10 (2g) Parcial (6)

8/10

TEMA 4

UCA
ING. INFORMÁTICA
INVESTIGACIÓN OPERATIVA
Cátedra: Ing. Ricardo D. Carlevari

ALUMNO: Pedersen Iara

Parcial: 23/10/07

1. Una empresa de seguridad necesita un número diferente de empleados para cada día de la semana. El número mínimo de empleados requeridos se da en la tabla adjunta. Las reglas sindicales establecen que los empleados deben trabajar durante cinco días consecutivos y después descansar dos días. Formule un P.L. que permita cumplir con los requerimientos con el mínimo personal posible.

33

Día	N° de empleados mínimo requerido
Lunes	$X_L \geq$ 20
Martes	$X_M \geq$ 12
Miércoles	$X_{Mi} \geq$ 15
Jueves	$X_J \geq$ 18
Viernes	$X_V \geq$ 15
Sábado	$X_S \geq$ 14
Domingo	$X_D \geq$ 10

$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7 = 5$

$X_L \geq 20$

2. La empresa MADEREX produce dos tipos de productos A y B. La disponibilidad mensual de materia prima es de 12 toneladas, la de materiales 10 toneladas y la de combustible 8 metros cúbicos. Por su parte, cada uno de los dos productos tienen los siguientes requerimientos de cada uno de los tres insumos dados: A (1, 4, 3) y B (3, 2, 1). Los beneficios unitarios de los productos son: $1 para A y $5 para B.
La que sigue es la tabla óptima incompleta que surge de haber resuelto el programa lineal que busca determinar las cantidades a producir de A y B con el objetivo de maximizar los beneficios.

ck	xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
5	x2	4	1/3	1	1/3	0	0
0	x4	2	10/3	0	- 2/3	1	0
0	x5	4	8/3	0	- 1/3	0	1
	Z = 20		2/3	0	5/3	0	0

Se pide:

a) Completar la tabla óptima sin utilizar el M. Simplex, explicando cómo lo realiza.

b) Determinar los límites superior e inferior del coeficiente del producto B (x2) en el funcional, dentro de los cuales no cambia la estructura de la solución óptima hallada.

c) Determinar la conveniencia de fabricar un producto C con insumos (1, 4, 2) y con un beneficio unitario de $5. Si conviene fabricarlo, calcular qué cantidad.

33

No — Colas

3. Un taller de reparación de automóviles tiene una capacidad de reparación de 4 autos por día. El sector recibe por día 12 clientes, pero éstos tienen impaciencia. Ha sido posible determinar que la probabilidad de que un cliente que llega al taller deje su auto para arreglar está dada por la expresión:

30

$$p(i/n) = 1 - \frac{n}{3}$$

siendo "n" la cantidad de autos en el taller en el instante de arribo de un cliente.

Formular un modelo matemático que permita determinar las probabilidades asociadas, la ganancia esperada del taller (suponiendo que, en promedio, cada automóvil deja una ganancia de $100), la longitud de cola promedio y el tiempo promedio que transcurre desde que un cliente deja su auto en el taller hasta que éste está reparado (asumiendo 8 horas de trabajo por día).

Parcial

(2) X_i = Variable continua mayor igual a cero. Cantidad producida de productos i

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 \leq 12 \\ 4X_1 + 2X_2 \leq 10 \\ 3X_1 + X_2 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 + 3X_2 + X_3 = 12 \\ 4X_1 + 2X_2 + X_4 = 10 \\ 3X_1 + X_2 + X_5 = 8 \end{cases}$$

$Z_{MAX} \rightarrow X_1 + 5X_2$ $\qquad$ $Z_{MAX} \Rightarrow X_1 + 5X_2$

tabla inicial

			1	5	0	0	0
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0	X_3	12	1	3	1	0	0
0	X_4	10	4	2	0	1	0
0	X_5	8	3	1	0	0	1
	$Z = 0$		-1	-5	0	0	0

Tabla óptima

1º Completamos los vectores canónicos que son los de las variables que están en la base

2º Completamos C_K y C_j que viene por la función objetivo

3º Utilizamos la A^{-1} para luego hallar B, A_1 y A_2

a) tabla óptima

			1	5	0	0	0
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
5	X_2	4	1/3	1	1/3	0	0
0	X_4	2	10/3	0	-2/3	1	0
0	X_5	4	8/3	0	-1/3	0	1
	$Z = 20$		2/3	0	5/3	0	0

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = A^{-1} \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad A_1 = A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 10/3 \\ 8/3 \end{pmatrix}$$

NOTA

$$A_2 = A^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

b) Determinar los límites sup e inf del Producto B (x_2) dentro de los cuales no cambia la estructura de la solución óptima hallada.

