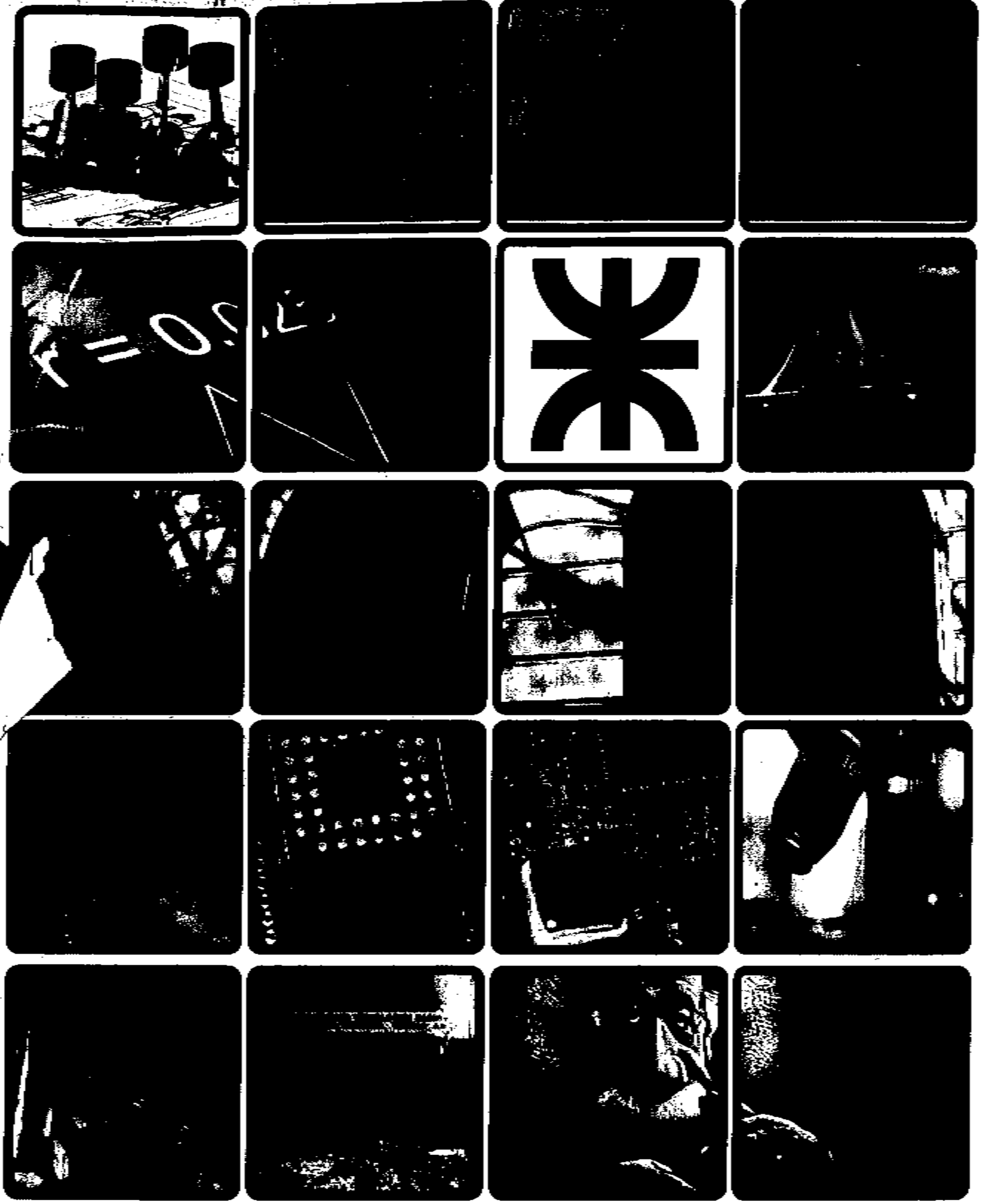


MÓDULO B - EJERCICIOS Y PROBLEMAS

ING. JOSÉ RECCHINI - LIC. SUSANA ESTÉVEZ - ING. FRANCISCO EANDI BONFANTE - PROF. LUIS FIORANTE

MÓDULO B

MBR

CENTRO de ESTUDIANTES de INGENIERIA TECNOLOGICA

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Con Ejercicios Resueltos

Módulo B
Ejercicios y Problemas

...cinco años de experiencia en el aula

Ing. Jorge Recchini
Lic. Susana Estévez
Ing. Francisco Eandi Bonfante
Prof. Luis Fiorante

Editorial CEIT

Consulte nuestra página Web: www.ceit.frba.utn.edu.ar/servicios/editorial
Donde encontrara información de otros libros editados por Editorial-CEIT

Jorge Recchini, Susana Estevéz, Francisco Eandi Bonfante, Luis Fiorante

Módulo B: ***ejercicios y problemas***. - 1a ed. - Buenos Aires : Centro de Estudiantes de Ingeniería Tecnológica - CEIT, 2008.
192 p. ; 30x21 cm.

ISBN 978-987-1063-52-9

1. Ingenieria. I. Recchini, Jorge....
CDD 620

Fecha de catalogación: 29/09/2008

Medrano 951 – Cuidad Autónoma de Buenos Aires.
TEL: (011)4867-7557
Mail: editorialceit@labint.frba.utn.edu.ar
Website: www.ceit.frba.utn.edu.ar/servicios/editorial

Arte de Tapa, Diseño y Diagramación: Papavero, María Paula

Queda hecho el depósito que previene la Ley 11.723

Impreso en Argentina.
Impreso por:

PRÓLOGO

Diseñamos el presente texto con el fin de complementar la bibliografía básica del Seminario Universitario, mediante la propuesta de ejercicios y problemas que formaron parte del proceso de evaluación durante los años 2004 a 2008.
Planteamos, entonces, una alternativa para aquellos aspirantes que luego de realizar los trabajos prácticos correspondientes a la bibliografía básica, deseen profundizar el desarrollo de competencias para la resolución de problemas.
Cuando pensamos cómo elaborar este material decidimos que debíamos participar los cuatro integrantes de la conducción académica del Módulo B; los problemas que se refieren a contenidos de matemática fueron propuestos y resueltos por Susana Estévez, Jorge Recchini y Luis Fiorante y los problemas donde quedan involucrados contenidos de física fueron propuestos y resueltos por Francisco E. Bonfante.

Las actividades en el ámbito del Seminario Universitario no solo se realizan desde nuestra oficina de Coordinación Académica, es necesario el concurso de muchas voluntades para que esa tarea tenga éxito y es por eso que queremos destacar el permanente apoyo recibido por el Ing. Marcelo Giura y todo el personal de la Secretaría de Gestión Académica a su cargo, vaya a él y a su equipo toda nuestra estima y agradecimiento.
Hacemos extensivo nuestro reconocimiento al Secretario de Asuntos Universitarios Sr. Juan Tiribelli y al Centro de Estudiantes por su apoyo a lo largo de estos cinco años de arduo trabajo

Los autores

Buenos Aires, Septiembre de 2008
Seminario Universitario
UTN - FRBA

INDICE

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE PRIMER PARCIAL

Año 2004

1) Las bases de un trapecio isósceles miden 6 cm y 12 cm respectivamente, si el área es $36cm^2$. Determine la longitud de los lados no paralelos. Justifique su respuesta.

2) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta:

$$0 < |x+1| \leq 2$$

3) Determine el valor real de m, tal que $p(x) = x^3 + x^2 - x + m$ sea divisible por $q(x) = x - 1$. Justifique su respuesta.

4) Se desea mezclar café colombiano que vale 2,50 \$ por kg con uno brasilero que vale 1,80 \$ por kg. ¿Cuántos kg de cada uno se deben usar para obtener 30 kg de una mezcla que valga 2 \$ por kg? Justifique su respuesta.

5) La cuarta parte del producto de dos enteros pares positivos y consecutivos es 56. Obtenga dichos números. Justifique su respuesta.

6) Determine el conjunto solución de:

$$\frac{4}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}$$

Justifique su respuesta.

7) Se sabe que la población de una ciudad era de 385 000 habitantes en 1960 y 510 000 habitantes en 1970. Si el crecimiento poblacional puede aproximarse por $N(t) = N_0 . e^{kt}$, donde N_0 es la población inicial, k es constante y t es el número de años después de 1960. ¿Cuántos habitantes tuvo esta ciudad en el año 2000? Justifique su respuesta.

8) Dada $f : D_f \to I_f \ / \ f(x) = \dfrac{4x - \frac{2}{3}}{-\frac{3}{4} + 2x}$, obtenga f^{-1} y las ecuaciones de sus asíntotas.

Justifique su respuesta.

9) Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo tiene 2 cm más de largo que un cateto y 4 cm más de largo que el otro cateto, determine el área del triángulo. Justifique su respuesta.

10) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta:

$$\frac{3x+2}{x-1} \geq 2$$

11) Descomponga el siguiente polinomio en el producto de sus factores primos:

$$p(x) = 2x^3 - 14x + 12$$

Justifique su respuesta.

12) Un granjero desea cercar un lote rectangular de terreno. Si usa un material que cuesta 2,40S por metro para el frente del lote y un material que cuesta 2,10$ por metro para los otros tres lados, la cerca le cuesta 589,50$. Si usa el material más caro para los cuatro lados la cerca le cuesta 648S. Determine las dimensiones del lote. Justifique su respuesta.

13) Dada $x^2 + 4x + c = 0$, halle el coeficiente c si las raíces x_1 y x_2 de la ecuación son tales que $x_1 - x_2 = 2$. Justifique su respuesta.

14) Determine el conjunto solución de:

$$\sqrt{2x+11} - x - 4 = 0$$

Justifique su respuesta.

15) El número N de bacterias en un cultivo aumenta con el tiempo t en horas según la ley $N(t) = 3000.\,2^{t}$. ¿En cuántas horas el número de bacterias llegará a 96000? Justifique su respuesta.

16) Dada $h:[1,3] \to \Re \,/\, h(x) = (x-2)^2$, efectúe las restricciones necesarias para obtener h^{-1} y luego defina dicha función. Justifique su respuesta.

17) Determine el radio de un recipiente esférico que tenga igual capacidad que un tambor cilíndrico de 24 π cm ^{2} de área total, si sabe que el diámetro del cilindro es igual a su altura. Justifique su respuesta.

18) Encuentre todos los puntos de la recta real cuya distancia a 2 excede las 5 unidades. Justifique su respuesta.

19) Una colección de 40 monedas de 5, 10 y 25 centavos tiene un valor de 4,60 S. Si el número de monedas de 5 centavos es igual a tres veces el número de monedas de 25 centavos. ¿Cuántas monedas de cada tipo hay? Justifique su respuesta aplicando el método de eliminación de Gauss.

20) Si sabe que 2 y -2 son raíces de la ecuación $x^3+3x^2+hx+k=0$, encuentre h y k y determine la tercera raíz. Justifique su respuesta.

21) Determine el conjunto solución de:

$$z^{\frac{1}{2}}+6z^{-\frac{1}{2}}=5$$

Justifique su respuesta.

22) Sean $h: D_h \to I_h \,/\, h(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ y $t: D_t \to I_t \,/\, t(x)=\dfrac{1}{|x-4|-4}$

Obtenga $D_h \cap D_t$. Justifique su respuesta.

23) Dada $g:\Re \to \Re \,/\, g(x)=e^{2x+3}-e^{4x+3}+2e^3$, obtenga, si existen, los ceros de dicha función. Justifique su respuesta.

24) Determine la cantidad de aluminio necesaria para construir una lata cilíndrica sin tapa, cuya capacidad es $128\,\pi\,\text{cm}^3$, si sabe que el diámetro de la lata coincide con su altura. Justifique su respuesta y exprese el resultado en función de π.

25) Determine el polinomio $p(x)$ de grado mínimo y tal que: es reducido, -3 y 2 son raíces simples y 1 es raíz doble. Justifique su respuesta.

26) En una alcancía hay 65 monedas que suman 8,75$. El número de piezas de 20 centavos es el doble del número de piezas de 5 centavos y las restantes son monedas de 10 centavos. ¿Cuántas monedas hay de cada clase? Justifique su respuesta aplicando el método de eliminación de Gauss.

27) En la ecuación $\alpha x^2 + x + \alpha = 0$, determine $\alpha \in \Re$ tal que la suma de los recíprocos de las raíces sea igual a 5. Justifique su respuesta.

28) Determine el conjunto solución de:

$$\sqrt{x-3} - \sqrt{x-4} = -1$$

Justifique su respuesta.

29) Dada $f : D_f \to I_f \,/\, f(x) = \log_2(x+1) - \log_2(x-6) - 3$. Obtenga D_f y, si existen, los ceros de la función. Justifique su respuesta.

30) Dadas las funciones:

$$g : \Re \to \Re^+ \,/\, g(x) = e^{x-3}$$

$$h : \Re \to \Re \,/\, h(x) = \sqrt[3]{x-1} \ ,$$

Obtenga $(g \circ h^{-1})(1)$. Justifique su respuesta.

31) Determine la longitud de la diagonal menor de un rombo si su área es $2\sqrt{2}$ cm^2 y el lado mide $\sqrt{3}$ cm. Justifique su respuesta.

32) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{1}{x+3} > -(x+1)$$

33) Descomponga en factores primos el siguiente polinomio. Justifique su respuesta.

$$p(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8$$

34) La suma de las tres cifras de un número natural es 12. La suma de las cifras de las centenas y decenas excede en 2 a la cifra de las unidades.

Si al número se le suma 198, el nuevo número obtenido tiene las mismas cifras en orden inverso. Determine el número.

Justifique su respuesta aplicando el método de eliminación de Gauss.

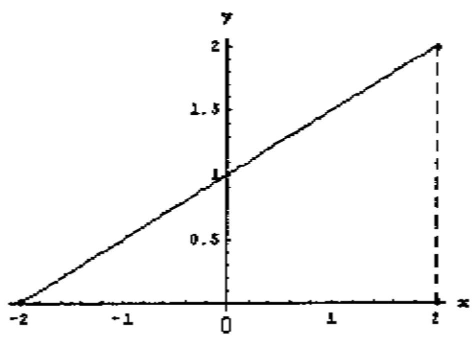
35) Determine los valores reales de k para que la ecuación $x^2 - k\,(x-2) = 0$ admita raíces reales y distintas. Justifique su respuesta.

36) Reduzca a la mínima expresión:

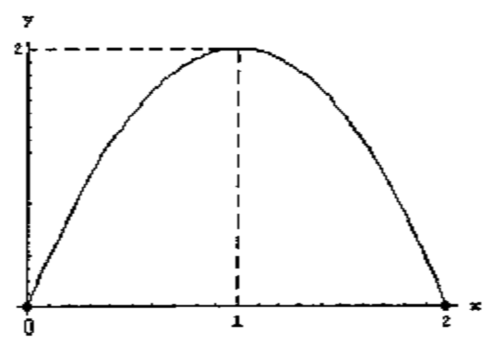
$$\frac{9-x^2}{x^2-6x+9} : \frac{x^2+x-6}{2x-x^2} \quad (|x| \neq 3 \,,\, x \neq 0 \,,\, x \neq 2)$$

Justifique su respuesta.

37) Dadas las gráficas de f y g definidas en un intervalo cerrado, obtenga la función $f+g$.



$f : Df \to \Re \,/\, f(x) = mx + n \,,\, m \neq 0$



$g : Dg \to \Re \,/\, g(x) = ax^2 + bx + c \,,\, a \neq 0$

Justifique su respuesta.

38) Sea $h : \Re \to \Re \,/\, h(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$. Determine, si existen, los ceros de dicha función.

Justifique su respuesta.

39) Determine la cantidad de tejido de alambre necesario para cercar los cuatro lados de un campo cuadrado cuya diagonal es 10 metros más larga que cada uno de los lados. Exprese el resultado en función de $\sqrt{2}$. Justifique su respuesta.

40) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$1+\frac{4}{x-2}\leq\frac{1}{x-1}$$

41) Resuelva la ecuación $r(x)-3=0$ si $r(x)$ es el resto de dividir el polinomio $p(x)=x^3+3x^2-2x+1$ por el polinomio $q(x)=x^2-3x$. Justifique su respuesta.

42) En un número natural de 3 cifras la cifra de las centenas es el duplo de la cifra de las unidades. La cifra de las unidades excede en 1 a la cifra de las decenas.
Si del número se resta 297 se obtiene otro número con las mismas cifras en orden inverso.
¿Cuál es el número? Justifique su respuesta aplicando el método de eliminación de Gauss.

43) Determine los coeficientes h y k para que las raíces de la ecuación $x^2+hx+k=0$ sean iguales a h y k.

44) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{x^2+9}{x^2-9}-\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x+3}$$

45) La ley de enfriamiento de un cuerpo está dada por: $T(t)=Ta+\left(T_0-Ta\right)e^{-kt}$ donde Ta es la temperatura ambiente en °C, T_0 es la temperatura inicial del cuerpo en °C, t es el tiempo de enfriamiento en minutos y k es constante.
Un objeto que está a una temperatura de 60°C se coloca en un cuarto a temperatura ambiente de 20°C y luego de 30 minutos se enfría hasta una temperatura de 40°C.
Encuentre la constante k y luego determine la temperatura del cuerpo después de 1 hora de haberse colocado en el cuarto. Justifique su respuesta.

46) Dada $h : Dh \to Ih / h(x) = \dfrac{4-x}{2x+k}$ con $k \in \Re$; encuentre k tal que la ecuación de la asíntota horizontal de h^{-1} sea $y = -1$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE SEGUNDO PARCIAL

Año 2004

47) La altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo determina sobre ella dos segmentos de 2,5 cm y 4,9 cm respectivamente. Determine cada uno de los ángulos agudos del triángulo rectángulo dado. Justifique su respuesta.

48) Encuentre el ángulo entre los vectores $\bar{a}$ y $\bar{b}$, si sabe que $\bar{a} = 3\breve{i} + 4\breve{j}$ y $\bar{b}$ tiene como origen el punto $P = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ y como extremo el punto $Q = (1\,,\,0)$. Justifique su respuesta.

49) Determine el conjunto solución de la ecuación $\cos x - sen x = 1$ en $[0\,,\,2\pi)$. Justifique su respuesta.

50) Un edificio proyecta una sombra de 53m de largo, determine la altura del edificio si el ángulo de elevación del sol es 25° 40'. Justifique su respuesta.

51) Dada la función $s : \Re \to \Re \,/\, s(x) = 4\, sen(3x + \pi)$, determine amplitud y período. Grafique. Justifique su respuesta.

52) La sección normal de un techo de dos aguas es un triángulo isósceles de 3,8m de altura y un ángulo de base de 38° 15' 20''. Si sabe que el largo de cada una de las alas del techo es igual a tres veces el ancho de las mismas, determine la superficie del techo.
Aproxime el resultado al entero más próximo. Justifique su respuesta.

53) Determine los valores reales de *a* y *b*, de modo que el vector unitario $\bar{x} = a\,\breve{i} + b\,\breve{j}$ sea perpendicular al vector $\bar{y} = \sqrt{3}\,\breve{i} - \breve{j}$. Justifique su respuesta.

54) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: $3\, tg^2 x + 5 = 7 \sec x$ en $[0\,,\,2\pi)$. Justifique su respuesta.

55) Manolo mide 182 cm de estatura y su sombra es de 165 cm. ¿Qué ángulo forman en ese instante los rayos del sol con la horizontal? Justifique su respuesta.

56) Dada la función $f:\Re \to \Re \,/\, f(x) = 3\ sen\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, halle amplitud, período y grafique. Justifique su respuesta.

57) Si sabe que la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 8 cm y que la diferencia entre las medidas de los ángulos agudos es de 12°, entonces determine el área del triángulo. Justifique su respuesta.

58) Encuentre el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, si sabe que $\vec{u} = 4\,\breve{i} - 3\,\breve{j}$ y $\vec{v}$ tiene como origen y extremo los puntos $A = (2\,,-1)$ y $B = \left(0\,,\frac{1}{2}\right)$ respectivamente. Justifique su respuesta.

59) Determine el conjunto solución de la ecuación $sen(2x) = \cos x$ en $[0\,,2\pi)$. Justifique su respuesta.

60) Si la distancia entre los dos niveles del centro comercial es de 6m y el ángulo de inclinación de la escalera mecánica es de 32° 10'. ¿Cuántos metros recorre una persona cuando va del primer nivel al segundo nivel? Justifique su respuesta.

61) Dada la función $g:\Re \to \Re \,/\, g(x) = 4\cos(4x + \pi)$, halle amplitud, período y grafique. Justifique su respuesta.

62) Una antena es divisada sobre el nivel del piso por dos personas que se encuentran enfrentadas a 200 metros entre sí. Si los ángulos de elevación de las personas al extremo superior de la antena son 20° y 25° respectivamente, determine la altura aproximada de la antena. La antena y las personas están ubicadas en un mismo plano normal al piso. Justifique su respuesta.

63) Encuentre el ángulo que determinan los vectores $\bar{a}$ y $\bar{b}$, si sabe que $\bar{a} = 4\,\breve{i} - 3\,\breve{j}$ y $\bar{b}$ tiene segunda componente igual a 2 y es perpendicular a $\bar{c} = -4\,\breve{i} + 6\,\breve{j}$. Justifique su respuesta.

64) Dada la función $g:\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right) \to \Re \,/\, g(x) = 3\,tg^2 x - \sec^2 x$ determine el conjunto solución de la ecuación $g(x) = 1$. Justifique su respuesta.

65) Una escalera de 2m está apoyada en una biblioteca. Si la base de la escalera está a 60 cm de la base de la biblioteca, ¿Cuál es el ángulo de elevación de la escalera? ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la biblioteca? Justifique su respuesta.

66) Determine el ángulo de inclinación de la recta cuya ecuación es $3x + \sqrt{3}\,y + 2 = 0$. Justifique su respuesta.

67) Un OVNI es divisado sobre el nivel del piso por dos personas que se encuentran enfrentadas a 1500 metros entre si. Si los ángulos de elevación de las personas al OVNI son 30º y 45º respectivamente, determine la altura del objeto sobre el piso. Aproxime el resultado al entero más próximo. El OVNI y las personas están ubicados en un mismo plano normal al piso. Justifique su respuesta.

68) Encuentre la proyección de $\bar{a}$ sobre $\bar{b}$ si sabe que $\bar{a} = 4\,\breve{i} - 3\,\breve{j}$ y $\bar{b}$ tiene como origen y extremo los puntos $(2\,,-3)$ y $(-1\,,-4)$ respectivamente. Justifique su respuesta.

69) Dada la función $h:\Re \to \Re \,/\, h(x) = \cos x$ y $t:\Re \to \Re \,/\, t(x) = sen x$, determine el conjunto $\{x \in [0\,,2\pi) \,/\, h(x) + t(x) = -1\}$. Justifique su respuesta.

70) Un rectángulo tiene 32m de base y 24m de altura. Determine las medidas de los ángulos que forma una diagonal con los lados. Aproxime el resultado al entero más próximo. Justifique su respuesta.

71) Determine el valor real de k tal que la recta de ecuación $\sqrt{3}\ x + k\ y - 15 = 0$ tenga un ángulo de inclinación de $\frac{5}{6}\pi$. Justifique su respuesta.

72) Desde un punto A en el piso el ángulo de elevación al extremo superior de un edificio es de 24°. Desde el punto B situado 15m más cerca del edificio, el ángulo de elevación es de 32°. Determine la altura aproximada del edificio. Justifique su respuesta.

73) Determine la proyección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$, si se sabe que $\vec{u} = \breve{i} - 4\ \breve{j}$ y $\vec{v}$ tiene como origen y extremo los puntos $(-2,4)$ y $(-5,1)$ respectivamente. Justifique su respuesta.

74) Dada la función $g : \Re \rightarrow \Re / g(x) = 2x - 3$ determine el conjunto $\{x \in [0, 2\pi) / g(sen^2 x) = \cos x - 2\}$. Justifique su respuesta.

75) Determine la superficie de un campo rectangular si sabe que un alambrado que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 649m y forma con uno de los lados limítrofes un ángulo de 37° 26'. Aproxime el resultado al entero más próximo. Justifique su respuesta.

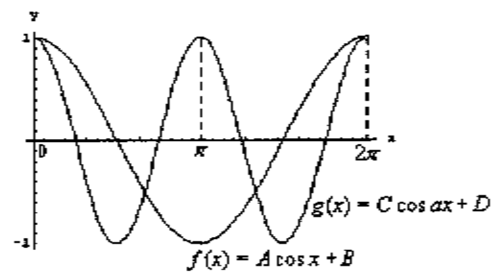
76) Determine el ángulo de inclinación de la recta cuya ecuación es $\sqrt{3}\ x + 3y + 5 = 0$. Justifique su respuesta.

77) Dos edificios se encuentran separados 40 m. Desde la azotea de cada edificio se observa una lámpara de alumbrado público, que se encuentra a 8 m del piso, con ángulos de depresión de 45° y 60° respectivamente. Si sabe que un edificio es 25 m más alto que el otro, determine la altura aproximada de ambos. Justifique su respuesta.

78) El ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es $\frac{2}{3}\pi$, si sabe que $|\vec{b}\,| = 5$ y $3\vec{a} + \vec{b}$ es perpendicular a $\vec{a}$, calcule el módulo de $\vec{a}$. Justifique su respuesta.

79) Dados los vectores $\bar{a}=(2,-4)$; $\bar{b}=(3,2)$ y $\bar{c}=(1,2)$. Determine, si existen, los escalares λ y β de modo que $\bar{a}=\lambda.\bar{b}+\beta.\bar{c}$. Justifique su respuesta.

80) Dadas las siguientes gráficas obtenga las fórmulas de f y g sabiendo que A, B, C y D son constantes, luego determine analíticamente los puntos de intersección de las mismas en $[0, 2\pi)$. Justifique su respuesta.



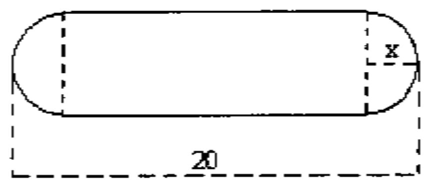
81) Pruebe que $\cos^4\alpha - sen^4\alpha = \cos^2\alpha - sen^2\alpha$

82) Determine el conjunto solución de $3^{1-\cos x}-\sqrt{3}=0$ en $[0,2\pi)$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE EXAMEN FINAL

Año 2004

83) Un tanque de petróleo tiene la forma de cilindro con una semiesfera unida en cada extremo. Si la longitud total del tanque es 20 metros y la capacidad total de almacenamiento es $162\,\pi\ \text{m}^3$, determine el radio del cilindro.



Justifique su respuesta.

84) Dadas las funciones h y t, tales que: $h: Dh \to Ih \,/\, h(x) = e^{-2x}$ y $t: Dt \to It \,/\, t(x) = 1 - x^2$

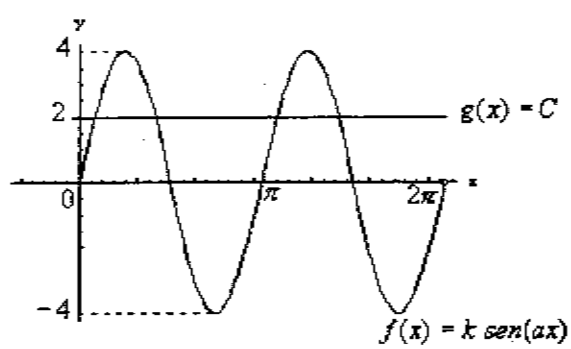
Determine:

a) $x \in Dh$ tales que $2\,h(x) - 2 \geq 0$

b) Los ceros de la función $t \circ h^{-1}$

Justifique su respuesta.

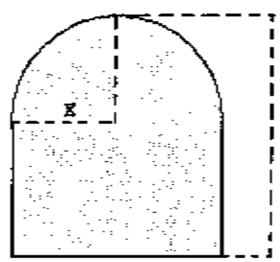
85) Obtenga las fórmulas de las funciones f y g dadas por las siguientes gráficas. Luego



determine analíticamente $x \in [0\,,2\pi)$ tal que: $f(x) = g(x)$. Justifique su respuesta.

86) Calcule $h \in \Re$ de modo que el ángulo determinado por los vectores $\vec{u} = \breve{i} + \sqrt{3}\,\breve{j}$ y $\vec{v} = h\,\breve{i} + \breve{j}$ sea $\frac{\pi}{3}$. Justifique su respuesta.

