

Parcial: (4)

PA

7/10

36

UCA
ING. INFORMÁTICA
INVESTIGACIÓN OPERATIVA
Cátedra: Ing. Ricardo D. Carlevari

ALUMNO: Marcello, Alon Leonel
Parcial: 23/10/07

TEMA 2

1. La empresa PINAR produce dos tipos de productos A y B. La disponibilidad mensual de materia prima es de 12 toneladas, la de materiales 10 toneladas y la de combustible 8 metros cúbicos. Por su parte, cada uno de los dos productos tienen los siguientes requerimientos de cada uno de los tres insumos dados: A (1, 4, 3) y B (3, 2, 1). Los beneficios unitarios de los productos son: \$1 para A y \$5 para B.
La que sigue es la tabla óptima incompleta que surge de haber resuelto el programa lineal que busca determinar las cantidades a producir de A y B con el objetivo de maximizar los beneficios.

	B1	B2	B3	AV	AB	AS
S.	4	1/3	1	1/3	0	0
	2	10/3	0	1/3	1	0
	4	8/3	0	1/3	0	1
	Z=20	2/3	0	5/3	0	0

AB, B
2/3, 8
1/3, 6/11
2/3, 12/7
-2/3

33

- Se pide:
- v.a) Completar la tabla óptima sin utilizar el M. Simplex, explicando cómo lo realiza.
 - v.b) Dar la interpretación económica del resultado: Z, variables básicas, Zj - Cj y los aij.
 - c) Determinar la conveniencia de fabricar un producto C con insumos (2, 5, 3) y con un beneficio unitario de \$4. Si conviene fabricarlo, calcular qué cantidad.

✓
Valores a re...

2. Una empresa dispone de seis personas para realizar tres trabajos. En la tabla adjunta se disponen los tiempos que históricamente han empleado esas personas para realizar esos trabajos. Se desea hacer la asignación que minimice los tiempos totales de manera que cada persona haga una tarea distinta y que cada tarea sea realizada por una única persona. Es decir, que quedarán tres personas sin trabajar.
Además, las personas 2 y 4 no deben ser asignadas ambas (sólo una o ninguna).

$$I_2 + I_4 \leq 1$$

PERSONAS

	1	2	3	4	5	6
1)	6	7	5	4	3	1
2)	3	4	5	6	7	9
3)	2	8	1	6	8	3

TRABAJOS

33

3. Un taller de reparación de automóviles tiene una capacidad de reparación de 6 autos por día. El sector recibe por día 18 clientes, pero éstos tienen impaciencia. Ha sido posible determinar que la probabilidad de que un cliente que llega al taller deje su auto para arreglar está dada por la expresión:

$$p(1/n) = 1 - \frac{n}{4}$$

20

siendo "n" la cantidad de autos en el taller en el instante de arribo de un cliente.

Formular un modelo matemático que permita determinar las probabilidades asociadas, la ganancia esperada del taller (suponiendo que, en promedio, cada automóvil deja una ganancia de \$200), la longitud de cola promedio y el tiempo promedio que transcurre desde que un cliente deja su auto en el taller hasta que éste está reparado (asumiendo 8 horas de trabajo por día).

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

Problema

X_i : Variable continua. No. M^o de unidades producidas del producto i

①

MP) $X_1 + 3X_2 \leq 12$

Mbt) $4X_1 + 2X_2 \leq 10$

Comb) $3X_1 + X_2 \leq 8$

$Z_{MAX} \Rightarrow X_1 + 5X_2$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + X_3 = 12 \\ 4X_1 + 2X_2 + X_4 = 10 \\ 3X_1 + X_2 + X_5 = 8 \end{cases}$$

$Z_{MAX} \Rightarrow X_1 + 5X_2$

Tabla inicial directa

C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0	X_3	12	1	3	1	0	0
0	X_4	10	4	2	0	1	0
0	X_5	8	3	1	0	0	1
$Z=0$			-1	-5	0	0	0

a)

Tabla optimo

C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
5	X_2	4	1/3	1	1/3	0	0
0	X_4	2	10/3	0	-2/3	1	0
0	X_5	4	8/3	0	-1/3	0	1
$Z=20$			2/3	0	5/3	0	0

