 290 | 1            | 1            | 1            | 1            | 0     | 0     | -1    |  | 1     |
| $Z = -290M$ |       |     | $-M \cdot 5$ | $-M \cdot 4$ | $-M \cdot 2$ | $-M \cdot 6$ | 0     | 0     | M     |  | 0     |
|             |       |     |              |              |              |              | ↑     | ↑     |       |  | ↑     |

|            |   |       |     |     |   |    |   |       |   |   |   |
|------------|---|-------|-----|-----|---|----|---|-------|---|---|---|
| $1/2$      | 6 | $x_4$ | 395 | 2.5 | 1 | 2  | 1 | $1/2$ | 0 | 0 | / |
| $1/2$      | 0 | $x_6$ | 130 | -1  | 1 | -4 | 0 | -1    | 1 | 0 | / |
| $1/2$      | 0 | $x_7$ | 105 | 1.5 | 0 | 1  | 0 | $1/2$ | 0 | 1 | / |
| $Z = 2370$ |   |       |     | 10  | 2 | 10 | 0 | 3     | 0 | 0 | / |

MATRIZ INVERSA =  $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Para hallar  $B^{-1} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 790 \\ 920 \\ 290 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 395 \\ 130 \\ 105 \end{pmatrix}$

$A_1^{-1} = A^{-1} \cdot A_1 = \begin{pmatrix} 2.5 \\ -1 \\ 1.5 \end{pmatrix}$       $A_2^{-1} = A^{-1} \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$       $A_3^{-1} = A^{-1} \cdot A_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

6) El beneficio mínimo del producto C para que convenga producirlo

$Z_{min} = 790y_1 + 920y_2 - 290y_3$

- A)  $5y_1 + 4y_2 - y_3 \geq 5$
- B)  $2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 4$
- C)  $4y_1 - y_3 \geq 2$
- D)  $2y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 6$

$4 \cdot 3 - 0 = 12 \rightarrow$  Contribución mínima.

7)  $\text{Lim sup} = \text{no existe}$  (no hay ningún  $a_{ij}$  negativo)

$\text{Lim inf} = 6 - \left( \frac{10}{2.5} \cdot \frac{2}{1} + \frac{10}{2} \cdot \frac{3}{1/2} \right) = 4$

# MATEMÁTICA PRIMA X6

| $C_k$      | $Y_k$ | $B_k$ | 790 | 920  | -290 | $Y_4$ | $Y_5$ | $Y_6$ | $Y_7$ |
|------------|-------|-------|-----|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 790        | $Y_1$ | 3     | 1   | 1    | -1/2 | 0     | 0     | 0     | -1/2  |
| 0          | $Y_2$ | 10    | 0   | 1    | -1,5 | 1     | 0     | 0     | -2,5  |
| 0          | $Y_3$ | 2     | 0   | -1   | 0    | 0     | 1     | 0     | -1    |
| 0          | $Y_4$ | 10    | 0   | 4    | -1   | 0     | 0     | 1     | -2    |
| $Z = 2370$ |       |       | 0   | -130 | -105 | 0     | 0     | 0     | -395  |

$Y_2 \rightarrow$  variable no básica  $\Rightarrow$

$B_{sup} = \text{no existe}$

$B_{inf} = 920 + 130 = 790$

1

1)  $I_1 + I_2 + I_3 \geq 1$

2)  $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \geq 1$

3)  $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 \geq 1$

4)  $I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 \geq 1$

$I \rightarrow$  variable binaria

5)  $I_3 + I_4 + I_5 + I_7 \geq 1$

6)  $I_4 + I_6 + I_7 + I_8 + I_9 \geq 1$

7)  $I_5 + I_6 + I_7 + I_9 \geq 1$

8)  $I_6 + I_8 + I_9 \geq 1$

9)  $I_7 + I_8 + I_9 \geq 1$

# PARCIAL 30.05.11 TEMA 3.

①

| PRODUCTOS |   |   |                      |               |
|-----------|---|---|----------------------|---------------|
| \$90      | A | $\begin{cases} C1 = 2 \text{hs} \\ C2 = 1 \text{hr} \end{cases}$  | $C1 = 150 \text{hs}$ | Costo = 170   |
| \$75      | B | $\begin{cases} C1 = 1 \text{hr} \\ C2 = 3 \text{hrs} \end{cases}$ | $C2 = 130 \text{hs}$ | Costo = \$ 30 |

Ventas máximas  $\rightarrow$  80 unidades para A  
90 unidades para B

$X_A$ : cantidad de producto A fabricada  
 $X_B$ : cantidad de producto B fabricada  
 $T_i$ : tiempo utilizado en el centro i  
 $HE_i$ : horas extras en el centro i

Todas las variables son no negativas.