87) Un silo para acopio de maíz tiene la forma de un cilindro circular recto con una semiesfera en la parte superior. Si la altura total del silo es 20 metros y almacenará $1377\,\pi\ m^3$ de maíz, determine el radio del cilindro. Justifique su respuesta.



88) Una empresa fabrica tres modelos de estufas, A, B y C. Cada estufa debe pasar por tres etapas: corte, soldadura y acabado. El número total de horas de producción semanales es 195 horas para corte, 200 horas para soldadura y 190 horas para acabado.
El número de horas requerido en cada etapa para cada modelo de estufa es:

Etapa	A	B	C
Corte	5	5	2
Soldadura	4	6	2
Acabado	4	5	3

¿Cuántas estufas de cada tipo deben fabricarse por semana para que la compañía opere a plena capacidad de producción? Justifique su respuesta.

89) Dadas las funciones f y g tales que: $f : Df \to If \,/\, f(x) = \log(x-2)$

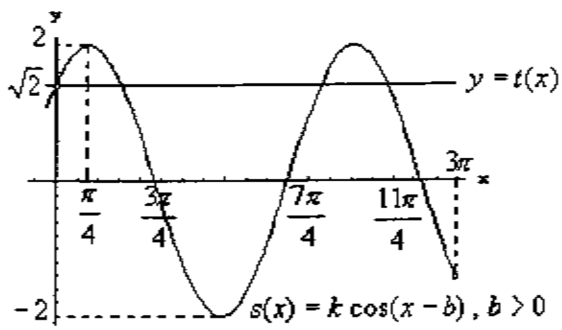
$g : Dg \to Ig \,/\, g(x) = x^2 - 4$, determine:

a) $x \in Df$ tal que $|f(x)| < 1$

b) Los ceros de la función $g \circ f^{-1}$

Justifique su respuesta.

90) Obtenga las fórmulas de las funciones s y t dadas por las siguientes gráficas. Luego determine analíticamente $x \in (0\,,3\pi)$ tal que: $s(x) = t(x)$. Justifique su respuesta.



91) Encuentre todos los vectores del plano de módulo 2 que son ortogonales a $2\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$.

Justifique su respuesta.

92) Se forma un cultivo con cierto número N_0 de bacterias. Una hora después se observa que el número de bacterias en el cultivo se duplicó. Si la ley de crecimiento del número de bacterias es $N(t) = N_0\, e^{k\,t}$, ¿cuánto tardará en triplicarse la población inicial? Justifique su respuesta.

93) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\left|\frac{2}{x} - 1\right| > 2$$

94) Dada $g : \left[\frac{\pi}{2}\,,\pi\right] \to \Re \,/\, g(x) = 4\cos(2x)$, determine el conjunto:

$A = \{x \in Dg \,/\, g(x) = 1 - 3\cos x\}$. Justifique su respuesta.

95) Determine, si es posible, p y q de modo que la función $f(x)=x^3+px+q$ tenga tres ceros reales x_1, x_2 y x_3, tales que: $x_1=x_2$, $x_1-x_3=6$ y $x_1+x_2+x_3=0$. Justifique su respuesta.

96) Un cuerpo a 90 °C se coloca en un cuarto que está a una temperatura de 30 °C. A la media hora la temperatura del cuerpo descendió a 55 °C. La ley de enfriamiento del cuerpo responde a $T(t)=Ta+(T_0-Ta)e^{-kt}$, donde Ta es la temperatura ambiente, T_0 es la temperatura inicial del cuerpo y t se mide en horas. ¿Cuánto tiempo habrá de transcurrir para que el cuerpo esté a una temperatura de 40° C? Justifique su respuesta.

97) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{x(x+2)}{x-2}\leq 0$$

98) Dada $t:[0,2\pi)\to\Re\,/\,t(x)=sen^2 x-\cos^2 x$, determine el conjunto:

$A=\{x\in Dt\,/\,t(x)=0\}$. Justifique su respuesta.

99) Determine a, b y c de modo que $f(x)=ax^2+bx+c$ pase por los puntos $(-1,1)$, $(3,0)$ y $(1,2)$. Justifique su respuesta.

100) Dadas $f:Df\to If\,/\,f(x)=\sqrt{x}$ y $g:Dg\to Ig\,/\,g(x)=\sqrt{2-x}$, efectúe las restricciones necesarias sobre las funciones anteriores para que exista la función $(g\circ f)(x)$, luego defina dicha función compuesta. Justifique su respuesta.

101) Encuentre las dimensiones de un terreno rectangular, cuya diagonal y perímetro miden 25m y 62m respectivamente. Justifique su respuesta.

102) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{-2x}{x+3}\geq 1$$

103) A una distancia de 4 m de una pared , el ángulo de elevación del extremo superior de un mural con respecto al nivel de los ojos es de 18° y el correspondiente ángulo de depresión del extremo inferior es de 10°, Calcule la altura aproximada del mural . Justifique su respuesta.

104) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación. Justifique su respuesta.

$$9^{3x} - 8.3^{3x-1} = 1$$

105) Dadas las funciones: $h^{-1} : \Re \to \Re / h^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ y $g : \Re \to \Re / g(x) = \cos x$

Determine el conjunto $A = \{x \in [0\,,2\pi) / (h \circ g)(x) = sen^2 x\}$. Justifique su respuesta.

106) Represente gráficamente la siguiente función definida por tramos y determine su dominio e imagen. Justifique su respuesta.

$$f : D_f \to I_f \,/\, f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 5 & \text{si } x < 2 \\ e^{x-4} & \text{si } 4 \le x \le 7 \end{cases}$$

107) Analice la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones lineales y determine, si existe, el conjunto solución. Justifique su respuesta, aplicando el método de eliminación de Gauss.

$$\begin{cases} -3x + 36z = 5y + 10 \\ 7z - x = 5 \\ x + y = 10z - 4 \end{cases}$$

108) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{\ln(x-1) - 2\ln 2}{-\ln(x+2)} = 1$$

109) Dadas las siguientes funciones: $h \circ g : \Re \to \Re / (h \circ g)(x) = 5\sqrt[3]{x-1} + 3$ y $h : \Re \to \Re / h(x) = mx + b$, determine la función inversa de g, sabiendo que $h(2) = -2$ y $h(1) = 3$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE PRIMER PARCIAL

Año 2005

110) Determine la medida del lado de un cuadrado, si sabe que el área del cuadrado que se obtiene uniendo los puntos medios de los lados del primero es 18 cm^2. Justifique su respuesta.

111) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$0 < \left| \frac{5}{x-1} \right| < 3$$

112) Encuentre un polinomio de cuarto grado que tenga raíces en $0, -1, 1$ y 2 y cuyo término cuadrático tenga coeficiente 5. Justifique su respuesta.

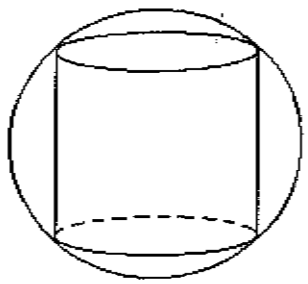
113) Luis fue a una ferretería y compró 1 kg de cada uno de los tres tamaños diferentes de clavos: pequeños, medianos y grandes.
Después de haber realizado cierta parte de su trabajo observó que había subestimado la cantidad de clavos pequeños y grandes que necesitaba. Así, compró otra vez la misma cantidad de clavos pequeños y el doble de lo que había comprado de los grandes. Luego de haber avanzado un poco más en su trabajo le volvieron a faltar clavos por lo que necesitó comprar otro kilogramo de clavos pequeños y de medianos respectivamente. Cuando vio la factura de la ferretería observó que le habían cobrado 60$ la primera vez, 65$ la segunda y 35S la tercera.
Los precios de los clavos varían de acuerdo con su tamaño. Encuentre dichos precios. Justifique su respuesta utilizando el método de eliminación de Gauss.

114) Determine las raíces enteras de la ecuación $\left|x^2 - 6x + 5\right| + 2x = 5$. Justifique su respuesta.

115) Dadas las funciones $f : D_f \to \Re / f(x) = C\, a^x$ donde $f(0) = 3$ y $f(2) = 12$, y g es una función lineal tal que $g(1) = -1$ y $g(-1) = 2$; defina la función $g \circ f$. Justifique su respuesta.

116) Encuentre, si existen, los ceros de la función: $h : D_h \to \Re / h(x) = 16^{x^2-4} - 32^{2x-2}$. Justifique su respuesta.

117) Un cilindro inscripto en una esfera de 10 cm de radio tiene 16 cm de altura.
Calcule el área total del cilindro. Justifique su respuesta.



118) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$x^4 - 3x^3 \geq 0$$

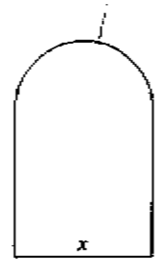
119) Una raíz real del polinomio $p(x) = k\,x^5 + (k-1)\,x^2 + 5$ es 1, con k constante real distinta de cero, a determinar. Halle el resto de la división entre $p(x)$ y $q(x) = 2 - x^2$. Justifique su respuesta.

120) Un joyero tiene dos barras de aleación de oro, una es de 12 quilates y la otra es de 18 quilates (el oro de 24 quilates es oro puro, el de 12 quilates corresponde 12/24 de pureza, el de 18 quilates corresponde a 18/24 de pureza).
¿Cuántos gramos de cada aleación se deben mezclar para obtener 10 gramos de oro de 14 quilates? Justifique su respuesta.

121) Determine los valores reales de m para que la ecuación $x^2 - 2\,(m+2)x + 4m + 5 = 0$ tenga dos raíces cuya diferencia es 2.

122) Dadas las funciones $g : A \to \Re \,/\, g(x) = 2x - \frac{1}{2}$ y $g \circ f : B \to \Re \,/ (g \circ f)(x) = x + \frac{3}{2}$, defina la función $f \circ g^{-1}$. Justifique su respuesta.

123) Una ventana normanda tiene la forma de un rectángulo con un semicírculo encima. Si el perímetro de la ventana es 10 metros, determine la fórmula del área de la ventana en función del ancho, x, de la misma. Exprese el resultado en términos de π . Justifique su respuesta.



124) Un rectángulo tiene 16 metros de perímetro. Se considera otro rectángulo en el cual cada dimensión excede en 2 metros a las dimensiones del primero, además, la razón entre el área del primer rectángulo y la del segundo es $\frac{3}{7}$. Calcule las dimensiones de los dos rectángulos. Justifique su respuesta.

125) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\left|9-x^2\right|>10$$

126) Determine los valores de h para que $P(x)=x^4+hx^3-2x^2-16x-12$ admita a $(x-2)$ como factor. Justifique su respuesta.

127) Cuando dos personas hacen un trabajo en forma independiente a una de ellas le toma tres horas menos que a la otra. Cuando ambas trabajan juntas, les toma dos horas completar la tarea. ¿Cuánto tiempo le toma a cada una hacer el trabajo sola? Justifique su respuesta.

128) La fuerza total del viento sobre un muro varía conjuntamente con el área del muro y con el cuadrado de la velocidad del viento. ¿En qué forma cambiará la fuerza total del viento si el área del muro se reduce a la mitad y la velocidad del viento se duplica? Justifique su respuesta.

129) Determine el dominio y los ceros de la función $f : D_f \rightarrow I_f \ / \ f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

Justifique su respuesta.

130) Un cable parabólico está tendido entre dos torres de 20 metros de altura distantes entre si 50 metros, la altura mínima del cable desde el suelo es 8 metros. Encuentre la ecuación de la parábola suponiendo que es simétrica respecto del eje de ordenadas. Justifique su respuesta.

131) Calcule el radio de un recipiente cilíndrico, si sabe que dicho radio es la tercera parte de la altura, y que si se llena hasta el 60% de su capacidad caben aún $76{,}8\pi \ cm^3$. Justifique su respuesta.

132) Encuentre el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$\left|\frac{x^2-5x+6}{x-1}\right| > 0$$

133) Determine los valores reales de a, b y c tales que se cumpla la siguiente identidad:
$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + a = (x^2 - 2x + 1)(x^2 + bx + c)$. Justifique su respuesta.

134) Una compañía fabrica dos tipos de productos: A y B. Cada uno de ellos es procesado por dos máquinas como se indica en la tabla.
Encuentre el número de unidades de cada tipo que puede producir la compañía si se deben utilizar todas las horas disponibles. Justifique su respuesta.

Máquina	**Horas disponibles**	**Horas por unidad de producto A**	**Horas por unidad de producto B**
I	100	4	12
II	120	8	8

135) Sea la ecuación $x^2 + bx + c = 0$, $b > 0$, de la cual se sabe que una raíz es 1 y que su discriminante es 484. Determine la otra raíz de la ecuación. Justifique su respuesta.

136) El conjunto solución de la ecuación $\frac{1}{\sqrt{x}-a}-\frac{1}{\sqrt{x}+a}=2\,a\,,\,a<0$ es $S=\{26\}$.

Determine el valor de a. Justifique su respuesta.

137) Dada $g:[-3\,,+\infty)\to\Re\,/\,g(x)=(x+1)^2+1$, determine para qué valores de su dominio se cumple que: $2<g(x)\le 10$. Justifique analíticamente su respuesta.

138) Dada $f:\Re_0^+\to B\,/\,f(x)=2.3^{x-1}+1$, determine el conjunto B tal que f resulte biyectiva y luego halle su función inversa. Justifique su respuesta.

139) El tiempo requerido para que un elevador suba un peso varía conjuntamente con el peso y la distancia que ha de subir e inversamente con la fuerza del motor. ¿En cuánto debe variar el peso elevado para que se recorra el doble de la distancia en un 35% menos de tiempo que el empleado inicialmente?

140) Dadas $f:D_f\to I_f\,/\,f(x)=\ln x$ y $(f\circ g):\Re\to\Re_0^+\,/(f\circ g)(x)=\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$, obtenga los ceros de la función $y=(g\circ f^{-1})(x)-\sqrt{2}$. Justifique su respuesta.

141) La máxima carga que puede soportar una viga horizontal varía conjuntamente con el ancho y el cuadrado de la altura e inversamente con su longitud. Determine la constante de proporcionalidad si el ancho es 20cm, la altura es 40cm, la longitud es 3 metros y la máxima carga que puede soportar es de 100 kilogramos. Justifique su respuesta.

142) Encuentre el conjunto solución de: $x^{\frac{2}{3}}+3\,x^{\frac{1}{3}}+2=0$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE SEGUNDO PARCIAL

Año 2005

143) Un barco B pide socorro, recibiéndose las señales en dos estaciones de radio, P y Q, que distan entre sí 50km. Desde cada estación se miden los ángulos $B\hat{P}Q$ y $B\hat{Q}P$ que miden 43° y 53° respectivamente. ¿A qué distancia de cada estación de radio se encuentra el barco? Justifique su respuesta.

144) Obtenga el conjunto solución de la ecuación $3\,tg^2 x + 1 = 5\sec x$, $x \in [0,2\pi)$. Justifique su respuesta.

145) Dada $f : \Re \to \Re / f(x) = 4\cos\left(k\,x - \frac{\pi}{4}\right)$, $k > 0$. Determine el conjunto imagen de f, y halle la constante k de modo que f posea período π . Grafique. Justifique su respuesta.

146) Desde una altura de 175m se arroja hacia arriba un objeto, cuya velocidad es $v = 8\frac{m}{s}$.

Determine: a) la máxima altura que alcanza el objeto; b) la posición y velocidad del objeto, 5s después de ser arrojado c) el tiempo que tarda en llegar al suelo. Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta.

147) La suma de $\vec{v}$ y $\vec{w} = a^2\,\breve{i} - 18\,\breve{j}$ es igual a la diferencia entre $\vec{w}$ y $\vec{u}$. Determine el vector suma de los tres vectores si su módulo es 30.

148) Dado el siguiente sistema plano de fuerzas:

$\overline{F_1}(3,4) = (100N, 60^0), \overline{F_2}(0,3) = (39{,}95N, 0^0), \overline{F_3}(1,-1) = (39{,}95N, 180^0)$

Determine su equilibrante que pasa por un punto cuya coordenada x es nula..

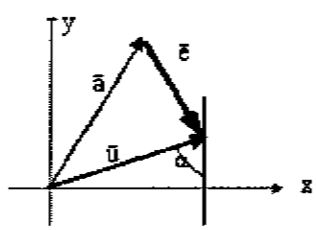
Justifique su respuesta.

149) Desde cierta distancia se observa una torre de altura h con un ángulo de elevación de 60°. ¿Con qué ángulo de elevación se observaría si la distancia fuese el doble? Justifique su respuesta.

150) Sea la función sobreyectiva $f : \Re \to [1\,;9]$ / $f(x) = A \operatorname{sen}(3x + c) + 5$, cuya curva representativa corresponde a una sinusoidal. Halle el período y la constante positiva A. Justifique su respuesta.

151) Un proyectil se lanza desde el suelo con velocidad inicial de $V_0 = 400\frac{m}{s}$. Se desea conocer: a) El ángulo de elevación que produce el máximo alcance horizontal; b) el valor de dicho alcance; c) la altura máxima que alcanzó el proyectil. Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta

152) Sea $\bar{a} = x\,\breve{i} + 20\,\breve{j}$, $\bar{e} = 1\,\breve{i} - 8\,\breve{j}$, $|\bar{u}| = 20$
y $sen\ \alpha = 4/5$. Determine el vector $\bar{a}$ y su módulo.
Justifique su respuesta.

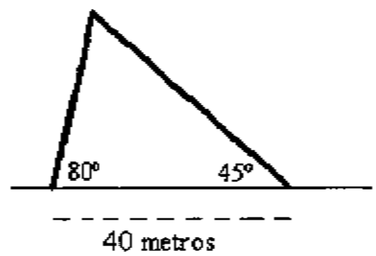


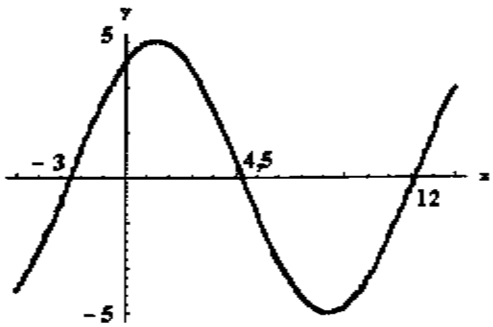
153) 15, 2 es el módulo del vector proyección de $\vec{u} = x^2\,\breve{i} + x\,\breve{j}$ sobre $\vec{v} = 4\,\breve{i} + 3\,\breve{j}$. Determine el vector $\vec{u}$ si sus componentes son positivas y $\vec{u} \bullet \vec{v} > 0$. Justifique su respuesta.

154) Equilibre la fuerza $\overline{F}(2,2) = (100N, 135^0)$, con dos fuerzas, $\overline{F_1}$ y $\overline{F_2}$, cuyas direcciones son: una recta vertical pasante por el punto $A(4,1)$ y una recta horizontal pasante por el punto $B(5,0)$ respectivamente. Justifique su respuesta.

155) Un sistema de fuerzas plano se reduce al punto $A(3,4)$, resultando un sistema constituido por un par $M = -159{,}8Nm$ y una $\overline{F}(3,4) = (100N, 60^0)$. Halle la equilibrante del sistema pasante por un punto cuya coordenada x es 1. Justifique su respuesta.

156) Una torre transmisora de la radio fue derribada por una tormenta y terminó en la posición que se muestra en la figura. ¿Cuál era la altura original de la torre?





157) Sea f definida por:

$$f:\Re \to \Re \,/\, f(x) = A\,sen\left(bx + \frac{2\pi}{5}\right)$$

cuya gráfica se muestra a la izquierda.
Determine las constantes positivas A y b, y luego calcule $f\left(\frac{23}{4}\right)$.
Justifique su respuesta.

158) Sea $f:[0,2\pi) \to \Re \,/\, f(x) = sen(2x) + sen(\pi - x)$, determine los ceros de f. Justifique su respuesta.

159) Se dispara un proyectil desde una altura de 150 metros, con un ángulo de depresión de 30^0. Si su velocidad inicial es de $V_0 = 40\dfrac{m}{s}$, determine: a) el tiempo que tarda en llegar al suelo; b) el alcance horizontal del proyectil; c) el ángulo de inclinación del proyectil respecto de la horizontal, al llegar al suelo. Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta.

160) Una partícula soporta la acción de las fuerzas F_1, F_2 y F_3.
Se desea determinar analíticamente, la fuerza P que se debe aplicar a la partícula, para restituir el equilibrio. Justifique su respuesta.

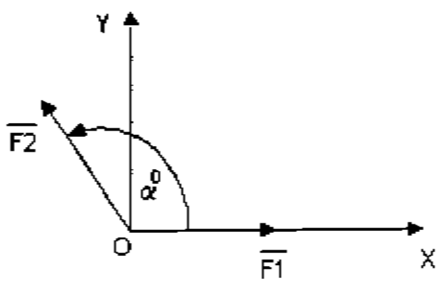
Datos $\overline{F_1}(0,0) = \left(325\sqrt{2}N, 225^0\right)$ $\overline{F_2}(0,0) = \left(50N, 270^0\right)$

$\overline{F_3}(0,0) = \left(25\sqrt{2}N, 315^0\right)$

161) El área de un triángulo ABC es 12. Si sabe que $a=5$ y $b=8$. Determine las posibles medidas de c. Justifique su respuesta.

162) Encuentre el conjunto solución de: $2\cos x - sen\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=0$, $x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$. Justifique su respuesta.

163) Sobre una embarcación actúa la fuerza de la corriente $\overline{F_1}(0,0)=(4,0)N$. La fuerza motriz propia que la impulsa es $\overline{F_2}(0.0)=(8N,\alpha^0)$. Se desea conocer la fuerza resultante que actúa sobre la embarcación y el ángulo que debe tener su proa para que avance según el sentido del semieje positivo Y. Justifique su respuesta.



164) Los puntos $A=(-4,-5)$, $B=(5,-3)$, $C=(12,3)$ y $D=(3,1)$ determinan un rombo. Verifique que las diagonales son perpendiculares. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE EXAMEN FINAL

Año 2005

165) Sea $f: D_f \to I_f \,/\, f(x)=\begin{cases}\ln(x+1) & si\ \ x\geq 0\\ -x^2-2x & si\ \ -3\leq x\leq -1\\ -|x+4|+2 & si\ \ -7\leq x<-3\end{cases}$ Determine su dominio y el conjunto imagen. Encuentre, si existen, los ceros de la función y grafique. Justifique su respuesta.

166) 1 es raíz de los polinomios $p(x) = 5x^2 + 40x - 5a$ y $q(x) = 10x^2 - 5bx + 30$
Calcule el polinomio producto: $(p(x) + q(x)).(x^2 + 1)$
Justifique su respuesta.

167) Determine k tal que el siguiente sistema lineal no sea compatible determinado, y halle para ese valor de k el conjunto solución.

$$\begin{cases} k\ x + 7\ y = 10\\ 8\ x + 28y = 41\end{cases}$$

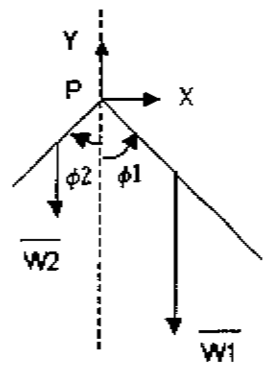
Justifique su respuesta.

168) Se lanza desde el suelo y verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad inicial de $10\frac{m}{s}$. En ese mismo instante se deja caer otro cuerpo, sin velocidad inicial, desde una altura h.
a) ¿Cuál debe ser la altura desde la que cae el segundo cuerpo para que ambos cuerpos lleguen al suelo en el mismo instante? b) Determine la altura máxima que alcanza el primer cuerpo.
c) Halle la velocidad del segundo cuerpo al llegar al suelo. Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta.

169) Un depósito esférico cuyo diámetro exterior es de 9 m, está construido de acero de 1,27 cm de espesor. ¿Cuántos m^3 de acero se utilizaron para la construcción del depósito? Justifique su respuesta.

170) Sea $f: D_f \to \Re \,/\, f(x) = arcsen(\sqrt{x}-1) + arctg\left(\frac{1}{x-1}\right)$, encuentre su dominio. Justifique su respuesta.

171) Una varilla de acero cuya forma es la de un perfil L de alas desiguales (25x15 cm) se encuentra suspendido de un punto P. Determine el peso propio del ala corta, aplicado en el punto medio de dicha ala, de tal forma que la varilla quede en reposo con un ángulo $\phi_1 = 19{,}8^o$ entre el ala larga y la vertical, siendo su peso propio $\overline{W_1} = (25N, 270^o)$



Justifique su respuesta.

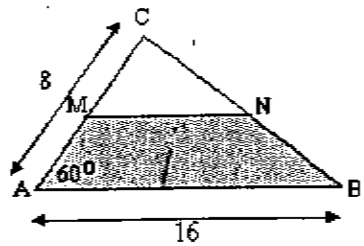
172) El área de un hexágono regular es $150\sqrt{3}$ cm^2. Determine la medida del lado. Justifique su respuesta.

173) Las raíces reales del polinomio $p(x) = (k^2 - 2k - 8)\,x^2 - (k^2 - 9)\,x - 175$ son opuestas. Determine el polinomio diferencia: $p(x) - (6x^2 + x)$. Justifique su respuesta.

174) Las curvas representativas de f y g se intersecan en un punto de abscisa 2 y en otro de abscisa (-1). Sean $f : \Re \to \Re \ / \ f(x) = 5x + 2$ y $g: \Re - \{1\} \to \Re \ /$

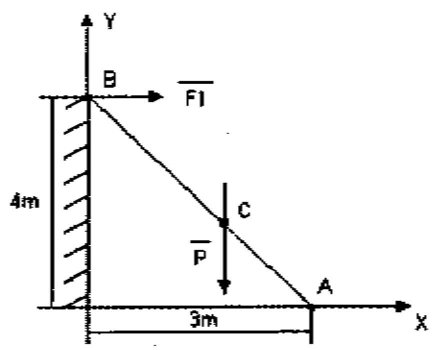
$g(x) = \dfrac{a\,x + b}{x - 1}$ Determine las constantes a y b. Justifique su respuesta.

175) Si M y N son los puntos medios de los lados del triángulo escaleno y se sabe que la longitud del lado MN es la mitad de la del lado paralelo. Calcule el perímetro del trapecio AMNB. Justifique su respuesta.



176) Una escalera que pesa 30N, tiene el punto de aplicación de su peso en C (2, 1.33)m, según muestra la figura. Suponiendo que el muro genere una fuerza horizontal $\overline{F_1}$, determine el sistema equilibrante que se genera en el punto A, apoyo inferior de la escalera. Justifique su respuesta.

Datos: $\vec{F}_1(0{,}4) = (7.5\ N\ ,\ 0°)\quad \vec{P}(2\ ,1.33) = (30\ N\ ,\ 270°)\quad A(3{,}0)\,m$

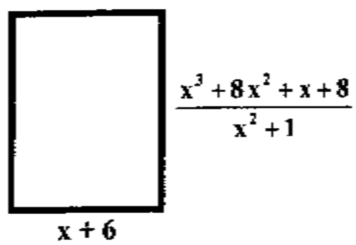


177) El módulo del vector $\vec{w}$ es el triple del módulo de $\vec{v} = 24\ \breve{i}\ +\ c^2\ \breve{j}\ , c \in \Re$,

$\vec{w} \bullet \vec{v}\ = -756$ y $\cos\alpha = \dfrac{-7}{25}$ (α es el ángulo entre los vectores). Determine en forma cartesiana el vector $\vec{v}$. Justifique su respuesta.

178) Sean $f{:}(\,-a\ ;+\infty\,) \to \Re\ /\ f(x) = log\,(\,x + a\,)$, $a > 0$ y $g{:}\ D_g \to \Re\ /\ g(x) = 5x + 32$ con $I_g = D_f$. Si sabe que c es cero de f y de (f o g), determine a y c. Justifique su respuesta.

179) Se sabe que el perímetro del rectángulo es menor o igual a 52. Determine los posibles valores de x. Justifique su respuesta.



180) Se conoce que la suma de h y k es 23, y $log_3(5h+3k)=4$. Determine los números reales h y k. Justifique su respuesta.

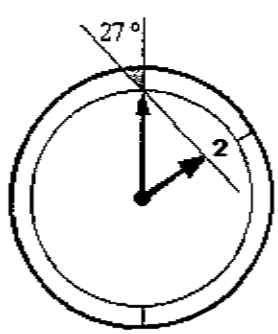
181) Desde un punto situado a 75 metros de altura sobre el suelo se dispara un proyectil con una velocidad inicial de $50\frac{m}{s}$ en dirección horizontal. Se pide encontrar:

a) El alcance máximo del proyectil.

