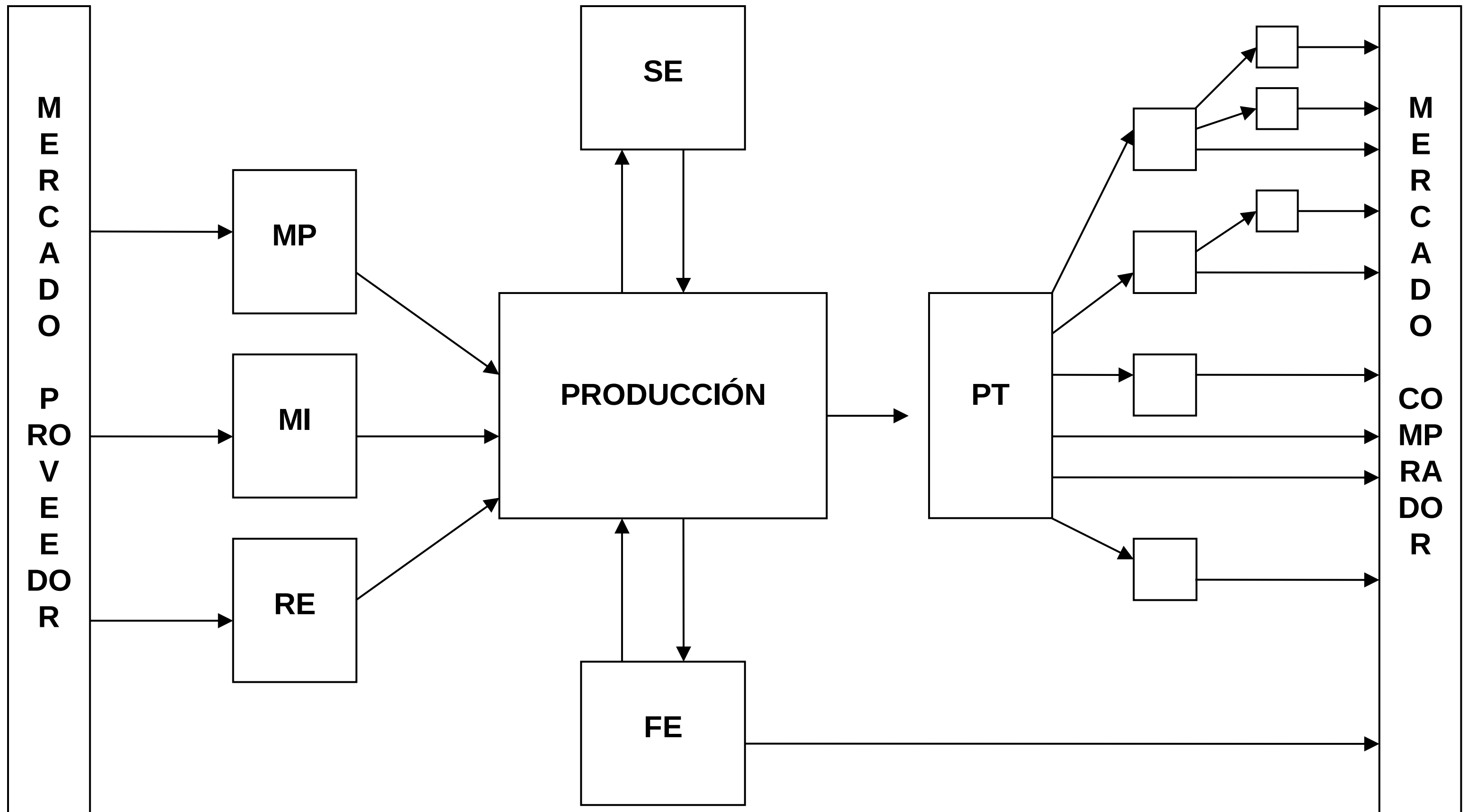
# GESTIÓN de STOCKS

# STOCKS
## Definición

Con el término **stocks**, inventarios o existencias, nos referimos a todos aquellos recursos materiales utilizables, (materias primas, materiales indirectos, productos semielaborados, productos terminados, etc.) que se encuentran almacenados durante un período de tiempo a la espera de ser utilizados o vendidos en un futuro próximo.




MP: materias primas

MI: material indirecto

RE: repuestos

SE: semielaborados

FE: fuera de especificación

PT: productos terminados

# Consideraciones en la gestión de stocks

- El tipo de demanda del producto:

  a) Independiente: cuando está sujeta a los requerimientos del mercado y es, por lo tanto, independiente del proceso productivo (Ej: la demanda de automóviles)

  b) Dependiente: cuando la demanda de un componente depende de la demanda de otro de mayor nivel en la estructura de producto (Ej: en la industria automotriz, la demanda de neumáticos es dependiente de la de los automóviles)

- La aleatoriedad de la demanda

- La aleatoriedad de los plazos de entrega

# Función de los stocks

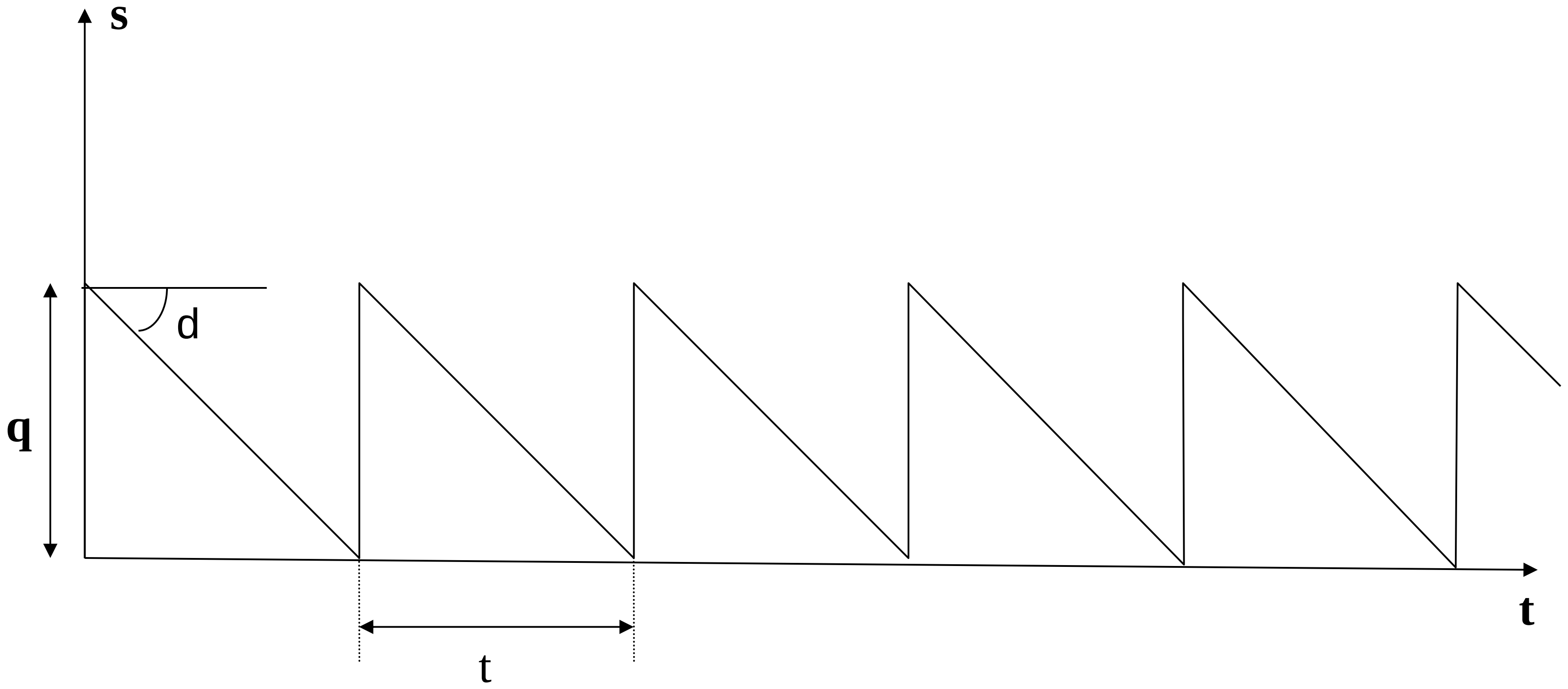
**ABSORBER:**

- Fluctuaciones de entrega, demanda y fabricación
- Desfasajes estacionales entre niveles de producción y niveles de demanda
- Situaciones imprevistas (huelgas, siniestros, interrupciones de producción no programadas) o previstas (paradas programadas para mantenimiento)
- Cambios bruscos de precios en épocas inflacionarias
- Variaciones de fabricación entre los distintos centros productivos a través de los depósitos de SE

# Estrategias para absorber variaciones de demanda

- Producción estacional, variándola en función de la demanda
- Mantener una producción regular, ajustándose a la demanda a través de los stocks
- Generalmente la solución que optimiza el Plan de Producción es una intermedia entre las dos anteriores