- 1° Calcular en la tabla optimiza los vectores precios de las variables que se encuentran en la base
- 2° Calcular c_j y c_k generalmente por la función de objetivo
- 3° Una vez hallado la M^{-1} inversa, hallar B_k y A_1 :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_k = A^{-1} \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 10/3 \\ 8/3 \end{pmatrix}$$

b) Dar la interpretación económica del resultado: Z , variables básicas, $Z_j - c_j$ y las a_{ij}

- Se deben fabricar 4u del producto B, 4u sobrante de materiales (2) y sobrante de combustible (4). No se fabrican unidades del producto A por tener mayor sobrante de MP.
- Con este plan de producción se ganan 20\$ (valor de Z)
- Si yo quisiera hacer 1 unidad de A, mi función de objetivo disminuye en $\frac{2}{3}$
- Además disminuye $\frac{1}{3}$ la cantidad de producto B, $\frac{10}{3}$ el sobrante de materiales y disminuye $\frac{8}{3}$ el sobrante de combustible

Por cada unidad que yo rebaje b restricciones sobre los recursos propios:

Aumento $1/3$ la cantidad de producto B o fabricar,
 Disminuye $2/3$ el sobrante de MAT, disminuye $1/3$ el sobrante de combustible, Aumento el funcional $5/3$

e) ¿Cuánto fabrica en producto C $(2, 5, 3)$ $4 \frac{1}{3}$?

$$2y_1 + 5y_2 + 3y_3 \leq 4$$

$$2 \cdot (5/3) + 5 \cdot (0) + 3 \cdot (0) \leq 4$$

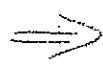
$\frac{10}{3} \leq 4$ Conviene fabricar un producto C !!

- x_1 y_1
- x_2 y_2
- x_3 y_3
- x_4 y_4
- x_5 y_5

¿Cuánto conviene fabricar?

$$A^{-1} \cdot A_6 = A_6 \text{ óptimo}$$

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 11/3 \\ 7/3 \end{pmatrix}$$



C_k	X_k	B_k	1	5	0	0	0	4	θ
			A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
5	X_2	4	$1/3$	1	$1/3$	0	0	$2/3$	6
0	X_4	2	$4/3$	0	$-2/3$	1	0	$11/3$	$6/11$ ←
0	X_5	4	$8/3$	0	$-1/3$	0	1	$7/3$	$12/7$
			$2/3$	0	$5/3$	0	0	$-2/3$	

C_k	X_k	B_k	1	5	0	0	0	4	θ
			A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
5	X_2	$40/11$	$-5/11$	1	$5/11$	$-2/11$	0	0	
4	X_6	$6/11$	$4/11$	0	$-2/11$	$3/11$	0	1	
0	X_5	$30/11$	$6/11$	0	$1/11$	$-7/11$	1	0	
$Z = 20,736$			$11/11$	0	$17/11$	$-2/11$	0	0	

Conviene fabricar $\frac{6}{11}$ u del Producto C !!

T. tipos > Persona

(2)	(1)	0
	(2)	2
	(3)	0
	(4)	3
	(5)	0
	(6)	0

I_{ij} : Variable Binaria I indica si la persona "i" hizo el trabajo "j" o No.