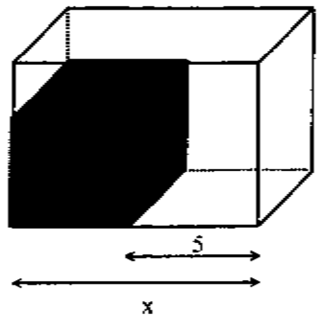
b) Si a los 185 metros del punto de lanzamiento se eleva un muro de 4 metros de altura, ¿el proyectil choca contra el muro o pasa por arriba del mismo?

Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta.

182) Un reloj marca las 2 horas (en punto) y la aguja de los minutos mide 18 cm. ¿Cuánto mide la aguja horaria? Justifique su respuesta.

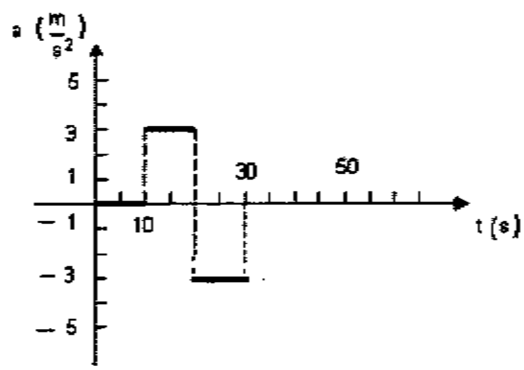


183)



288 (unidades cúbicas) es el volumen del prisma recto de 8 (unidades) de altura. Halle las dimensiones del cubo contenido en el prisma. Justifique su respuesta.

184) Halle el conjunto solución de: $x = 5 + \sqrt{x-3}$. Justifique su respuesta.

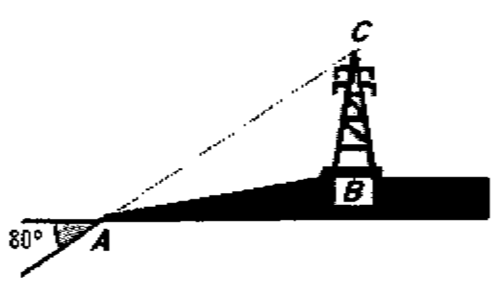


185) Un móvil desarrolla un movimiento rectilíneo cuya velocidad inicial es $v_0 = 10\dfrac{m}{s}$. En la figura se muestra la representación gráfica de su aceleración en función del tiempo.

a) Indique el tipo de movimiento rectilíneo que desarrolla a lo largo del tiempo y calcule su velocidad a los 10, 20 y 30 segundos y represente en otro gráfico la velocidad en función del tiempo.

b) Calcule el espacio recorrido en los mismos instantes de tiempo y represente en gráfico separado, el espacio en función del tiempo. Justifique sus respuestas.

186)

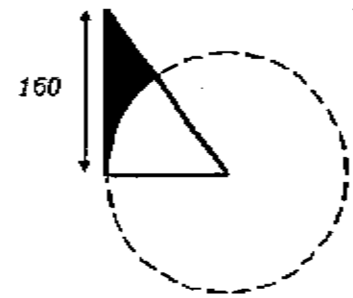


En una colina se encuentra una torre vertical de alta tensión de 10 m de altura. La distancia del punto A al C es de 24 m.
¿Cuál es la distancia colina abajo desde la base de la torre (de A hasta B)? Justifique su respuesta.

187) Determine las coordenadas del punto A para que se verifique : $2.\overrightarrow{AB} - 3.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{O}$, siendo B=(-2,1) y C=(3,-2).

188) ¿Tiene una sola raíz real el polinomio resto de dividir p(x) por q(x)? , si fuese así hállela, si no, justifique su respuesta. $p(x) = 3\,x^6 - 2\,x^5 + x^3 - 3\,x^2 + 2\,x - 125$, $q(x) = x^5 - x$

189) Calcule el área de figura sombreada, interior al triángulo rectángulo.
El diámetro de la circunferencia es 220.
Justifique su respuesta.

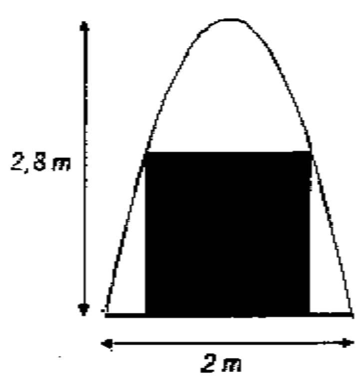


190) Un sistema plano de fuerzas se ha reducido al punto A=(-1,1) y se ha llegado a los siguientes resultados:

$$\sum_{1}^{n} F_{ix} = 10N \quad \sum_{1}^{n} F_{iy} = 0N \quad \sum_{1}^{n} M_{ri} = 200Nm$$

Determine la fuerza a agregar para lograr el equilibrio del sistema. .Justifique su respuesta.

191) Un poste de 1,8 metros de altura proyecta una sombra de 3 metros producida por un foco de alumbrado. Si el poste es desplazado justo hasta el lugar donde termina su sombra, se comprueba que su sombra es de 5 metros. ¿A qué altura del piso está el foco? Justifique su respuesta.



192) Una abertura en forma de arco parabólico tiene 2,8 metros de altura y 2 metros de ancho en la base. Una caja de costado rectangular de 1,5 metros de ancho tiene que ser deslizada a través de la abertura. ¿Cuál es la máxima altura posible que puede tener la caja? Justifique su respuesta.

193) Sean $f:\Re \to \Re \,/\, f(x)=2x-3k$ y $g:\Re \to \Re \,/\, g(x)=x^2-(k+1)x+1$, determine los valores reales de k si sabe que $(g \circ f)(2)=0$. Justifique su respuesta.

194) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación, justifique su respuesta.

$$e^{\ln x}-3\,e^{-\ln x}=2$$

195) Tenga en cuenta que el aire seco se eleva, se expande y se enfría. Si la temperatura a nivel del suelo es de 20°C y a una altitud de un kilómetro es de 10°C, suponemos que la relación entre la altitud y la temperatura se define por una función lineal. ¿Entre qué alturas, en metros, variará la temperatura entre 12°C y 17°C? Justifique su respuesta.

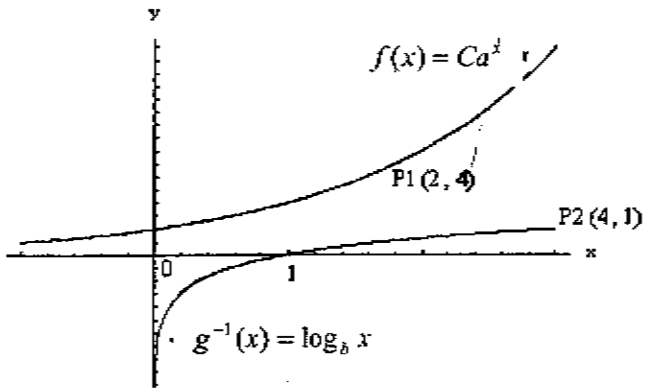
196) Determine, si existe, $x \in [0,\pi)$ tal que:

$$senx+\cos x=-\frac{7}{5} \quad \text{y} \quad senx-\cos x=\frac{1}{5}$$

197) Determine los valores reales de k para que la ecuación $x^2+8x+k=0$, sea tal que la suma de los cuadrados de sus raíces sea 34. Justifique su respuesta.

198) Una lata de pelotas de tenis tiene forma cilíndrica y el tamaño justo para contener 3 pelotas. Si las pelotas de tenis tienen 65 milímetros de diámetro, ¿Qué porcentaje del volumen de la lata no ocupan las pelotas? Justifique su respuesta.

199) A partir de las gráficas siguientes encuentre las expresiones de $f:D_f \to \Re \,/\, f(x)=Ca^x$ y $g^{-1}:\Re^+ \to \Re \,/\, g^{-1}(x)=\log_b x$, con $f(0)=1$. Luego determine los ceros de la función $h(x)=g(x)-f(x)$. Justifique su respuesta.



200) Determine analíticamente el conjunto A, si sabe que:

$h: A \to \Re \,/\, h(x) = \dfrac{x+3}{\sqrt{10x - 5x^2 + 15}}$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE PRIMER PARCIAL

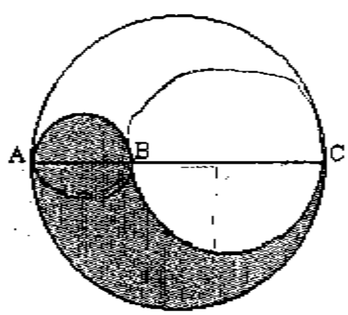
Año 2006

201) Dadas $f:\Re \rightarrow \Re \,/\, f(x)=2x-3$ y $g:\Re-\{-2\} \rightarrow \Re \,/\, g(x)=\dfrac{x}{x+2}$ defina la función $(f \circ g)^{-1}$ indicando el dominio y la imagen de esta última. Justifique su respuesta.

202) Simplifique la siguiente expresión algebraica: $\dfrac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}+y^{-1}}$, $x \neq 0 \ \wedge \ y \neq 0 \ \wedge \ x+y \neq 0$ Justifique su respuesta.

203) El polinomio $p(x)=x^3+ax^2+bx-8$ tiene factores $(x-1)$ y $(x-2)$, determine a y b y luego factorice $p(x)$. Justifique su respuesta.

204) Si $\overline{BC}=2\overline{AB}$, ¿qué porcentaje del área del círculo mayor está sombreada? Justifique su respuesta.



205) Determine p y q si sabe que $\dfrac{3}{2}$ y $-\dfrac{1}{2}$ son raíces de la ecuación $3px^2-(5q+1)x+1=0$. Justifique su respuesta.

206) En las proximidades de una fuente de calor la temperatura t en °C a una distancia de x metros del centro de la fuente está determinada por: $t=\dfrac{6.10^5}{300+x^2}$

Plantee una inecuación ,y resuélvala, para determinar en qué intervalo de distancias desde el centro de la fuente de calor la temperatura supera los 500°C. Justifique su respuesta.

207) Determine el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de eliminación de Gauss. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} x-y+3z=4 \\ 2x-3y+z=-2 \\ x-2y-2z=3 \end{cases}$$

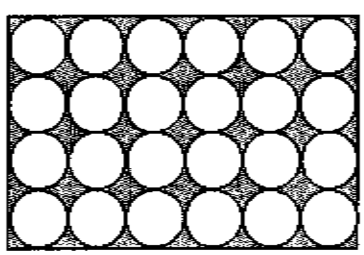
208) Determine los ceros de $f: D_f \to \Re / f(x)=\ln(x-1)+\ln(x-3)-3\ln 2$. Justifique su respuesta.

209) Si sabe que 16 es cero de g y f, tal que $g: R \to R / g(x)=3x+a$ y $f: R \to R / f(x)=x^2-32x+b$. Determine el conjunto $\{ x / x \in R \wedge (g \circ f)(x)>0 \}$. Justifique su respuesta.

210) Reduzca a la mínima expresión: $\sqrt{1+\left(x^3-\dfrac{1}{4x^3}\right)^2}$, $x>0$. Justifique su respuesta.

211) Determine el mínimo común múltiplo del conjunto de raíces del polinomio $p(x)=3x^3-81x^2+582x-504$. Justifique su respuesta.

212) Una placa metálica rectangular está perforada con círculos de radio r, como ilustra la figura. ¿Qué porcentaje del área de la región rectangular no está perforada? Justifique su respuesta.



213) Un comerciante vendió cierto número de artículos por 1500\$. Si hubiera pedido la misma suma por 5 artículos menos, habría recibido 10\$ más por cada artículo. ¿Cuántos artículos vendió y a qué precio cada uno? Justifique su respuesta.

214) Determine el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones, utilizando el método de eliminación de Gauss. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} 2x-8y+90=3-x \\ \\ 2x+6y+3=5\,(8+y) \end{cases}$$

215) Resuelva analíticamente la siguiente inecuación: $\dfrac{2}{x-3} \le \dfrac{2}{x+2}$. Justifique su respuesta.

216) Dada $h:\Re \to I_h \,/\, h(x)=2^{3x-1}+2$, determine la función inversa y obtenga su dominio. Justifique su respuesta.

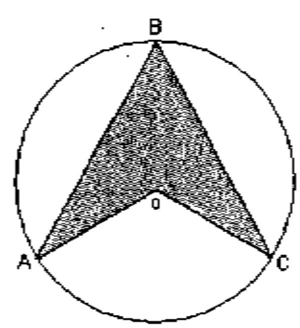
217) Determine la función lineal que pasa por el punto donde se intersecan las asíntotas de la gráfica de f, y tiene la misma pendiente que la recta de ecuación: $y=5x-\dfrac{8}{3}$

$f:\Re-\{a\}\to\Re-\{b\}/\, f(x)=\dfrac{1+38x}{2x-8}$, $a\in\Re$ y $b\in\Re$. Justifique su respuesta.

218) Francisco es capaz de hacer cierto trabajo en tres horas y Luis puede hacer el mismo trabajo en siete horas. ¿Cuánto tiempo les tomaría realizar el trabajo si lo hicieran juntos? Justifique su respuesta.

219) Determine los valores reales de **k** tal que el polinomio p(x) tenga una raíz doble, si sabe que: d(x) = 2x - 27 , c(x) = 2x - 9 y r(x) = **k** son los polinomios divisor , cociente y resto respectivamente de la división entre p(x) y d(x). Justifique su respuesta.

220) Determine el área de la región sombreada si se sabe que el radio de la circunferencia es 5 cm y las cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ miden 8 cm cada una. Justifique su respuesta.



221) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación. Justifique su respuesta.

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}-1}=4+\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}$$

222) Resuelva analíticamente la siguiente inecuación: $\left|\frac{2-x^2}{3}\right|-1>0$. Justifique su respuesta.

223) Dada $f:\Re\to\Re\,/\,f(x)=4.3^{2x+1}+17\,.\,3^x$, determine $\{x\in D_f\,/\,f(x)=7\}$. Justifique su respuesta.

224) Dadas $h:D_h\to\Re\,/\,h(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{10x-5x^2}}$, $f:\Re^+\to\Re\,/\,f(x)=\ln x$ y

$g:\Re\to I_g\,/\,g(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$, determine la función $(f\circ g)$ y luego calcule $D_h\cap\{(f\circ g)(1)\}$.

Justifique su respuesta.

225) Reduzca a la mínima expresión o simplifique: $\dfrac{\dfrac{1-(x+h)}{2+(x+h)}-\dfrac{1-x}{2+x}}{h}$

Justifique su respuesta.

226) Sea $p(x)=4x^3+ax^2+bx-6$, cuando se divide $p(x)$ por $(x-2)$ el resto es a; si se divide $p(x)$ por $(x+1)$ el resto es b. Determine el resto si se divide $p(x)$ por $(x+2)$, previa determinación de las constantes a y b. Justifique su respuesta.

227) La población de una especie de ave está limitada por el tipo de hábitat necesario para la anidación. Dicha población está modelada por la expresión: $n(t)=\dfrac{5600}{0{,}5+27{,}5\,e^{-0{,}044\,t}}$, donde t se mide en años y n es la cantidad de individuos. Determine:

a) La población inicial de aves.
b) ¿Cuántos años han de transcurrir para que la población alcance el número de 1000 individuos?
c) ¿A que tamaño se aproxima la población conforme transcurre el tiempo?

Justifique su respuesta.

228) El peso de un líquido varía directamente con su volumen. Si el peso del líquido, cuando se lo coloca en un cilindro de radio 2cm. y altura 12cm, es 142 gramos, encuentre el peso del mismo líquido en una esfera de radio 5cm. Justifique su respuesta.

229) Resuelva la siguiente ecuación irracional: $\sqrt{2x-1}-\sqrt{x-4}=2$. Justifique su respuesta.

230) ¿Qué tipo de raíces admite la ecuación $(3k+2)x^2-(6k+1)x+3k-1=0$, $k \neq -\frac{2}{3}$

Justifique su respuesta.

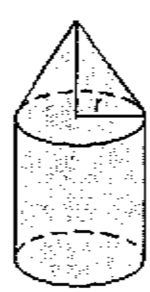
231) Calcule el radio de un recipiente cilíndrico, si sabe que dicho radio es la cuarta parte de la altura, y que si se llena hasta el 25% caben aún 32π cm^3. Justifique su respuesta.

232) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación. Justifique su respuesta.

$$|x-2| \geq \frac{7}{|x+2|}$$

233) Dado el polinomio $p(x)=x^3-x^2+h\,x-1$. Determine, si es posible, los valores reales de h tal que $p(x+2)=x^3+5x^2-3x-19$. Justifique su respuesta.

234) Un recipiente está formado por un cilindro circular recto cuya altura es el doble de su diámetro y un cono de 6 cm de altura, como se muestra en la figura. Determine el radio del cilindro si se sabe que el volumen total es 40π cm^3. Justifique su respuesta.



235) Dada la expresión $\dfrac{a-7+10\,a^{-1}}{a-10+25\,a^{-1}}$ efectúe las operaciones necesarias y reduzca a la mínima expresión, indicando los valores reales de a para los cuáles la misma está definida. Justifique su respuesta.

236) Un químico tiene dos soluciones, cada una contiene un cierto porcentaje de ácido. Si una solución tiene 40% de ácido y la otra 70%, ¿qué cantidad de cada una debe mezclarse para obtener 75 mililitros de una solución que contenga 60% de ácido? Justifique su respuesta.

237) Sean $f : D_f \to \Re \,/\, f(x) = \dfrac{\log_3 x}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ y $g : (-\infty, 2) \to \Re \,/\, g(x) = \dfrac{x-2}{|x-2|}$

Determine $D_f \cup I_g$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE SEGUNDO PARCIAL

Año 2006

238) Dos barcos P y Q se alejan simultáneamente del puerto O. P viaja hacia el norte sobre una trayectoria rectilínea con una velocidad constante de 25 km/h; Q se dirige sobre una trayectoria rectilínea en una dirección a 120º de la dirección de desplazamiento de P con una velocidad de 30 km/h. Determine la distancia entre P y Q cuatro horas después de haber partido y el ángulo $O\hat{Q}P$ en ese instante. Justifique su respuesta.

239) Obtenga el conjunto solución de la ecuación: $sen 2x = 1 + \cos 2x$, $x \in [0, 2\pi)$. Justifique su respuesta.

240) Dadas $f : \Re \to \Re / f(x) = 2x^2 + 3x$ y $g : \Re \to \Re / g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, calcule el valor de $(f \circ g)(\pi)$. Justifique su respuesta.

241) Un malabarista lanza desde una altura h sobre el nivel del suelo, verticalmente hacia arriba, una pelota. La pelota recorre 2,8m hasta alcanzar su altura máxima sobre el suelo. En este instante, sobre la misma vertical, desde la misma altura h y con igual velocidad inicial que la primera, lanza hacia arriba una segunda pelota. Se desea conocer: a) el tiempo que tarda la primera pelota en alcanzar su altura máxima, b) la velocidad inicial de la primera pelota, c) el tiempo que transcurre desde el segundo lanzamiento hasta el momento en que se produce el encuentro de ambas pelotas. Justifique su respuesta.

242) Un vector de módulo 3 y componentes positivas tiene su punto inicial en (2,3) y su dirección forma un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ con el eje de abscisas. Determine su expresión cartesiana (escriba dicha expresión en función de $\sqrt{3}$). Justifique su respuesta.

243) Dados los vectores $\vec{u} = (t\,,\, t-1)$ y $\vec{v} = (t-1\,,\,2)$, determine $t \in \Re$ para que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales. Justifique su respuesta.

244) Sobre un punto material esta aplicado el sistema de fuerzas:

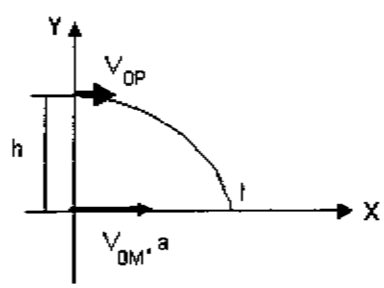
$\overline{F_1}(0,0)=\left(\left|\overline{F_1}\right|,\alpha_1^0\right)$, $\overline{F_2}(0,0)=\left(50N,300^0\right)$, $\overline{F_3}(0,0)=\left(100N,90^0\right)$, la fuerza equilibrante del sistema es $\overline{E}(0.0)=(-50,-100)N$. Se pide determinar analíticamente la fuerza $\overline{F_1}$. Justifique su respuesta.

245) Un avión vuela entre dos ciudades que distan 120 km entre sí, las visuales desde el avión a cada ciudad forman ángulos con la horizontal de 32° y 48° respectivamente. ¿A qué distancia se encuentra el avión de cada ciudad?

246) Obtenga el conjunto solución de la ecuación: $\cos x\, sen 2x + 4\, sen^2 x = 4$, $x \in [0,2\pi)$ Justifique su respuesta.

247) Dadas $f: D_f \to \Re / f(x) = arcsen(x^2-1)$ y $h: D_h \to \Re / h(x) = arctg\frac{1}{x}$, obtenga el dominio de la función $(f+h)$. Justifique su respuesta.

248) Un móvil inicia un movimiento rectilineo uniformemente acelerado, con una velocidad inicial $v_{0m} = 10\frac{m}{s}$ y una aceleración constante $a_m = 5\frac{m}{s^2}$. En el mismo instante, en la vertical del punto de partida del móvil y a una altura h = 122,5m, se dispara un proyectil. Este proyectil tiene una velocidad inicial v_{0P}, cuya dirección es horizontal, (ver figura). Si el



proyectil impacta en el móvil, determine: a) el tiempo que transcurre desde el instante inicial hasta el instante del impacto, b) que distancia recorrió el móvil al momento del impacto, c) la velocidad inicial del proyectil. Justifique su respuesta

249) Los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{RS}$ son ortogonales. Encuentre las coordenadas del punto P si sabe que pertenece al eje de ordenadas y además Q=(-1,3); R=(2,1) y S=(3,-4). Justifique su respuesta.

250) Dados los vectores $\vec{a} = -4\breve{i} + 4\breve{j}$ y $\vec{b} = 3\breve{i} - \breve{j}$, determine el vector proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a} + \vec{b}$. Justifique su respuesta.

251) Dado un sistema plano de fuerzas no concurrentes, se pide determinar analíticamente el sistema equilibrante en el centro de reducción $A(1,2)$.

$\overline{F_1}(0,0) = (20N, 45^0), \overline{F_2}(1,2) = (100N, 180^0),\ \overline{F_3}(3,0) = (20N, 225^0), M = -100Nm$

Justifique su respuesta.

252) Dado el sistema plano de fuerzas concurrentes, aplicado al punto O, determine analíticamente la fuerza equivalente del sistema.

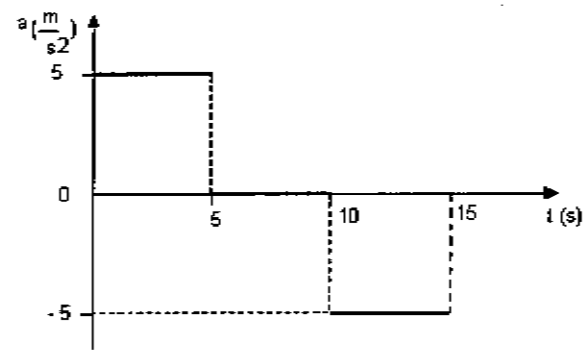
$\overline{F_1}(0,0) = (100N, 270^0), \overline{F_2}(0,0) = (-100,0)N,\ \overline{F_3}(0,0) = (100N, 60^0), \overline{F_4}(0,0) = (-150\sqrt{3}, 150)N$

Justifique su respuesta.

253) En una circunferencia de 7 cm de radio se traza una cuerda de 9 cm. ¿Qué ángulo central abarca dicha cuerda? Luego calcule el área del triángulo determinado por los radios y la cuerda. Justifique su respuesta.

254) Determine los reales h y k para que la función $f: \Re \to \Re / f(x) = kh\ sen((h+k)x)$ tenga período π y amplitud 1. Justifique su respuesta.

255) Un móvil parte del reposo. La figura muestra la representación de su aceleración en función del tiempo.



a) Indique el tipo de movimiento que desarrolla el móvil en cada intervalo de tiempo.
b) Escriba las ecuaciones horarias del espacio, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.
c) Represente la velocidad y el espacio en función del tiempo.

Justifique su respuesta.

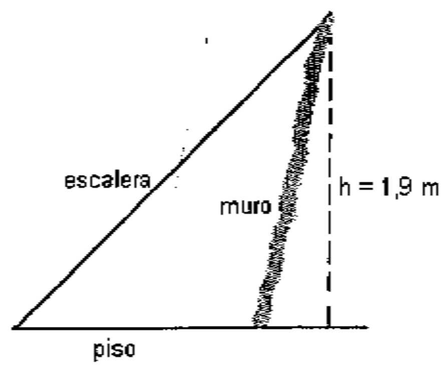
256) Encuentre, analíticamente, un vector de módulo 3 que tenga la misma dirección y sentido contrario al vector $\breve{u} = -12\,\breve{i} + 5\,\breve{j}$. Justifique su respuesta.

257) Dados los puntos $A = (1, -2)$, $B = (-3, -1)$ y $C = (4, -3)$, determine el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. Justifique su respuesta.

258) Dado un sistema plano de fuerzas no concurrentes, estudie analíticamente si se encuentra en equilibrio. Justifique su respuesta.

$\overline{F_1}(0,0) = (100N, 180^\circ)$, $\overline{F_2}(5,0) = (400N, 90^\circ)$, $\overline{F_3}(0,22) = (412.3N, 284.04^\circ)$, $M = 200Nm$

259) Una escalera de 2,55 m de largo es colocada a 85 cm de la base de un muro inclinado y alcanza una altura de 1,9 m respecto del suelo, según se muestra en la figura. Determine la inclinación del muro, (el ángulo que forma con el piso). Justifique su respuesta.



260) Obtenga el conjunto solución de la ecuación: $2\sqrt{3}\cos x.senx = \cos 2x - 1$, $x \in [0,2\pi)$. Justifique su respuesta.

261) Determine la ecuación de la recta con ángulo de inclinación $\alpha = \frac{5}{6}\pi$, que pasa por el punto de coordenadas $(1,-2)$. Justifique su respuesta.

262) Se lanza un proyectil con una velocidad inicial $v_0 = 600\frac{m}{s}$ y un ángulo de inclinación respecto a la horizontal $\alpha = 30^0$. Determine:

a) El tiempo que tarda el proyectil en tocar el suelo.
b) El alcance horizontal del proyectil en el instante en que toca el suelo.
c) La altura máxima que alcanza el proyectil.

Considere la aceleración de la gravedad $|g| = 10\frac{m}{s^2}$. Justifique sus respuestas.

263) Calcule $|\vec{a}|$ si sabe que $|\vec{v}| = \sqrt{3}$, $\vec{a} - \vec{v}$ es ortogonal a $\vec{v}$ y el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{v}$ es 30°. Justifique su respuesta.

264) Sea $h: D_h \to I_h \,/\, h(x) = \cos(x-\pi)$, determine $D_h \subset \left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$ e I_h para que h resulte biyectiva, y luego, calcule su función inversa. Justifique su respuesta.

265) En una placa rígida, actúa un sistema de fuerzas que se reduce al punto A(5,2), obteniéndose: $\overline{P_1}(5,2)=\left(\sqrt{200}N,315^0\right)$ y $M_1^{(5,2)}=70Nm$.

Si se elimina el sistema y se aplica uno nuevo, cuya reducción al punto B(1,1) resulta: $\overline{P_2}(1,1)=(10,-10)N$ y $M_2^{(1,1)}=20Nm$, indique si ambos sistemas son equivalentes. Justifique su respuesta

266) Equilibre el sistema de fuerzas plano, aplicado a un punto material.

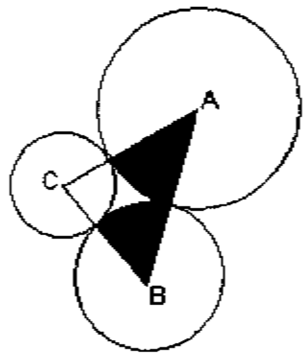
$\overline{F_1}=\left(\sqrt{1800}N,225^\circ\right)$ $\overline{F_2}=(10,60)N$ $\overline{F_3}=(30,40)N$ $\overline{F_4}=\left(30N,210^0\right)$

Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE EXAMEN FINAL

Año 2006

267) Las circunferencias de centros A, B y C, son tangentes entre sí. Los radios de las mismas



miden 2cm, 4cm y 5cm. Determine el área de la región sombreada. Justifique su respuesta.

