Una empresa petroquímica puede fabricar cuatro productos x_1, x_2 x_3 y x_4, cuyas contribuciones marginales por m^3 son, respectivamente, \$ 100, \$ 200, \$ 150 y \$-50.

Los recursos restrictivos son Disponibilidad de la Materia Prima (en m^3) C y del aditivo J (en litros). Existe una política comercial de fabricar por lo menos 100 m^3 por semana de x_1.

Dadas la primera y última tabla del problema, completar (indicando cómo se procedió) la última tabla del simplex. (No resolver con simplex para responder a esta pregunta).

	c_k	x_K	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**μ7**
				100	200	150	-50				-M
Disp C (m^3)	0	x_5	**900**	1	1	1	1	1			
Disp J (l)	0	x_6	**60**	5	4	3	-2		1		
Prod. Min (m^3)	-M	μ_7	**100**	1						-1	1

	200	x_2		0	1		0	0.33	0.17	1.17	
	100	x_1		1	0		0	0	0	-1	
	-50	x_4		0	0		1	0.67	-0.17	-0.17	

$$\begin{bmatrix} 0.33 & 0.17 & -1.17 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.67 & -0.17 & 0.17 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 900 \\ 60 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 193.33 \\ 100 \\ 606.67 \end{bmatrix}$$

				100	200	150	-50				-M
		x_K	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	
Disp C (m^3)		**x_5**	**900**	1	1	1	1	1			
Disp J (l)		**x_6**	**60**	5	4	3	-2		1		
Prod. Min (m^3)			**100**	1						-1	1
	200	**x_2**	**193.33**	0	1		0	0.33	0.17	1.17	
	100	**x_1**	**100**	1	0		0	0	0	-1	
	-50	**x_4**	**606.67**	0	0		1	0.67	-0.17	-0.17	

$$\begin{bmatrix} 0.33 & 0.17 & -1.17 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.67 & -0.17 & 0.17 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.83 \\ 0 \\ 0.17 \end{bmatrix}$$

			100	200	150	-50				-M
c_k	**x_K**	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**μ7**
	x_5	900	1	1	1	1	1			
	x_6	60	5	4	3	-2		1		
	μ_7	100	1						-1	1
200	**x_2**	193.33	0	1	0.83	0	0.33	0.17	1.17	-1.17
100	**x_1**	100	1	0	0	0	0	0	-1	1
-50	**x_4**	606.67	0	0	0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33.33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3	

$y_6 = z_3 - c_3$: Costo de oportunidad de x_3. Indica lo que debería incrementarse la contribución marginal de x_3 para que convenga fabricarlo. En consecuencia, incrementándolo en $10, convendría fabricarlo.

$y_1 = z_5 - c_5$: Valor marginal de MP C: Indica lo que estaría dispuesto a pagar por cada m^3. En consecuencia, a $50, no convendría vender.

$y_2 = z_6 - c_6$: Valor marginal de aditivo J: Indica lo que estaría dispuesto a vender 1 litro. En consecuencia a $45 conviene vender.

$y_3 = z_7 - c_7$: Valor marginal de producción mínima: Indica lo que aumentaría el funcional si redujera en $1m^3$ la restricción de mínimo. En consecuencia a $100 el m^3, me convendría comprar.

Formular el problema dual correspondiente al problema original.

$$Y1\_C) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 900$$

$$Y2\_I) \quad 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 \le 60$$

$$Y3\_X1) \quad x_1 \ge 100$$

$$Z = 100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 - 50 \cdot x_4 \Rightarrow MAX$$

$$Y1\_C) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 900$$

$$Y2\_I) \quad 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 \le 60$$

$$Y3\_X1) \quad -x_1 \le -100$$

$$Z = 100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 - 50 \cdot x_4 \Rightarrow MAX$$

$$P\_X1) \quad y_1 + 5 \cdot y_2 - y_3 \ge 100$$

$$P\_X2) \quad y_1 + 4 \cdot y_2 \ge 200$$

$$P\_X3) \quad y_1 + 3 \cdot y_2 \ge 150$$

$$P\_X4) \quad y_1 - 2 \cdot y_2 \ge -50$$

$$Z = 900 \cdot y_1 + 60 \cdot x_2 - 100 \cdot y_3 \Rightarrow MIN$$

$$Y1\_C) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 900$$

$$Y2\_I) \quad 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 \leq 60$$

$$Y3\_X1) \quad -x_1 \leq -100$$

$$Z = 100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 - 50 \cdot x_4 \Rightarrow MAX$$

$$P\_X1) \quad y_1 + 5 \cdot y_2 - y_3 \geq 100$$

$$P\_X2) \quad y_1 + 4 \cdot y_2 \geq 200$$

$$P\_X3) \quad y_1 + 3 \cdot y_2 \geq 150$$

$$P\_X4) \quad -y_1 + 2 \cdot y_2 \leq 50$$

$$Z = 900 \cdot y_1 + 60 \cdot x_2 - 100 \cdot y_3 \Rightarrow MIN$$

Transformar la tabla óptima directa en la tabla óptima dual.