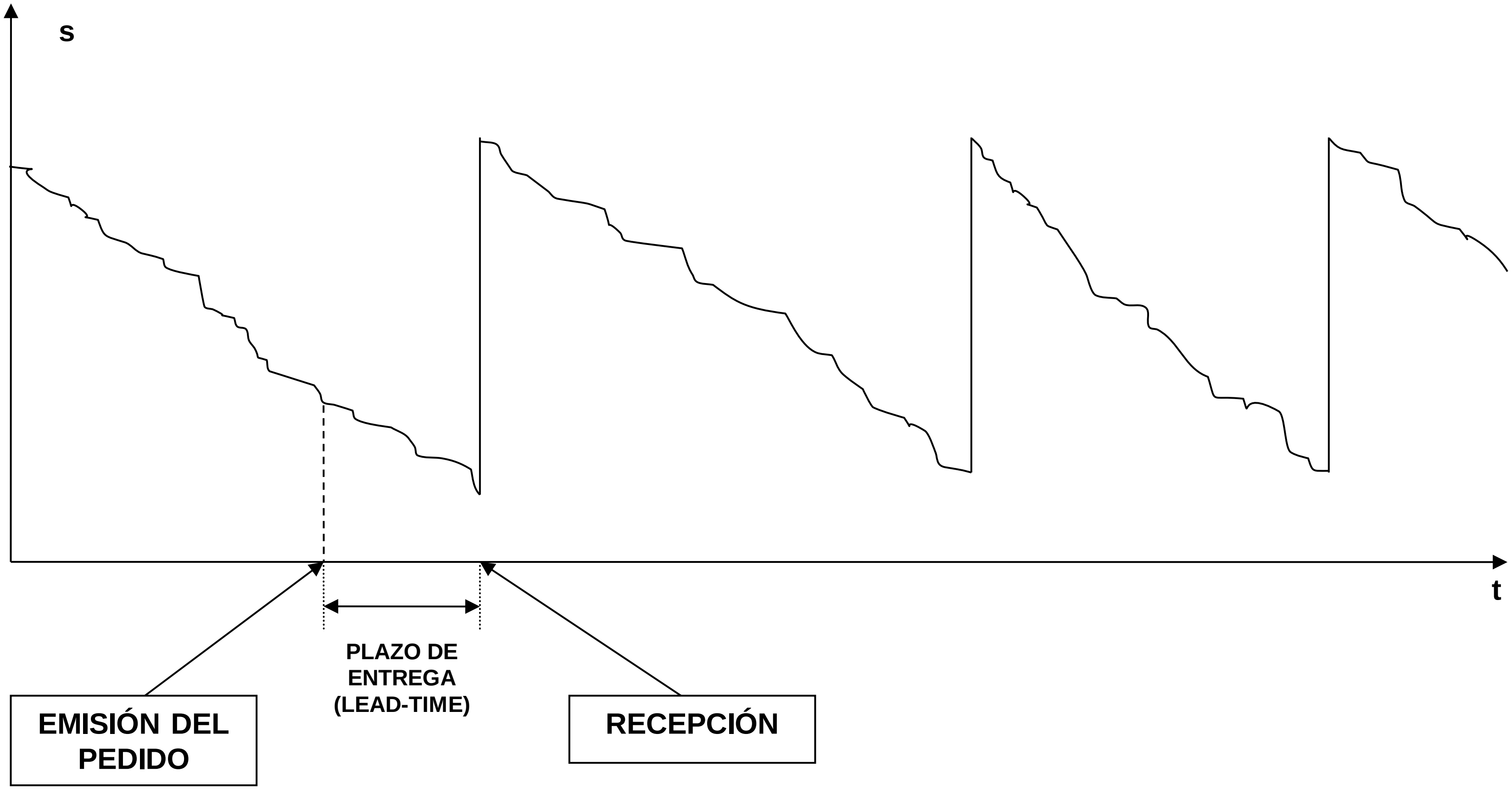
# Evolución de los stocks en el tiempo



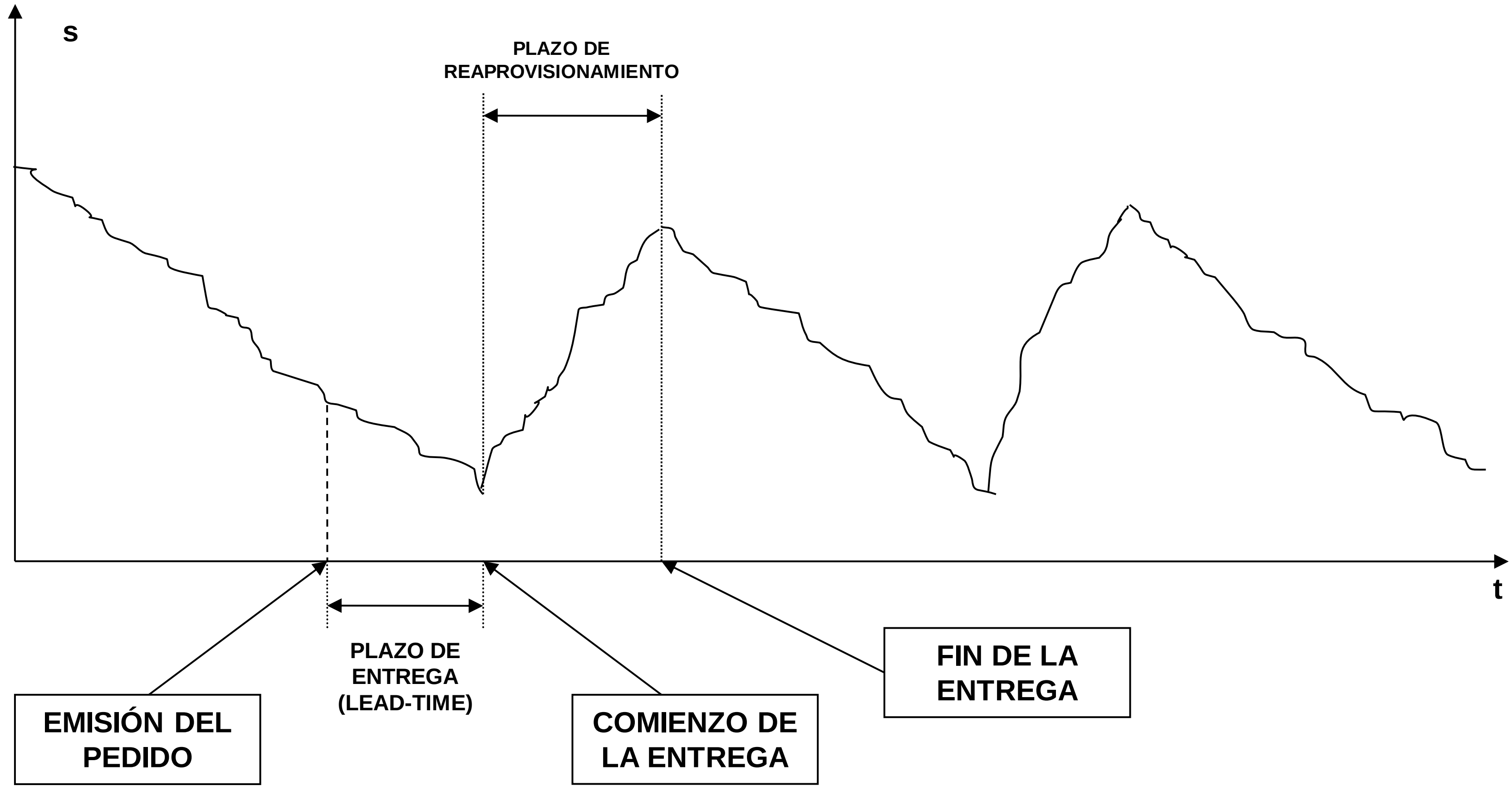

**q: tamaño del lote de compra**

**t: período de tiempo entre dos compras sucesivas**

# Evolución de los stocks en el tiempo

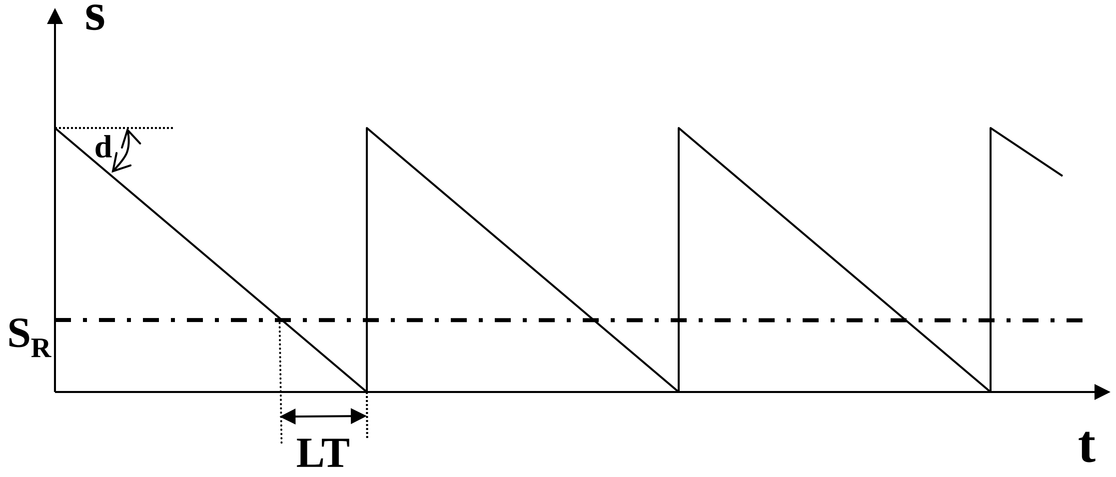


# Evolución de los stocks en el tiempo




**En este caso, el reaprovisionamiento no es instantáneo**

# Stock de Reorden




$$S_R = LT \cdot d$$

D: demanda anual

d: tasa de demanda

**Ejemplo:** d = 100 unidades por día y LT = 5 días.

SR = 5 días x 100 unidades/día

SR = 500 unidades

# Costos relevantes

$b$ (costo de adquisición)

$c_1 = c'_1 + b.i$ (costo de almacenamiento)

$k$ (costo de orden)

$C_2$ ( costo de agotamiento)

# Rotación

Es el número de veces que un artículo se repone al cabo de un período de tiempo

$$\boxed{\text{Rotación} = \text{Venta anual/ Stock promedio}}$$

**Ejemplo:** si la venta anual de un producto es de 240.000 unidades y el stock promedio es de 12.000 unidades, entonces la rotación será: 240.000/12.000 = 20 , lo que significa que este producto se repone, en promedio, 20 veces por año.

# Cobertura

Nos indica el período de tiempo que se puede atender una determinada venta con un cierto nivel de stocks

$$\boxed{\text{Cobertura} = (1/\text{Ind.Rotación}) \times \text{Factor tiempo}}$$

En el ejemplo anterior sería:

(1/20) x 360 días = 18 días

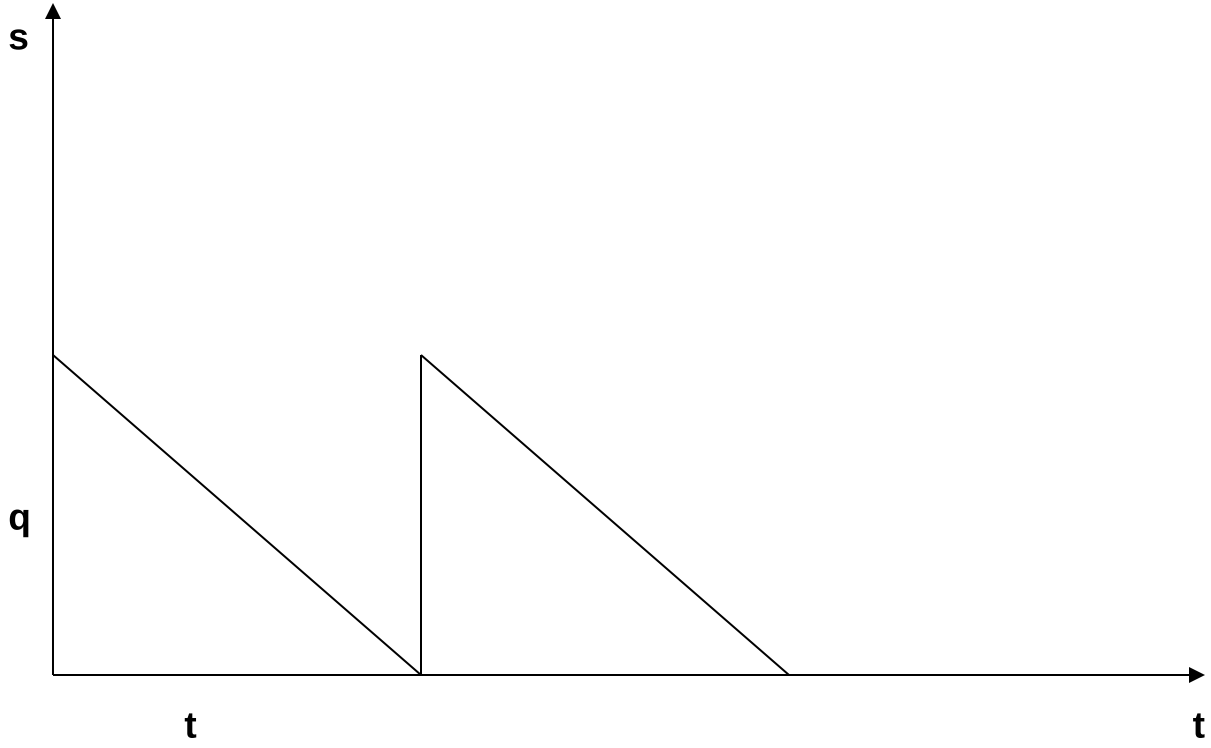
# Caso básico

# Hipótesis

- Se administra un único ítem.
- El producto es de demanda independiente.
- La demanda es conocida y se efectúa a tasa constante.
- El plazo de entrega ("*lead time*") es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- El reaprovisionamiento es instantáneo.
- El horizonte de planeamiento es de largo plazo.
- El costo de agotamiento es infinitamente alto; es decir, no está permitido el déficit del producto.
- El costo unitario de adquisición "b", el costo unitario de almacenamiento "c1" y el costo del pedido "k" son independientes de la cantidad a pedir "q".
- No hay restricciones que limiten la decisión a tomar sobre el tamaño del lote.
- Todos los parámetros monetarios están expresados en moneda constante.
- El producto en estudio se mide en una unidad continua (litros, kilogramos, etc.).

# Costo Total Esperado (CTE)

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot t + k$$



# Costo Total Esperado (CTE)

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot t + k \qquad (1)$$

$$n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t} \qquad (2)$$

$$CTE = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot T - k \cdot \frac{D}{q^2} = 0 \qquad (4)$$

**Lote óptimo:** $$\boxed{q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}}} \qquad (5)$$

# CTE óptimo

$$CTE = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q} \qquad (3) \qquad q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \qquad (5)$$

$$CTE_o = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{\sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}}}$$

$$CTE_o = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \cdot c_1 \cdot T + k \cdot D \cdot \sqrt{\frac{T \cdot c_1}{2 \cdot k \cdot D}}$$

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1} \qquad (6)$$

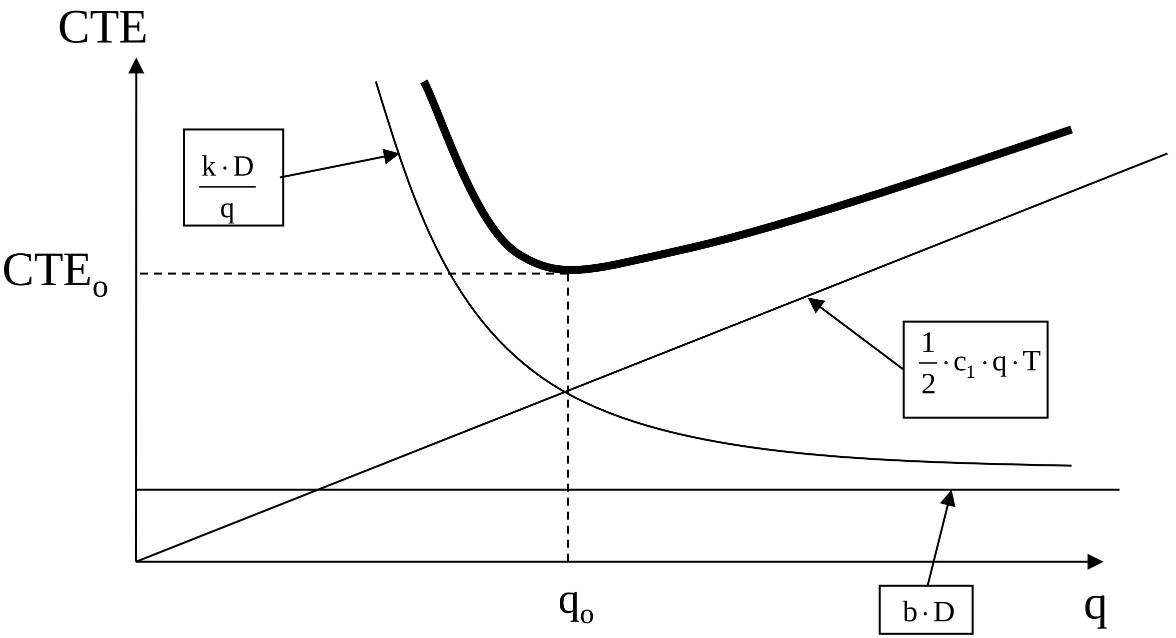
# Frecuencia y cantidad de pedidos óptimas

$$n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t} \qquad (2)$$

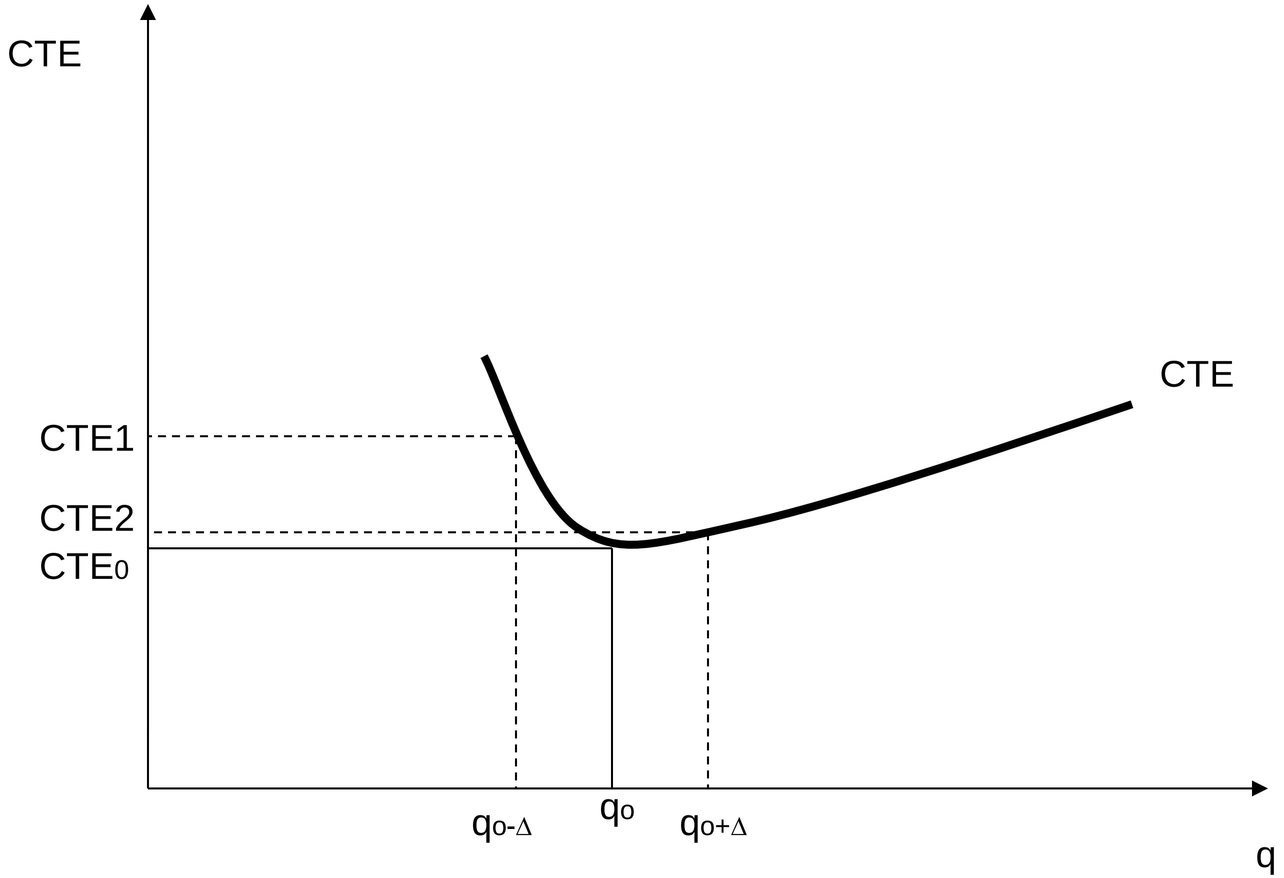
$$t_o = \frac{T}{D} \cdot q_o = \frac{T}{D} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{D \cdot c_1}} \qquad (7)$$

$$n_o = \frac{D}{q_o} = D \cdot \sqrt{\frac{T \cdot c_1}{2 \cdot k \cdot D}} = \sqrt{\frac{T \cdot c_1 \cdot D}{2 \cdot k}} \qquad (8)$$