268) Dadas $f: D_f \to I_f \,/\, f(x) = 2x$ y $g: D_g \to I_g \,/\, g(x) = \sqrt{1+x}$; determine el dominio y la imagen de f y g tales que exista $(g \circ f)$, luego defínala. Justifique su respuesta.

269) Determine el dominio de la función $f+g$ si: $f: D_f \to I_f \,/\, f(x) = arcsen\dfrac{1}{x-1}$ y $g: D_g \to I_g \,/\, g(x) = \ln\left(1 - \left|x^2 - 2\right|\right)$. Justifique su respuesta.

270) La ecuación horaria del espacio recorrido por un móvil cuando realiza un movimiento rectilíneo es:

$x(t) = 1000 + 100t - 10t^2$. Se pide:

a) Escribir la ecuación horaria de la velocidad.

b) Escribir la ecuación horaria de la aceleración.

c) Represente gráficamente las ecuaciones horarias del espacio, la velocidad y la aceleración en un intervalo de tiempo $(0,10)\,s$.

d) Analice las gráficas obtenidas y, a partir de ellas, explique el tipo de movimiento desarrollado por este móvil.

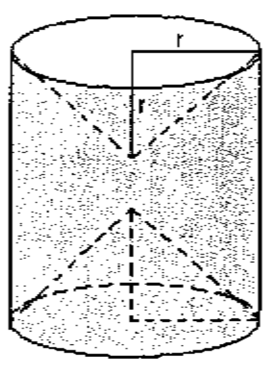
Justifique sus respuestas.

271) Determine el conjunto solución de la ecuación: $\log_x 100 + \log x = 3$ .Justifique su respuesta.

272) La suma de las edades de Ana, Juan y Fernando es 60 años. Ana es mayor que Juan en el mismo número de años que Juan es mayor que Fernando. Cuando Juan tenga la edad que tiene Ana actualmente, su edad triplicará a la que Fernando tiene ahora. ¿Cuáles son sus edades? Justifique su respuesta.

273) Dados los puntos $A = (-1\,, 6)$ y $B = (-9\,, -2)$, determine el ángulo $A\hat{P}B$, si sabe que P es un punto del eje de abscisas que equidista de A y de B. Justifique analíticamente su respuesta.

274) Se dispone de un cilindro circular recto macizo de aluminio cuya altura es 4 dm. En cada una de las bases se practica una perforación cónica de radio y altura coincidentes con el radio de la base del cilindro, como muestra la figura. Determine el radio de dicha perforación para que el volumen de la pieza resultante sea $\frac{10}{3}\pi$ dm^3. Justifique su respuesta.



275) Sea $f : D_f \to I_f \,/\, f(x) = \dfrac{h\,x+2}{k\,x-5}$ con $f(1) = 6$ y si sabe que la ecuación de la asíntota horizontal es $y = 3$, determine $f^{-1}(0)$. Justifique su respuesta.

276) Determine las abscisas de los puntos de intersección entre las gráficas de

$f:\left[0\,,\frac{3}{2}\pi\right]\to\Re\,/\,f(x)=\left|sen(2x)\right|$ y $g:\left[\frac{\pi}{2}\,,2\pi\right)\to\Re\,/\,g(x)=\left|2\cos x\right|$. Justifique su respuesta.

277) Dos móviles parten al mismo tiempo, el uno hacia el otro, desde los extremos de un segmento $\overline{AB}$ de longitud 5m. Los mismos desarrollan movimientos uniformemente acelerados con aceleraciones $a_A=0{,}2\frac{m}{s^2}$ y $a_B=0{,}3\frac{m}{s^2}$, respectivamente. Determine:

a) El instante en el cuál se encuentran.

b) Distancia recorrida por cada móvil hasta el punto del encuentro.

c) Velocidad del móvil A al momento del encuentro.

d) Velocidad del móvil B al momento del encuentro.

Justifique sus respuestas.

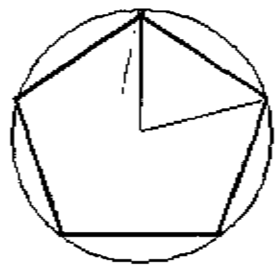
278) Un inversionista compró un conjunto de máquinas en 8400\$. Todas menos cuatro de ellas fueron vendidas posteriormente por un total de 8400\$. El precio de venta de cada máquina fue 350\$ por encima de su costo. ¿Cuántas máquinas compró el inversionista y a qué precio? Justifique su respuesta.

279) Encuentre el conjunto solución de las siguiente ecuación: $\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}=\frac{1}{4}$. Exprese el resultado en función del número e. Justifique su respuesta.

280) Sobre una partícula se aplican dos fuerzas $\overline{F_1}$ y $\overline{F_2}$. Se conoce la fuerza $\overline{F_1}=(50N,90^\circ)$ y la fuerza equivalente o resultante de las anteriores $\overline{F_R}=(58N,239^\circ)$. Determine la fuerza $\overline{F_2}$. Justifique su respuesta.

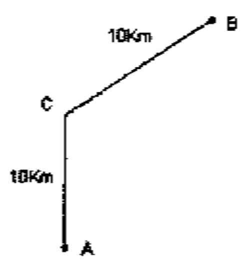
281) Encuentre todos los vectores $\vec{v}$ tales que su proyección sobre el vector $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}$ es un vector de módulo $3\sqrt{2}$. Justifique su respuesta.

282) Calcule el perímetro y el área del pentágono regular inscripto en la circunferencia de radio 15,312 cm, si observa que el triángulo indicado es isósceles. Justifique su respuesta.



283) **7** es el resto de dividir el polinomio **p(x) = 2 x^3 - 20 x^2 + 38 x + 67** por el polinomio mónico **q(x) = x – a**. Indique todos los posibles polinomios **q(x)**. Justifique su respuesta.

284) Un móvil parte del reposo, desde el punto A, con aceleración constante $a_A = 10\left(\frac{m}{s^2}\right)$. Otro móvil parte en el mismo instante del punto B y debe interceptarlo en el punto C. Este móvil parte con una velocidad inicial y una aceleración constante $a_B = 9\left(\frac{m}{s^2}\right)$ (ver figura). Se pide que determine: a) el tiempo de encuentro, b) la velocidad inicial del móvil B, c) las velocidades de los móviles A y B al tiempo de encuentro. Justifique su respuesta.

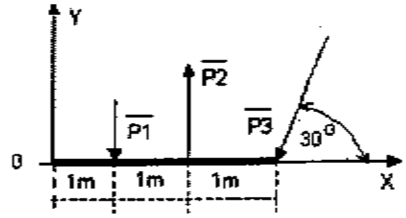


285) Obtenga el conjunto solución de la ecuación: $e^{\ln|\operatorname{sen} x|} = \frac{1}{2}$, $x \in [0,2\pi)$. Justifique su respuesta.

286) Determine el D_f si sabe que existe la función $(g \circ f)$, y luego obtenga dicha función, siendo $f : D_f \to \Re / f(x) = \sqrt{x+2} - 2$ y $g : \Re_0^+ \to \Re / g(x) = \sqrt{x}$. Justifique su respuesta.

287) Un sistema de fuerzas se aplica a una barra rígida, la cual tiene al punto O(0,0) como centro de rotación. Encuentre la fuerza vertical $\overline{P}$ aplicada en la mitad de su longitud, que se debe agregar para impedir la rotación respecto a O. Justifique su respuesta.

$\overline{P_1}(1,0)=(5N,270^0)$ $\overline{P_2}(2,0)=(0,20)N$ $\overline{P_3}(0,3)=(60N,210^0)$



288) La suma de los n primeros números naturales consecutivos es:

$1+2+3+.........+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ Determine los valores de n que satisfagan la propiedad de que esta suma sea mayor que 100 y menor que 150. Justifique su respuesta.

289) Determine A, B y C si sabe que: $\dfrac{4x^2-4x+4}{(x-1)^2(x+1)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{x+1}$

Justifique su respuesta.

290) Un móvil debe recorrer una distancia de 200m. Parte del reposo y alcanza la máxima velocidad permitida, $v_{mx}=25\dfrac{m}{s}$, aplicando una aceleración a, constante, durante 5 segundos. Mantiene esta velocidad durante 2 segundos y luego disminuye su velocidad hasta anularla con la desaceleración a, constante. Permanece detenido 3 segundos y arranca nuevamente con una aceleración de $2\dfrac{m}{s^2}$ hasta llegar a destino. Determine: a) la aceleración a para alcanzar la v_{mx}, b) la distancia recorrida hasta la detención, c) el tiempo que tarda desde el inicio del movimiento hasta recorrer los 200m. y si llega a alcanzar, o no, la v_{mx} al momento de completar su recorrido. Justifique su respuesta.

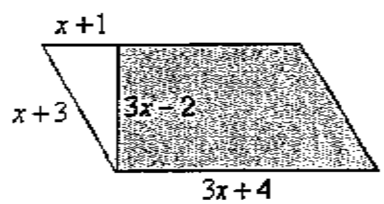
291) Determine $A=\left\{\alpha\in\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right)/\cos(2\alpha)+2\cos\alpha+1=0\right\}$. Justifique su respuesta.

292) Sobre un punto material actúa un sistema plano de fuerzas concurrentes, se desea reducirlo al punto $S(2,-1)$. Determine el sistema equivalente en este punto. Justifique su respuesta.

$\overline{F_1}(1,1)=(10N,180^0)N, \overline{F_2}(1,1)=(0,10)N, \overline{F_3}(1,1)=(-20,20)N, \overline{F_4}(1,1)=(-30,-30)N$

293) Dados los puntos $A=(-2,-1)$, $B=(a,-3)$ y $C=\left(2,a-\frac{5}{2}\right)$, determine $a\in\Re$, de modo que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ sean ortogonales. Justifique su respuesta.

294) En el paralelogramo de la figura se ha trazado su altura. Determine el área de la región sombreada. Justifique su respuesta.



295) Una fábrica produce dos tipos de aceites comestibles. El tipo A contiene 70% de aceite de girasol y 30% de aceite de soja; el tipo B contiene 90% de aceite de girasol y 10 % de aceite de soja. Si se disponen de 620 litros de aceite de girasol y 180 litros de aceite de soja, ¿Cuántos litros se producirán de cada tipo? Justifique su respuesta.

296) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación $\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+2)}>0$. Justifique su respuesta.

297) Sea f una función exponencial, $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}^+ / f(x)=c^x$, con la constante $c\in\mathrm{R}^+-\{1\}$

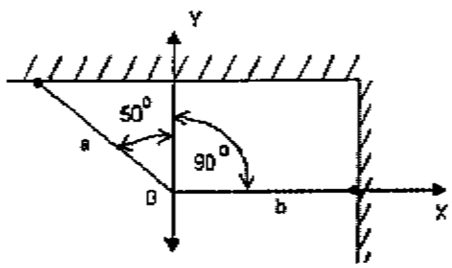
Calcule m si se sabe que: $f(6-a)\,.\,f(a+6)=m$ y $f^{-1}(21)=6$. Justifique su respuesta.

298) Dada $h: D_h \to \Re / h(x) = \begin{cases} \ln(x^2-1) & si \;\; x > 1 \\ x^2 - x - 6 & si \;\; x \le 1 \end{cases}$ determine analíticamente sus ceros.

Justifique su respuesta.

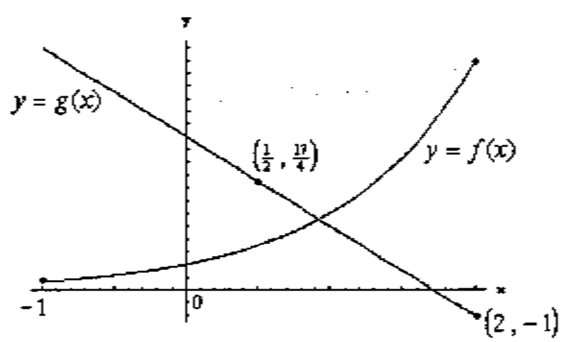
299) Un cuerpo esta soportado por dos barras de acero, a y b, como indica la figura. Determine analíticamente el peso del cuerpo y la fuerza que desarrolla la barra a.

$\overline{F_b}(0,0) = (30,0)N$. Justifique su respuesta.



300) Determine los valores reales de t para los cuales el vector $\vec{a} = (t^2 - 2)\breve{i} + t^2\breve{j}$ tiene módulo $\sqrt{10}$. Justifique su respuesta.

301) Las gráficas de las funciones g, función lineal, y, $f(x) = 3^x$ se muestran en la figura. Obtenga la función g y determine $I_f \cap I_g$ cuando $-1 \le x \le 2$. Justifique analíticamente su respuesta.

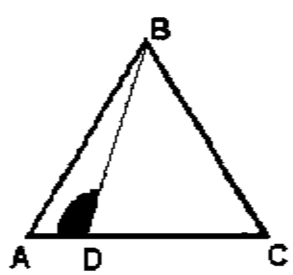


302) Factorice el polinomio de grado mínimo **p(x)**, si se sabe que: **p(1) = 488** , **3** es una raíz doble y el producto de las otra dos raíces simples es **42** y su respectiva suma es **-13**. Justifique su respuesta.

303) Determine el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de eliminación de Gauss. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} 2x+3z=y \\ x-2y+4z=0 \\ 15z=7y-5x \end{cases}$$

304) Un proyectil se dispara con un ángulo de inclinación $\alpha = 45^0$ y una velocidad inicial. $v_0 = 100\frac{m}{s}$. Determine: a) la altura máxima que alcanza el proyectil. b) la velocidad con la que impacta sobre un muro que se encuentra a una distancia de 900 metros de la posición de disparo. Considere $g = 10\frac{m}{s^2}$. Justifique su respuesta.



305) Calcule el perímetro del triángulo equilátero ABC, si sabe que el ángulo de vértice D (indicado) mide 105º y el segmento DB tiene longitud $\sqrt{24}$ cm. Justifique su respuesta.

306) La siguiente función, definida por tramos, representa la posición de un móvil en función del tiempo t en segundos.

$$x(t) = \begin{cases} 6+10t & si\ 0 \le t \le 3 \\ 36 & si\ 3 < t \le 5 \\ -(t-5)^2+36 & si\ 5 < t \le 15 \end{cases}$$

a) Represente gráficamente dicha función, y determine su conjunto imagen.

b) Determine en qué instante el móvil vuelve a pasar por el punto de partida.

c) Calcule el cero de la función.

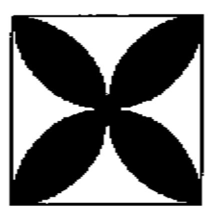
d) Para cada tramo de la función describa el tipo de movimiento rectilíneo que realiza el móvil.

Justifique su respuesta.

307) Racionalice (el numerador) : $\dfrac{\sqrt{u}-a}{u-b}$, previa determinación de las constantes a y b, si sabe que se cumple la identidad $\dfrac{30x-90}{x^2+2x-35}=\dfrac{a}{x-5}+\dfrac{b}{x+7}$ para todo real distinto de 5 y (-7). Justifique su respuesta.

308) Halle los valores de x tales que: $f(x).(\,f(x)-16\,)=0$, si se sabe que f es biyectiva y $f^{-1}:D_{f^{-1}}\to I_{f^{-1}}\ /\ f^{-1}(x)=\dfrac{8-\sqrt{x+9}}{4}$. Justifique su respuesta.

309) Encuentre el perímetro y el área de la región sombreada si sabe que la longitud del lado del cuadrado es 4. Justifique su respuesta.

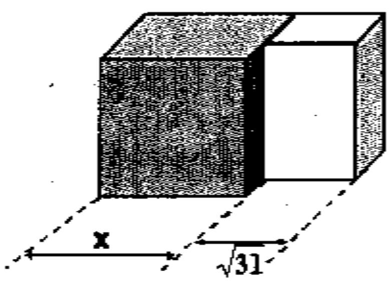


310) La longitud de las huellas que dejan los neumáticos de un auto cuando se aplican los frenos, varía directamente con el cuadrado de la velocidad del vehículo. Si las huellas llegan a medir 6 metros cuando la velocidad es de 50 km/h, ¿a qué velocidad circulará el mismo auto para producir huellas de 24 metros?

311) Determine los valores reales de k tales que los vectores: $\vec{v}=\sqrt{4+|k|}\,\vec{i}+8\,\vec{j}$ tengan módulo mayor a 10. Justifique su respuesta.

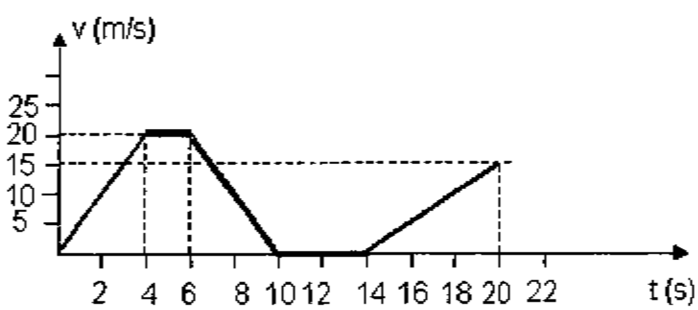
312) Encuentre el perímetro y el área de la región sombreada si sabe que la longitud del lado del cuadrado es 6. Justifique su respuesta.

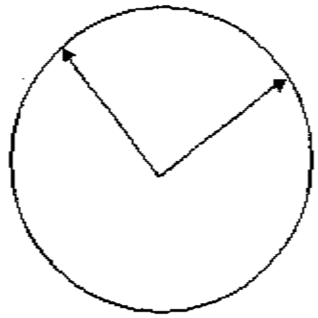
313) La intensidad de iluminación sobre una superficie varía inversamente con el cuadrado de su distancia a la fuente de luz. ¿Cómo se modifica la intensidad de iluminación sobre la superficie si la distancia entre la misma y la fuente de luz se reduce a la mitad? Justifique su respuesta.



314) Determine el volumen del cubo, si sabe que **30** es la diferencia de los volúmenes del cubo y del prisma de base cuadrada (cuerpos de igual altura).
Justifique su respuesta.

315) La figura muestra la representación gráfica de la velocidad de un móvil en función del tiempo: a) indique los tipos de movimientos rectilíneos que desarrolla en cada intervalo, b) escriba las ecuaciones horarias del espacio, de la velocidad y de la aceleración, c) represente gráficamente la aceleración y el espacio en función del tiempo. Justifique su respuesta.





316) Calcule la longitud del arco de circunferencia, si $\vec{v} = 4\vec{i} + 2\sqrt{12}\,\vec{j}$ y $\vec{w} = -4\,\vec{i} + \sqrt{48}\,\vec{j}$. Justifique su respuesta.

317) La función que define la circulación de una corriente alterna, medida en amperes, por un conductor es: $i(t) = 30\,sen(100\pi t)$ con t en segundos. Determine el período T de la función y calcule para qué valores de t la intensidad de corriente alcanza los 15 amperes con $t \in [0\,, T]$. Justifique su respuesta.

318) La reducción al punto $S(0,0)$ de un sistema plano de fuerzas concurrentes, arroja el siguiente resultado: $\overline{R}(0,0) = (30,30)N$ y $M_R^{(0,0)} = -200Nm$

Determine analíticamente la fuerza equilibrante del sistema. Justifique su respuesta.

319) Determine analíticamente el conjunto solución de : $(x+5)^2 - 89 \geq 5x^2 - 22x$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE PRIMER PARCIAL

Año 2007

320) Las rectas de ecuación $y = p(x) = 2x - 20$ e $y = q(x)$ se cortan en un punto de abscisa 4 y una de ellas tiene pendiente 6.

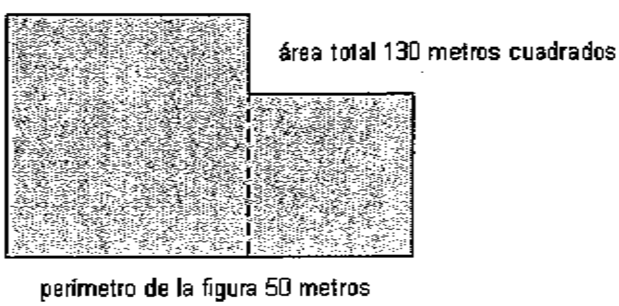
Determine la función inversa de $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$, indicando el dominio y codominio de la misma. Justifique su respuesta.

321) Calcule la siguiente expresión, indicando las condiciones de existencia. Justifique su respuesta.

$$\frac{\dfrac{a-b}{a} - \dfrac{a+b}{b}}{\dfrac{a-b}{b} + \dfrac{a+b}{a}}$$

322) Factorice el siguiente polinomio $P(x) = 27x^5 - 54x^4 - 72x^3 - 26x^2 - 3x$. Justifique su respuesta.

323) Encuentre la longitud de cada lado de los cuadrados, justifique su respuesta.



324) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: $\dfrac{x+5}{x+1} + \dfrac{3x+1}{x^2+3x+2} = \dfrac{5}{2}$

Justifique su respuesta.

325) Sea la ecuación cuadrática $\mathbf{x^2 + 3x + k = 0}$. Determine los valores reales de la constante real **k** tal que la <u>mayor</u> de sus dos raíces reales es menor que 6. Justifique su respuesta.

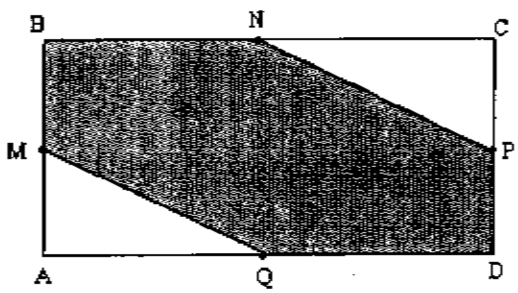
326) Sea $g:\Re \to \Re / g(x)=x^2-4x+1$ y $f^{-1}:A \to B / f^{-1}(x)=\log_3(3x-2)$, determine el conjunto A y el valor de $(g \circ f)(0)$. Justifique su respuesta.

327) Calcule la siguiente expresión, indicando las condiciones de existencia.

$$\frac{(a-1)^{-1}+1}{a^{-1}-(a-1)^{-1}}$$

328) Encuentre un polinomio $p(x)$ de segundo grado, tal que sus raíces son $x_1=2+\sqrt{2}, x_2=2-\sqrt{2}$ y $p(2)=-6$. Justifique su respuesta.

329) El área del rectángulo ABCD es $\frac{7}{4}$ y su perímetro es $\frac{37}{6}$. Determine la longitud de los lados del rectángulo y el área de la región sombreada si M, N, P y Q son los puntos medios de los lados. Justifique su repuesta.



330) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación $x+\sqrt{2x^2-7x+5}=1$. Justifique su respuesta.

331) Determine el conjunto solución de $\sqrt{2-|1-x|}>1$. Justifique su respuesta.

332) Sean $f:\Re-\{0\} \to \Re / f(x)=\frac{a}{5a+5b}+\frac{a-b}{2b\,x}$,

$g:\Re-\{0\} \to \Re / g(x)=\frac{a+b}{10b}-\frac{b}{(a+b)x}$ Determine el conjunto:

A = $\{x / x \in \Re\text{-}\{0\} \wedge f(x)=g(x)\}$, con $b(a+b)\neq 0$. Justifique su respuesta.

333) Sea $f: D_f \to \Re / f(x) = \begin{cases} \ln x & si \quad x \in A \\ x^2 - 3 & si \quad x \in B \end{cases}$ con $A = \{x \in \Re^+ / x^2 - 1 \geq 0\}$ y

$B = \{x \in \Re_0^- / |-x+1| \geq 1\}$. Determine:

a) El dominio de la función.

b) Los ceros de la función.

c) Gráfica de la función y conjunto imagen.

Justifique su respuesta.

334) Racionalice el denominador y determine las condiciones de existencia de

$$\frac{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}}.$$

Justifique su respuesta.

335) Determine los valores de a para que el polinomio:

$p(x) = x^4 - (a^2-1)x^3 + (a+1)^2 x^2 - 3(a+1)x - 7$ sea divisible por $x-1$.

Justifique su respuesta.

336) Las raíces de $x^2 + px + 4 = 0$ son tales que $x_1 - x_2 = 3$ determine los valores de p.

Justifique su respuesta.

337) La fuerza gravitacional F ejercida por la tierra sobre un cuerpo con una masa de 100kg está dada por la ecuación: $F = \dfrac{4.10^6}{d^2}$, donde d es la distancia en kilómetros desde el cuerpo al centro de la tierra y la fuerza F se mide en Newton (N). Plantee inecuaciones y determine para qué intervalo de distancia la fuerza gravitacional estará entre $4.10^{-4}\,N$ y $10^{-2}\,N$.

Justifique su respuesta.

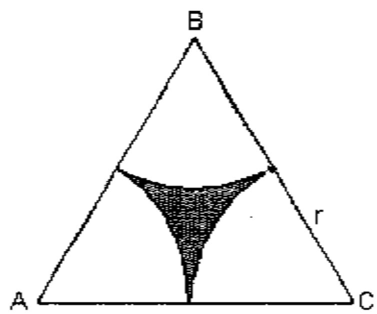
338) Determine los valores reales de h y k si sabe que $f: (-5\ ,\ 5) \to \Re / f(x) = (x-h)^2 + k$ es una función par y $f(4) = 7$. Justifique analíticamente su respuesta.

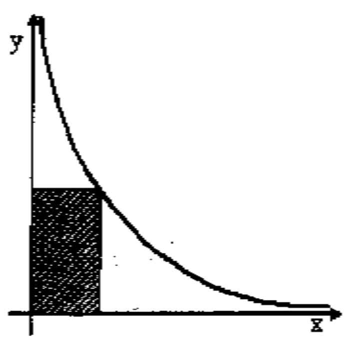
339) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{\ln(x^2)} - x = 0$$

340) Dado el polinomio de segundo grado $p(x) = a\,x^2 + 15\,a^2\,x - a$, determine $a < 0$ si sabe que a es raíz simple de $p(x)$. ¿Cuál es la otra raíz? Justifique su respuesta.

341) Determine el área de la región sombreada (en función de r), si sabe que ABC es equilátero y los vértices del triángulo son centros de circunferencias. Justifique su respuesta.





342) Dos cantidades x y $f(x)$ son inversamente proporcionales. La gráfica de f es la representada a la izquierda y el área del rectángulo es 12 (unidades cuadradas). Determine f(134), justifique su respuesta.

343) Calcule la siguiente expresión, indicando las condiciones de existencia:

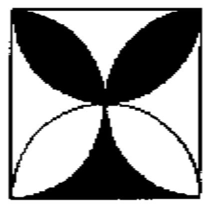
$$\frac{1 - 3\,a^{-1}}{1 - 2\,a^{-1} - 3\,a^{-2}}$$ Justifique su respuesta.

344) Un alambre de 100 cm de longitud se corta en dos partes. Cada una de estas partes se dobla formando dos cuadrados tales que la suma de las áreas de ambos cuadrados es 325 cm^2.

¿Cuál es la longitud de cada una de las partes en las que se cortó el alambre? Justifique su respuesta.

345) Encuentre el conjunto solución de $\left|\frac{2x-1}{2x+1}\right| < 1$. Justifique su respuesta.

346) Encuentre el área de la región sombreada si se sabe que la longitud del lado del cuadrado es 3. Justifique su respuesta.



347) Dadas $f(x) = |x|$ y $g(x) = 2^{\sqrt{x}}$

a) Analice si $(g \circ f)_{(x)}$ es simétrica respecto del eje de ordenadas.

b) Defina D_g e I_g tal que $g(x)$ sea una función biyectiva. Luego obtenga g^{-1}.

Justifique su respuesta.

348) Determine el conjunto solución de: $0 < x^2 - x < 6$. Justifique analíticamente su respuesta.

349) Determine A, B y C si sabe que $\frac{-7x-1}{(x^2+2)(x-3)} = \frac{Ax+B}{x^2+2} + \frac{C}{x-3} \wedge x \neq 3$. Justifique su respuesta.

350) Dada la función $f : D_f \to \Re / f(x) = \ln \frac{1-x^3}{1+x^3}$

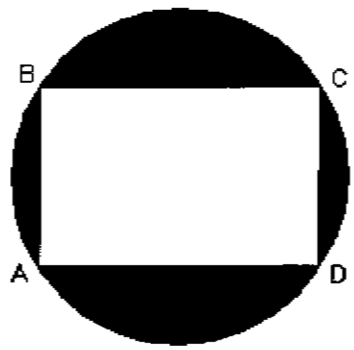
a) Determine el dominio.

b) Indique si la función dada es par, impar o no posee paridad.