(C1)  $-T_1 + 2X_A + X_B = 0$

(C2)  $-T_2 + X_A + 3X_B = 0$

(T1)  $T_1 + d_{T1}^- - d_{T1}^+ = 150$

(T2)  $T_2 + d_{T2}^- - d_{T2}^+ = 130$

(HE1)  $HE_1 + d_{HE1}^- - d_{HE1}^+ = 15$

Objetivo)  $90X_A + 75X_B - 70T_1 - 30T_2 + d_6^- - d_6^+ = 3500$

$Z_{\min} = P_1 d_{HE1}^- + P_2 (70d_{T1}^- + 30d_{T2}^-) + P_3 d_6^- + P_4 (70d_{T1}^+ + 30d_{T2}^+)$

$P_1 \gg P_2 \gg P_3 \gg P_4$

②

A: cantidad de neumáticos A  
 B: " " " B  
 C: " " " C

DIRECTO

$$Z_{max} = 5x_1 + 3x_2 + 1x_3$$

sujeo a

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &\geq 190 \\ 4y_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 540 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 690 \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0$$

| $C_k$    | $y_k$ | $B_k$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ | $y_6$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| M        | $u_1$ | 5     | -1    | 4     | 5     | -1    | 0     | 0     |
| M        | $u_2$ | 3     | -1    | 2     | 1     | 0     | -1    | 0     |
| M        | $u_3$ | 1     | -1    | 3     | 2     | 0     | 0     | -1    |
| $Z = 9M$ |       |       |       |       |       |       |       |       |

DUAL

$$Z_{min} = -190y_1 + 540y_2 + 690y_3$$

sujeo a

$$\begin{aligned} -y_1 + 4y_2 + 5y_3 &\geq 5 \\ -y_1 + 2y_2 + y_3 &\geq 3 \\ -y_1 + 3y_2 + 2y_3 &\geq 1 \end{aligned}$$

$$y_i \geq 0$$

| $C_k$      | $y_k$ | $B_k$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ | $T$ |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 540        | $y_2$ | 1,5   | -0,5  | 1     | 0,5   | 0     | -1/2  | 0   |
| 0          | $y_6$ | 3,5   | -0,5  | 0     | -0,5  | 0     | -3/2  | 1   |
| 0          | $y_4$ | 1     | -1    | 0     | -3    | 1     | -2    | 0   |
| $Z = 1810$ |       |       | -80   | 0     | -420  | 0     | -270  | 0   |

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 3/2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = M^{-1}B = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1' = M^{-1}A_1 = \begin{pmatrix} -0,5 \\ -0,5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$A_3' = M^{-1}A_3 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ -0,5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

- (b)
- $B_4 : 1 \rightarrow$  COSTO DE OPORTUNIDAD: por c/unidad de R que se desea fabricar el funcional disminuirá en \$1.
  - $B_6 : 3,5 \rightarrow$  COSTO DE OPORTUNIDAD: por c/unidad de T que se desea fabricar el funcional disminuirá en \$3,5.
  - $B_2 : 1,5 \rightarrow$  VALOR MARGINAL: por c/hr de mano de obra que se agregare el funcional aumentara en \$1,5.

$Z_1 - b_1 = -80$ : hay 80 unidades de producción mínima computa (sobrante)

$Z_2 - b_2 = 0$ : El recurso mano de obra está saturado

$Z_3 - b_3 = -420$ : hay 420 unidades de materia prima (sobrante)

$Z_4 - b_4 = 0$ : no se producen unidades de R

$Z_5 - b_5 = -270$ : se producen 270 unidades de S.

$Z_6 - b_6 = 0$ : no se producen unidades de T

El beneficio mínimo xa producir 12 →

Beneficio + costo de oportunidad = \$6

1) Rango de materia prima 3 y 3

Como y3 no esta en la base → bsup = NO EXISTE

binf = 690 - 420 = 270.