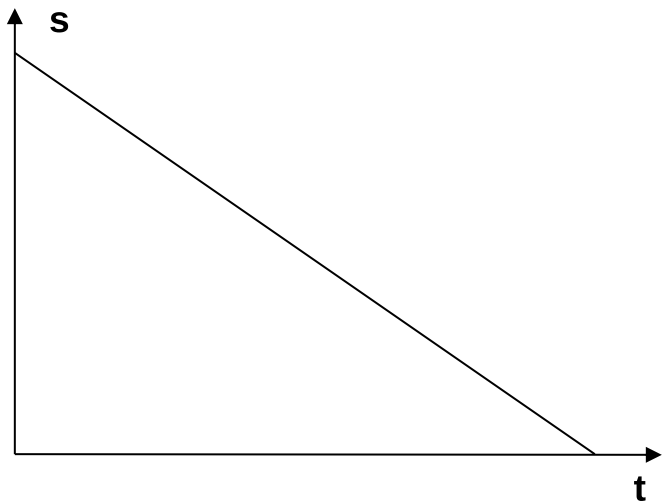
# Costo Total Esperado



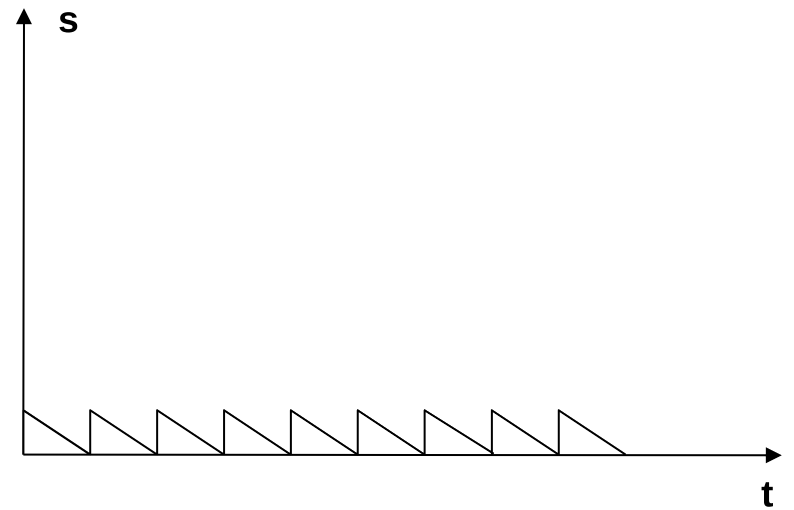
# Análisis de sensibilidad



# Casos extremos




(1)




(2)

# Restricciones

- **Físicas** (ej: la disponibilidad del lugar para el almacenamiento de los productos)
- **Operativas** (ej: la capacidad de producción, el tiempo de preparación de los lotes, etc.)
- **Administrativas** (ej: el número de órdenes a emitir en un período de tiempo)
- **Financieras** (ej: el total de dinero promedio o máximo a inmovilizar)
- **De condiciones de las variables** (ej: variables discretas)

# Restricción de superficie

Si llamamos:

s: superficie ocupada por cada unidad del artículo, y

S: superficie total disponible.

La condición de vínculo que se plantea es: $s \cdot q \leq S$

En primer lugar se debe calcular el lote económico de adquisición:

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}}$$

- Si la restricción se satisface, obviamente este lote será el óptimo.
- Si en cambio, no se cumple, habrá que pedir un valor q* que satisfaga la igualdad en la restricción impuesta al mínimo costo posible

$$q^* = \frac{S}{s}$$

# Restricción de variable entera

Habrá que verificar si el número de ciclos óptimo obtenido: $\mathbf{n_o = \frac{D}{q_o}}$

es directamente discreto. Si fuera así, obviamente se deberá solicitar ese lote óptimo.

En cambio, supongamos, por ejemplo, que el resultado hubiera sido n = 3,25. Entonces, habrá que ordenar o bien 3 veces o bien 4 veces, lo que más convenga en términos de costo total esperado.

Si se pidiera 3 veces por año, el lote a solicitar debería ser: $\mathbf{q(3) = \frac{D}{3}}$
generando un costo total igual a: $$\mathbf{CTE(3) = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q(3) \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q(3)}}$$

Por su parte, si se pidiera 4 veces por año, el lote a solicitar sería: $\mathbf{q(4) = \frac{D}{4}}$
incurriéndose en un costo total esperado: $$\mathbf{CTE(4) = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q(4) \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q(4)}}$$

Se deberían comparar entonces, el CTE(3) con el CTE(4) y solicitar el lote que genere el menor costo.

# Ejemplo

Una empresa distribuye un producto, para el cual se dispone de los siguientes datos:

Ventas: 10 Kg. por semana, en forma constante.

Costo de orden: $10 por pedido.

Tasa de inmovilización de capital: 25% por año.

Costo operativo de mantenimiento: despreciable.

Precio de compra: 100 $/kg.

Considerando 50 semanas por año, determinar:

1. El tamaño económico de compra
2. El intervalo de tiempo entre pedidos
3. El costo total esperado anual
4. El nivel de reorden, si se sabe que el plazo de entrega es de 0,5 semanas.

$$D = 10\,\frac{Kg}{sem} \cdot 50\,\frac{sem}{año} = 500\,\frac{Kg}{año}$$

$$c_1 = 100\,\frac{\$}{Kg} \cdot 0{,}25\,\frac{1}{año} = 25\,\frac{\$}{año \cdot Kg}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 500}{1 \cdot 25}} = \sqrt{\frac{10.000}{25}} = 20\,\frac{Kg}{pedido}$$

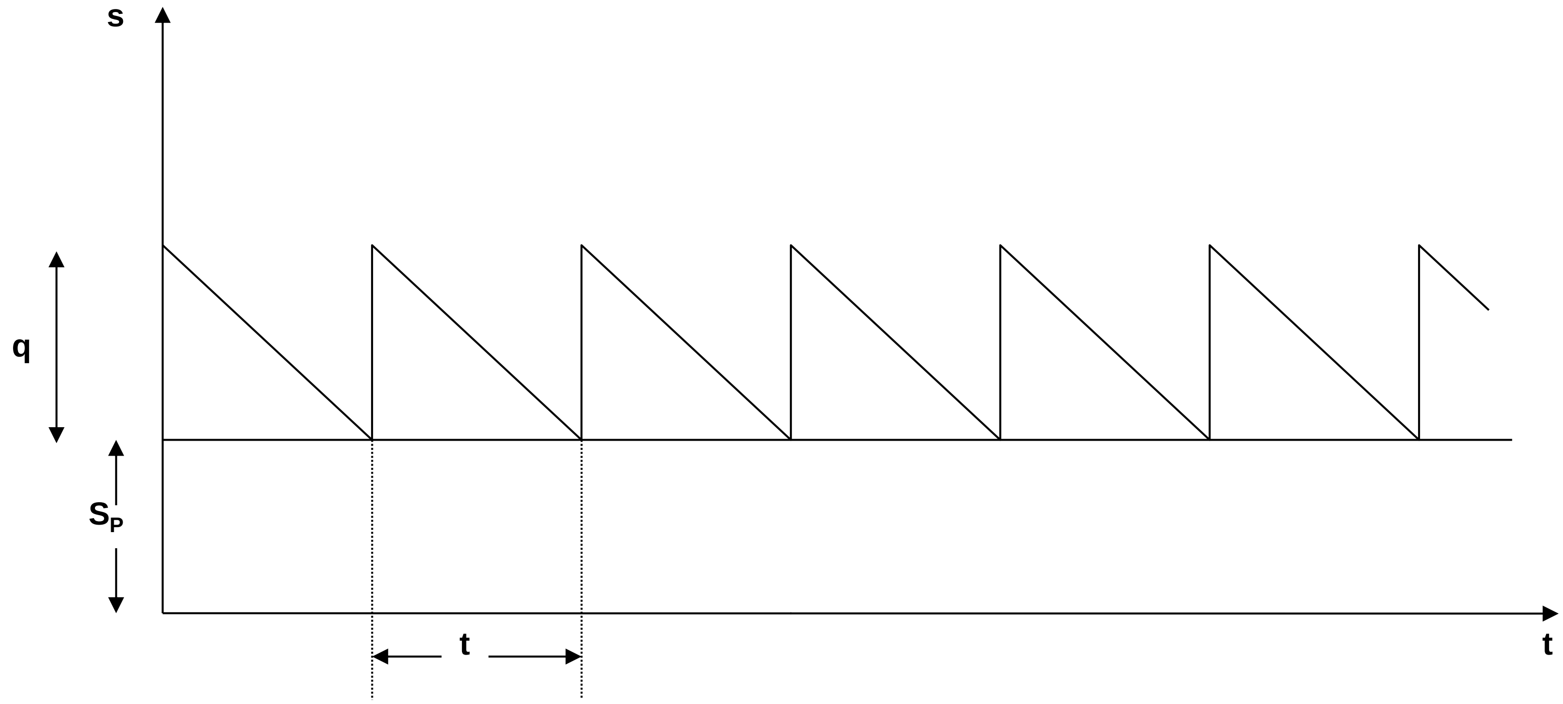
$$t_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{D \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 1}{500 \cdot 25}} = 0{,}04\,año \cong 2\,sem$$

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1} = 100 \cdot 500 + \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 500 \cdot 1 \cdot 25} = 50.500\,\frac{\$}{año}$$

$$S_R = 0{,}5\,sem \cdot 10\,\frac{Kg}{sem} = 5\,Kg$$

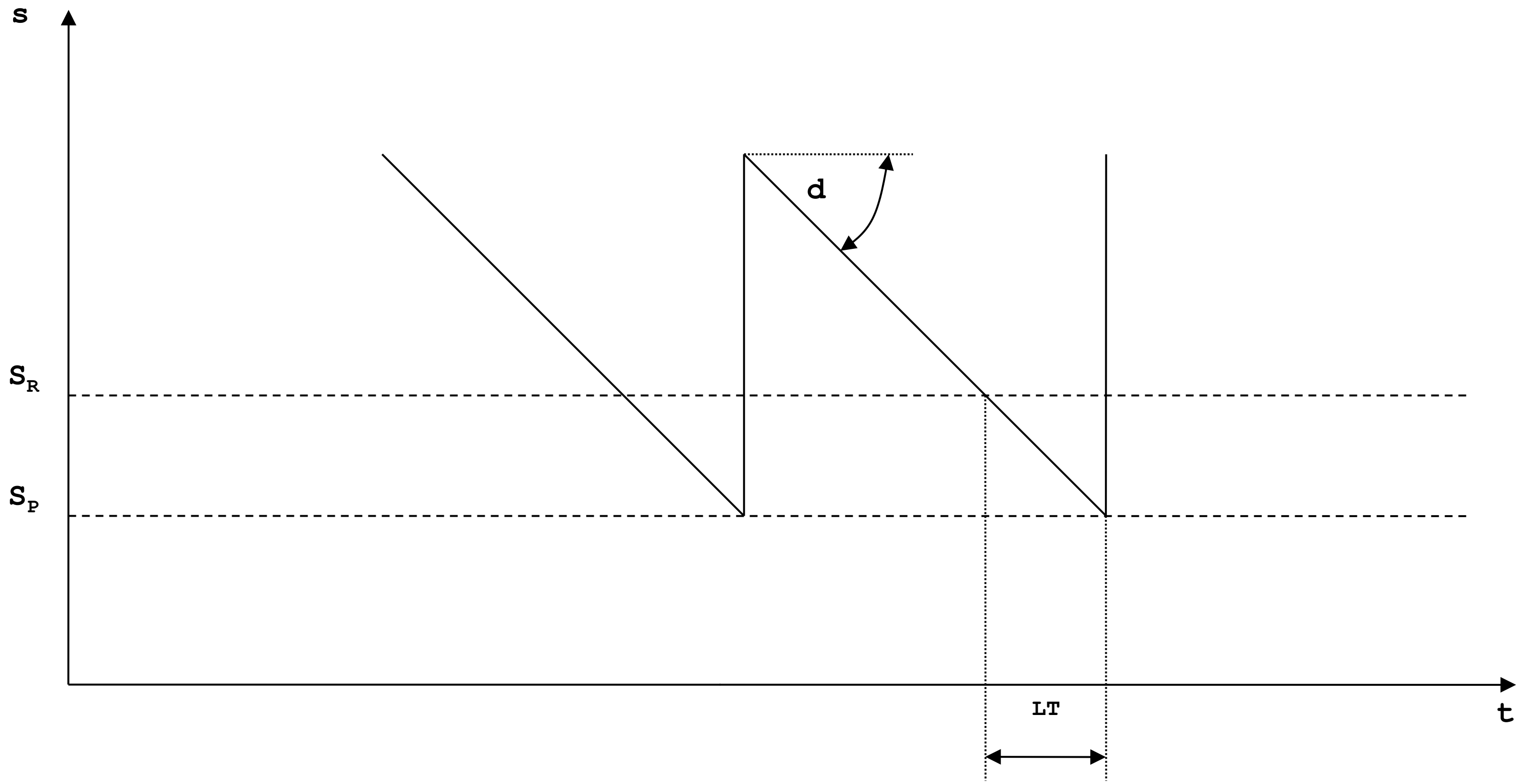
# STOCK de SEGURIDAD

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot t + k + S_P \cdot c_1 \cdot t \quad (1)$$



$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}}$$

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1} + S_P \cdot c_1 \cdot T$$




$$S_R = LT \cdot d + S_P$$

# Ejemplo

Una empresa dispone de los siguientes datos para la administración de uno de sus productos terminados:

- Costo mensual de seguros: 10 $/unidad
- Costo de alquiler: 15 $/m3 por mes
- Costo administrativo de procesamiento de un pedido, cualquiera sea el lote: $1.000
- Costo de inspección de un lote: $3.000
- Volumen ocupado por cada unidad: 2 m3
- Costo mensual de mantenimiento térmico del producto: 0,5 $/m3
- Costo directo: 40 $/unidad
- Stock de seguridad: equivalente a 5 días de demanda
- Lead Time: 2 días
- Disponibilidad máxima de almacén para este producto: 1.900 m3
- Tasa de interés mensual: 10%
- Días laborables por mes: 20

Determinar:

a) el tamaño del lote óptimo de producción,
b) el stock de reorden, y
c) el costo total esperado si se dispusiera solamente de 1.300 m3 para el almacenamiento de este producto.