Justifique su respuesta.

351) Factorice el siguiente polinomio $P(x) = 3x^5 - 15x^4 + 18x^3 + 12x^2 - 24x$. Justifique su respuesta.

352) ABCD, es un rectángulo inscripto en una circunferencia donde $\overline{AB} = 10$ y $\overline{AC} = 26$. Determine el área de la región sombreada. Justifique su respuesta.



EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE SEGUNDO PARCIAL

Año 2007

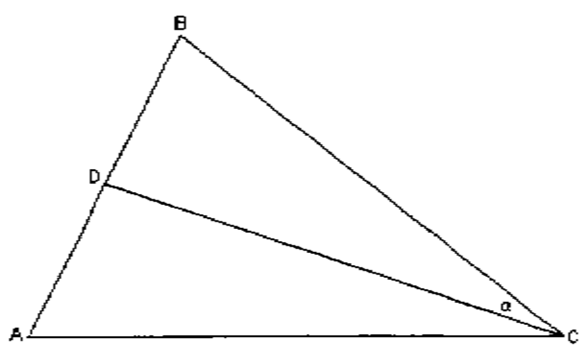
353) Sea la función sobreyectiva $f:\Re \to [3\,,11] / f(x) = A\,sen(3x+\pi)+7\,, A>0$, cuya curva representativa es sinusoidal. Halle el período y la amplitud de dicha función. Justifique su respuesta.

354) Un esquiador parte del reposo e inicia un movimiento rectilíneo uniformemente variado. Sobre una pendiente recorre una distancia de 9 metros en 3 segundos. Determine: a) la aceleración del movimiento. b) la velocidad en ese instante. c) el tiempo que tarda, desde el inicio del movimiento, en alcanzar la velocidad de 24m/s. Justifique su respuesta.

355) Determine el dominio de la función $h+g$, si sabe que: $h: D_h \to \Re / h(x) = arctg\,\dfrac{1}{x}$ y

$g: D_g \to \Re / g(x) = \dfrac{1}{\cos x}$, $D_g \subseteq [-\pi\,,\pi]$. Justifique su respuesta.

356) En el triángulo ABC, $\overline{CD}$ es bisectriz de $\hat{C}$, $\overline{BD}=3$, $\overline{BC}=\overline{CD}$ y $\alpha = 15^{o}$.
Determine la medida de los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ del triángulo ABC. Justifique su respuesta.



357) Una partícula se mueve por una trayectoria circular con centro en el origen, con una velocidad angular constante. La ordenada de la posición en cada instante del movimiento es

$y(t)=\cos\left(\pi\, t+\dfrac{\pi}{6}\right)$, con t en segundos. ¿Cuál es el menor valor de tiempo t en el que la partícula cruza el eje x? ¿Cuál es el período de la función? Justifique su respuesta.

358) Determine las componentes de un vector $\vec{v}$ si sabe que el producto escalar entre el vector $\vec{v}$ y el vector $\vec{w}=\left(h^2+2\right)\breve{i}-2h\,\breve{j}$, para todo h real, es $\vec{v}\bullet\vec{w}=2\,(h+1)\,(h+2)$. Justifique su respuesta.

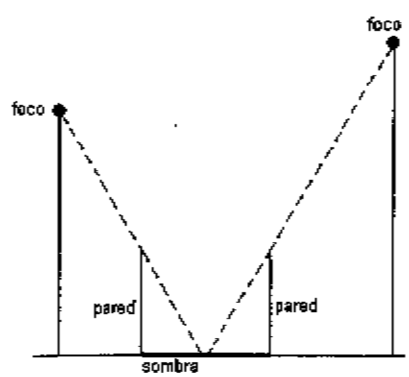
359) Dada la función $f:[0\,,2\pi]\rightarrow[-1\,,1]\ /\ f(x)=sen\ x$, determine el dominio de la función h tal que $h(x)=\dfrac{1}{\ln(f(x))}$. Justifique su respuesta.

360) Dado un sistema plano de fuerzas no concurrentes, obtenga el sistema equivalente cuando el centro de reducción es el punto A (0,0). Justifique su respuesta

$\overline{P1}(0{,}4)=(100,\,0)N \qquad \overline{P2}(5{,}0)=(100N,\,270^\circ)$

$\overline{P3}(8{,}0)=(100N,\,90^\circ) \qquad \overline{P4}(0{,}2)=(100,\,100)N$

361) Dos focos de alumbrado están respectivamente a una altura de 11 metros y 9 metros del suelo. A 5 metros de la base del foco más alto y a 4 metros de la base del foco más bajo se encuentran dos paredes verticales de igual altura h, de modo que ambas paredes están ubicadas entre los focos. Determine la altura de las paredes sabiendo que las sombras proyectadas por cada una de ellas son de igual longitud. Justifique su respuesta.



362) La variación de una señal está gobernada por la función $v(t) = 25\, sen(100\pi\ t)$, donde t es el tiempo medido en segundos. Determine el periodo, cuántos ciclos (períodos) hay en un segundo y el máximo valor que alcanza la señal. Justifique su respuesta.

363) En la superficie lunar, cuya g = 1,6m/s^2, se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 16m/s. Determine: a) el tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima. b) la altura máxima alcanzada. c) la velocidad de la pelota 15 segundos después de su lanzamiento. Justifique su respuesta.

364) En una estación de peaje una ruta se bifurca con una amplitud de 26° entre dos tramos rectilíneos. Desde el peaje, parten simultáneamente dos automóviles que recorren cada tramo con velocidad constante, uno a 65 km/h y el otro a 90 km/h. ¿Cuál es la distancia entre los automóviles a las 4 hs y 36 minutos después de la partida? Justifique su respuesta.

365) Una rienda metálica sujeta a la punta de un poste y al suelo forma un ángulo de 71° con el piso. Desde un punto, más alejado del poste que de la rienda, situado a 25 metros desde la sujeción de la rienda con el piso, el ángulo de elevación de la punta del poste es 37°. ¿Cuál es la longitud de la rienda? Justifique su respuesta.

366) Determine el ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, si sabe que $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 5$ y $|\vec{u} - \vec{v}| = 8$. Justifique su respuesta.

367) Dados los puntos $A = (k-1, 2)$; $B = (2, k)$ y $C = (1, -2)$, determine los valores reales de k, para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ sean ortogonales. Justifique su respuesta.

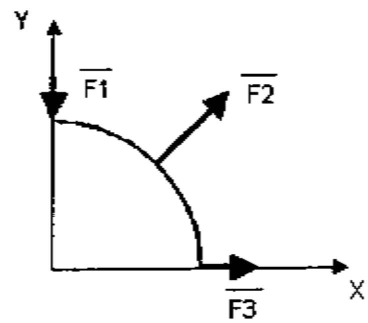
368) Un sistema plano de fuerzas concurrentes se encuentra en equilibrio. Determine las fuerzas $\overline{F_2}$ y $\overline{F_3}$. Justifique su respuesta.

Datos: $$\begin{array}{l}\overline{F_1}(0,0) = (100,100)N, \overline{F_2}(0,0) = \left(\left|\overline{F_2}\right|N, 60^\circ\right), \\ \overline{F_3}(0,0) = \left(\left|\overline{F_3}\right|N, 180^\circ\right) y\, \overline{F_4}(0,0) = (300N, 180^\circ)\end{array}$$

369) El arco de acero infinitamente rígido de la figura, tiene un radio r = 3m. Se aplican las fuerzas:

$\overline{F_1}(0,3)=(0,-100)N, \overline{F_2}\left(1.5\sqrt{2},1.5\sqrt{2}\right)=\left(100\sqrt{2}N,45°\right), \overline{F_3}(3,0)=(300N,0°)$

Determine la equilibrante del sistema de fuerzas indicado. Justifique su respuesta.

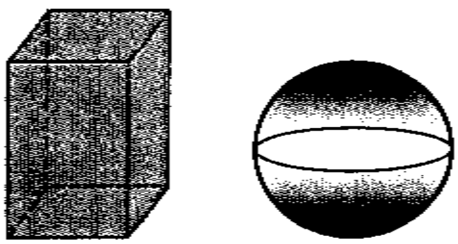


EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE EXAMEN FINAL

Año 2007

370) El área total del prisma recto, de base cuadrada es **408 cm²** y la longitud de la altura es **14 cm** . Se sabe que el volumen de este prisma es igual al de la esfera.

Halle el radio de la esfera. Justifique su respuesta.



371) Calcule $\dfrac{|2-a|+a}{2a}$, indicando las condiciones de existencia. Justifique su respuesta.

372) Dados los polinomios $p(x)=2x-3$, $q(x)=x^2+bx+c$ y $r(x)=2x^3+x^2-8x+3$, determine b y c de modo que el polinomio $p(x)\,q(x)-r(x)$ tenga grado cero. Justifique su respuesta.

373) Sea $f: D_f \to \Re \,/\, f(x)=\begin{cases} sen(2x) & si \;\; x\in[0\,,\pi] \\ 1 & si \;\; x\in A \\ \sqrt{-x+1} & si \;\; x\in B \end{cases}$

con $A=\{x\in\Re^-/\, x^4-9x^2<0\}$ y $B=\{x\in\Re^-/\, x^4-9x^2\geq 0\}$.

Determine:

a) El dominio de la función.

b) Los ceros de la función.

c) Gráfica de la función y conjunto imagen.

Para los ítems (a) y (b) justifique analíticamente su respuesta.

374) Resuelva la siguiente ecuación $2\cos^3 x + \cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$, $x \in [0, 3\pi)$. Justifique su respuesta.

375) Dadas: $f^{-1}: \Re \to \Re / f^{-1}$ es una función lineal con $f^{-1}(-1) = -1$ y $f^{-1}(\frac{1}{2}) = 2$

$$g: \Re \to \Re / g(x) = e^{-x} + \ln(x^2 + 1)$$

Calcule $(g \circ f)(-\frac{1}{2})$. Justifique su respuesta.

376) Una partícula desarrolla un movimiento cuya trayectoria está dada por la ecuación:

$\vec{r}(t) = (t-1)\vec{i} + (t^2 + 2)\vec{j}$, $t \in [0,10]\,s$.

Determine:

a) Los vectores posición de la partícula en los instantes $t = 5$ segundos y $t = 10$ segundos.

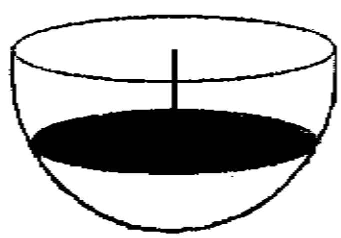
b) El vector desplazamiento entre los instantes anteriores.

c) A qué distancia del origen el móvil inicia el movimiento.

d) Ecuación cartesiana del movimiento. Justifique sus respuestas.

377) El área del circulo sección sombreado es **324 π cm²**.

Calcule el área de la semiesfera sin tapa dibujada, si el segmento indicado mide **6 cm** menos que el radio de la semiesfera. Justifique su respuesta.



378) Calcule $|x-1| + \frac{x}{|x|} - |x+1|$, $x < -2$. Justifique su respuesta.

379) El anticongelante A contiene 18% de alcohol, el anticongelante B contiene 10% de alcohol. ¿Se pueden obtener 20 litros de anticongelante, mezclando los del tipo A y B, y que la mezcla posea 9% de alcohol? Justifique analíticamente su respuesta.

380) Sea f una función cuadrática, de coeficiente principal uno, tal que la suma de los ceros es $\left(-\frac{3}{2}\right)$ y el producto $\frac{1}{2}$. Sea también $g^{-1}:[-1,1]\to[0,\pi]/g^{-1}(x)=\arccos x$.

a) Defina la función f.

b) Defina la función $(f\circ g)$

c) Determine los ceros de $(f\circ g)$.

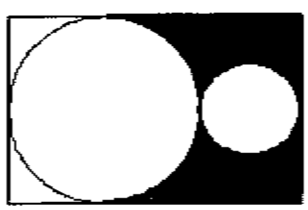
Justifique analíticamente su respuesta.

381) Determine el dominio de la función $g:D_g\to\Re/g(x)=\dfrac{2^x}{\sqrt{\ln|x(x-3)+1|}}$

382) Dados los vectores $\vec{u}=(k,-2)$ y $\vec{v}=(2,k+1)$, determine los valores reales de k tales que el coseno del ángulo entre los vectores sea $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. Justifique su respuesta.

383) Los círculos son tangentes entre sí y a los lados del rectángulo de área **504**, y el diámetro del círculo menor mide **10**.

Calcule el área de la región sombreada. Justifique su respuesta.



384) Calcule $\dfrac{|2a-1|+3}{a^2-1}$, indicando las condiciones de existencia, si sabe que $a>\dfrac{1}{2}$.

Justifique su respuesta.

385) Sea $g : D_g \to \Re / g(x) = \begin{cases} tgx & si \ |x| < \dfrac{\pi}{2} \\ \ln\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) & si \ x > \dfrac{\pi}{2} \\ x^2 + 2x - 3 & si \ x \leq k \end{cases}$

Si sabe que k es el resto de dividir el polinomio $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 8$ por el polinomio $q(x) = x - 3$; determine:

a) El dominio de la función.

b) Los ceros de la función.

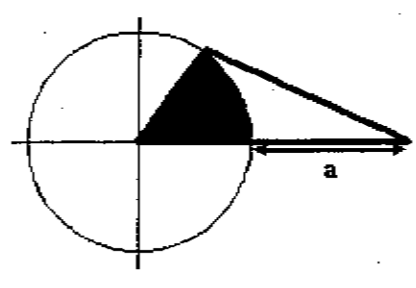
c) Gráfica de la función y conjunto imagen.

Para los ítems (a) y (b) justifique analíticamente su respuesta.

386) Calcule la siguiente expresión: $\alpha\,(sen\alpha\ tg\alpha + \cos\alpha)$, si sabe que $\alpha\ \sec\alpha = 17$. Justifique su respuesta.

387) Dadas $f : \Re \to \Re / f(x) = |x|$ y $g : \Re \to \Re / g(x) = 3x^2$, determine el conjunto A=$\{x \in \Re / f(x) - g(x) \geq 0\}$. Justifique su respuesta.

388) Determine el perímetro del triángulo, si se sabe que el área del sector circular (sombreado) es **2656 cm²**, la circunferencia tiene **120 cm** de diámetro y la longitud **a** del segmento indicado es 3/2 del radio de la circunferencia. Justifique su respuesta.



389) Encuentre un polinomio $p(x)$ de grado 4, tal que sus raíces son $x_1 = 1, x_2 = 2$ y $p(-1) = 40$, si sabe que x_1 es una raíz con multiplicidad de orden 3. Justifique su respuesta.

390) Determine los valores reales de b y c si $f:(-4,4)\rightarrow \Re / f(x)=x^3+bx^2+cx$ es una función impar y $x=1$ es un cero de f. Justifique su respuesta.

391) Sea la función $f:D_f \rightarrow \Re / f(x)=\dfrac{\log_a (x^{\frac{2}{3}}-b)}{\log_a 2}$, si sabe que $f(729)=5$ y $a \in R^+ - \{1\}$. Determine:

a) el valor de b.

b) el dominio de f.

Justifique su respuesta.

392) Dadas $f:\Re-[-1,1]\rightarrow \Re / f(x)=\ln(x^2-1)$ y $h:\Re_0^+ \rightarrow I_h / h(x)=\sqrt{x}$, entonces:

a) ¿A partir de las definiciones anteriores, se puede obtener la función $f \circ h$? De no ser posible efectúe las restricciones apropiadas para poder obtenerla.

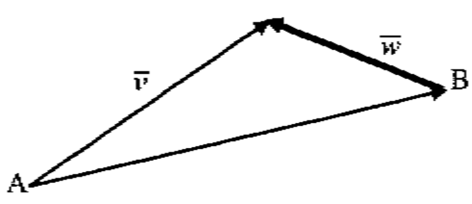
b) Defina la expresión de dicha función compuesta, determinando su dominio.

c) Determine los ceros de la función compuesta.

Justifique su respuesta.

393) Un terreno rectangular de 60m por 80m es excavado para hacer, en su interior, una piscina y una franja de césped de ancho uniforme alrededor de la misma. El área de la piscina es $\frac{1}{6}$ del área del terreno. Determine el ancho de la franja de césped. Justifique su respuesta,

394) El área de la región sombreada debe ser menor a $(\mathbf{128-32\pi})\ \mathbf{cm^2}$. ¿Qué valores puede adquirir el **radio** del semicírculo interior al rectángulo? Justifique su respuesta.



395) Sean el vector $\overline{v}= 6\bar{i}+2\bar{j}$ y los puntos A= (-6,-2) y B=(2,4). Determine el ángulo entre los vectores $\overline{v}$ y $\overline{w}$. Justifique respuesta.

396) Dos móviles parten, en el mismo instante, de los extremos A y B de un camino rectilíneo. Desde A, el primer móvil desarrolla un tiro oblicuo cuya velocidad inicial $v_{0A} = 100\frac{m}{s}$ y ángulo de inclinación $\alpha = 60^{\circ}$. El segundo móvil parte de B hacia A, animado de un movimiento rectilíneo uniformemente variado, con $v_{0B} = \frac{100}{\sqrt{3}}\frac{m}{s}$ y $a = 2\frac{m}{s^2}$.

Ambos móviles se encuentran en el instante que el primer móvil llega al suelo. Considere $|\vec{g}| = 10\frac{m}{s^2}$ y se desprecia la resistencia del aire.

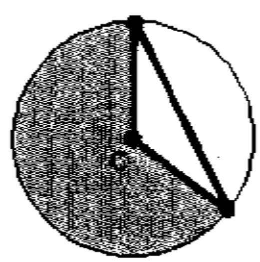
Determine: a) el tiempo transcurrido hasta el encuentro y la distancia horizontal, respecto del extremo A, recorrida por el primer móvil. b) la distancia entre los puntos A y B. Justifique sus respuestas.

397) Dado el sistema plano de fuerzas no concurrentes:

$\overline{F_1}(0,4) = (100N, 0^{\circ})$ $\overline{F_2}(-1,2) = (100,0)N$ $\overline{F_3}(-6,0) = (400N, 270^{\circ})$ $\overline{F_4}(-10,4) = (0,-400)N$

determine el sistema equilibrante pasante por el punto $A(-8,3)$. Justifique su respuesta.

398) Calcule el perímetro del triángulo (donde el vértice C es el centro de la circunferencia); si el área del sector circular sombreado es 189π cm^2 y la longitud de la circunferencia es 36π cm. Justifique su respuesta.

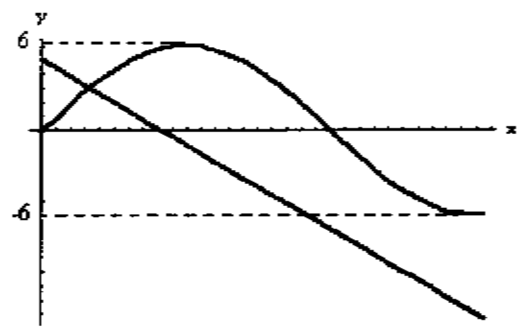


399) Determine A, B y C si sabe que $\frac{6x^2+1}{(x^2+1)(x-2)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x-2}$, $x \neq 2$. Justifique su respuesta.

400) Determine los valores reales de k, para los cuáles la siguiente ecuación no tiene raíces reales: $kx^2 + (k-2)x + k = 0$. Justifique su respuesta

401) Sea $y = a\ sen(bx)$ cuya gráfica se interseca con la recta representada en un punto de abscisa 2/3.

Determine a y b sabiendo que la recta pasa por los puntos de coordenadas (0 , 5) , (5/3 , 0). Justifique su respuesta.



402) La mitad de una masa inicial de 50 mg de sustancia radioactiva desaparece en un lapso de 1700 años. La ley $m(t) = 50\left(\frac{1}{3}\right)^{kt}$ expresa la cantidad de miligramos después de t años, entonces determine cuántos miligramos de sustancia habrá después de 2000 años. Justifique su respuesta.

403) Determine el conjunto solución de $\sqrt{2x-1} + \frac{6}{\sqrt{2x-1}} = 5$. Justifique su respuesta.

404) Una partícula se desplaza sobre un plano, tal que las ecuaciones paramétricas de su trayectoria son:

$$\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = 2t \end{cases} \quad con\ t \geq 0$$

Indique: a) la ecuación vectorial de la trayectoria y su distancia al origen en el instante inicial. b) la ecuación cartesiana de la trayectoria y el instante en que el móvil se encuentra en el punto A $(6,4)$. Justifique sus respuestas.

405) Un sistema plano de fuerzas no concurrentes tiene como centro de reducción el origen de coordenadas y resulta ser $\overline{F_1}(0,0)=(100\,,100)N,\quad M^{(0,0)}=-30Nm$. Un segundo sistema plano de fuerzas tiene como centro de reducción el punto $A(1,2)$ y resulta $\overline{F_2}(1,2)=(100,100)N,\quad M^{(1,2)}=-30Nm$. Determine si ambos sistemas son equivalentes. Justifique su respuesta.

406) Determine los valores de m para que el punto de intersección de la recta $3x+4y=4m-7$ con la recta $x-4y=m+3$ esté en el primer cuadrante. Justifique su respuesta.

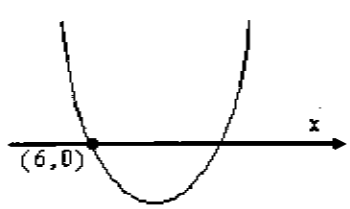
407) Determine los valores de a y b para que el polinomio $p(x)=x^4-3x^3+2x^2+ax+b$ sea divisible por $q(x)=(x+1)(x-2)$. Justifique su respuesta.

408) Sean las <u>funciones bivectivas</u> $f:\Re-\{-2\}\rightarrow\Re-\{3\}\;/\;f(x)=\dfrac{ax+24}{8x+b}$, g polinómica de primer grado de dominio $\Re-\{k\}$ y la correspondiente función compuesta $fog:\Re-\{k\}\rightarrow\Re-\{3\}\;/\;fog(x)=\dfrac{9x}{3x+1}$. Determine la función **g** (con su respectivo dominio). Justifique su respuesta.

409) La figura muestra la gráfica representativa de la función cuadrática:

$f:\Re\rightarrow\Re\,/\,f(x)=x^2-(3p-5)x+11p-3$

Determine las coordenadas del **vértice**. Justifique su respuesta.



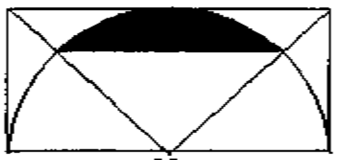
410) Determine el conjunto solución de: $\log|2x+5|\le 1$. Justifique su respuesta.

411) Una pieza rectangular de hojalata tiene un largo igual al doble de su ancho. En cada esquina se cortan cuadrados de 2 cm de lado y los extremos se doblan hacia arriba para formar una caja (sin tapa) cuyo volumen es 480 cm^3. ¿Cuáles son las dimensiones de la pieza original de hojalata? Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE PRIMER PARCIAL

Año 2008

412)



M

Calcule el área sombreada si sabe que el área del rectángulo es **392 cm²**, uno de sus lados mide **28 cm**, **M** es el punto medio de la base que además es el diámetro de la semicircunferencia inscripta. Justifique su respuesta.

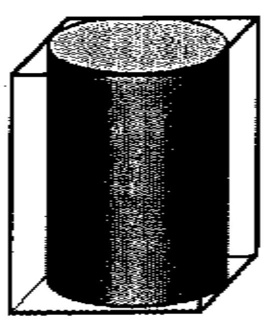
413) Sean las funciones $g: R \to R \,/\, g(x) = 3x + a$ y $f: R \to R \,/\, f(x) = x^2 - x + b$, con a y b reales. Si sabe que 2 es cero de g y de f, determine el conjunto $\{x \in \Re / (f \circ g)(x) > 0\}$. Justifique su respuesta.

414) Dada $h: \Re \to I_h \,/\, h(x) = 3^{2x+3} - 1$, determine la función inversa y obtenga su dominio. Justifique su respuesta.

415) Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y determine el conjunto solución utilizando el método de eliminación de Gauss. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + 2y + z = 2 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

416)



Calcule el área total del <u>cilindro inscripto</u> en el prisma recto de base cuadrada y volumen de **8,1 m³**, si se sabe que la longitud de la altura excede en **9,1 m** a la longitud del lado de la base. Justifique su respuesta.

417) Dadas $f:\Re \to \Re / f(x)=2x-3$ y $g:\Re-\{-2\} \to \Re / g(x)=\dfrac{x}{x+2}$ defina la función $(f \circ g)^{-1}$ indicando el dominio y la imagen de esta última. Justifique su respuesta.

418) Determine los valores reales de la constante t, de modo que la ecuación cuadrática $tx^2+(t-2)x+t=0$ no admita raíces reales. Justifique su respuesta.

419) Determine el conjunto solución de: $\dfrac{1}{3}\ln\left(3^{2x-1}\right)+\dfrac{1}{x}\ln 9 = x\ln 3$. Justifique su respuesta.

420) Si sabe que $h=\dfrac{|a+2|}{a+2}$, $a>-2$, determine para la siguiente función f:

a) El dominio de la función.

b) Los ceros de la función.

c) Gráfica de la función y conjunto imagen; con

$$f:D_f \to \Re / f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & si \;\; x>h \\ -\dfrac{2}{3}|x+3|+\dfrac{1}{3} & si \;\; x \le h \end{cases}$$

Justifique su respuesta.

421) Dado el polinomio $p(x)=8x^4-12x^3+(h+k)x^2+23x+h+7k$, determine h y k si se sabe que 2 y $-\dfrac{3}{2}$ son raíces simples de $p(x)$. Justifique su respuesta.

422) Determine los valores reales de la constante **k** tal que el sistema dado sea <u>incompatible</u>.

$$\begin{cases} x+(k+2)\,y=1 \\ 2x-k\,y=k \end{cases}$$

Justifique su respuesta.

423) Carlos puede pintar una silla en 3 horas. Juan puede pintar una silla del mismo tamaño en 2 horas y media. Trabajando juntos: ¿cuánto tiempo tardarán en pintar 10 sillas? Justifique su respuesta.

424) Dadas $g \circ f : \Re \rightarrow \Re / (g \circ f)(x) = 4x^2 - 2x + \dfrac{13}{4}$ y $g : \Re \rightarrow \Re / g(x) = x^2 + 3$, con f función lineal con pendiente positiva; obtenga la fórmula de f. Justifique su respuesta.

425) Sea **p(x) = (270 - 3 x^2 – 3 x).q(x)** , si **q(x)** es un polinomio mónico de segundo grado donde la suma de sus raíces reales es **16** y el respectivo producto **63**.
Factorice el polinomio **p(x)**. Justifique su respuesta.

426) Sea $f : D_f \rightarrow \Re / f(x) = \begin{cases} e^x - 2 & si \ \ x \in A \\ ax + b & si \ \ x \leq -2 \end{cases}$ con $A = \{x \in \Re / x^2 + x^3 > 0\}$,

$f(-2) = -2$ y $f(-4) = 0$.

Determine:

a) El dominio de la función.
b) Los valores de a y b.
c) Gráfica de la función y conjunto imagen.

Justifique su respuesta.

427) La función $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, alcanza en $x = -2$ y en $x = 4$ el valor 10. Si la ordenada al ordenada al origen es 2, determine la fórmula de f. Justifique su respuesta.

428) Determine el conjunto solución de $\left| \dfrac{12}{2 - 5x} \right| < 1$. Justifique su respuesta.

429) Determine los ceros de $f : D_f \rightarrow \Re / f(x) = | \log(3x - 1) | - 1$. Justifique su respuesta.

430) El período de un péndulo simple varía directamente con la raíz cuadrada de la longitud del péndulo. Si el período es 3,2 segundos cuando la longitud es 12,5cm; encuentre el período cuando la longitud es igual a 20,2cm.

431) Dadas $f : D_f \rightarrow I_f / f(x) = e^x$ y $(f^{-1} \circ g) : \Re \rightarrow \Re_0^+ / (f^{-1} \circ g)(x) = \dfrac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$,

obtenga: a) La función g, indicando su dominio e imagen.

b) El valor $(g \circ g)(1)$. Justifique su respuesta.

432) Dada una función cuadrática cuyo vértice es $(1\,,2)$ y que pasa por el punto $(5\,,4)$, determine la fórmula de la función. Justifique su respuesta.