2)  $Z_{max} = 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 11x_7$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_7 \geq 190$   
 $4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_7 \leq 590$   
 $5x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_7 \leq 690$

A1 no se agrega  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$  y en el optimo  $A_2 = M^{-1} \cdot A_2$

TABLA OPTIMA DEL DIRECTO

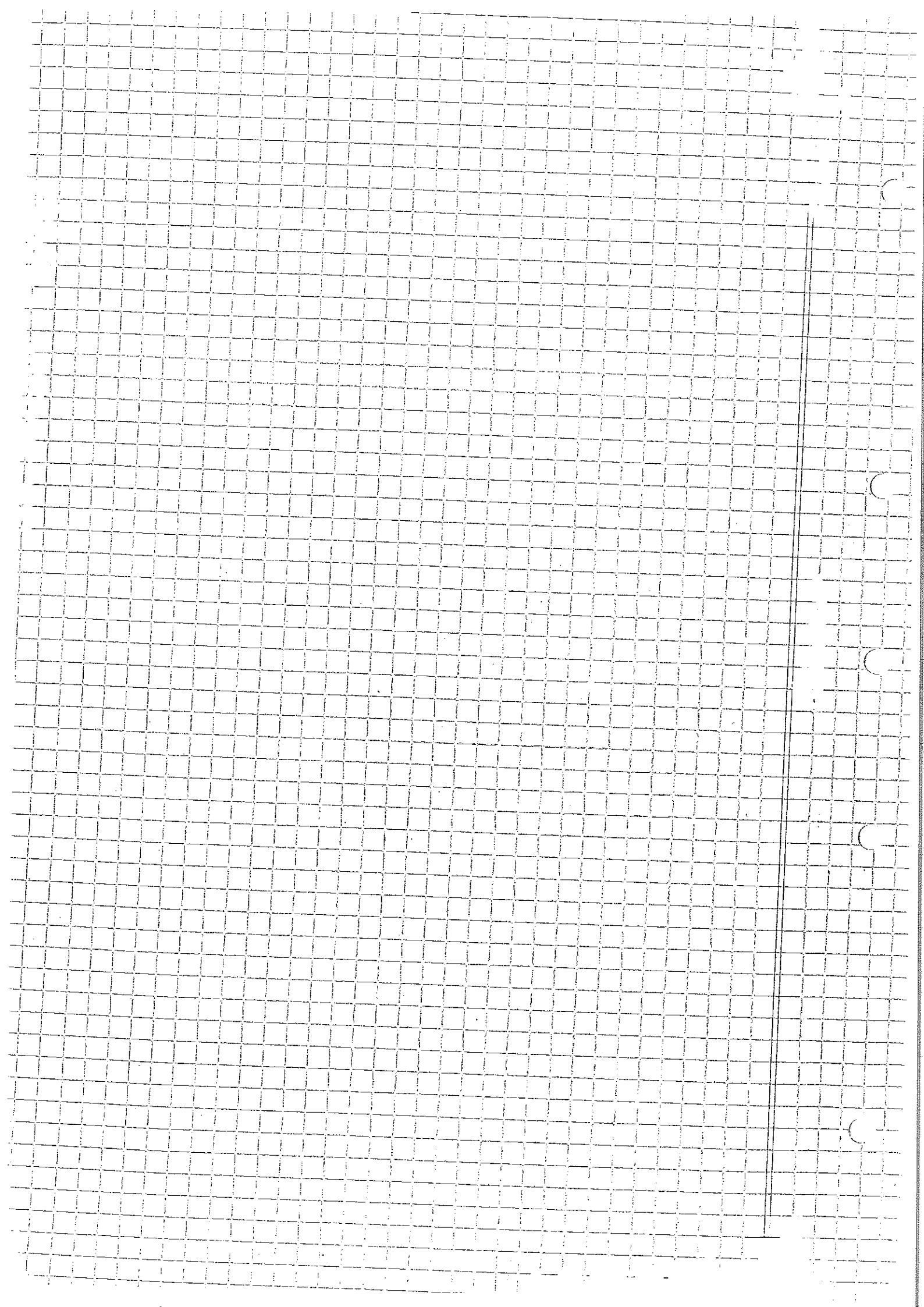
|    |    |     | S  | B  | 1   | ↓  | ↓    | ↓  | M   |     |
|----|----|-----|----|----|-----|----|------|----|-----|-----|
|    |    |     | X1 | X2 | X3  | X4 | X5   | X6 | X7  |     |
| 3  | X2 | 270 | 2  | 1  | 3/2 | 0  | 1/2  | 0  | 1   | 270 |
| 0  | X4 | 80  | 1  | 0  | 1/2 | 1  | 1/2  | 0  | (2) | 80  |
| 0  | X6 | 420 | 3  | 0  | 1/2 | 0  | -1/2 | 1  | -7  | -   |
| Z= |    |     | 1  | 0  | 3/5 | 0  | 1/5  | 0  | -8  |     |