# Solución

$$b = 40\ \frac{\$}{u}$$

$$k = 1.000\ \frac{\$}{orden} + 3.000\ \frac{\$}{orden} = 4.000\ \frac{\$}{orden}$$

$$c_1 = 10\ \frac{\$}{u \cdot mes} + 15\ \frac{\$}{mes \cdot m^3} \cdot 2\ \frac{m^3}{u} + 0{,}5\ \frac{\$}{mes \cdot m^3} \cdot 2\ \frac{m^3}{u} + 40\ \frac{\$}{u} \cdot 0{,}1\ \frac{1}{mes} = 45\ \frac{\$}{u \cdot mes}$$

$$D = 12.000\ \frac{u}{año} = 1.000\ \frac{u}{mes}$$

$$S_P = 12.000\ \frac{u}{año} \cdot 1\ \frac{año}{240\,días} \cdot 5\,días = 250\ u$$

$$Capacidad = \frac{1.900\ m^3}{2\ m^3/u} = 950\ u$$

a) El lote óptimo será: $q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000 \cdot 1000}{1 \cdot 45}} = 421{,}64\ \frac{u}{lote} \cong 422\ \frac{u}{lote}$

El stock máximo de almacén requerido será: $S = q_o + S_P = 422 + 250 = 672\ u$

Luego, la capacidad de almacenamiento de 950u. no es limitante

Calculamos el CTEo: $CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1} + S_P \cdot c_1 \cdot T$

$$CTE_o = 40 \cdot 1000 + \sqrt{2 \cdot 4.000 \cdot 1.000 \cdot 1 \cdot 45} + 250 \cdot 45 \cdot 1 \cong 70.224\ \frac{\$}{mes}$$

b) El stock de reorden es: $S_R = LT \cdot d + S_P = 2 \cdot \frac{1.000}{20} + 250 = 350\ u$

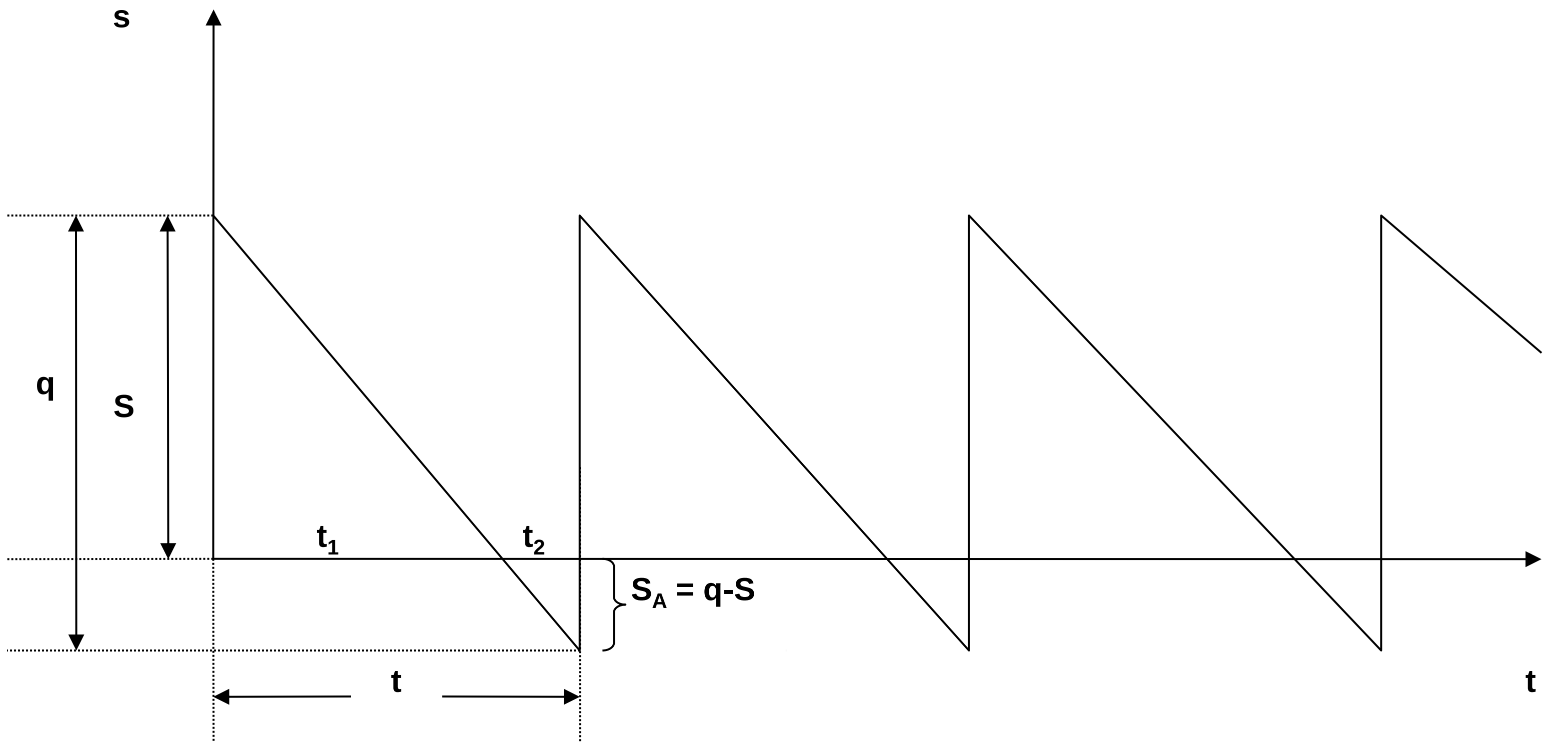
c) Si la capacidad de almacenamiento fuera solamente de 1.300 m3, es decir de: $\frac{1.300\ m^3}{2\ m^3/u} = 650\ u$

el lote calculado no podría solicitarse. Luego, para calcular el lote tendremos que: $q + 250 \le 650 \quad \Rightarrow \quad q \le 400\ u$

Luego, el lote a pedir será de 400u. y el CTE será ahora: $CTE = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q} + S_P \cdot c_1 \cdot T$

$$CTE = 40 \cdot 1000 + \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 45 \cdot 1 + 4000 \cdot \frac{1000}{400} + 250 \cdot 45 \cdot 1 = 70250\ \frac{\$}{mes}$$

# AGOTAMIENTO ADMITIDO


s
q
S
$t_1$
$t_2$
$S_A = q\text{-}S$
t
t

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot S \cdot c_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot (q - S) \cdot c_2 \cdot t_2 + k$$

$$\frac{S}{q} = \frac{t_1}{t} \qquad t_1 = \frac{S \cdot t}{q}$$

$$\frac{(q - S)}{q} = \frac{t_2}{t} \qquad t_2 = \frac{(q - S) \cdot t}{q}$$

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot S^2 \cdot c_1 \cdot \frac{t}{q} + \frac{1}{2} \cdot (q - S)^2 \cdot c_2 \cdot \frac{t}{q} + k$$

$$n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t}$$

$$CTE = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{q} \cdot c_1 \cdot T + \frac{1}{2} \cdot \frac{(q - S)^2}{q} \cdot c_2 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}}$$

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}$$

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}$$

# Ejemplo

Una empresa adquiere un tipo de válvula que se utiliza a razón de 200 u. por año. Se tienen los siguientes datos:

El costo de cada válvula es de $50 y el costo de la orden de compra es de $5.

El costo de mantener anualmente el inventario es de $0,10 por unidad.

El costo de agotamiento es de $10 por unidad y por año.

El "lead time" es de 4 meses.

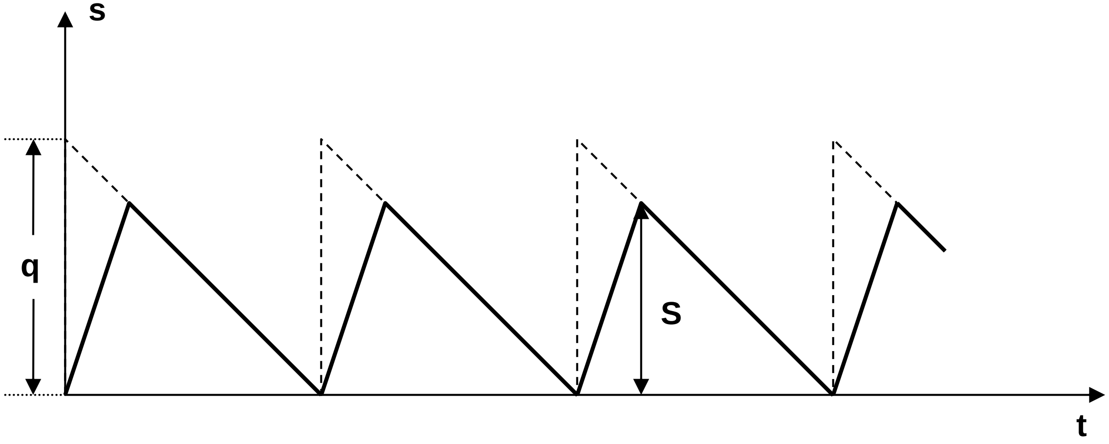
Encontrar el lote óptimo

## Solución:

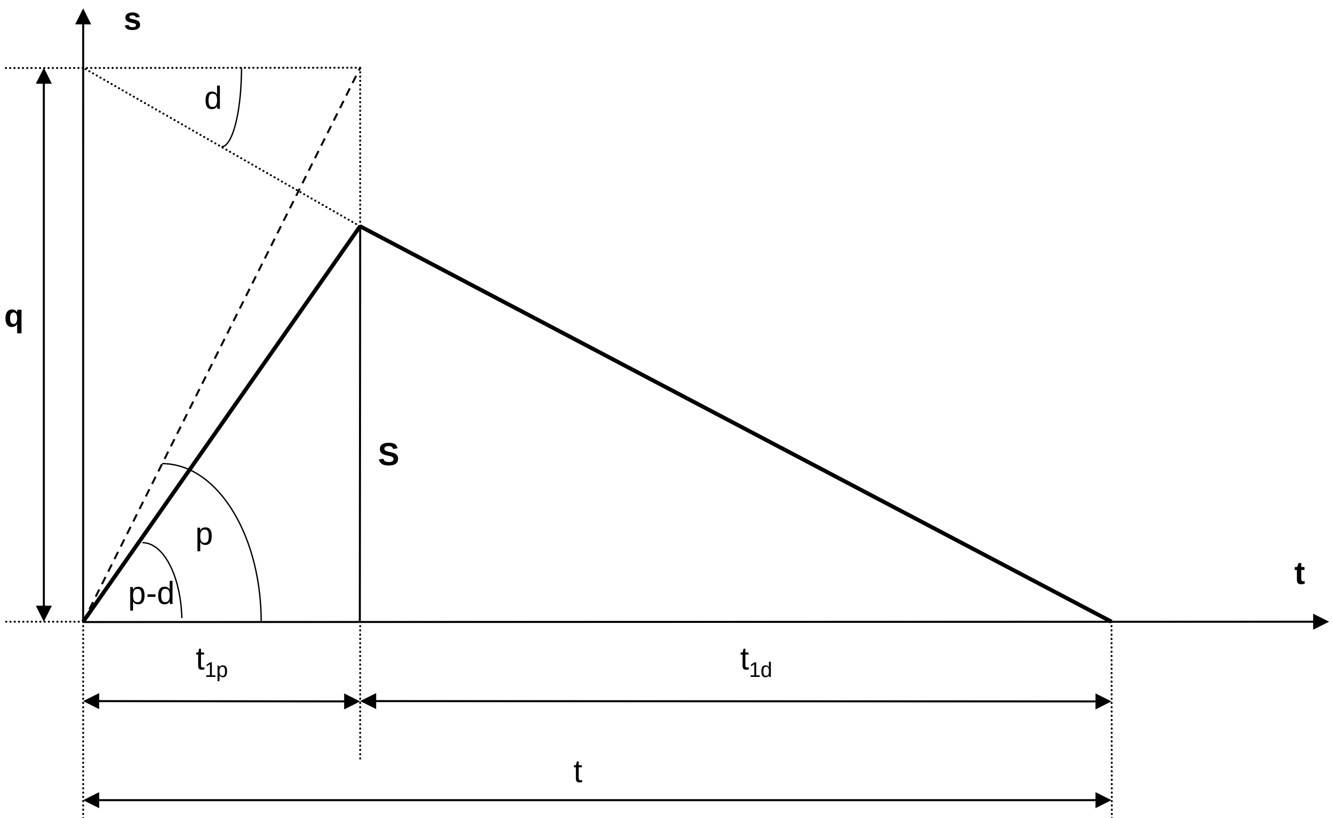
Lote óptimo de compra:

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 200}{1 \cdot 0{,}1}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}1 + 10}{10}} = 142{,}13 \text{u.}$$

# REAPROVISIONAMIENTO NO INSTANTÁNEO




$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot S \cdot c_1 \cdot t + k$$




$$q = p \cdot t_{1p} \quad \Rightarrow \quad t_{1p} = \frac{q}{p}$$

$$S = (p - d) \cdot t_{1p} \quad \Rightarrow \quad S = (p - d) \cdot \frac{q}{p} \quad \Rightarrow \quad S = q \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)$$

$$CTE_i = b \cdot q + \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot c_1 \cdot t + k$$

$$n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t}$$

$$CTE = b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot c_1 \cdot T + k \cdot \frac{D}{q}$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot T - k \cdot \frac{D}{q^2} = 0$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot c_1 \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot c_1 \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}$$

# Ejemplo

Un fabricante ensambla bicicletas empleando partes compradas a proveedores. Un técnico tarda 8 hs en preparar la línea de montaje.

Las partes se recogen en las instalaciones de los subcontratistas el día anterior a que comienza la tanda de producción. Para ello se contrata un servicio de flete que provee un camión con chofer y ayudante, cuyo costo es de 30$ por hora. El trabajo de recolección de partes lleva dos horas de flete.

El armado de las bicicletas lo hacen cuatro operarios a razón de 12 bicicletas por día. La demanda anual de bicicletas es de 800 unidades.