433) Encuentre el conjunto solución de $\frac{1}{2}\log_{x+4}(16-2x)=1$. Justifique su respuesta.

434) El coeficiente principal de un polinomio de grado 3 es 4, el término independiente es -16, si $x_1=2$ es raíz doble, encuentre el polinomio. Justifique su respuesta.

435) Dadas las funciones:

- $f: D_f \to \Re^+ / f(x) = C\,a^x$ donde $f(0)=3$ y $f(2)=12$
- g tal que es una función lineal que verifica: $g(1)=-1$ y $g(-1)=2$
- $h: D_h \to \Re / h(x) = 16^{x^2-4} - 32^{2x-2}$

Determine: a) los ceros de la función h.

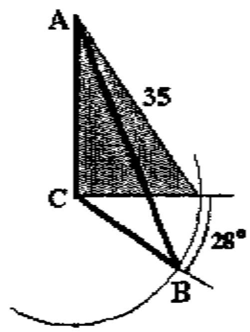
b) la función $g \circ f^{-1}$.

Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE SEGUNDO PARCIAL

Año 2008

436)



Calcule la longitud del lado **AB**, si el área del triángulo rectángulo sombreado es **294 cm²**, la hipotenusa mide lo indicado y el arco de circunferencia representado tiene centro en **C**. Justifique su respuesta.

437) Dadas las funciones: $f : \Re \to \Re / f(x) = 2x - 2x^3$ y $g : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \Re / g(x) = tg\ x$; determine los ceros de $f \circ g$. Justifique su respuesta.

438) Un móvil con vector posición $\overline{r_0} = (50,0)m$, tiene un vector velocidad inicial $\overline{v_0} = (100,200)\frac{m}{s}$. A los 30 segundos impacta contra una pared y su velocidad después del impacto es $\overline{v_i} = (-80,100)\frac{m}{s}$.

Calcule: 1) el vector posición en el momento del impacto; 2) el vector velocidad al llegar suelo; 3) el vector posición en ese instante; 4) la distancia horizontal entre los puntos de partida y llegada. $\left|\overline{g}\right| = 10\frac{m}{s^2}$. Se desprecia la resistencia del aire. Justifique sus respuestas.

439) Dado el vector $\bar{v} = 2\,\breve{i} + t\,\breve{j}$, determine $t \in R^-$ de modo que la proyección de $\bar{v}$ sobre $\bar{w} = 4\,\breve{i} + 3\,\breve{j}$ sea un vector de módulo 3. Justifique su respuesta.

440) Una partícula se mueve por una trayectoria circular, centrada en el origen, a velocidad angular constante y sentido antihorario. La ecuación que describe la ordenada de la posición en función del tiempo es: $y = 3\,sen\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$, con t en segundos. Determine el menor valor de t para el cuál la posición partícula tiene ordenada $\frac{3}{2}$. Justifique su respuesta.

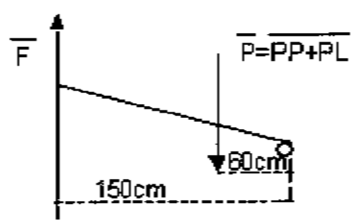
441) Dado un sistema plano de fuerzas, obtenga el sistema equivalente al tomar el punto A como centro de reducción. Justifique su respuesta.

$\overline{F_1}(1,1) = (50,-50\sqrt{3})N, \overline{F_2}(-1,-1) = (100,100)N,$

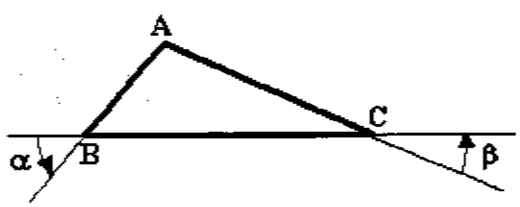
$\overline{F_3}(0,-3) = (50,50\sqrt{3})N, M = -100Nm$

$A = (2,5)m$

442) Un obrero transporta ladrillos en una carretilla. La suma del peso propio de la carretilla y los ladrillos es una fuerza vertical cuya recta de acción se encuentra a 60 cm de su rueda de apoyo. El obrero realiza una fuerza vertical hacia arriba de 750 N y su recta de acción se encuentra a 150 cm de la rueda anterior. Si cada ladrillo pesa 2,5 N y el peso propio de la carretilla es de 165 N, encuentre el número de ladrillos que transporta. Justifique su respuesta.



443)



Calcule la longitud del lado **AC** del triángulo sabiendo que el lado **AB** mide **440 cm**, y además: $\cos^2 \alpha = 351/400$ y $\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 1/5$
Justifique su respuesta.

444) Dadas las funciones: $f: \Re \to \Re / f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ y $g: [0,2\pi) \to \Re / g(x) = \cos x$

Determine $x \in D_g / (f^{-1} \circ g)(x) = sen^2 x$. Justifique su respuesta.

445) Dos trenes parten simultáneamente de una estación en direcciones tales que forman un ángulo de 40º entre ellas. Uno circula a velocidad constante de17 km/h y el otro viaja también a velocidad constante de 22 km/h. Determine a qué distancia se encuentran separados después de dos horas y media de viaje. Justifique su respuesta.

446) Sean los vectores $\vec{v} = (2,-1)$ y $\vec{w} = (t, 3)$, halle los valores reales de t para que la proyección de $\vec{v} + \vec{w}$ sobre $\vec{v}$ sea el vector $6\vec{i} - 3\vec{j}$. Justifique su respuesta.

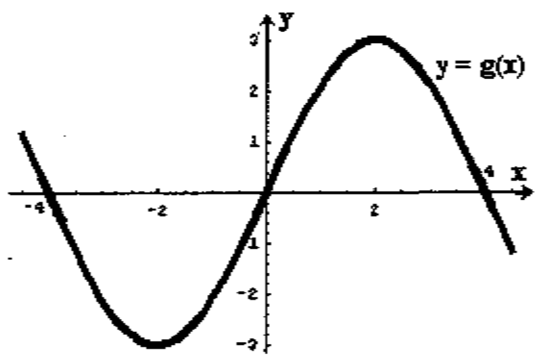
447) Equilibre el sistema de fuerzas plano, aplicado a un punto material.

$\overline{F_1} = (-30,-30)N$ $\overline{F_2} = (10,60)N$ $\overline{F_3} = (30,40)N$ $\overline{F_4} = (30,210^0)N$

Justifique su respuesta

448) Determine las constantes reales positivas **c** y **k**, y luego el conjunto:

$\{ x / x \in R \wedge | f(x) | > 8 \}$



Se sabe que:
g : R → R / g(x) = c *sen* (k x − 2π)
y su curva grafica está representada a la izquierda.

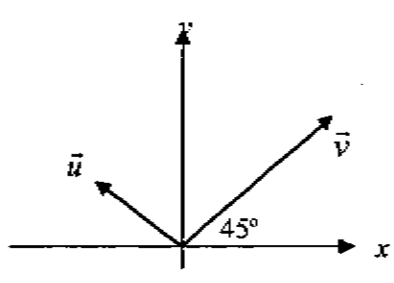
f : R → R / es una función polinómica de primer grado.

La función compuesta es:
g o f : R → R / g o f(x) = 3 *sen* (-5π x + 2π)

Justifique su respuesta.

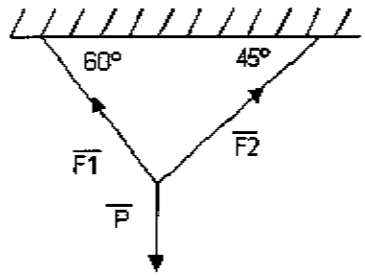
449) Determine los valores reales de t para que α pertenezca al primer cuadrante; sabiendo que: $sen\alpha = \dfrac{4t-5}{2}$ y $\cos ec\alpha = \dfrac{6t-1}{1+2t}$. Justifique su respuesta.

450) Un alambre de dos metros de longitud se dobla formando un triángulo. Si dos de sus lados miden 80 cm y 50 cm, determine el área del triángulo. Justifique su respuesta.

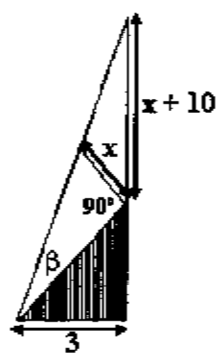


451) Dados $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tales que $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 5$ y $\vec{u} \perp \vec{v}$; determine analíticamente $\vec{u} + \vec{v}$. Justifique su respuesta.

452) Un peso de 500N está soportado por dos cables de acero, según muestra la figura. Determine las fuerzas que realizan los cables para equilibrar el sistema. Justifique su respuesta.



453)



Utilizando la fórmula: $tg\,(\alpha + \beta) = \dfrac{tg\ \alpha + tg\ \beta}{1 - tg\ \alpha \,.\, tg\ \beta}$, determine **x** si sabe que el área del triángulo sombreado es $6\ \text{cm}^2$. Justifique su respuesta.

454) Un deportista dispara su rifle con el objeto de impactar en un plato lanzado por una máquina disparadora. El proyectil tiene un vector posición $\overline{r_0} = (0,2)m$ y su vector velocidad inicial es $\overline{v_0} = \left(100, 100\sqrt{3}\right)\dfrac{m}{s}$. El plato es impactado 0,1 segundo después del disparo.

Calcule: 1) el ángulo de inclinación inicial de la trayectoria del proyectil. 2) el vector posición del proyectil en el momento del impacto. 3) el vector velocidad del proyectil en el momento del impacto. 4) ¿el proyectil impacta al plato antes o después de alcanzar la altura máxima del tiro libre oblicuo correspondiente? Se desprecia la resistencia del aire. Justifique su respuesta.

$|g| = 10\dfrac{m}{s^2}$

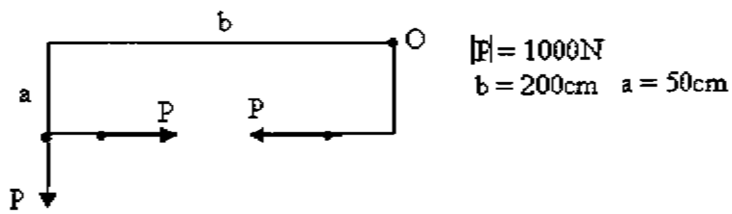
455) Sean los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, si sabe que $\vec{b} = 2\,\breve{i} - 3\,\breve{j}$ y $\overline{Proy\ \vec{a}_{\vec{b}}} = -\dfrac{1}{3}\vec{b}$.

Calcule el producto escalar $\vec{a}\vec{b}$. Justifique su respuesta.

456) Determine, analíticamente, el intervalo en el cuál la gráfica de

$g:[0\,,2\pi]\to\Re\,/\,g(x)=e^{-2\,senx}-1$ alcanza valores positivos. Justifique su respuesta.

457) La estructura de acero de la figura puede girar con respecto al punto de suspensión O. Indique cuál es el par a aplicar en dicho punto para que la estructura se encuentre en equilibrio. Justifique su respuesta.



458) Dadas $f:D_f\to I_f\,/\,f(x)=\ln x$ y $g:D_g\to I_g\,/\,g(x)=senx$, determine los conjuntos D_f, I_f, $D_g\subset[0\,,4\pi]$ e I_g de modo que exista la función $f\circ g$. Luego obtenga la función $f\circ g$ con sus correspondientes conjuntos dominio e imagen. Justifique su respuesta.

459) Las intensidades de dos señales eléctricas están gobernadas por las ecuaciones: $s_1(t)=sen(10\pi\,t-\pi)$ y $s_2(t)=\cos(10\pi\,t-\pi)$, con t medido en segundos. Determine para $0{,}05\le t\le 0{,}2$ segundos los instantes en que ambas señales son iguales en intensidad. Justifique su respuesta.

460) Una partícula varía su posición en función del tiempo de acuerdo con las ecuaciones: $y=\frac{3}{4}t$, $x=t$, con $t\ge 0$, determine:

a) el vector posición en función del tiempo.

b) la expresión cartesiana de la trayectoria.

c) los vectores posición en los instantes $t_1=4$, $t_2=8$, $t_3=12$

d) el vector desplazamiento entre los instantes t_1 y t_2, t_2 y t_3

e) de acuerdo con el resultado obtenido en d) confirme si el movimiento es MRU o MRUV.

f) determine el vector velocidad y su módulo.

Las unidades de longitud y tiempo son m y s, respectivamente. Justifique su respuesta.

461) Dados los vectores $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ y $\vec{b} = -2\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$, calcule $\vec{x} \,/\, |\vec{x}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ y $\vec{x} \perp \vec{a} + \vec{b}$. Justifique su respuesta.

462) Dado un sistema plano de fuerzas no concurrentes, encuentre el sistema equilibrante a aplicar en el centro de reducción $A(2,-2)$.

$\overline{F_1}(1,1) = (100N, 240^\circ), \overline{F_2}(3,1) = (100N, 300^\circ), \overline{F_3}(-1,5) = (200N, 60^\circ)$.

Justifique su respuesta.

463) Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8 metros del suelo y observa el edificio de enfrente de la siguiente manera: la parte superior, con un ángulo de elevación de 35° y la parte inferior, con un ángulo de depresión de 43°. Determine la altura del edificio de enfrente. Justifique su respuesta.

464) Dos bolas se lanzan hacia arriba, la primera con velocidad inicial $v_{01} = 10\dfrac{m}{s}$ y la segunda 1 segundo más tarde y a una velocidad inicial $v_{02} = 20\dfrac{m}{s}$. La aceleración de la gravedad es $|\vec{g}| = 10\dfrac{m}{s^2}$. Determine a) la altura máxima que alcanza la primera bola. b) el instante en que la primera bola se encuentra con la segunda. c) la altura del encuentro y la velocidad de cada una en ese momento. Justifique su respuesta.

465) Dados los vectores $\vec{a} = (k\,, 2\sqrt{3})$ y $\vec{b} = (4\,, 0)$; halle $k \in \Re$ de modo que el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sea $\dfrac{2\pi}{3}$. Justifique su respuesta.

466) La reducción de un sistema plano de fuerzas a un punto $A(3,-3)$ es:

$\sum \overline{F_{ix}} = 100N, \sum \overline{F_{iy}} = -100N, \sum M_{Fi}^{A} = 200Nm$

Determine la resultante única del sistema cuya coordenada $x_R = 3$. Justifique su respuesta.

467) Se dispara un proyectil con vector velocidad inicial $\overline{v_0} = (40,30)\dfrac{m}{s}$, determine: a) la altura máxima. b) el alcance. c) verifique que el proyectil supera un muro de altura 20m ubicado a una distancia horizontal de 200m del sitio de disparo. Justifique su respuesta.

468) El ángulo que forman dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es 60º; calcule $|\vec{b}|$ si sabe que $\vec{a} = 4\,\breve{i} - 3\,\breve{j}$ y $\overline{\Pr oy\ \vec{b}_{\vec{a}}} = \dfrac{1}{4}\,\vec{a}$. Justifique su respuesta.

469) Sobre un punto material está aplicado el sistema plano de fuerzas:

$\overline{F_1}(0,0) = \left(\left|\overline{F_1}\right|, \alpha_1^0\right)$, $\overline{F_2}(0,0) = \left(50N, 300^0\right)$, $\overline{F_3}(0,0) = \left(100N, 90^0\right)$,

La fuerza equilibrante del sistema es $\overline{E}(0.0) = (-50,-100)N$. Se pide determinar analíticamente la fuerza $\overline{F_1}$. Justifique su respuesta.

470) Dadas las siguientes funciones: $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R} \,/\, f(x) = 2\,sen(3x+\pi)$ y

$r : \mathrm{R} \to \mathrm{R} \,/\, r(x) = x^2 - x$, determine:

a) $(r \circ f)(-\frac{\pi}{2})$ (de el valor exacto).

b) Los ceros de la función $y = f(x) - \dfrac{1}{f(x)}$, $x \in \left(-\dfrac{\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Justifique su respuesta.

471) Dados los vectores $\vec{v} = \mathrm{k}\,\breve{i} + 72\,\breve{j}$ y $\vec{w} = 4\,\breve{i} + 3\,\breve{j}$. Determine $\mathrm{k} \in \Re \,/\, \cos\alpha = \dfrac{4}{5}$, siendo α el ángulo que forman los dos vectores. Justifique su respuesta.

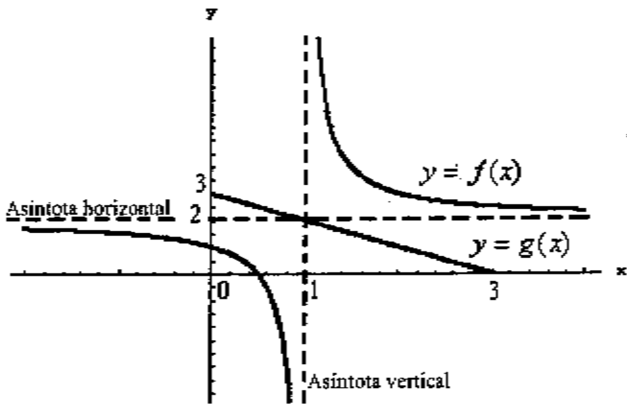
472) Una partícula se encuentra sobre un plano horizontal, sobre ella se aplican dos fuerzas planas $\overline{F1} = (100N, 45°)$, $\overline{F2} = (100N, \alpha°)$, la fuerza resultante es $\overline{R} = \left(\left|\overline{R}\right| N, 90°\right)$. Determine la intensidad de la fuerza resultante y el argumento α de la fuerza $\overline{F2}$.
Justifique su respuesta.

473) Sean las funciones $f: A \rightarrow B / f(x) = arcsen(2x-5)$ biyectiva y $g: C \rightarrow D / g(x) = arctg \dfrac{2}{x^2 - 1}$ biyectiva. Determine los conjuntos A, B y C y halle el conjunto $I = (A \cap B) \cup C$. Justifique su respuesta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE EXAMEN FINAL

Año 2008

474) a) A partir de las gráficas siguientes encuentre las expresiones de f y g con sus correspondientes dominio e imagen. b) Calcule el valor de $(g^{-1} \circ f^{-1})(3)$. Justifique sus respuestas.



$f : D_f \to I_f \,/\, f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

con $f(0) = 1$ y $a = 2$

$g : D_g \to I_g \,/\, g(x) = mx + n$

475) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: $\dfrac{x}{x-1} - 6\sqrt{\dfrac{x}{x-1}} = 40$.

Justifique su respuesta.

476) Resuelva la siguiente inecuación: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|3-2x|} > \dfrac{2^{\frac{1}{2}} - 1}{-64^{\frac{1}{3}} + 4 \,.\, 2^{\frac{1}{2}}}$ Justifique su respuesta.

477) En el mismo instante (y en un mismo plano) se disparan 2 proyectiles, uno desde el punto $A = (0,0)\,m$ con un vector velocidad $\overline{v_{0A}} = (200,200)\dfrac{m}{s}$ y el otro desde el punto $B = (200,0)\,m$, con un vector velocidad $\vec{v}_{0B} = \left(v_{0Bx}\,, -\sqrt{3}\,v_{0Bx}\right)\dfrac{m}{s}$, si $|g| = 10\dfrac{m}{s^2}$ Determine:

a) La velocidad v_{0Bx} para que ambos proyectiles se encuentren. b) El tiempo transcurrido hasta el encuentro. c) La altura alcanzada en ese instante. d) El vector velocidad de cada proyectil en el instante del encuentro. Justifique su respuesta

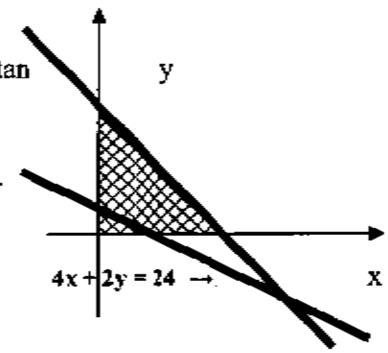
478) Determine los valores reales de la constante k para los cuales el sistema dado es incompatible. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} x+k\,y=1 \\ 19x+\left(k^3-30\right)y=3\,k^2-12 \end{cases}$$

479) Un asta de bandera está enclavada en lo alto de un edificio. Desde un punto situado en el suelo, a 15 metros del edificio, se observa el techo del edificio según un ángulo de elevación de 60° y la punta del asta según un ángulo de elevación de 62°. Calcule la longitud aproximada del asta. Justifique su respuesta.

480) Sean los puntos del plano $A(0\,,3)$ y $B(0\,,-1)$. Determine analíticamente las coordenadas del punto *C*, tal que *ABC* sea un triángulo equilátero. Justifique su respuesta.

481) Determine las coordenadas del punto donde se cortan las rectas representadas, si sabe que $(10+5\sqrt{2})$ es el perímetro del triangulo rectángulo isósceles (sombreado). Justifique analíticamente su respuesta.



482) Dadas las funciones $f: D_f \rightarrow \Re \,/\, f(x)=\log(3x)$ y $g:\Re \rightarrow \Re \,/\, g(-1)=1$ y $g(1)=5$, siendo *g* una función lineal; determine el conjunto solución de la inecuación: $10^{f(x)} \leq -g^{-1}(x)$. Justifique su respuesta.

483) Factorice el polinomio mónico $p(x)$, de tercer grado, si se sabe que dos de sus ceros son los del polinomio $q(x)=6x^2+x-1$ y $p(1)=3$. Justifique su respuesta.

484) Un proyectil se dispara desde el punto $A=(0,0)\,m$ con vector velocidad $\overline{v_{0A}}=(200,200)\dfrac{m}{s}$, al llegar a su altura máxima sobre él impacta otro proyectil. Como resultado del impacto el primer proyectil se dispara, moviéndose en el mismo plano, con un vector velocidad $\overline{v_A}=\left(v_{Ax},0\right)\dfrac{m}{s}$. Determine: a) El tiempo en que alcanza su altura máxima.

b) La altura máxima alcanzada en ese instante. c) La velocidad v_{Ax} que debe adquirir luego del impacto, para tocar tierra en el punto A. d) El vector velocidad del proyectil en ese instante. Justifique su respuesta.

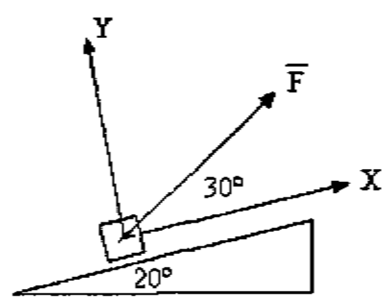
485) Dados los vectores $\breve{u} = \frac{1}{2}\breve{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\breve{j}$ y $\breve{v} = t\,\breve{i} - t\,\breve{j}$, determine, si existen, los valores reales de t de modo que $(\vec{u} + \vec{v}) \perp (\vec{u} - \vec{v})$. Justifique su respuesta.

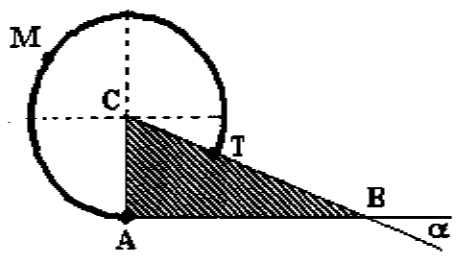
486) Determine la ecuación de la asíntota vertical de la función $f : D_f \to I_f \,/\, f(x) = \dfrac{ax+2}{bx-5}$ si sabe que su gráfica contiene al punto $(1\,,6)$ y la ecuación de su asíntota horizontal es $y = 3$. Justifique su respuesta.

487) Determine el conjunto solución de la ecuación:

$$2\left(senx + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 3\left|senx + \frac{1}{2}\right|,\ x \in [0\,,2\pi).$$ Justifique su respuesta.

488) Un bloque se arrastra hacia arriba por un plano inclinado 20° sobre la horizontal con una fuerza F que forma un ángulo de 30° con el plano. Determine: a) El valor de F para que su componente Fx, paralela al plano, sea de 16 N. b) El valor de la componente Fy perpendicular al plano. Justifique sus respuestas.





489) Calcule el área del triángulo rectángulo **ACB** (rayado), si se sabe que la longitud del arco de circunferencia **AMT** (no incluido en el triángulo) es de **32 π cm** y **α = 18°**. (**C** es centro de la circunferencia). Justifique su respuesta.

490) El producto de dos números reales es **70** y la diferencia de los recíprocos es igual al triple del recíproco del producto de esos números. Calcule dichos números. Justifique su respuesta.

491) Determine el dominio de la función: $f(x)=\dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{x^2-9}\right)}{\sqrt{|1-2x|-4}}$. Justifique su respuesta.

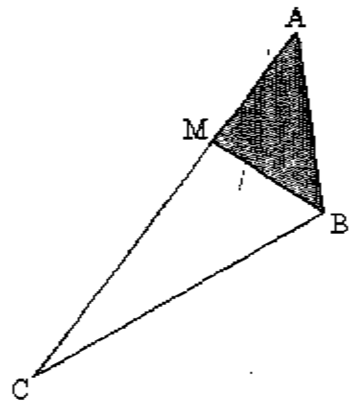
492) Dadas $f:\Re\to\Re / f(x)=2x+3$ y $f\circ g:\Re-\{1\}\to\Re-\{1\}/(f\circ g)(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$, defina la función g^{-1}, indicando su dominio e imagen. Justifique su respuesta.

493) Dados los vectores $\vec{a}=(2h+k\ ,2)$ y $\vec{b}=(-1\ ,3h-k)$; determine h y k tales que: $\vec{a}\perp\vec{b}$ y la primera componente de $\vec{a}+\vec{b}$ es 3. Justifique su respuesta.

494) Una gota cae desde una canilla hasta llegar al piso. En dos instantes diferentes t_1 y t_2, la velocidad de la gota es $v_1=2\dfrac{m}{s}$ y $v_2=4\dfrac{m}{s}$; y al llegar al suelo es $v_s=5\dfrac{m}{s}$.

Calcule: 1) la altura desde donde cae la gota. 2) la diferencia de altura entre los instantes t_1 y t_2. Justifique su respuesta. Se desprecia la resistencia del aire. Considere $|g|=10\dfrac{m}{s^2}$

495) Determine la medida de lado BC, sabiendo que: AB = 10 cm, BM es la altura correspondiente al lado AC, el área sombreada es 24 cm^2 y el ángulo $\hat{C}=50°$. Justifique su respuesta.



496) Determine el conjunto solución de $x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} - 10 = 0$. Justifique su respuesta.

497) Dadas $f : D_f \to \Re / f(x) = \log_3 x$ y $g : D_g \to \Re / g(x) = |x| - \frac{1}{2}$; halle, si existen, los ceros de la función $g \circ f$. Justifique su respuesta.

498) Dadas $f : \Re \to \Re / f(x) = 2|x-2| - 1$ y $g : \Re \to \Re / g(x) = 3^{|2x-1|} - 3$; determine el conjunto: $\{x \in \Re / f(x) < 0\} \cap \{x \in \Re / g(x) > 0\}$ Justifique su respuesta.

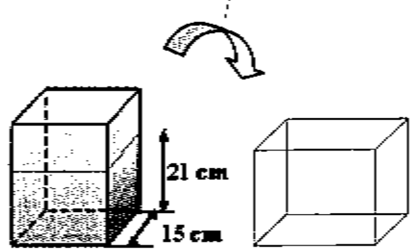
499) Si $p(x) = x^3 - 4x + 5$, obtenga los valores reales de a y b tales que:
$p(x) + p(x+2) = (a+b)x^3 + (2a-b)x^2 + 4x + 10$. Justifique su respuesta.

500) Resuelva la siguiente ecuación: $2\,sen(2x) - 2\cos x = \sqrt{3} - 2\sqrt{3}\,senx$, $x \in [0, 3\pi)$. Justifique su respuesta.

501) Un móvil desarrolla un MRUV con $v_0 = 16\frac{m}{s}$ y $a = -2\frac{m}{s^2}$ hasta llegar a detenerse; y posteriormente adquiere una $a = -8\frac{m}{s^2}$. Determine: 1) el tiempo que tarda en detenerse. 2) la velocidad que tiene en el instante en que pasa por el punto de partida. Justifique su respuesta.

502) Si se voltea lateralmente el prisma de base rectangular, que contiene **7/12** partes de su volumen de agua en su interior (ver figura); ¿cuál es la altura que alcanza el líquido en esta nueva posición? Dato: el área total del prisma es de **2406 cm²**.

Justifique su respuesta.