←  
 190  
 590  
 690

$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & -1 \end{pmatrix}$ 
 $M^{-1} \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$

|   |    |     |     |   |      |      |      |   |   |
|---|----|-----|-----|---|------|------|------|---|---|
| 3 | X2 | 230 | 1/2 | 1 | 1/25 | -1/2 | 0,75 | 0 | 0 |
| M | X7 | 40  | 1/2 | 0 | 1/4  | -1/2 | 1/4  | 0 | 1 |
| 0 | X6 | 700 |     | 0 |      | 7/2  | 1,25 | 1 | 0 |

→ MAL



# PARCIAL 23.10.07

ESTANDAR

(2)

$$Z_{\max} = X_1 + 5X_2$$

$$\text{sueto a: } \begin{aligned} X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 4X_1 + 2X_2 &\leq 10 \\ 3X_1 + 1X_2 &\leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 3X_2 + X_3 &= 12 \\ 4X_1 + 2X_2 + X_4 &= 10 \\ 3X_1 + X_2 + X_5 &= 8 \end{aligned}$$

siendo  $x_i \geq 0$

(A) COMPLETAR LA TABLA OPTIMA SIN UTILIZAR SIMPLEX

PRIMERA TABLA DIRECTA  $\rightarrow$

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | $X_3$ | 12    | 1     | 3     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | $X_4$ | 10    | 4     | 2     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | $X_5$ | 8     | 3     | 1     | 0     | 0     | 1     |

OPTIMA:

| $C_k$          | $X_k$ | $B_k$    | $A_1$  | $A_2$ | $A_3$  | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$   | $b$ |
|----------------|-------|----------|--------|-------|--------|-------|-------|---------|-----|
| 5              | $X_2$ | 4        | $1/3$  | 1     | $1/3$  | 0     | 0     | $1/3$   | 12  |
| $\leftarrow$ 0 | $X_4$ | 2        | $10/3$ | 0     | $-2/3$ | 1     | 0     | $10/3$  | 0,6 |
| 0              | $X_5$ | 4        | $8/3$  | 0     | $-1/3$ | 0     | 1     | $7/3$   | 2,4 |
|                |       | $Z = 20$ | $2/3$  | 0     | $5/3$  | 0     | 0     | $-10/3$ |     |

$$B_k^{-1} = A^{-1} \cdot B_k = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A_i = A^{-1} \cdot A_i = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 10/3 \\ 8/3 \end{pmatrix}$$

(B) LIM SUP E INF DEL COEFICIENTE DEL PRODUCTO B ( $X_2$ )

$$C_{2, \text{sup}} = \text{NO EXISTE}$$

$$C_{2, \text{inf}} = 5 - \left( \frac{2/3 \cdot 5/3}{1/3 \cdot 1/3} \right) = 3$$

(C)  $A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 10/3 \\ 8/3 \end{pmatrix}$

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$    | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$  | $A_4$   | $A_5$ | $A_6$ |
|-------|-------|----------|-------|-------|--------|---------|-------|-------|
| 5     | $X_2$ | $17/5$   | 0     | 1     | $2/5$  | $-1/10$ | 0     | 0     |
| 5     | $X_6$ | $3/5$    | 1     | 0     | $-1/5$ | $3/10$  | 0     | 1     |
| 0     | $X_5$ | 3        | 1     | 0     | 0      | $-1/2$  | 1     | 0     |
|       |       | $X = 22$ | 4     | 0     | 1      | 1       | 0     | 0     |

me conviene producir  $17/5$  de B y  $3/5$  de C.