P1) $I_{11} + I_{12} + I_{13} \leq 1$

P2) $I_{21} + I_{22} + I_{23} \leq 1$

P3) $I_{31} + I_{32} + I_{33} \leq 1$

P4) $I_{41} + I_{42} + I_{43} \leq 1$

P5) $I_{51} + I_{52} + I_{53} \leq 1$

P6) $I_{61} + I_{62} + I_{63} \leq 1$

≤ 1 Porque puede que no hagan ninguno trabajo

T1) $I_{11} + I_{21} + I_{31} + I_{41} + I_{51} + I_{61} = 1$

T2) $I_{12} + I_{22} + I_{32} + I_{42} + I_{52} + I_{62} = 1$

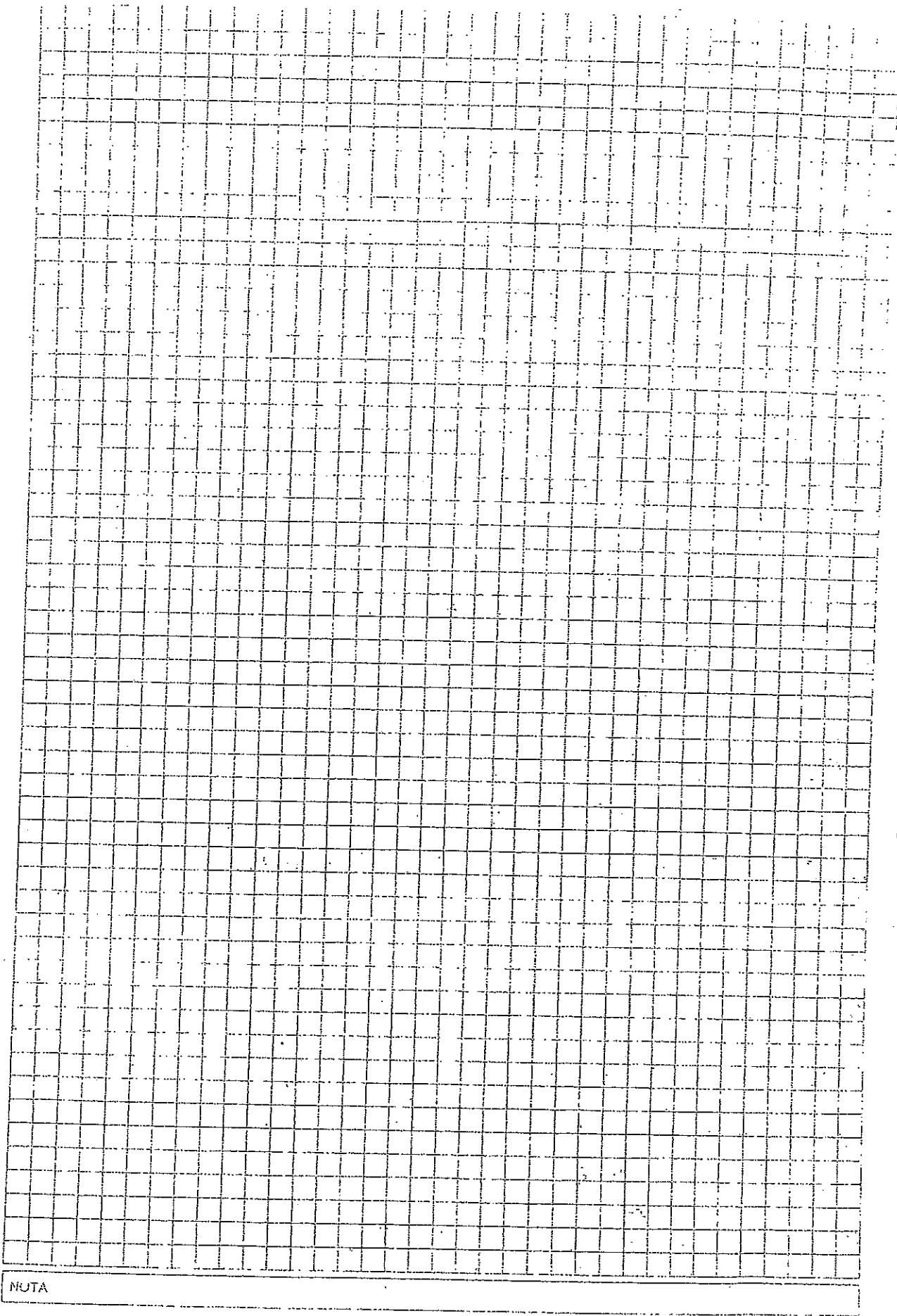
T3) $I_{13} + I_{23} + I_{33} + I_{43} + I_{53} + I_{63} = 1$

TOTAL1) $-I_2 + I_{21} + I_{22} + I_{23} = 0$

TOTAL4) $-I_4 + I_{41} + I_{42} + I_{43} = 0$

REST) $I_2 + I_4 \leq 1$

ZMN = 6 I_{11} + 4 I_{21} + ... + 8 I_{53} + 3 I_{63}



NOTA