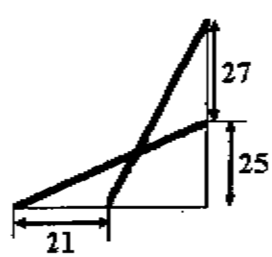
503) Dos magnitudes son directamente proporcionales, con constante de proporcionalidad k=3. Si una de ellas disminuye en 18 unidades; ¿cómo debe variar la otra para mantener la proporcionalidad? Justifique su respuesta.

504) Sean las funciones biyectivas: $f: \Re-\{-2\} \rightarrow \Re-\{3\}$ / $f(x) = \dfrac{ax+24}{8x+b}$, g polinómica de primer grado de dominio $\Re - \{k\}$ con coeficiente independiente **5** y la correspondiente función compuesta: $fog : \Re - \{k\} \rightarrow \Re-\{3\}$ / $fog(x) = \dfrac{24x+18}{8x+7}$.

Determine la función **g** (con su respectivo dominio). Justifique su respuesta.

505) Sea $f : D_f \rightarrow \Re / f(x) = \log_a x$, $(a > 0 \wedge a \neq 1)$, determine $a \in \Re$ tal que: $f(a^2) = 5 - \log_a 512$. Justifique su respuesta.

506) La hipotenusa de ambos triángulos rectángulos tiene igual medida. Calcule su longitud. Justifique su respuesta.



507) Resuelva la siguiente inecuación: $\dfrac{|1-2x|}{x^2-6x+8} > 0$. Justifique su respuesta.

508) Halle los polinomios de segundo grado $p(x)$ y $q(x)$ tales que: $p(x)-q(x)=11x$ y $p(x)+q(x)-2x^2=16-7x$. Luego, calcule las raíces del polinomio $p(x)-4\,q(x)$. Justifique su respuesta.

509) Sea la función exponencial $g: R \to I_g \,/\, g(x) = a\,.b^x + 3$, con $g(1) = 98$ y $g(2) = 478$. Determine las constantes **a** y **b** reales positivos y los conjuntos: I_g y

$A = \left\{ x \,/\, x \in D_{g^{-1}} \;\wedge\; 2\,g^{-1}(x) = \log_b \dfrac{x+39}{a^2} \right\}$. Justifique su respuesta.

510) Encuentre analíticamente la medida del ángulo agudo que determinan las rectas cuyas ecuaciones son:

$y=\sqrt{3}x+2$ e $y=-x+4$. Justifique su respuesta.

511) Dados los vectores $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$; tales que: $\vec{a} = -4\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$ y el ángulo que determinan $\vec{a}$ y $\vec{c}$ es $\dfrac{3\pi}{4}$. Calcule $|\vec{a}|$, si se sabe que $\vec{a}$ es ortogonal a $\vec{b}-\vec{c}$. Justifique su respuesta.

RESPUESTAS Año 2004

Primer Parcial

1) 5 cm *

2) $S = [-3\,,-1) \cup (-1\,,1]$ *

3) $m = -1$

4) 21, 43 kg del brasilero y 8,57 kg del colombiano *

5) 14 y 16

6) $S = \varnothing$

7) aproximadamente 1185491 habitantes *

8) $f^{-1}: \Re - \{2\} \rightarrow \Re - \left\{\dfrac{3}{8}\right\} / f^{-1}(x) = \dfrac{-\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4}x}{2x-4}$ AV: $x = 2$ AH: $y = \dfrac{3}{8}$ *

9) A = 24 cm^2

10) $S = (-\infty\,,-4] \cup (1\,,+\infty)$

11) $p(x) = 2\,(x-1)(x-2)(x+3)$ *

12) 75 metros por 60 metros *

13) $c = 3$

14) $S = \{-1\}$ *

15) 5 horas

16) $h^{-1}: [0\,,1] \rightarrow [1\,,2] / h^{-1}(x) = -\sqrt{x} + 2$ o bien $h^{-1}: [0\,,1] \rightarrow [2\,,3] / h^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2$ *

17) $R = \sqrt[3]{12}$ cm *

18) $x \in (-\infty\,,-3) \cup (7\,,+\infty)$

19) 12 monedas de 5 cvs, 20 monedas de 10 cvs, 8 monedas de 25 cvs *

20) $h = -4$, $k = -12$, $x = -3$

21) $S = \{4\,,9\}$ *

22) $Dh \cap Dt = (-1\,,0) \cup (0\,,1)$ *

23) $x = \ln\sqrt{2}$ *

24) 80π cm^2

25) $p(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$

26) 30 monedas de 20 cvs, 15 monedas de 5 cvs, 20 monedas de 10 cvs

27) $\alpha = -\dfrac{1}{5}$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

28) $S = \varnothing$

29) $D = (6, +\infty) \quad x = 7$ *

30) $(g \circ h^{-1})(1) = e^{-1}$

31) 2 cm

32) $S = (-3, +\infty) - \{-2\}$

33) $p(x) = 2\,(x+2)^2(x-1)$

34) 345

35) $k \in (-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$

36) $\dfrac{x}{x-3}$

37) $f + g : [0, 2] \to \Re / (f+g)(x) = -2x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$ *

38) No tiene ceros

39) $40 + 40\sqrt{2}$ metros

40) $S = (1, 2) \cup \{0\}$

41) $x = \dfrac{1}{8}$

42) 623

43) $h = 0 \wedge k = 0$ ó $h = 1 \wedge k = -2$

44) $S = \varnothing$ *

45) aproximadamente 30 °C *

46) $k = 2$

Segundo Parcial

47) $B = 54°\,27'\,44''$ y $C = 35°\,32'16''$ *

48) 81° 52'

49) $S = \left\{0, \dfrac{3}{2}\pi\right\}$ *

50) aproximadamente 25,47 metros

51) amplitud 4 y período $\dfrac{2}{3}\pi$ *

52) 225 m^2

(*) resueltos en el próximo capítulo

53) $a=\frac{1}{2}\wedge b=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ó $a=-\frac{1}{2}\wedge b=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ *

54) $S=\left\{\frac{\pi}{3},\frac{5}{3}\pi\right\}$ *

55) 47° 48' 17''

56) amplitud 3 y período π.

57) aproximadamente 15,65 cm^2

58) 180°

59) $S=\left\{\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6},\frac{3\pi}{2}\right\}$

60) aproximadamente 11,27 metros

61) amplitud 4 y período $\frac{\pi}{2}$

62) aproximadamente 40,3 metros

63) 70° 33' *

64) $S=\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

65) aproximadamente 1,91 metros

66) 120° *

67) aproximadamente 549 metros *

68) $\frac{27}{10}\breve{i}+\frac{9}{10}\breve{j}$ *

69) $S=\left\{\pi,\frac{3\pi}{2}\right\}$

70) 37° y 53°

71) $k=3$

72) aproximadamente 23,23 metros

73) $-\frac{3}{2}\breve{i}-\frac{3}{2}\breve{j}$

74) $S=\left\{\frac{\pi}{3},\pi,\frac{5\pi}{3}\right\}$ *

75) 203425 m^2

76) 150°

77) aproximadamente 24,2 metros y 49,2 metros *

(*) resueltos en el próximo capítulo

78) $|\bar{a}| = \dfrac{5}{6}$

79) $\lambda = 2$ y $\beta = -4$ *

80) $f(x) = \cos x$, $g(x) = \cos(2x)$, los puntos son: $(0\,,1)$, $\left(\dfrac{2}{3}\pi\,,\,-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(\dfrac{4}{3}\pi\,,-\dfrac{1}{2}\right)$

82) $S = \left\{\dfrac{\pi}{3}\,,\,\dfrac{5\pi}{3}\right\}$ *

Examen Final

83) 3 metros *

84) a) $x \leq 0$ b) $x = e^2 \vee x = e^{-2}$ *

85) $g(x) = 2$, $f(x) = 4\,sen(2x)$, $x \in \left\{\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{5\pi}{12}, \dfrac{13\pi}{12}, \dfrac{17\pi}{12}\right\}$

86) $h = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ *

87) 9 metros

88) 15 del tipo A, 20 del tipo B y 10 del tipo C

89) a) $x \in \left(\dfrac{21}{10}, 12\right)$ b) no tiene ceros

90) $s(x) = 2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$, $t(x) = \sqrt{2}$, $x \in \left\{\dfrac{\pi}{2}\,,\,2\pi\,,\,\dfrac{5\pi}{2}\right\}$ *

91) $\sqrt{2}\,\breve{i} + \sqrt{2}\,\breve{j}$ ó $-\sqrt{2}\,\breve{i} - \sqrt{2}\,\breve{j}$

92) aproximadamente en 1 hora 35 minutos

93) $S = (-2\,,0) \cup \left(0\,,\dfrac{2}{3}\right)$

94) $A = \{\pi\}$ *

95) $p = -12 \wedge q = 16$

96) aproximadamente 2,04 hs

97) $S = (-\infty\,,-2] \cup [0\,,2)$

98) $A = \left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}, \dfrac{7\pi}{4}\right\}$

99) $a = -\dfrac{3}{8} \wedge b = \dfrac{1}{2} \wedge c = \dfrac{15}{8}$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

100) $g \circ f : [0\,,4] \to \left[0\,,\sqrt{2}\right] / (g \circ f)(x) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$ *

101) 7 metros y 24 metros *

102) $S = (-3\,,-1]$

103) 2 metros

104) $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

105) $A = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$

106) $Df = (-\infty\,,2) \cup (4\,,7) \quad If = (-\infty\,,-1) \cup \left[1\,,e^3\right]$ *

107) SCI $S = \{(-5+7t\,,1+3t\,,t), t \in \Re\}$ *

108) $S = \{2\}$

109) $g^{-1} : \Re \to \Re / g^{-1}(x) = 1-(x-1)^3$

RESPUESTAS Año 2005

Primer Parcial

110) 6 cm *

111) $S=\left(-\infty\,,-\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{8}{3}\,,+\infty\right)$

112) $p(x)=-5x^4+10x^3+5x^2-10x$ *

113) pequeños 15 S/kg, medianos 20 $/kg, grandes 25$/kg *

114) $x=0$ *

115) $g\circ f:\Re\to\Re/(g\circ f)(x)=-\frac{9}{2}\,2^x+\frac{1}{2}$ *

116) $x=3 \;\vee\; x=-\frac{1}{2}$ *

117) 264π cm^2 *

118) $S=(-\infty\,,0]\cup[3\,,+\infty)$

119) $r(x)=-8x-1$

120) $\frac{20}{3}$ g. de aleación de 12 quilates y $\frac{10}{3}$ g. de aleación de 18 quilates

121) $m=\sqrt{2} \;\vee\; m=-\sqrt{2}$

122) $f\circ g^{-1}:\Re\to\Re/(f\circ g^{-1})(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{8}$

123) $A(x)=5x-\left(1+\frac{\pi}{4}\right)\frac{x^2}{2}$ *

124) 3m y 5m para el primero, 5m y 7m para el segundo

125) $S=(-\infty\,,-\sqrt{19})\cup(\sqrt{19}\,,+\infty)$

126) $h=\frac{9}{2}$

127) A una le toma 6 hs y a la otra 3 hs *

128) La fuerza se duplica *

129) $D_f=(-1\,,1)$, $x=0$

130) $y=\frac{12}{625}x^2+8$ *

131) 4 cm

132) $\Re-\{1\,,2\,,3\}$

(*) resueltos en el próximo capítulo

133) $a = c = 1 \wedge b = 0$

134) 10 unidades del producto A y 5 unidades del producto B

135) $x = -21$ *

136) $a = -5$ *

137) $x \in [-3, -2) \cup (0, 2]$

138) $B = \left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$ $f^{-1} : \left[\frac{5}{3}, +\infty\right) \to \Re_0^+ / f^{-1}(x) = 1 + \log_3 \frac{x-1}{2}$ *

139) 32,5%

140) $x = 0$

141) $k = \frac{15}{16} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ *

142) $x = -1 \vee x = -8$

Segundo Parcial

143) 40,15 km y 34,29 km *

144) $S = \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

145) $I_f = [-4, 4]$, $k = 2$

146) a) 178,26 metros b) $v(5) = -41{,}2 \frac{m}{s}$ c) 6 segundos *

147) $24\breve{i} - 18\breve{j}$ *

148) $\bar{E}(0,2) = \left(-50, -50\sqrt{3}\right)N$ *

149) 40° 53' 36'' *

150) $A = 4$ y período $\frac{2}{3}\pi$ *

151) a) 45° b) 16326,5 metros c) 4078,4 metros

152) $\vec{a} = 15\,\breve{i} + 20\,\breve{j}$ y $|\vec{a}| = 25$

153) $\vec{u} = 16\,\breve{i} + 4\,\breve{j}$

154) $\bar{F}_1 = \left(50\sqrt{2}, 90°\right)N$ y $\bar{F}_2 = \left(50\sqrt{2}, 180°\right)N$ *

155) $\bar{E}(1{,}3.73) = \left(-50, -50\sqrt{3}\right)N$ *

156) 34,52 metros

157) $A = 5$, $b = \frac{2}{15}\pi$ y $f\left(\frac{23}{4}\right) = -\frac{5}{2}$

(*) resueltos en el próximo capítulo

158) $x \in \left\{0\,,\pi\,,\frac{2}{3}\pi\,,\frac{4}{3}\pi\right\}$ *

159) a) 3,86 s. b) 133,7 m c) -59,6º *

160) $\vec{P} = (300\,,400)\,N$

161) $c \cong 5$ ó $c \cong 12{,}37$ *

162) $S = \left\{\frac{4}{3}\pi\right\}$

163) $\vec{F}(0{,}0) = \left(4\sqrt{3}\ N\,,90^{\circ}\right)$, $\alpha = 120^{\circ}$ *

Examen Final

165) $D_f = [-7\,,-1] \cup [0\,,+\infty)$ $I_f = [-3\,,+\infty)$ $ceros = \{-6\,,-2\,,0\}$ *

166) $15x^4 - 15$

167) $k = 2$, $S = \varnothing$ *

168) a) 81,6 m b) 5,1 m c) 20 m/s

169) $1{,}025\pi\ \text{cm}^3$

170) $D_f = [0\ \ 1) \cup (1\,,4]$ *

171) 15 N *

172) 10 cm *

173) $x^2 - x - 175$

174) $a = 2 \wedge b = 8$ *

175) el perímetro es 34,92 *

176) $\vec{E}(3\,,0) = (-7.5\,,30)\,N$ *

177) $\vec{v} = 24\,\breve{i} + 18\,\breve{j}$

178) $a = 9 \wedge c = -8$

179) $-6 < x \leq 6$ *

180) $h = 6 \wedge k = 17$

181) 195,5 m b) no choca con el muro, pasa a una altura de 7,85 metros

182) 8,18 cm *

183) 4 unidades de arista *

184) $S = \{7\}$ *

185) a) $v(10) = 10\,\frac{m}{s}$, $v(20) = 40\,\frac{m}{s}$, $v(30) = 10\,\frac{m}{s}$ *

(*) resueltos en el próximo capitulo

b) $e(10) = 100\ m$, $e(20) = 350\ m$, $e(30) = 600\ m$

186) $d \cong 14{,}26$ metros *

187) $A = (13,-8)$ *

188) $x = 5$ es raiz única *

189) $A = 2939{,}62$ *

190) $\vec{E}(-1\,,-19) = (10\ N\,,180°)$

191) 4,5 metros *

192) 1,225 metros *

193) $k = \frac{7}{3} \vee k = \frac{3}{2}$ *

194) $S = \{3\}$ *

195) entre 300 metros y 800 metros. *

196) no existe *

197) $k = 15$ *

198) 33,3% *

199) $f(x) = 2^x$, $g^{-1}(x) = \log_4 x$, $x = 0$ *

200) $A = (-1{,}3)$

(*) resueltos en el próximo capítulo

RESPUESTAS Año 2006

Primer Parcial

201) $(f\circ g)^{-1}:\Re-\{-1\}\rightarrow\Re-\{-2\}/(f\circ g)^{-1}(x)=\dfrac{-2x-6}{x+1}$

202) $\dfrac{y-x}{xy}$

203) $a=-7,\ b=14,\ p(x)=(x-1)(x-2)(x-4)$ *

204) 33,3% *

205) $p=-\dfrac{4}{9},\ q=-\dfrac{7}{15}$ *

206) $x\in(0\,,30)$

207) $S=\varnothing$

208) $x=5$ *

209) $(-\infty\,,12)\cup(20\,,+\infty)$

210) $x^3+\dfrac{1}{4x^3}$

211) 84 *

212) 21,46% *

213) vendió 30 artículos a 50$ cada uno *

214) $S=\{(11\,,15)\}$

215) $S=(-2\,,3)$ *

216) $h^{-1}:(2\,,+\infty)\rightarrow\Re/h^{-1}(x)=\dfrac{1+\log_2(x-2)}{3}$ *

217) $g:\Re\rightarrow\Re/g(x)=5x-1$ *

218) 2 horas con 6 minutos

219) $k=81$

220) $A=24\,\text{cm}^2$ *

221) $S=\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$

222) $S=(-\infty\,,-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5}\,,+\infty)$

223) $\{-1\}$

224) $\varnothing$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

225) $\dfrac{-3}{(2+x+h)(2+x)}$

226) $a=-4$, $b=-4$, $r=-40$

227) a) 200 aves, b) 38,3 años, c) 11200 aves *

228) 493,05 gramos *

229) $x=5 \ \vee \ x=13$

230) admite raíces reales y distintas

231) $2 \ \sqrt[3]{\dfrac{4}{3}}$ cm

232) $S=\left(-\infty\,,-\sqrt{11}\right]\cup\left[\sqrt{11}\,,+\infty\right)$

233) $h=-11$ *

234) 2 cm *

235) $\dfrac{a-2}{a-5}, a\neq 0 \wedge a\neq 5$

236) 25 ml y 50 ml

237) $(0 \ \ 3)\cup\{-1\}$ *

Segundo Parcial

238) 190,78 km y 27° *

239) $S=\left\{\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right\}$ *

240) $1-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

241) a) 0,756 segundos b) $v_1(0)=7{,}41\,\dfrac{m}{s}$ c) $t(e)=0{,}378$ segundos

242) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\,\breve{i}+\dfrac{3}{2}\,\breve{j}$ *

243) $t=1 \ \vee \ t=-2$

244) $\bar{F}_1(0{,}0)=(50\ N{,}60^{\circ})$ *

245) 90,55 km y 64,57 km *

246) $S=\left\{\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3}{2}\pi\right\}$

247) $\left[-\sqrt{2}\,,0\right)\cup\left(0\,,\sqrt{2}\right]$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

248) a) 5 s. b) 112,5 m. c) $22{,}5\frac{m}{s}$ *

249) $P = \left(0\,,\dfrac{16}{5}\right)$

250) $\dfrac{3}{5}\,\breve{i} - \dfrac{9}{5}\,\breve{j}$

251) $\bar{E}(1{,}2) = (100\,,0)\,N \qquad M_e^{(1,2)} = 100 + 30\sqrt{2}\ \ Nm$

252) $\bar{R}(0{,}0) = (-309.8\,,136.6)\,N$

253) $\alpha \cong 80°$ y el área es 24,13 cm^2 *

254) $h = 1 \ \wedge\ k = 1$

255) a) $0 \le t \le 5 : MRUA\,,\, 5 < t \le 10 : MRU\,,\, 10 < t \le 15 : MRUA$

$$\text{b) } x(t) = \begin{cases} 2{,}5\,t^2 & 0 \le t \le 5 \\ 62{,}5 + 25\,(t-5) & 5 \le t \le 10 \\ 187{,}5 + 25\,(t-10) - 2{,}5\,(t-10)^2 & 10 \le t \le 15 \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} 5\,t & 0 \le t \le 5 \\ 25 & 5 \le t \le 10 \\ 25 - 5\,(t-10) & 10 \le t \le 15 \end{cases}$$

$$a(t) = \begin{cases} 5 & 0 \le t \le 5 \\ 0 & 5 < t \le 10 \\ -5 & 10 < t \le 15 \end{cases}$$

256) $-\dfrac{36}{13}\,\breve{i} - \dfrac{15}{13}\,\breve{j}$

257) 175° 36'

258) el sistema se encuentra en equilibrio

259) $\alpha = 65°\ 58'\ 46''$ ó $\alpha = 114°\ 1'\ 14''$

260) $S = \left\{0\,,\dfrac{2}{3}\pi\,,\pi\,,\dfrac{5}{3}\pi\right\}$

261) $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x - 2 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

262) a) 60 segundos b) 31176,91 metros c) 4500 metros

263) $\left|\vec{a}\right| = 2$ *

264) $D_h = [\pi\,,2\pi]\ ,\ I_h = [-1\,,1]\ ,\ h^{-1} : [-1\,,1] \to [\pi\,,2\pi] / h^{-1}(x) = \pi + \arccos x$ *

265) ambos sistemas son equivalentes *

(*) resueltos en el próximo capítulo

266) $\vec{E}=(15.98\,,-55)\,N$

Examen Final

267) 16,3 cm^2 *

268) $D_f=\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$, $I_f=[-1,+\infty)$, $D_g=[-1\,,+\infty)$, $I_g=\Re_0^+$

$g\circ f:\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)\rightarrow\Re_0^+/(g\circ f)(x)=\sqrt{1+2x}$

269) $D_{f+g}=\left(-\sqrt{3}\,,-1\right)$ *

270) a) $v(t)=100-20\,t$ b) $a(t)=-20$ d) la velocidad disminuye con el tiempo y el movimiento es rectilíneo *

271) $S=\{10\,,100\}$ *

272) Ana 30 años, Juan 20 años, Fernando 10 años *

273) 126° 52' *

274) 1 dm *

275) $f^{-1}(0)=-\frac{1}{16}$ *

276) $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3}{2}\pi$ *

277) a) 4,47 segundos b) 2 metros c) $v_A=0{,}89\,\frac{m}{s}$ d) $v_B=-1{,}34\,\frac{m}{s}$

278) 12 máquinas

279) $S=\left\{\frac{1-\sqrt{e}}{1+\sqrt{e}}\right\}$

280) $\vec{F}_2=(-29.9\,,-99.7)\,N=(104.1\,N\,,253.3^{\circ})$

281) $\vec{v}=(6+b\,,b)$ ó $\vec{v}=(b-6\,,b)$, $\forall b\in\Re$ *

282) perímetro 90 cm y área 557,55 cm^2

283) $q(x)=x+1\,,\,q(x)=x-5\,,\,q(x)=x-6$ *

284) a) 44,72 segundos b) $v_{0B}=22{,}37\,\frac{m}{s}$ c) $v_A(te)=447{,}2\,\frac{m}{s}$ $v_B(te)=424{,}85\,\frac{m}{s}$ *

285) $S=\left\{\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right\}$ *

286) $D_f=[2\,,+\infty)$, $g\circ f:[2\,,+\infty)\rightarrow\Re/(g\circ f)(x)=\sqrt{\sqrt{x+2}-2}$

(*) resueltos en el próximo capítulo

287) $\bar{P}(1.5\,,0)=(36.6\;N\,,90°))$

288) $n\in\{14\,,15\,,16\}$ *

289) $A=1\,,B=2\,,C=3$

290) a) $5\,\frac{m}{s^2}$ b) 112,5 metros c) 20 segundos y no alcanza la velocidad máxima

291) $A=\varnothing$

292) $\bar{R}(2,-1)=(-60,0)N$; $M_g^S=120Nm$

293) $a=1\ \vee\ a=-3$

294) 34 *

295) del tipo A: 500 litros, y del tipo B: 300 litros

296) $S=(-\infty\,,-2)\cup(-1\,,1)\cup(1\,,+\infty)$

297) $m=441$ *

298) $x=\sqrt{2}\ ,\ x=-2$ *

299) $\bar{F}_a(0,0)=(-30,25.17)N$; $P(0,0)=(0,25.17)N$

300) $t=-\sqrt{3}\ \vee\ t=\sqrt{3}$ *

301) $g:(-1\,,2]\to\Re\,/\,g(x)=-\dfrac{7}{2}x+6\ ,\ I_f\cap I_g=\left[\dfrac{1}{3}\,,9\right]$ *

302) $p(x)=\dfrac{61}{28}(x-3)^2(x+6)(x+7)$

303) $S=\left\{\left(-\dfrac{2}{3}t\,,\dfrac{5}{3}t\,,t\right),t\in\Re\right\}$

304) a) 250 m b) (70.71, -56.59) m/s

305) 16,41 cm

306) a) $I_x=[-64{,}36]$ b) 10,47 s c) 11 s

d) $0\le t\le 3:MRU\,,\,3<t\le 5:reposo\,,\,5<t\le 15:MRUV$

307) $\dfrac{1}{\sqrt{u}+5}$ *

308) $x=\dfrac{3}{4}\ \vee\ x=\dfrac{5}{4}$

309) el perímetro es 8π , y el área es $8\pi-16$ *

310) $v=\dfrac{250}{9}\frac{m}{s}\cong 100\frac{km}{h}$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

311) $k \in (-\infty, -32) \cup (32, +\infty)$

312) el perímetro es $24 + 12\pi$, y el área es $72 - 12\pi$

313) la intensidad de iluminación aumenta 4 veces

314) $V = 216$ *

315) a)

$0 \le t \le 4 : MRUA$, $4 < t \le 6 : MRU$, $6 < t \le 10 : MRUA$, $10 < t \le 14 : reposo$, $14 < t \le 20 : MRUA$

$$\text{b) } x(t) = \begin{cases} 2{,}5\, t^2, & 0 \le t \le 4 \\ 40 + 20\, t, & 4 \le t \le 6 \\ 80 + 20\,(t-16) - 2{,}5\,(t-6)^2, & 6 \le t \le 10 \\ 120, & 10 \le t \le 14 \\ 120 + 1{,}25\,(t-14)^2, & 14 \le t \le 20 \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} 5\, t, & 0 \le t \le 4 \\ 20, & 4 \le t \le 6 \\ 20 - 5\,(t-6), & 6 \le t \le 10 \\ 0, & 10 \le t \le 14 \\ 2{,}5\,(t-14), & 14 \le t \le 20 \end{cases}$$

$$a(t) = \begin{cases} 5 & 0 \le t \le 4 \\ 0 & 4 < t \le 6 \\ -5 & 6 < t \le 10 \\ 0, & 10 < t \le 14 \\ 2{,}5, & 14 < t \le 20 \end{cases}$$

316) $\frac{8}{3}\pi$

317) $T = 0{,}02$ s. $t_1 = \frac{1}{600}$ s. y $t_2 = \frac{1}{120}$ s. *

318) $\vec{E}(-6.66, 0) = (-30, -30)N = (30N, 225^\circ)$

319) $S = \{4\}$

(*) resueltos en el próximo capítulo

RESPUESTAS Año 2007

Primer Parcial

320) $f^{-1}(x)=\dfrac{18x-10}{3x-1}$ $\quad D_{f^{-1}}=\Re-\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$ $\quad Cd_{f^{-1}}=I_{f^{-1}}=\Re-\{6\}$

321) $-1\ ,\ a\neq 0\ \wedge\ b\neq 0$

322) $P(x)=27x(x-3)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^3$

323) $x=9\ ,\ y=7$ ó $x=11\ ,\ y=3$

324) $S=\left\{-\dfrac{4}{3}\ ,3\right\}$

325) $k\in\left(-54\ ,\dfrac{9}{4}\right)$

326) $A=\left(\dfrac{2}{3}\ ,+\infty\right)$, $(g\circ f)(0)=-2$

327) $-a^2\ ,\ a\neq 0\ \wedge\ a\neq 1$

328) $p(x)=3x^2-12x+6$

329) la longitud de los lados es: $\dfrac{3}{4}$ y $\dfrac{7}{3}$, el área sombreada es: $\dfrac{21}{16}$

330) $S=\{1\}$

331) $S=(0\ ,2)$

332) $A=\{5\}$

333) a) $D_f=(-\infty\ ,0]\cup[1\ ,+\infty)$ $\quad$ b) $x=-\sqrt{3}$ y $x=1$ $\quad$ c) $I_f=[-3\ ,+\infty)$

334) $\dfrac{1}{4}\left(x+\sqrt{x^2-16}\right)\ ,\ x\geq 4$

335) $a=-7$

336) $p=5\ \vee\ p=-5$

337) $2\,10^4<d<10^5$

338) $h=0\ \wedge\ k=-9$

339) $S=\left\{e^{\frac{1}{2}}\ ,-e^{\frac{1}{2}}\right\}$

340) $a=-\dfrac{1}{4}\quad x=4$

(*) resueltos en el próximo capítulo

341) $A(r)=\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)r^2$

342) $f(134)\cong 0{,}09$

343) $\dfrac{a}{a+1}$, $a\neq -1 \ \wedge \ a\neq 0 \ \wedge \ a\neq 3$

344) 20 cm y 80 cm

345) $S=(0\,,+\infty)$

346) $\dfrac{9}{8}\pi$

347) a) $g\circ f$ es par b) $g^{-1}:\Re^{+}\to\Re_0^{+}\,/\,g^{-1}(x)=\log_2^2 x$