El valor de las partes componentes de una bicicleta completa es de $108. El costo horario del técnico es de $12, mientras que el de cada operario que trabaja en la línea es de $10 por hora. El costo de oportunidad sobre el capital invertido es del 18% anual, pudiendo suponerse nulo el costo operativo de mantenimiento en stock. La fábrica trabaja 250 días por año en turnos de 8 horas diarias.

Calcular:

a) la política óptima de reposición de las bicicletas y el costo total anual.

b) el número de corridas de montaje que se deben realizar anualmente.

c) el período de montaje de cada tanda de producción.

Siendo los parámetros:

$$k = 8\frac{hh}{orden}\cdot 12\frac{\$}{hh} + 2\frac{h}{orden}\cdot 30\frac{\$}{h} = 156\ \$/orden$$

$$b = 108\ \frac{\$}{bicleta} + 4\ op\cdot 10\ \frac{\$}{h\cdot op}\cdot 8\ \frac{hs}{día}\cdot\frac{1}{12}\ \frac{día}{bicicleta} = 134{,}67\ \frac{\$}{bicicleta}$$

$$c_1 = 134{,}67\frac{\$}{bicicleta}\cdot 0{,}18\frac{1}{año} = 24{,}24\ \frac{\$}{bicicleta\cdot año}$$

$$p = 12\ bicicletas/día$$

$$d = \frac{800\ bicicletas/año}{250\ días/año} = 3{,}2\ \frac{bicicletas}{día}$$

tendremos que el lote óptimo de producción es:

$$q_o = \sqrt{\frac{2\cdot k\cdot D}{T\cdot c_1\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 156\cdot 800}{1\cdot 24{,}24\cdot\left(1-\frac{3{,}2}{12}\right)}} \cong 118{,}5\ bicicletas/orden$$

y el costo total esperado óptimo anual:

$$CTE_o = 134{,}67\cdot 800 + \sqrt{2\cdot 156\cdot 800\cdot 1\cdot 24{,}24\cdot\left(1-\frac{3{,}2}{12}\right)} = 109.842{,}39\ \$/año$$

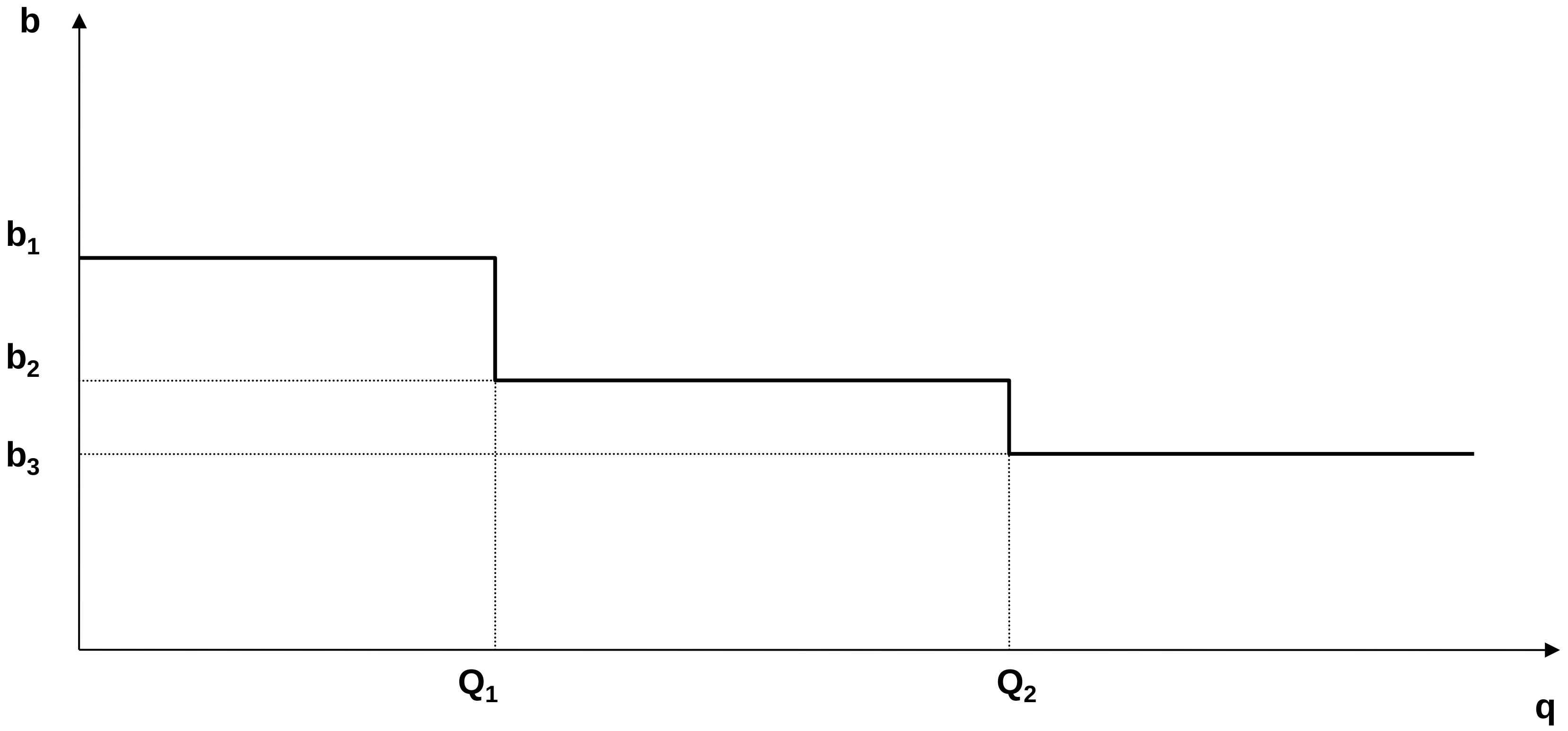
Por su parte, la cantidad óptima de órdenes de fabricación por año es: $n_o = \frac{D}{q_o} = \frac{800}{118{,}5} = 6{,}75$

Finalmente, el período de fabricación es:

$$t_{1o} = \frac{q_o}{p} = \frac{118{,}5}{12} = 9{,}88\ días$$

# DESCUENTOS POR CANTIDAD

# Ley de precios

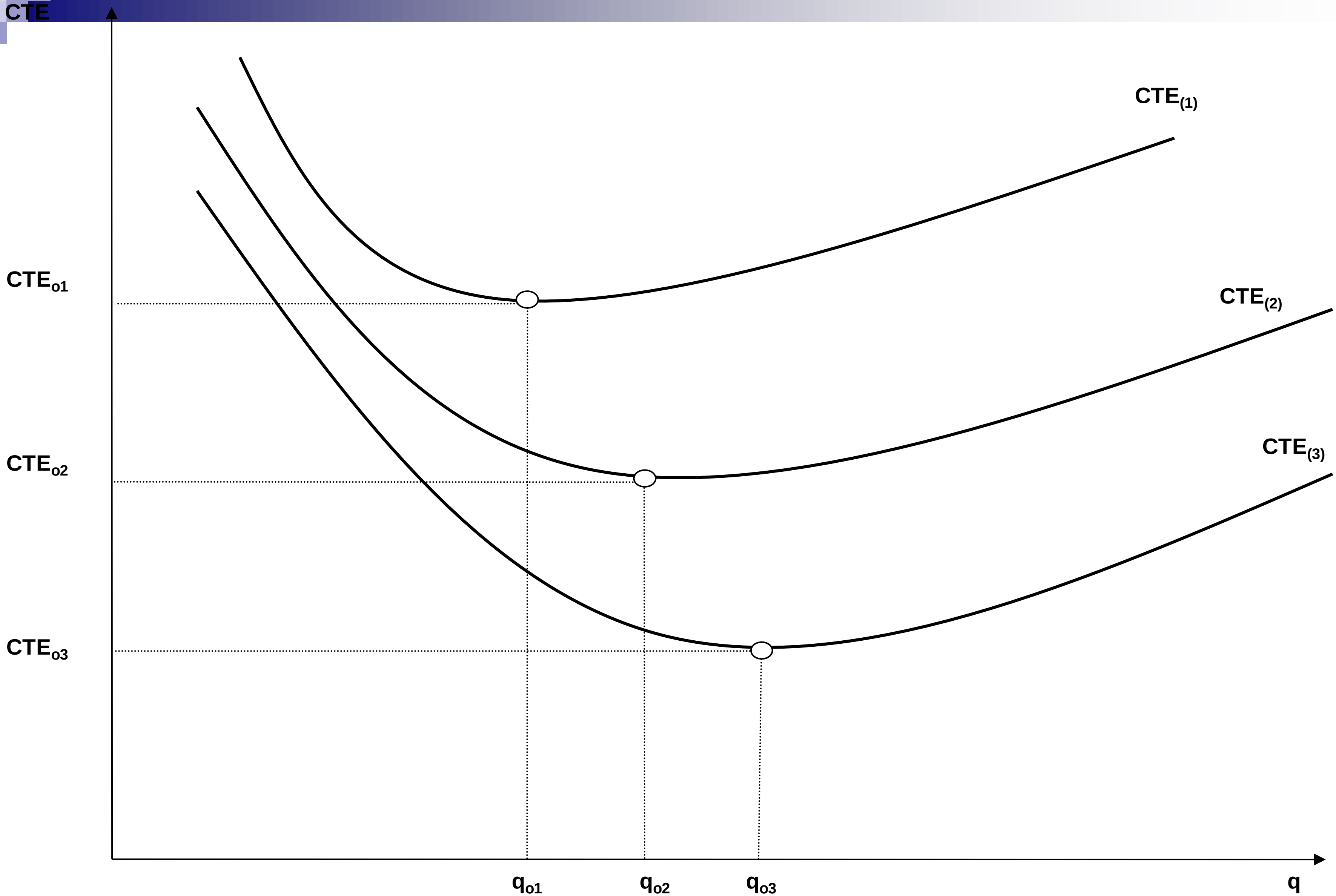


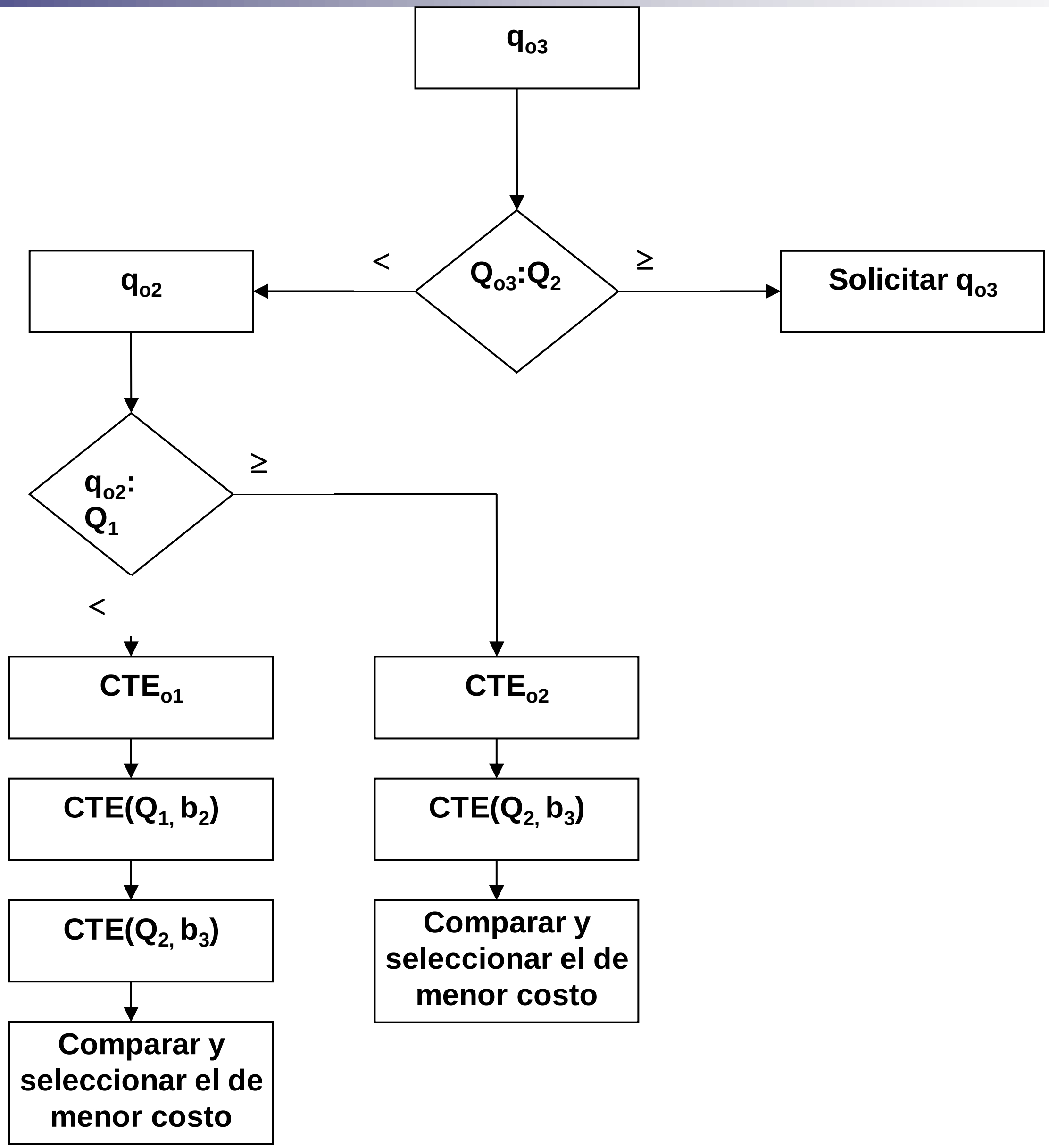
$$\boxed{b_1 > b_2 > b_3}$$

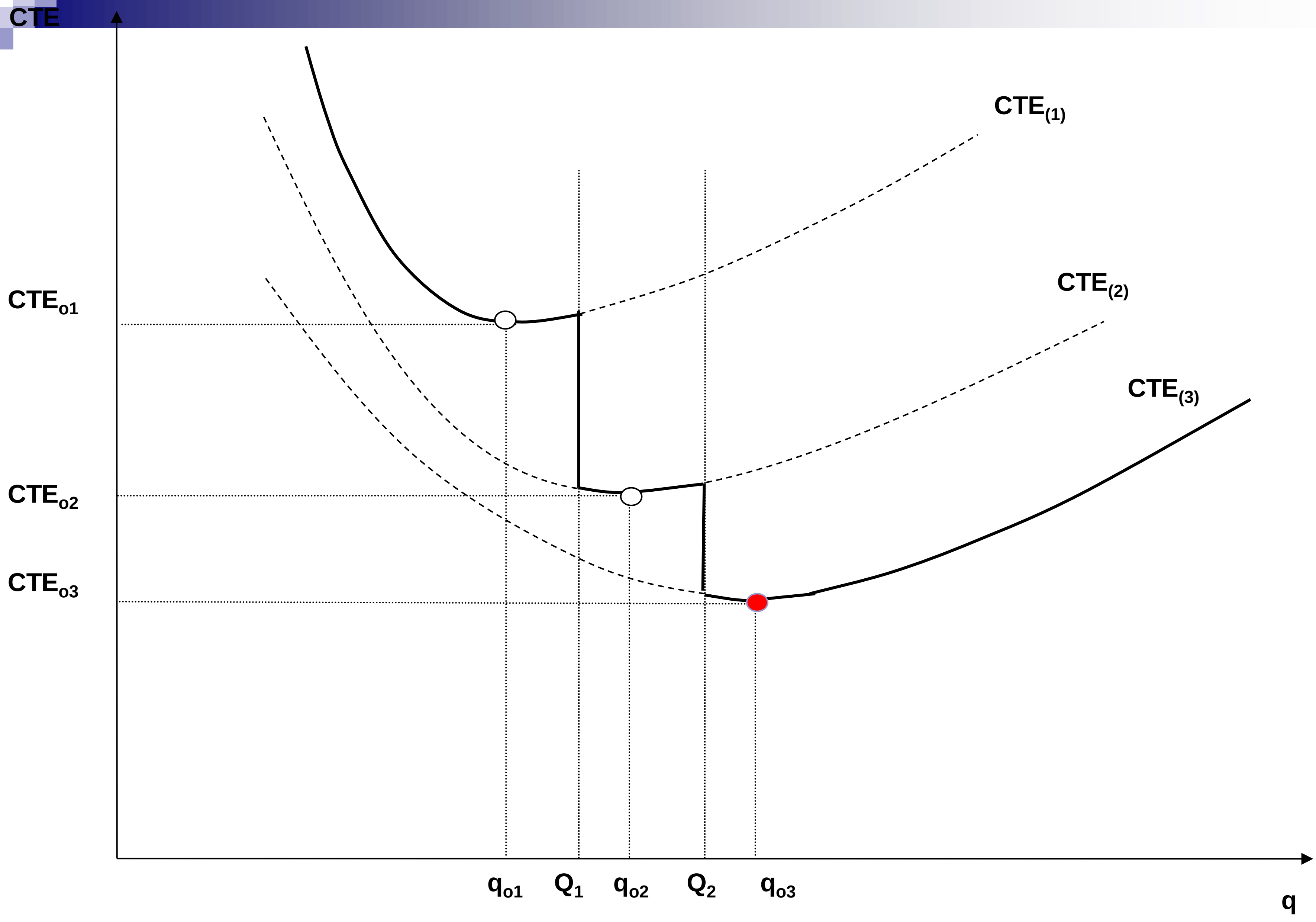
$$CTE_{(i)} = b_i \cdot D + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (c'_1 + b_i \cdot i) \cdot T + k \cdot \frac{D}{q} \Rightarrow CTE_{(1)} > CTE_{(2)} > CTE_{(3)}$$

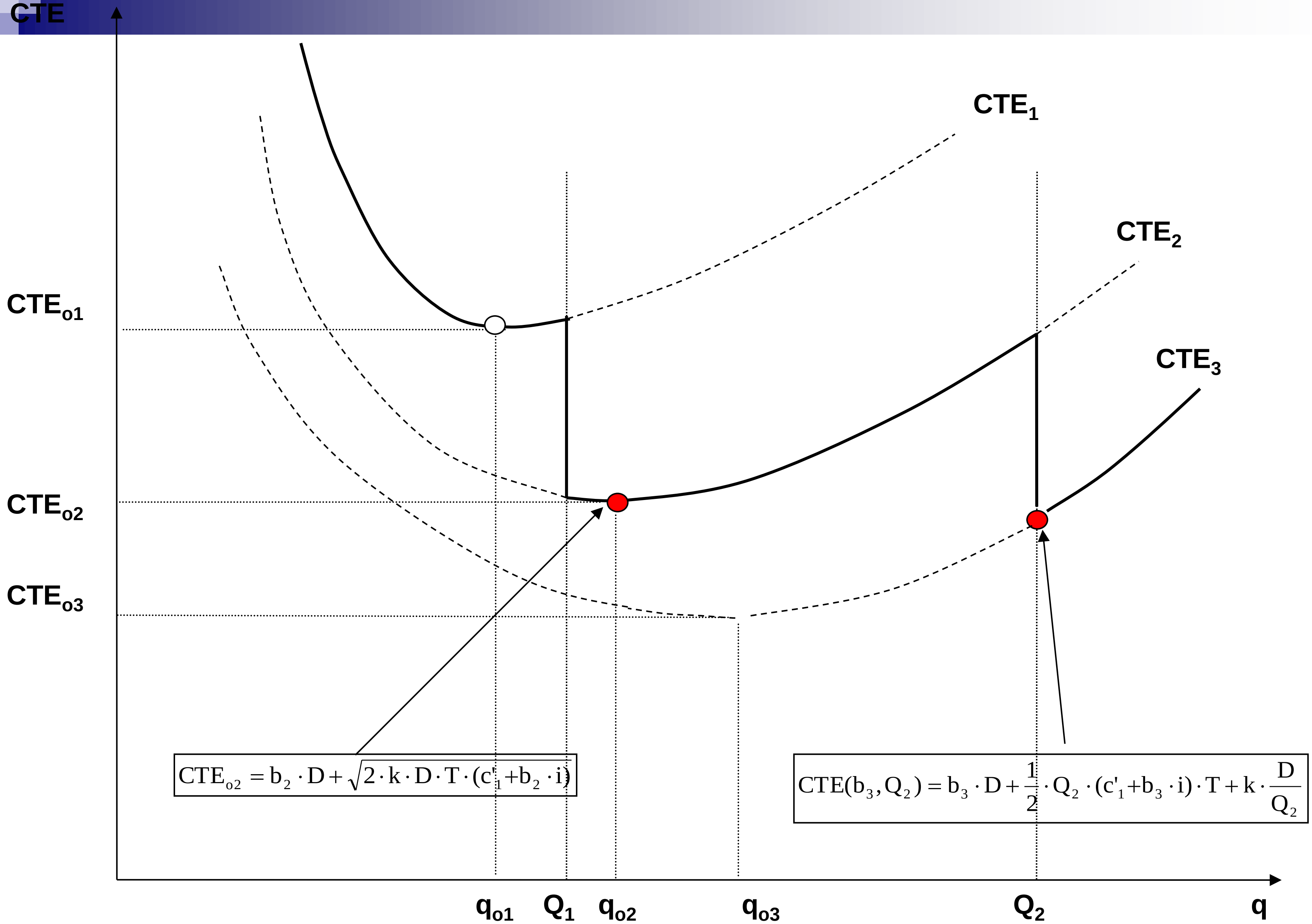
$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot (c'_1 + b_i \cdot i)}} \Rightarrow q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$$

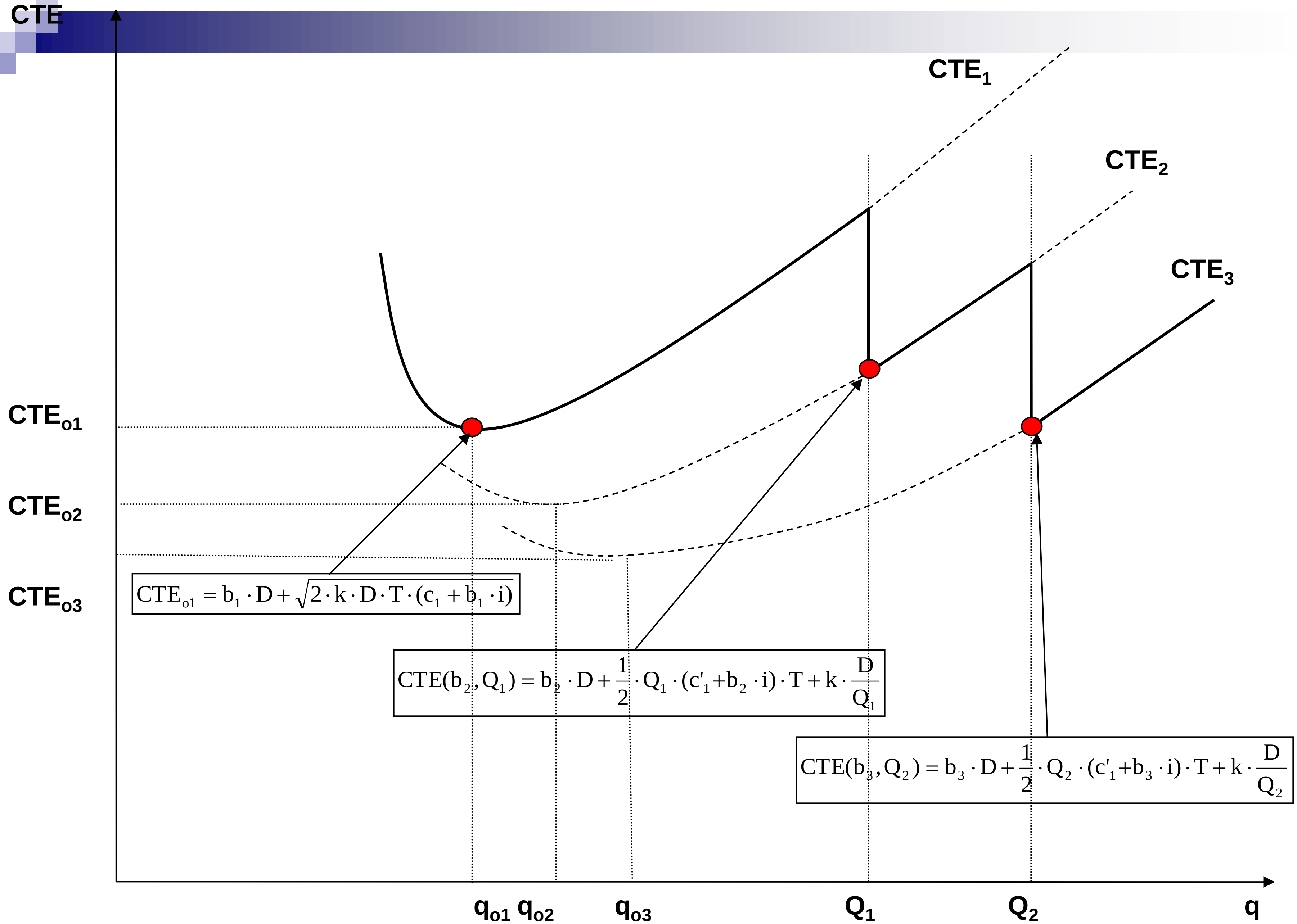
$$CTE_{oi} = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot (c'_1 + b_i \cdot i)} \Rightarrow CTE_{o1} > CTE_{o2} > CTE_{o3}$$


CTE
CTE(1)
CTE(2)
CTE(3)
CTEo1
CTEo2
CTEo3
qo1
qo2
qo3
q


$q_{o3}$
$Q_{o3}:Q_2$
<
≥
$q_{o2}$
Solicitar $q_{o3}$
$q_{o2}$: $Q_1$
≥
<
$CTE_{o1}$
$CTE_{o2}$
$CTE(Q_{1,}\ b_2)$
$CTE(Q_{2,}\ b_3)$
$CTE(Q_{2,}\ b_3)$
Comparar y seleccionar el de menor costo
Comparar y seleccionar el de menor costo


CTE
CTE(1)
CTE(2)
CTE(3)
CTEo1
CTEo2
CTEo3
qo1
Q1
qo2
Q2
qo3
q


CTE₁
CTE₂
CTE₃
CTEo1
CTEo2
CTEo3
$CTE_{o2} = b_2 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot (c'_1 + b_2 \cdot i)}$
$CTE(b_3, Q_2) = b_3 \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_2 \cdot (c'_1 + b_3 \cdot i) \cdot T + k \cdot \frac{D}{Q_2}$
qo1
Q1
qo2
qo3
Q2
q


CTE
$CTE_1$
$CTE_2$
$CTE_3$
$CTE_{o1}$
$CTE_{o2}$
$CTE_{o3}$
$CTE_{o1} = b_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k \cdot D \cdot T \cdot (c_1 + b_1 \cdot i)}$
$CTE(b_2, Q_1) = b_2 \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_1 \cdot (c'_1 + b_2 \cdot i) \cdot T + k \cdot \frac{D}{Q_1}$
$CTE(b_3, Q_2) = b_3 \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_2 \cdot (c'_1 + b_3 \cdot i) \cdot T + k \cdot \frac{D}{Q_2}$
$q_{o1}$ $q_{o2}$
$q_{o3}$
$Q_1$
$Q_2$
q

# Ejemplo

Una empresa fabricante de sistemas de componentes de sonido produce sus propios parlantes. La demanda es continua e igual a 4.000 por mes. El costo de lanzamiento de una orden fabricación de parlantes es de 12.000 $. Los parlantes llegan a la línea de armado de los sistemas de componentes en lotes terminados.

- El costo operativo de mantener un parlante en inventario es de 3$ por mes, mientras que la tasa de inmovilización de capital que se ha fijado es del 10% mensual.
- El costo unitario de producir un parlante es variable:
  - $11, si se producen menos de 10.000 unidades
  - $10, si se producen entre 10.000 y 80.000 unidades
  - $9,5, si se producen más de 80.000 unidades.
- Determinar la cantidad óptima de parlantes a fabricar.

# Solución

$$D = 8.000 \text{ parlantes/mes} \qquad k = 12.000 \ \$/\text{lote} \qquad c_{1op} = 0{,}30 \ \$/\text{mes}$$

$$b_1 = 11 \ \$/\text{parlante} \qquad b_2 = 10 \ \$/\text{parlante} \qquad b_3 = 9{,}50 \ \$/\text{parlante}$$

$$Q_1 = 10.000 \qquad Q_2 = 80.000$$

Considerando que: $c_{1i} = 0{,}30 + b_i \cdot 0{,}10$

Calculamos el lote óptimo al menor costo (b3): $q_{o3} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot (c'_1 + b_3 \cdot i)}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 12.000 \cdot 8.000}{1 \cdot (0{,}30 + 9{,}5 \cdot 0{,}10)}} \cong 12.394$

Como qo3 es menor que Q2, se calcula qo2: $q_{o2} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot k \cdot D}{T \cdot (c'_1 + b_2 \cdot i)}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 12.000 \cdot 8.000}{1 \cdot (0{,}30 + 10 \cdot 0{,}10)}} \cong 12.153$

Dado que este valor es mayor que Q1, se debe comparar entonces el costo CTEo2 con el CTE(Q2, b3) y seleccionar el lote correspondiente al menor costo total esperado:

$$CTE_{o2} = 10 \cdot 8.000 + \sqrt{2 \cdot 12.000 \cdot 8.000 \cdot 1 \cdot (0{,}3 + 10 \cdot 0{,}10)} = 95.798{,}73 \frac{\$}{\text{mes}}$$

$$CTE(Q_2, b_3) = 9{,}50 \cdot 8.000 + \frac{1}{2} \cdot 80.000 \cdot (0{,}30 + 9{,}50 \cdot 0{,}10) \cdot 1 + \frac{120.000 \cdot 8.000}{80.000} = 127.200 \frac{\$}{\text{mes}}$$

En consecuencia, el lote a solicitar es qo2.