200	x_2	**193.33**		1	0.83		0.33	0.17	1.17	-1.17
100	x_1	**100**	1		0		0	0	-1	1
-50	x_4	**606.67**			0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33,33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3	

200	x_2	**193.33**		1	0.83		0.33	0.17	1.17	-1.17
100	x_1	**100**	1		0		0	0	-1	1
-50	x_4	**606.67**			0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33,33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3	

	y_1	**33.33**							
	y_2	**41.67**							
	y_3	**141.67**							
	y_6	**58.33**							
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**
			x_5	x_6	x_7	x_1	x_2	x_3	x_4

200	**x_2**	**193.33**		1	0.83		0.33	0.17	1.17	-1.17
100	**x_1**	**100**	1		0		0	0	-1	1
-50	**x_4**	**606.67**			0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33,33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3	

100	**y_1**	**33.33**	1						
200	**y_2**	**41.67**		1					
100	**y_3**	**141.67**			1	1			
-50	**y_6**	**58.33**						1	
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**
			x_5	x_6	x_7	x_1	x_2	x_3	x_4

200	x_2	**193.33**		1	0.83		0.33	0.17	1.17	-1.17
100	x_1	**100**	1		0		0	0	-1	1
-50	x_4	**606.67**			0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33,33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3	

100	y_1	**33.33**	1				-0.33		-0.67
200	y_2	**41.67**		1			-0.17		0.17
100	y_3	**141.67**			1	1	-1.17		0.17
-50	y_6	**58.33**					-0.83	1	-0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**
			x_5	x_6	x_7	x_1	x_2	x_3	x_4

Determinar el rango de validez de la contribución del producto x_4, dentro del cual se mantiene la solución óptima directa, y de la disponibilidad de C dentro de la cual se mantiene la solución óptima dual.

200	$\mathbf{x_2}$	**193.33**		1	0.83		0.33	0.17	1.17	-1.17
100	$\mathbf{x_1}$	**100**	1		0		0	0	-1	1
-50	$\mathbf{x_4}$	**606.67**			0.17	1	0.67	-0.17	-0.17	0.17
Z = 18333.33			**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33,33**	**41.67**	**141.67**	**-141.67 +M**
			$\mathbf{y_4}$	$\mathbf{y_5}$	$\mathbf{y_6}$	$\mathbf{y_7}$	$\mathbf{y_1}$	$\mathbf{y_2}$	$\mathbf{y_3}$	

$$c_{4SUP} = -50 + \frac{41.67}{0.17} = 200$$

a_{ij}	MAX	MIN
SUP.	-	+
INF.	+	-

$$c_{4INF} = -50 - \left[\frac{58.33}{0.17} ; \frac{33.33}{0.67} \right]_{MIN} = -100$$

900	**y_1**	**33.33**	1				-0.33		-0.67	0
60	**y_2**	**41.67**		1			-0.17		0.17	0
-100	**y_3**	**141.67**			1	1	-1.17		0.17	0
0	**y_6**	**58.33**					-0.83	1	-0.17	1
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**	**50**

$$b_{1SUP} \rightarrow \infty$$

a_{ij}	MAX	MIN
SUP.	-	+
INF.	+	-

$$b_{1INF} = 900 - \left[\frac{193.33}{0.33} ; \frac{606.67}{0.67} \right] = 320$$

Responder las siguientes preguntas referidas siempre a la formulación original:

Si se introdujera la restricción de que se deben fabricar por lo menos 50 m^3 de x_3 por semana, cuál debería ser la producción de cada producto?

$$\text{Y1\_M)} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 900$$

$$\text{Y2\_I)} \quad 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 \le 60$$

$$\text{Y3\_X1)} \quad -x_1 \le -100$$

$$\text{Y8\_X1)} \quad -x_3 \le -50$$

$$Z = 100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 - 50 \cdot x_4 \Rightarrow MAX$$

$$\text{P\_X1)} \quad y_1 + 5 \cdot y_2 - y_3 \ge 100$$

$$\text{P\_X2)} \quad y_1 + 4 \cdot y_2 \ge 200$$

$$\text{P\_X3)} \quad y_1 + 3 \cdot y_2 - y_8 \ge 100$$

$$\text{P\_X4)} \quad -y_1 + 2 \cdot y_2 \le 50$$

$$Z = 900 \cdot y_1 + 60 \cdot x_2 - 100 \cdot y_3 - 50 \cdot y_8 \Rightarrow MIN$$