Como se trata de una variable básica y el problema es de Maximización, hago lo siguiente:

	MAX	MIN
SUP	−	+
INF	+	−

$C_{2_{SUP}} = \nexists$ ya que No hay $a_{ij} < 0$ En la fila de x_2

$\nexists \lim_{sup} \Rightarrow$ significa que No existe ningún número superior por encima de 5, tal que la estructura de la sol. óptima cambie.

$$C_{2_{INF}} = 5 - \left[\frac{2/3}{1/3} ; \frac{5/3}{1/3}\right]_{MIN}$$

$$= 5 - \left[2 ; 5\right]_{MIN}$$

$$C_{2_{INF}} = 5 - 2 = \boxed{3}$$

c) C $(1, 4, 2)$ $\$/u$

$y_1 \rightarrow x_3$
$y_2 \rightarrow x_4$
$y_3 \rightarrow x_5$

$$1y_1 + 4y_2 + 2y_3$$

$$1.(5/3) + 4(0) + 2.(0) = 5/3$$

$5/3 = 1{,}67 < 5\ \$/u \Rightarrow$ Conviene fabricar el producto C

NOTA

Ahora me fijo que cantidad me conviene fabricar:

			1	5	0	0	0	5	
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	θ
5	X_2	4	1/3	1	1/3	0	0	1/3	12
0	X_4	2	10/3	0	-2/3	1	0	10/3	3/5 ←
0	X_5	4	8/3	0	-1/3	0	1	5/3	12/5
$Z = 20$			2/3	0	5/3	0	0	-10/3 ↑	

Transformo A_6 para colocarlo en la tabla óptima

$$A_6 = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 10/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$$

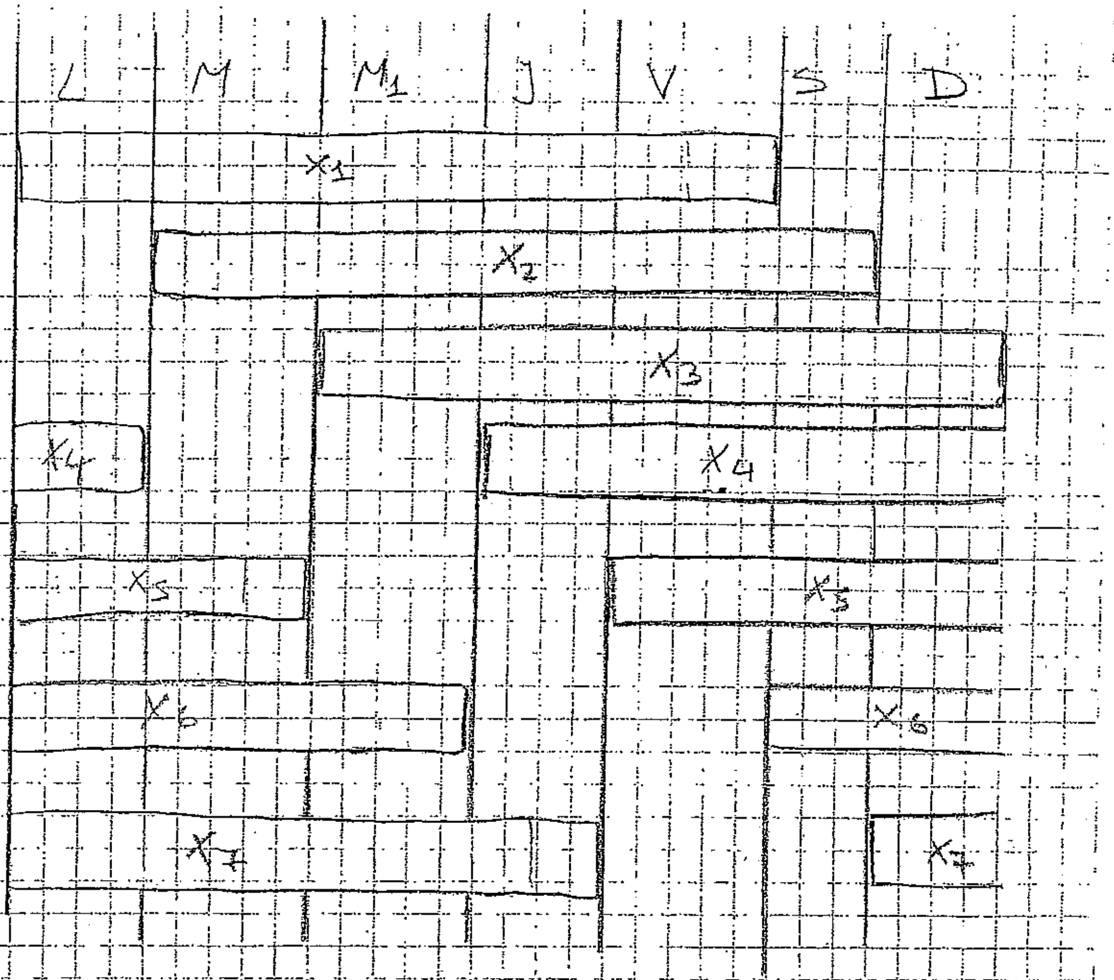
			1	5	0	0	0	5
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
5	X_2	19/5	0	1	2/5	-1/10	0	0
5	X_6	3/5	1	0	-1/5	3/10	0	1
0	X_5	3	1	0	0	-1/2	1	0
$Z = 22$			4	0	1	1	0	0

NUEVA TABLA ÓPTIMA

Me conviene producir $\frac{3}{5}$ u del producto C

NOTA

1



L) $x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 20$

M) $x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 12$

M1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq 15$

J) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq 18$

V) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 15$

S) $x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 14$

D) $x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 10$

X_i = "Cantidad de empleados que trabajan en el turno 'i'"
Variable Entera

NOTA