# Pedido único

# Pedido único

Como ejemplo podríamos citar, entre otros:

- Periódicos
- Carteles para campañas políticas
- Algunos vegetales y frutas

# Pedido único

- Ganancia = Precio por unidad - Costo por unidad
- Pérdida = Costo por unidad – Valor de deshecho por unidad
- Considerando la probabilidad de un número dado de unidades que se venden, las ganancias y las pérdidas esperadas se equilibran en ese punto. Es decir:

  $$F_N\,(\text{pérdida}) = (1-F_N)(\text{ganancia})$$

  donde $F_N$ representa la frecuencia acumulada de vender al menos “n” unidades del producto.

- Resolviendo, tenemos:

$$F_N = \frac{\text{ganancia}}{\text{ganancia} + \text{pérdida}}$$

# Ejemplo

Una empresa de comidas preparadas fue seleccionada para vender sus productos en un evento multitudinario. De experiencia de eventos similares anteriores se conoce que la demanda de estas comidas sigue una distribución empírica discreta según se muestra en la tabla adjunta:

| **x** | **600** | **700** | **800** | **900** | **1.000** |
|---|---|---|---|---|---|
| **P (x)** | 0,05 | 0,25 | 0,35 | 0,20 | 0,15 |
| **F(x)** | 0,05 | 0,30 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |

El precio de venta es de $10 por porción y el costo para la empresa, por todo concepto, es de $3 por porción. Debido a que es un producto difícil de conservar, las porciones no vendidas al finalizar el evento, se dan sin cargo a una institución benéfica.

Se busca determinar cuál es la cantidad óptima de porciones a preparar.

# Ejemplo: pedido único

$$F(x) = \frac{\text{ganancia}}{\text{ganancia} + \text{pérdida}} = \frac{(10-3)}{(10-3)+3} = 0{,}7$$

Entrando en la tabla de la distribución acumulada F(x) con el valor de probabilidad acumulada 0,7, encontramos que 0,7 está entre 0,65 y 0,85, luego el valor buscado es: x = 900 porciones

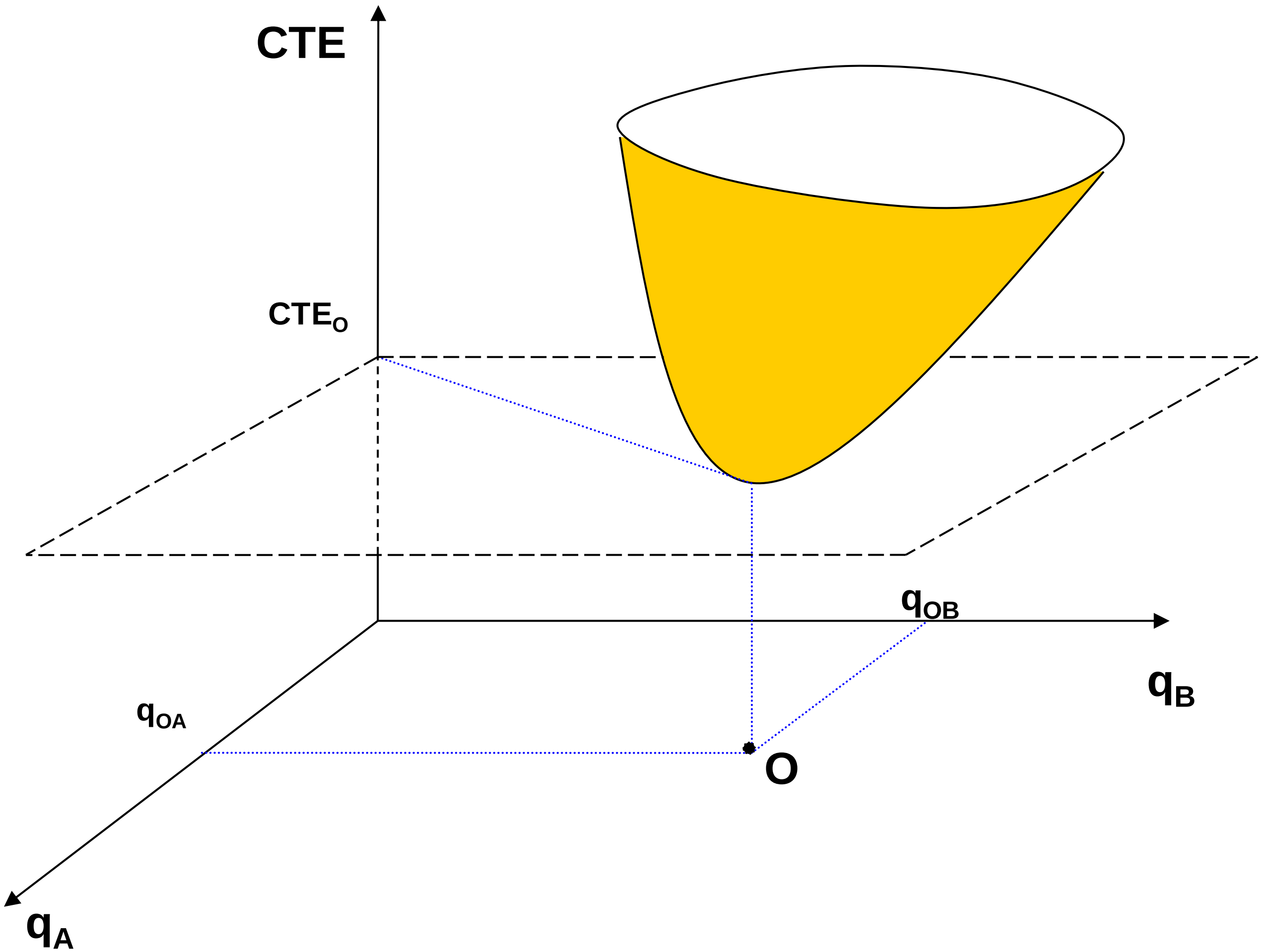
# MULTI-ÍTEMS sin RESTRICCIONES

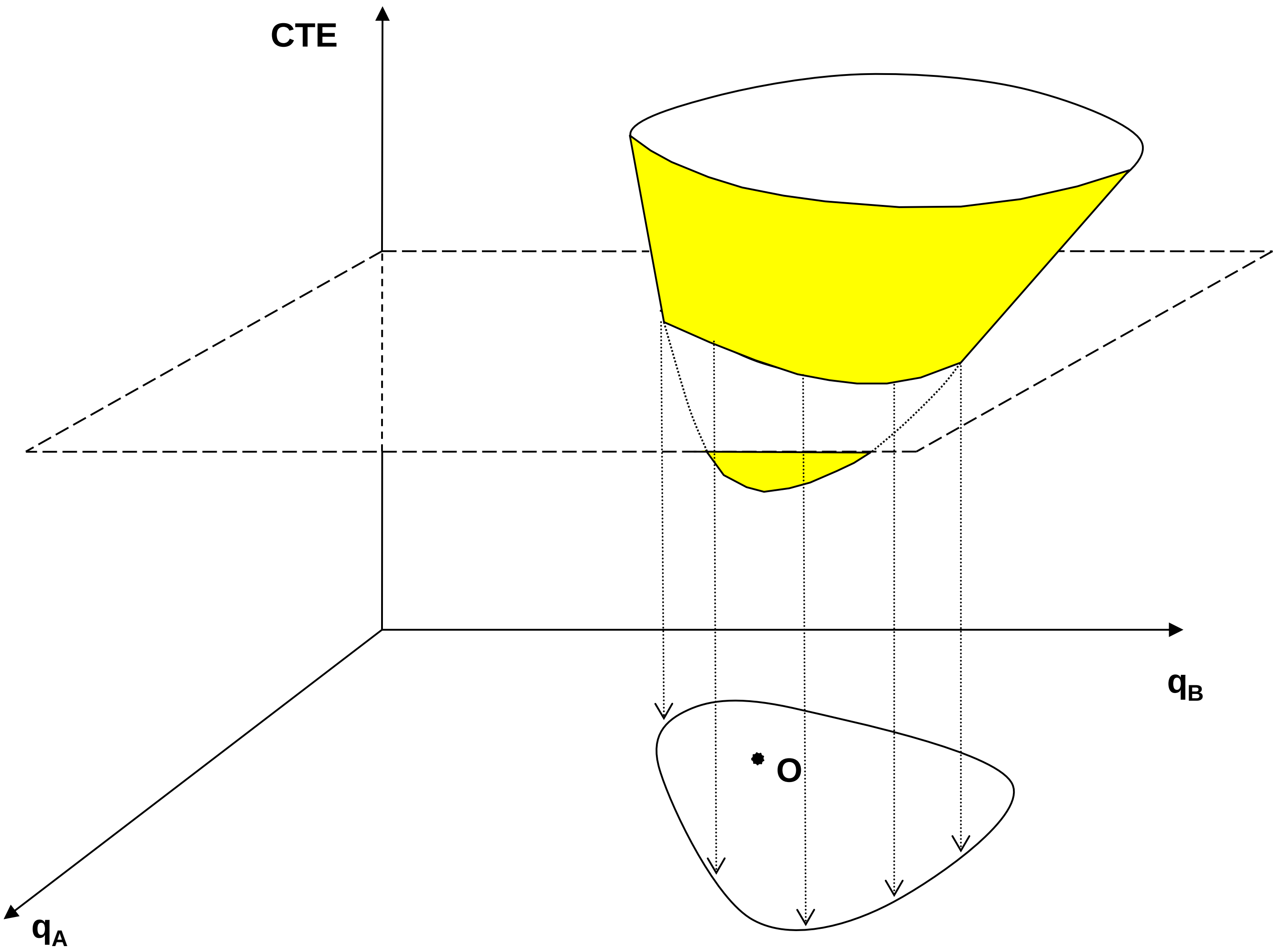
$$CTE = b_A \cdot D_A + \frac{1}{2} \cdot q_A \cdot c_{1A} \cdot T + k_A \cdot \frac{D_A}{q_A} + b_B \cdot D_B + \frac{1}{2} \cdot q_B \cdot c_{1B} \cdot T + k_B \cdot \frac{D_B}{q_B}$$

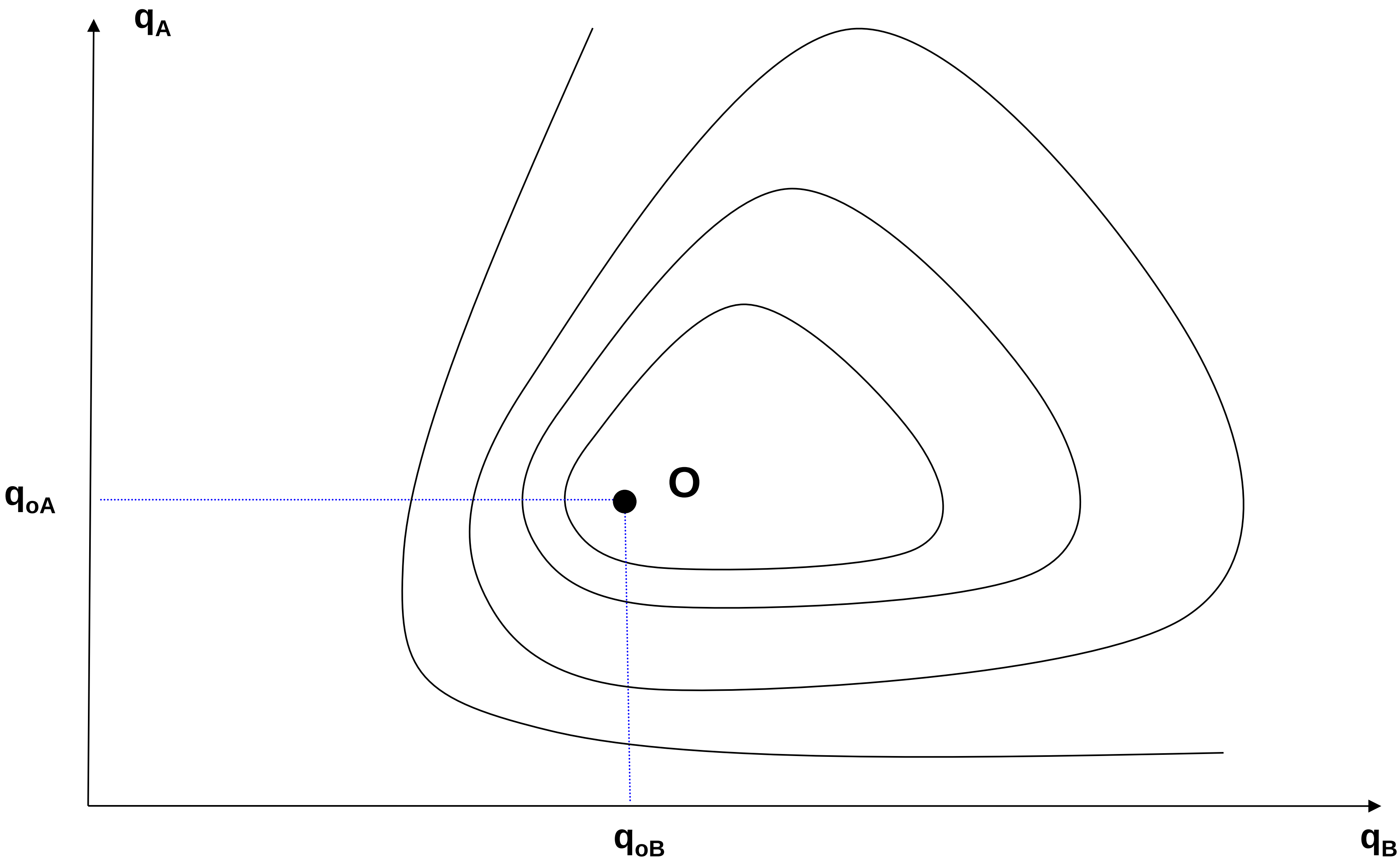
$$\frac{\partial CTE}{\partial q_A} = \frac{1}{2} \cdot c_{1A} \cdot T - k_A \cdot \frac{D_A}{q_A^2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q_{oA} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_A \cdot D_A}{T \cdot c_{1A}}}$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial q_B} = \frac{1}{2} \cdot c_{1B} \cdot T - k_B \cdot \frac{D_B}{q_B^2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q_{oB} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_B \cdot D_B}{T \cdot c_{1B}}}$$

$$CTE_o = b_A \cdot D_A + \sqrt{2 \cdot k_A \cdot D_A \cdot T \cdot c_{1A}} + b_B \cdot D_B + \sqrt{2 \cdot k_B \cdot D_B \cdot T \cdot c_{1B}}$$