			900	**60**	**-100**					**-50**
b_K	**x_K**	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**
0	**y_4**	**100**	1	5	-1	-1				
0	**y_5**	**200**	1	4			-1			
0	**y_6**	**100**	1	3				-1		-1
0	**y_7**	**50**	-1	2					1	
900	**y_1**	**33.33**	1				-0.33		-0.67	
60	**y_2**	**41.67**		1			-0.17		0.17	
-100	**y_3**	**141.67**			1	1	-1.17		0.17	
0	**y_6**	**58.33**					-0.83	1	-0.17	
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**	

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.33 & 0 & -0.67 \\ 0 & 0.17 & 0 & 0.17 \\ -1 & 1.17 & 0 & 0.17 \\ 0 & 0.83 & -1 & -0.17 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

			900	60	-100					-50
b_K	**x_K**	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**
0	y_4	**100**	1	5	-1	-1				
0	y_5	**200**	1	4			-1			-1
0	y_6	**100**	1	3				-1		
0	y_7	**50**	-1	2					1	
900	y_1	**33.33**	1				-0.33		-0.67	0
60	y_2	**41.67**		1			-0.17		0.17	0
-100	y_3	**141.67**			1	1	-1.17		0.17	0
0	y_6	**58.33**					-0.83	1	-0.17	1
Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**	50

			900	60	-100					-50
b_K	**x_K**	**B**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**
900	y_1	**33.33**	1				-0.33		-0.67	0
60	y_2	**41.67**		1			-0.17		0.17	0
-100	y_3	**141.67**			1	1	-1.17		0.17	0
-50	y_8	**8.33**					-0.83	1	-0.17	1
Z = 17916.67			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-151.67**	**-50**	**-598.33**	**0**

$x_1 = 100$ **$x_2 = 151{,}67$** **$x_3 = 50$** **$x_4 = 598{,}33$**

¿Conviene introducir un nuevo producto x_8 cuya contribución marginal es de -10 $\$/m^3$?

Cada m^3 de este nuevo productor requiere 1 m^3 de Materia Prima C y genera como subproducto 1 litro de aditivo.

Si no conviene, cuál debería ser la contribución marginal para que convenga?

$$\begin{aligned}
&Y1_M) && x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_9 \le 900 \\
&Y2_I) && 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 - 1 \cdot x_9 \le 60 \\
&Y3_X1) && -x_1 \le -100
\end{aligned}$$

$$Z = 100 \cdot x_1 + 200 \cdot x_2 + 150 \cdot x_3 - 50 \cdot x_4 \Rightarrow MAX$$

Z = 18333.33	**0**	**0**	**58.33**	**0**	**33.33**	**41.67**	**141.67**
	y_4	y_5	y_6	y_7	y_1	y_2	y_3

No conviene ya que

$1 \cdot y_1 - 1 \cdot y_2 = 1 \cdot 33.33 - 1 \cdot 41.67 = -8.33$

Para que convenga, la contribución marginal debería ser superior a - 8.33.

El costo de oportunidad de este producto es: - 8.33 - (-10) = 1.67

No conviene ya que

$$1\cdot y_1 - 1\cdot y_2 = 1\cdot 33.33 - 1\cdot 41.67 = -8.33$$

Para que convenga, la contribución marginal debería ser superior a - 8.33.

El costo de oportunidad de este producto es:

$$-10 + 8.33 = 1.67$$

Se puede comprar a un tercero las 100 unidades del producto 1 que se necesitan a $130 cada una.

¿Conviene comprarlas?

				900	60	$\cancel{-100}$ 0					
	900	**y_1**	**33.33**	1				-0.33		-0.67	0
	60	**y_2**	**41.67**		1			-0.17		0.17	0
0	-100	**y_3**	**141.67**			1	1	-1.17		0.17	0
	0	**y_6**	**58.33**					-0.83	1	-0.17	1
	Z = 18333.33			**0**	**0**	**0**	**-100**	**-193.33**	**0**	**-606.67**	**0**
	Z = 32500			**0**	**0**	**0**	**0***	**-310**	**0**	**-590**	**0**

$$b_{1SUP} = -100 + \left[\frac{100}{1}\right] = 0$$

a_{ij}	MAX	MIN
SUP.	-	+
INF.	+	-

Z = 32500 – 18333.33 = 14166.67

14166.67 – 13000 = 1166.67 (Conviene)