CTE
$CTE_O$
$q_{OB}$
$q_B$
$q_{OA}$
O
$q_A$


CTE
O
$q_B$
$q_A$



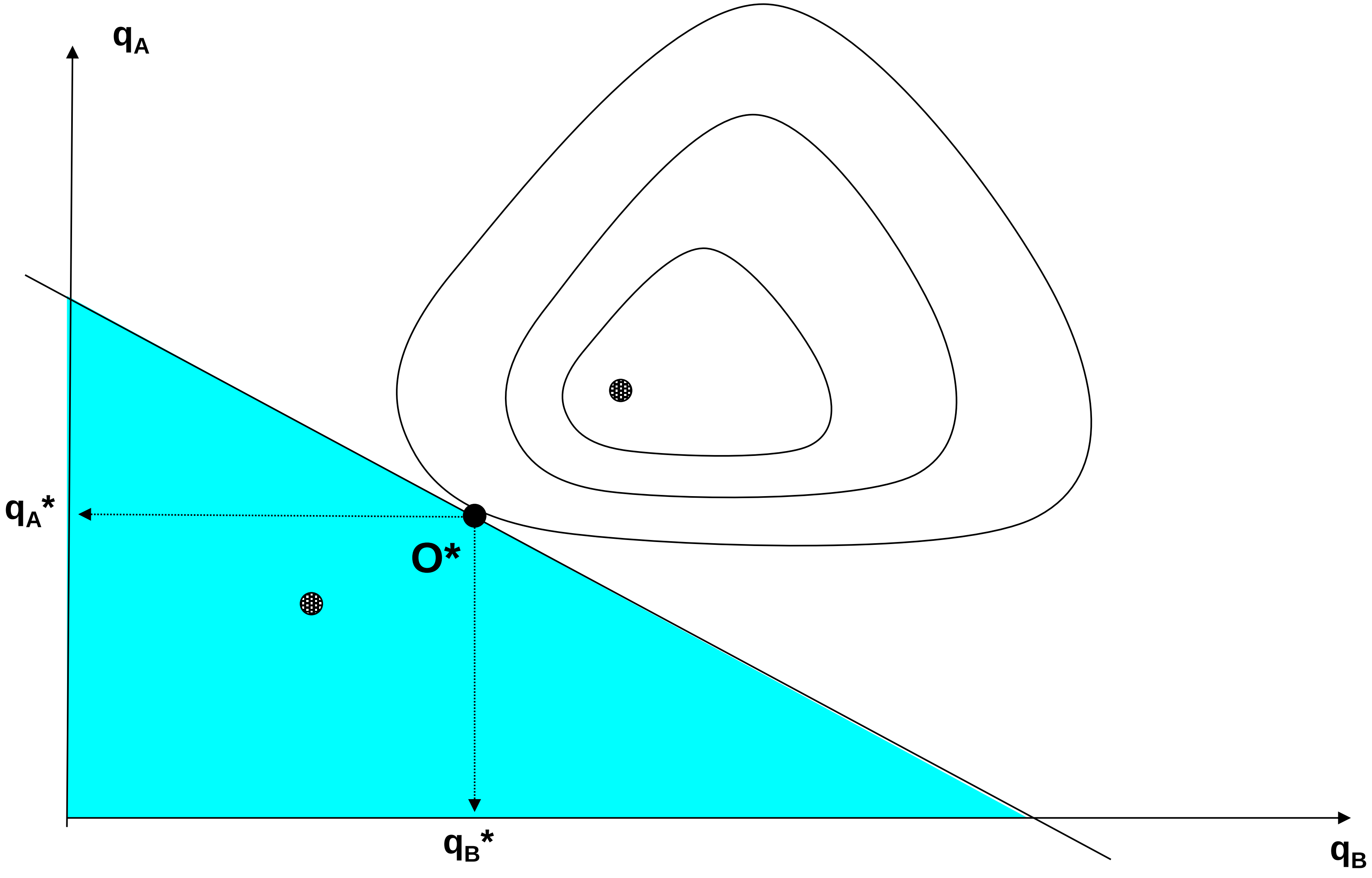
$q_A$
$q_{oA}$
O
$q_{oB}$
$q_B$

# MULTI-ÍTEMS con RESTRICCIONES

$$\begin{cases} CTE = b_A \cdot D_A + \frac{1}{2} \cdot q_A \cdot c_{1A} \cdot T + k_A \cdot \frac{D_A}{q_A} + b_B \cdot D_B + \frac{1}{2} \cdot q_B \cdot c_{1B} \cdot T + k_B \cdot \frac{D_B}{q_B} \\ v_A \cdot q_A + v_B \cdot q_B \leq V \end{cases}$$

$$q_{oA} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_A \cdot D_A}{T \cdot c_{1A}}}$$

$$q_{oB} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_B \cdot D_B}{T \cdot c_{1B}}}$$


$q_A$
$q_A$*
O*
$q_B$*
$q_B$

$$L = b_A \cdot D_A + \frac{1}{2} \cdot q_A \cdot c_{1A} \cdot T + k_A \cdot \frac{D_A}{q_A} + b_B \cdot D_B + \frac{1}{2} \cdot q_B \cdot c_{1B} \cdot T + k_B \cdot \frac{D_B}{q_B} +$$

$$+ \lambda \cdot \left( v_A \cdot q_A + v_B \cdot q_B - V \right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_A} = \frac{1}{2} \cdot c_{1A} \cdot T - \frac{k_A \cdot D_A}{q_A^2} + \lambda \cdot v_A = 0 \qquad q_A = \sqrt{\frac{2 \cdot k_A \cdot D_A}{T \cdot c_{1A} + 2 \cdot \lambda \cdot v_A}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_B} = \frac{1}{2} \cdot c_{1B} \cdot T - \frac{k_B \cdot D_B}{q_B^2} + \lambda \cdot v_B = 0 \qquad q_B = \sqrt{\frac{2 \cdot k_B \cdot D_B}{T \cdot c_{1B} + 2 \cdot \lambda \cdot v_B}}$$

$$\lambda \cdot \left( v_A \cdot q_A + v_B \cdot q_B - V \right) = 0$$

$$\lambda \geq 0$$

# Modelo TI-TO

- TI: Total inmovilizado
- TO: Total de órdenes

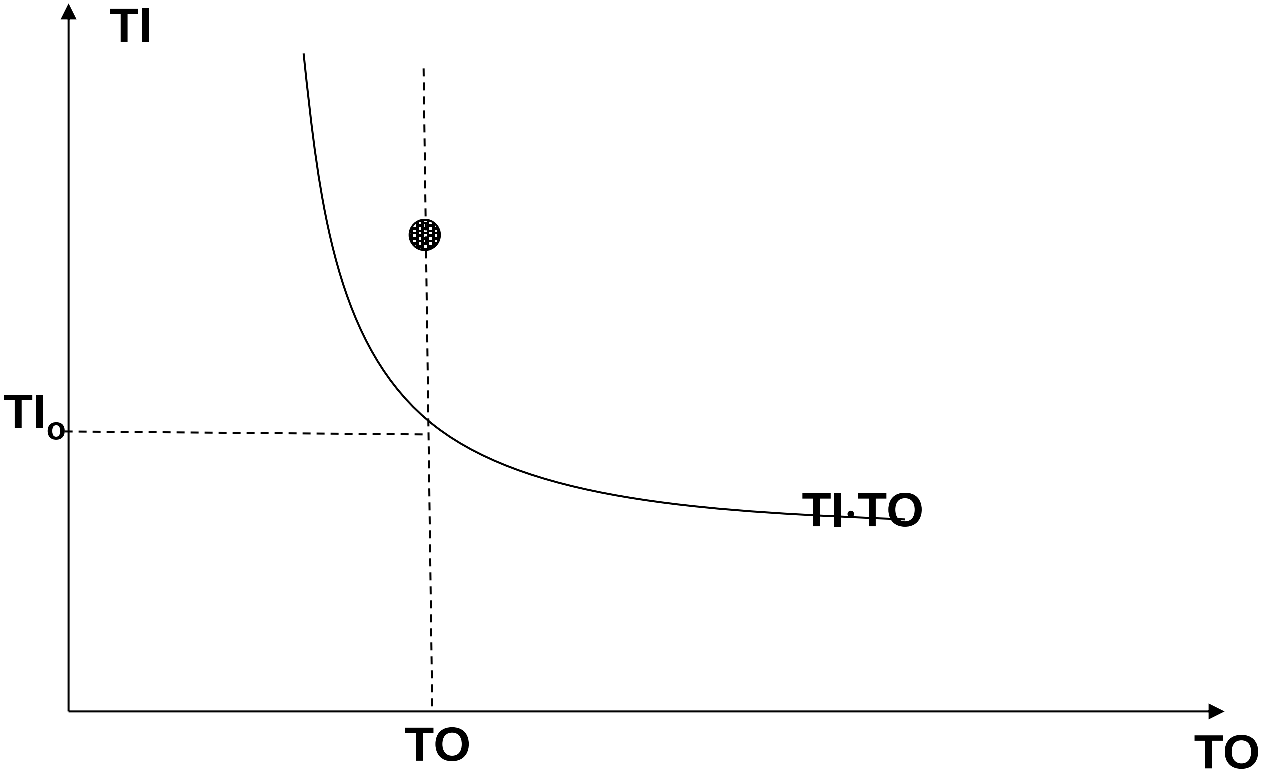
# OPTIMIZACIÓN DE TI SUJETO A TO

$$\begin{cases} TI = \sum_i \frac{1}{2} \cdot q_i \cdot b_i \quad \Rightarrow \quad Min \\ TO = \sum_i \frac{D_i}{q_i} \end{cases}$$

$$L = \sum_i \frac{1}{2} \cdot q_i \cdot b_i + \lambda \cdot \left[ \sum_i \frac{D_i}{q_i} - TO \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \cdot b_i - \frac{\lambda \cdot D_i}{q_i^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_{oi} = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda \cdot D_i}{b_i}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_i \frac{D_i}{q_i} - TO = 0 \quad \Rightarrow \quad TO = \sum_i \frac{D_i}{q_{oi}}$$


TI
$TI_o$
TI·TO
TO
TO

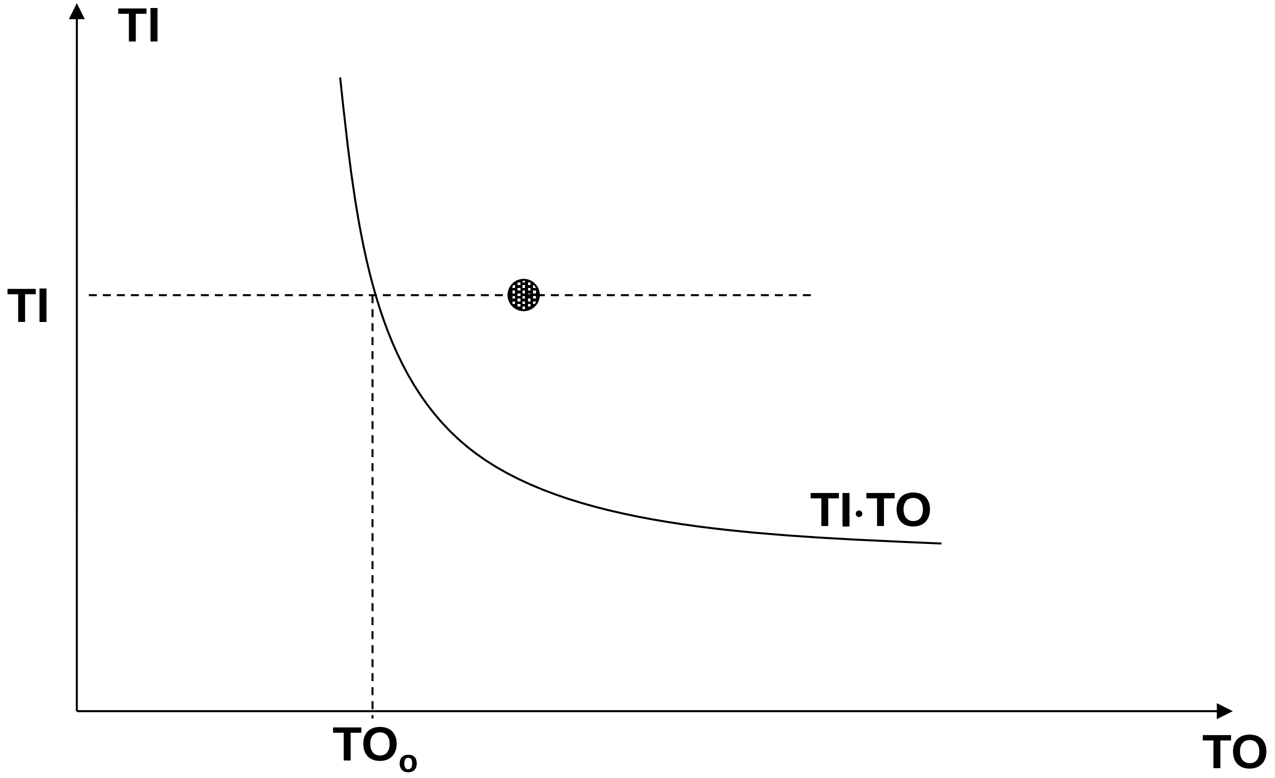
## OPTIMIZACIÓN DE TO SUJETO A TI

$$\begin{cases} TO = \sum_i \dfrac{D_i}{q_i}{}_i \quad \Rightarrow \quad Min \\ TI = \sum_i \dfrac{1}{2} \cdot q_i \cdot b_i \end{cases}$$

$$L = \sum_i \frac{D_i}{q_i} + \mu \cdot \left[ \sum_i \frac{1}{2} q_i \cdot b_i - TI \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{D_i}{q_i^2} + \frac{\mu \cdot b_i}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_{oi} = \sqrt{\frac{2 \cdot D_i}{\mu \cdot b_i}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \sum_i \frac{1}{2} \cdot q_i \cdot b_i - TI = 0 \quad \Rightarrow \quad TI = \sum_i \frac{1}{2} \cdot q_i \cdot b_i$$


TI
TI
TI·TO
TO
TOo