348) $S=(-2\,,0)\cup(1\,,3)$

349) $A=2\ \ B=-1\,,C=-2$

350) a) $D_f=(-1\,,1)$ b) f es impar

351) $P(x)=3x(x+1)(x-2)^3$

352) $A=169\pi-240$

Segundo Parcial

353) amplitud 4 y período $\dfrac{2}{3}\pi$

354) a) $2\frac{\pi}{s^2}$ b) $6\frac{\pi}{s}$ c) 12 s. *

355) $D_{(h+g)}=[-\pi\,,\pi]-\left\{-\frac{\pi}{2}\,,0\,,\frac{\pi}{2}\right\}$

356) $\overline{BC}\cong 11{,}5$, $\overline{AC}\cong 12{,}34$

357) $t=\dfrac{1}{3}s$ y $T=2\,s$

358) $\vec{v}=(2\,,-3)$

359) $D_h=(0\,,\pi)-\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

360) $\vec{R}(0{,}0)=(200\,,100)N$, $M=-300\ Nm$

361) 1 metro

362) $T=\dfrac{1}{50}s$, 50 ciclos, y el máximo valor es: $v(t_0)=25$

(*) resueltos en el próximo capítulo

363) a) 10 s. b) 80 m. c) $-8\dfrac{m}{s}$

364) aproximadamente 195,6 km

365) aproximadamente 26,78 metros

366) 55°

367) $k=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{5}\right) \vee k=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$

368) $\vec{F}_2=\left(\frac{200}{\sqrt{3}}\,N, 240°\right)$ y $\vec{F}_3=\left(200-\frac{100}{\sqrt{3}}\,N, 0°\right)$ *

369) $\vec{E}(0,0)=(-400\ ,\ 0)N=(400\ N\ ,\ 180°)$

Examen Final

370) aproximadamente 4,93 cm *

371) $\frac{1}{a}$ si $a\leq 2\wedge a\neq 0$, $2-a$ si $a>2$ *

372) no existen b y c *

373) a) $D_f=(-\infty\ ,\ \pi]$ b) $0\ ,\frac{\pi}{2}\ ,\pi$ c) $I_f=[-1\ ,1]\cup[2\ ,+\infty)$ *

374) $S=\left\{0\ ,\frac{2}{3}\pi\ ,\frac{8}{3}\pi\ ,\frac{4}{3}\ ,\pi\ ,2\pi\right\}$

375) $e^{\frac{3}{4}}+\ln\frac{25}{16}$ *

376) a) $\vec{r}(5)=(4\ ,27)m\ ,\vec{r}(10)=(9\ ,102)m$ b) $\Delta\vec{r}=(5\ ,75)m$

c) $|\vec{r}(0)|=\sqrt{5}\ m$ d) $y=(x+1)^2+2$ *

377) $1800\pi\ cm^2$ *

378) 1 *

379) no se puede obtener la mezcla

380) a) $f:\Re\to\Re\,/\,f(x)=x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

b) $f\circ g:[0\ ,\pi]\to\Re/(f\circ g)(x)=\cos^2 x+\frac{3}{2}\cos x+\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3}\pi$ y π *

381) $D_g=(-\infty\ ,1)\cup(2\ ,+\infty)$

(*) resueltos en el próximo capítulo

382) $k=-1 \vee k=0$

383) 136,22 *

384) $\dfrac{2}{a-1}$, $a \neq 1$ *

385) a) $D_g = (-\infty , -2] \cup \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \cup \left(\dfrac{\pi}{2}, +\infty\right)$ b) $x=0$, $x=-3$, $x = 1+\dfrac{\pi}{2}$

c) $I_g = \Re$

386) 17

387) $A = \left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right]$

388) aproximadamente 366,16 cm *

389) $p(x) = \dfrac{5}{3}x^4 - \dfrac{25}{3}x^3 + 15x^2 - \dfrac{35}{3}x + \dfrac{10}{3}$ *

390) $b=0 \wedge c=-1$

391) a) $b=49$ b) $D_f = \Re - [-343 , 343]$ *

392) a) no se puede obtener $f \circ h$, se debe restringir h de forma:

$h^* : (1 , +\infty) \to (1 , +\infty) / h^*(x) = \sqrt{x}$

b) $f \circ h^* : (1 , +\infty) \to \Re / (f \circ h^*)(x) = \ln(x-1)$

c) $x=2$ *

393) 20 metros

394) $0 < r < 8$ cm *

395) 135° *

396) a) $10\sqrt{3}$ s. y $500\sqrt{3}$ m.   b) 2166 m. *

397) $\vec{E}(-8{,}3) = (-200 , 800)N$

398) 70,7 cm

399) $A=1$ $B=2$, $C=5$

400) $k \in (-\infty , -2) \cup \left(\dfrac{2}{3}, +\infty\right)$

401) $a=6 \wedge b=\dfrac{\pi}{4}$ *

402) aproximadamente 22,12 mg

(*) resueltos en el próximo capitulo

403) $S=\left\{\frac{5}{2},5\right\}$

404) a) $\bar{r}(t)=\left(t^2+2\,,\,2\,t\right)$ y $d=2$ b) $x=\frac{y^2}{4}+2\,,\,y\geq 0$ y $t=2\mathrm{t}$

405) No son sistemas equivalentes

406) $m>16$ *

407) $a=2\,,\,b=-4$

408) $a=24$, $b=16$, $g:\Re-\left\{-\frac{1}{3}\right\}\to\Re\,/\,g(x)=3x-1$ *

409) $(11\,,-25)$

410) $S=\left[-\frac{15}{2},\frac{5}{2}\right]-\left\{-\frac{5}{2}\right\}$ *

411) es un rectángulo de 14 x 28 cm *

(*) resueltos en el próximo capítulo

RESPUESTAS Año 2008

Primer Parcial

412) $49(\pi-2)\,\text{cm}^2$

413) $x\in\left(-\infty,\dfrac{5}{3}\right)\cup\left(\dfrac{8}{3},+\infty\right)$

414) $h^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}\log_3(x+1)-\dfrac{3}{2};\ D_{h^{-1}}=(-1,+\infty)$

415) $S=\left\{\left(-\dfrac{1}{3}t,1-\dfrac{2}{3}t,t\right),t\in\Re\right\}$

416) $9{,}405\,\pi\ \text{m}^2$ *

417) $(f\circ g)^{-1}=\dfrac{-2x-6}{x+1},D=\Re-\{-1\},I=\Re-\{-2\}$

418) $t\in(-\infty,-2)\cup\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$

419) $S=\{-3,\ 2\}$ *

420) a) $D_f=\Re-\{3\}$, b) $x=-\dfrac{5}{2};\ x=-\dfrac{7}{2}$, c) $I_f=\Re$ *

421) $h=-20;k=2$

422) $k=-\dfrac{4}{3}$

423) Aproximadamente 13 horas 36 minutos.

424) $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}$

425) $p(x)=-3(x-9)^2(x-7)(x+10)$

426) a) $D_f=(-\infty,-2]\cup(-1,+\infty)$, b) $a=-1;\ b=-4$, c) $I_f=[-2,+\infty)$

427) $f(x)=x^2-2x+2$

428) $S=(-\infty,-2)\cup\left(\dfrac{14}{5},+\infty\right)$

429) $x=\dfrac{11}{3};\ x=\dfrac{11}{30}$

430) 4,07 s

431) a) $g(x)=\sqrt{x^2+1}$, $D=\Re$, $I=[1,+\infty)$ b) $(g\circ g)(1)=\sqrt{3}$ *

(*) resueltos en el próximo capítulo

432) $f(x)=\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{17}{8}$

433) $S=\{0\}$

434) $p(x)=4(x-2)^2(x-1)$

435) a) $x=3;\ x=-\frac{1}{2}$ b) $g\circ f^{-1}:\Re^+\to\Re/(g\circ f^{-1})(x)=-\frac{3}{2}\log_2\left(\frac{x}{3}\right)+\frac{1}{2}$

Segundo Parcial

436) 42,15 cm

437) $x=-\frac{\pi}{4}\vee x=0\vee x=\frac{\pi}{4}$

438) 1) $\vec{r}=(3050\,,1500)m$ 2) $\vec{v}_S=(-80\,,200)\frac{m}{s}$ 3) $\vec{r}_S=(650\,,0)m$ 4) 600 m *

439) $t=-\frac{23}{3}$

440) $\frac{5}{12}s$

441) $\vec{E}(2,5)=(200\,,100)N$ y $M_e^{(2,5)}=713{,}4\ Nm$

442) 684 ladrillos *

443) 539 cm

444) $x=\frac{\pi}{2}\ \vee\ x=\frac{3\pi}{2}$

445) Aproximadamente 35,35 km

446) $t=\frac{13}{2}$

447) $\vec{E}=(15{,}98\,,65)N=(57.27\ N\,,286{,}2^{\circ})$

448) $c=3,\ k=\frac{\pi}{4},\ x\in\left(-\infty,\frac{2}{5}\right)\cup\left(\frac{6}{5},+\infty\right)$

449) $t=\frac{3}{2}$

450) $100\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

451) $\sqrt{2}\breve{i}+4\sqrt{2}\breve{j}$

452) $\vec{F}_1=(366.03\ N\,,120^{\circ})$ y $\vec{F}_1=(258.82\ N\,,45^{\circ})$

453) 2,5 cm

454) 1) 60° 2) $\vec{r}=(10\,,19.25)m$ 3) $\vec{v}=(100\,,172)\frac{m}{s}$ 4) antes *

(*) resueltos en el próximo capítulo

455) $-\frac{13}{3}$

456) $(\pi, 2\pi)$

457) $-2000\ Nm$

458) $D_f = \Re^+,\ I_f = \Re,\ D_g = (0,\pi)\cup(2\pi,3\pi)$ y

$f \circ g : (0,\pi)\cup(2\pi,3\pi) \to \Re / (f \circ g)(x) = \ln(senx)$

459) 0,125 s

460) a) $\vec{r} = \left(t, \frac{3}{4}t\right)m$ b) $y = \frac{3}{4}x$

c) $\vec{r}(4) = (4,3)\,m$ $\vec{r}(8) = (8,6)\,m$ $\vec{r}(12) = (12,9)\,m$

d) $\Delta\vec{r}_{12} = \Delta\vec{r}_{23} = (4,3)\,m$ e) MRU f) $\vec{v} = \left(1, \frac{3}{4}\right)\frac{m}{s}$ y $|\vec{v}| = \frac{5}{4}\frac{m}{s}$

461) $\vec{x} = 2\breve{i} + \breve{j} \vee \vec{x} = -2\breve{i} - \breve{j}$

462) $\vec{R}(1,1) = (100\ N, 0°)$

463) aproximadamente 14,007 m

464) a) 5 m. b) 1,25 s. c) 4,6875 m y $v_1 = -2{,}5\frac{m}{s}$, $v_2 = 17{,}5\frac{m}{s}$ *

465) $k = -2$

466) $\vec{R}(3,-5) = (100,-100)N$ *

467) a) 45 m b) 240 m

468) $|\vec{b}| = \frac{5}{2}$

469) $\vec{F}_1(0,0) = (25, 25\sqrt{3})N$

470) a) $(r \circ f)\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 6$ b) $-\frac{5}{18}\pi$

471) $k = 21$

472) $\vec{F}_2 = (100\ N, 135°)$ y $\vec{R} = (0, 100\sqrt{2})N$

473) $A = [2,3],\ B = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],\ C = \Re - \{-1,1\},\ I = C$

Examen Final

474) a) $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ $D_f = \Re - \{1\}$ $I_f = \Re - \{2\}$; $g(x) = -x+3$ $D_g = [0,3]$ $I_g = [0,3]$

(*) resueltos en el próximo capítulo

b) 1 *

475) $S=\left\{\frac{100}{99}\right\}$

476) $\frac{1}{2}<x<\frac{5}{2}$ *

477) a) $v_{0Bx}=-\frac{200}{\sqrt{3}}\frac{m}{s}$ b) 0,633 s. c) 124,59 m d) $\vec{v}_A=(200\ ,193.67)\frac{m}{s}$

$\vec{v}_B=\left(-\frac{200}{\sqrt{3}}\ ,193.67\right)\frac{m}{s}$ *

478) $k=-3\vee k=-2\vee k=5$ *

479) Aproximadamente 2,23 metros

480) $C=\left(-2\sqrt{3},1\right)$ ó $C=\left(2\sqrt{3},1\right)$ *

481) $P=(7,-2)$ *

482) $S=\left(0,\frac{3}{7}\right]$ *

483) $p(x)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+2)$

484) a) 20 s. b) 2000 m. c) $v_{Ax}=-200\frac{m}{s}$ d) $\vec{v}_{Ax}=(-200\ ,-200)\frac{m}{s}$

485) $t=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \vee\ t=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

486) $x=\frac{15}{26}$

487) $S=\left\{0,\frac{\pi}{6},\pi,\frac{5}{6}\pi,\frac{3}{2}\pi\right\}$ *

488) a) $\vec{F}=(18.47\ N\ ,30^{\circ})$ b) $\vec{F}_y=(9.24\ N\ ,90^{\circ})$

489) 615,53 cm^2 *

490) 7 y 10 ó -10 y -7

491) $D=(-\infty,-3)\cup\left(-3,-\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2},3\right)\cup(3,+\infty)$ *

492) $g^{-1}:\Re-\{-1\}\to\Re-\{1\}/\,g^{-1}(x)=\frac{2x+5}{2x-2}$

493) $h=\frac{6}{5};\ \ k=\frac{8}{5}$

(*) resueltos en el próximo capítulo

494) 1) 1,25 m. 2) 0,6 m. *

495) 10,44 cm ó 7,83 cm *

496) $S=\{-8, 125\}$

497) $x=\sqrt{3} \vee x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

498) $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$ *

499) $a=\dfrac{8}{3},\ b=-\dfrac{2}{3}$

500) $x=\dfrac{1}{6}\pi$, $x=\dfrac{5}{6}\pi$, $x=\dfrac{7}{6}\pi$, $x=\dfrac{13}{6}\pi$, $x=\dfrac{17}{6}\pi$

501) 1) 8 s. 2) $-32\,\dfrac{m}{s}$ *

502) 7,58 cm *

503) Disminuye 54 unidades o bien disminuye 6 unidades. *

504) $g:\Re-\left\{-\dfrac{7}{8}\right\}\to\Re\,/\,g(x)=8x+5$

505) $a=8$ *

506) 65

507) $S=\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},2\right)\cup(4,+\infty)$

508) $p(x)=x^2+2x+8,\ q(x)=x^2-9x+8,\ x=\dfrac{2}{3},\ x=12$

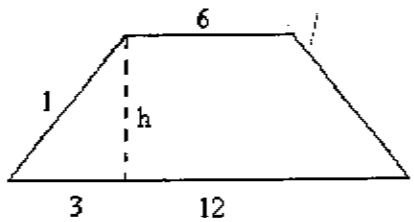
509) $a=19 \quad b=5 \quad I_g=(3,+\infty) \quad A=\{10\}$ *

510) $\dfrac{5}{12}\pi$ ó 75^{o}

511) 4

Resoluciones de ejercicios y problemas del año 2004

1)



$$A=\frac{(B+b)\,h}{2} \Rightarrow 36=\frac{(12+6)\,h}{2} \Rightarrow h=4\ cm$$

$$l^2=h^2+3^2 \Rightarrow l^2=25 \Rightarrow l=5\ cm$$

2) $0<|x+1|\leq 2 \Rightarrow (0<|x+1| \wedge |x+1|\leq 2)$

$(x\in\Re-\{-1\} \wedge -2\leq x+1\leq 2) \Rightarrow (x\in\Re-\{-1\} \wedge -3\leq x\leq 1)$

$S=[-3\,,-1)\cup(-1,1]$

4) $\begin{cases} C+B=30\,kg \\ 2{,}5\,C+1{,}8\,B=30\,.\,2\,\$ \end{cases}$ con C kg de café colombiano y B kg de café brasilero

Resolviendo el sistema resulta: $C=8{,}57\,kg$ y $B=21{,}43\,kg$

7) $N_0=385000 \Rightarrow N(10)=385000\,e^{10k}$

$51000=385000\,e^{10k} \Rightarrow e^{10k}=\frac{102}{77} \Rightarrow k=\frac{1}{10}\ln\left(\frac{102}{77}\right)$

$N(40)=385000\,e^{\frac{1}{10}\ln\left(\frac{102}{77}\right)40} \Rightarrow N(40)\cong 1185491$ habitantes

8) $$y=\frac{4x-\frac{2}{3}}{-\frac{3}{4}+2x}$$ permutamos las variables y obtenemos la función inversa

$$x=\frac{4y-\frac{2}{3}}{-\frac{3}{4}+2y} \Rightarrow 2xy-4y=-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}x \Rightarrow y=\frac{-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}x}{2x-4}$$

$$f^{-1}:\Re-\{2\}\rightarrow\Re-\left\{\frac{3}{8}\right\} / f^{-1}(x)=\frac{-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}x}{2x-4}$$

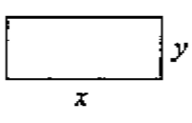
Las ecuaciones de sus asíntotas son: $y=\frac{3}{8}$ y $x=2$

11) $p(x)=2x^3-14x+12$ como $p(1)=0$, $p(x)$ es divisible por $(x-1)$, entonces aplicando la regla de Ruffini:

	2	0	−14	12
1		2	2	−12
	2	2	−12	0

$p(x)=(x-1)(2x^2+2x-12)$, las raíces del polinomio de segundo grado son $x=-3$ y $x=2$, resulta entonces: $p(x)=2(x-1)(x-2)(x+3)$

12)



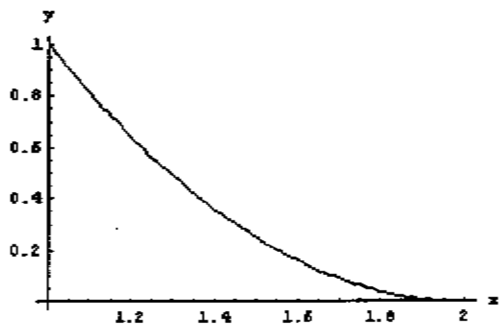
$$\begin{cases} 2{,}4\,x+2{,}1\,x+2\,.\,2{,}1\,y=589{,}5\,\$ \\ 2\,.\,2{,}4\,x+2\,.\,2{,}4\,y=648\,\$ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4{,}5\,x+4{,}2\,y=589{,}5\,\$ \\ 4{,}8\,x+4{,}8\,y=648\,\$ \end{cases}$$ resolviendo el sistema se obtiene: $x=75\,m$ e $y=60\,m$

14) $\sqrt{2x+11}-x-4=0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{2x+11}=x+4 \quad \Rightarrow \quad 2x+11=(x+4)^2$

$2x+11=x^2+8x+16 \quad \Rightarrow \quad x^2+6x+5=0$ cuyas raíces son: $x=-1 \;\vee\; x=-5$

pero el valor $x=-5$ no satisface la ecuación, entonces: $S=\{-1\}$

16) Restringimos h de modo que sea biyectiva, esto se logra definiendo un arco de parábola como se muestra en la gráfica:



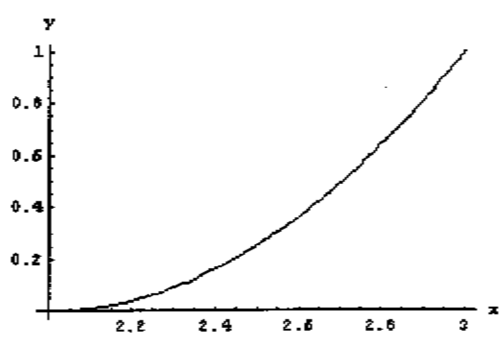
$h:[1,2]\rightarrow[0,1]/\,h(x)=(x-2)^2$ obtenemos la fórmula de la función inversa:

$x=(y-2)^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x}=|y-2|$

$y-2=\sqrt{x} \quad \vee \quad y-2=-\sqrt{x}$ las condiciones que debe cumplir el conjunto imagen de la función inversa hacen que la misma sea: $y=2-\sqrt{x}$

$h^{-1}:[0,1]\rightarrow[1,2]/\,h^{-1}(x)=2-\sqrt{x}$

Pero hay otra opción para restringir la función h, que contempla definir el arco de parábola siguiente:



$h:[2,3]\to[0,1]/\,h(x)=(x-2)^2$ obtenemos la fórmula de la función inversa:

$x=(y-2)^2 \;\Rightarrow\; \sqrt{x}=|y-2|$

$y-2=\sqrt{x} \;\vee\; y-2=-\sqrt{x}$ las condiciones que debe cumplir el conjunto imagen de la función inversa hacen que la misma sea: $y=2+\sqrt{x}$

$h^{-1}:[0,1]\to[2,3]/\,h^{-1}(x)=2+\sqrt{x}$

17) $A=24\pi \;\Rightarrow\; 2\pi\, r^2+2\pi\, r\, h=24\pi$ para el recipiente cilíndrico

$2\pi\, r^2+2\pi\, r\, 2r=24\pi \;\Rightarrow\; 6\pi\, r^2=24\pi \;\Rightarrow\; r=2$

Como se debe cumplir que las capacidades de ambos recipientes sean iguales, es decir, $Vesf=Vcil$, resulta:

$\frac{4}{3}\pi\, R_E^3=\pi\, r^2 h \;\Rightarrow\; R_E^3=12$, entonces es: $R_E=\sqrt[3]{12}\ cm$

19) Considerando: x cantidad de monedas de 5 centavos, y cantidad de monedas de 10 centavos y z cantidad de monedas de 25 centavos, se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x+10y+25z=460 \\ x+y+z=40 \\ 2x=3z \end{cases} \quad \text{equivalente a:} \quad \begin{cases} x+2y+5z=92 \\ x+y+z=40 \\ 2x-3z=0 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de eliminación de Gauss:

1	2	5	92
1	1	1	40
2	0	-3	0
1	2	5	92
0	-1	-4	-52
0	-4	-13	-184
1	2	5	92
0	-1	-4	-52
0	0	3	24

De la última fila de coeficientes se obtiene: $z = 8$, y luego reemplazando en las dos filas anteriores resulta: $y = 20$ y $x = 12$.

Por lo tanto en la colección hay:
12 monedas de 5 centavos.
20 monedas de 10 centavos.
8 monedas de 25 centavos.

21) $z^{\frac{1}{2}} + 6\,z^{-\frac{1}{2}} = 5\ ,\ z > 0 \ \Rightarrow\ \sqrt{z} + \dfrac{6}{\sqrt{z}} = 5$

$z + 6 = 5\sqrt{z} \ \Rightarrow\ z - 5\sqrt{z} + 6 = 0$

$t^2 - 5t + 6 = 0\ ,\ t = \sqrt{z}$ cuyas soluciones son:

$t = 2 \vee t = 3$, luego $z = 4 \vee z = 9 \ \Rightarrow\ S = \{4\ ,9\}$

22) Las condiciones que se deben cumplir para el cálculo de los dominios son:

$\dfrac{1+x}{1-x} > 0$ y $|x-4| - 4 \neq 0$

$$\frac{1+x}{1-x} > 0 \ \Rightarrow\ \begin{cases} 1+x > 0 \ \wedge\ 1-x > 0 \\ \vee \\ 1+x < 0 \ \wedge\ 1-x < 0 \end{cases} \ \Rightarrow\ x \in (-1\ ,1)$$

$$|x-4| - 4 = 0 \ \Rightarrow\ |x-4| = 4 \ \Rightarrow\ \begin{cases} x-4 = 4 \\ \vee \\ x-4 = -4 \end{cases} \text{ o sea que } \begin{cases} x = 8 \\ \vee \\ x = 0 \end{cases}$$

la condición del problema exige entonces que: $x \neq 0$ y $x \neq 8$

$D_h \cap D_t = (-1\ ,1) \cap \Re - \{0\ ,8\} = (-1\ ,0) \cup (0\ ,1)$

23) $e^{2x+3} - e^{4x+3} + 2\,e^3 = 0 \ \Rightarrow\ e^{2x}e^3 - e^{4x}e^3 + 2\,e^3 = 0$

$e^{2x} - e^{4x} + 2 = 0$, $t = e^{2x}$ $\Rightarrow$ $-t^2 + t + 2 = 0$

$t = 2 \vee t = -1$ luego $e^{2x} = 2 \vee e^{2x} = -1$, pero esta última no es posible ya que $e^{2x} > 0$, $\forall x$.

Finalmente debe ser:

$$e^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = \ln 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}\ln 2 = \ln\sqrt{2}$$

27) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5 \Rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = 5$; aplicando las propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática: $x_1 + x_2 = -\frac{1}{\alpha}$ y $x_1.x_2 = 1$, luego $-\frac{1}{\alpha} = 5$, entonces $\alpha = -\frac{1}{5}$.

29) Para calcular D_f consideramos: $x + 1 > 0 \wedge x - 6 > 0 \Rightarrow x > 6 \therefore D_f = (6, +\infty)$

$$\log_2(x+1) - \log_2(x-6) - 3 = 0 \Rightarrow \log_2 \frac{x+1}{x-6} = 3$$

$$\frac{x+1}{x-6} = 8 \Rightarrow x + 1 = 8x - 48 \Rightarrow x = 7$$

37) El dominio de una función suma de funciones es la intersección de los dominios de las funciones dadas, entonces de la gráfica: $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, 2]$

Ahora obtenemos las fórmulas de las funciones según los datos del enunciado:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\,0 + n = 1 \\ m\,(-2) + n = 0 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \wedge n = 1 \therefore f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\begin{cases} g(0) = 0 \\ g(1) = 2 \\ g(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \wedge b = 4 \wedge c = 0 \therefore g(x) = -2x^2 + 4x$$

Por lo tanto $f + g : [0, 2] \to \Re / (f+g)(x) = -2x^2 + \frac{9}{2}x + 1$

44) $\dfrac{x^2+9}{x^2-9}-\dfrac{x}{x-3}=\dfrac{3}{x+3} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{x^2+9-x\,(x+3)}{x^2-9}=\dfrac{3}{x+3}$

$\dfrac{9-3x}{x^2-9}=\dfrac{3}{x+3} \quad \Rightarrow \quad 9-3x=3\,(x-3)\,,\, x\neq -3$

$-6x+18=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$, este valor no satisface la ecuación, entonces: $S=\varnothing$

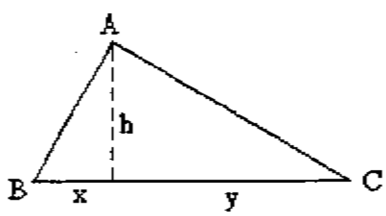
45) $T(t)=20+(60-20)\,e^{-k\,t}$

$T(30)=20+40\,e^{-30\,k}=40 \quad \Rightarrow \quad e^{-30\,k}=\dfrac{1}{2}$

$k=-\dfrac{1}{30}\ln\dfrac{1}{2}=\dfrac{\ln 2}{30}$

Ahora se puede obtener $T(60)=20+40\,e^{-\frac{\ln 2}{30}60}\cong 30^\circ C$

47)



$tg\ B=\dfrac{h}{x}=\dfrac{h}{2{,}5}$

$tg\ C=\dfrac{h}{y}=\dfrac{h}{4{,}9} \qquad C=90^\circ-B \quad \Rightarrow \quad tg\ C=\cot g\ B$

$\dfrac{h}{4{,}9}=\dfrac{2{,}5}{h} \quad \Rightarrow \quad h^2=12{,}25 \quad \Rightarrow \quad h=3{,}5\ cm$

$tg\ B=1{,}4 \quad \Rightarrow \quad B=54^\circ\,27'\,44''$

$tg\ C=0{,}71 \quad \Rightarrow \quad C=35^\circ\,32'\,16''$

49) $\cos x-sen x=1 \quad \Rightarrow \quad (\cos x-sen x)^2=1$

$\cos^2 x-2\cos x\ sen x+sen^2 x=1$

$2\cos x \; senx = 0$

$\cos x = 0 \;\vee\; senx = 0 \;\;\Rightarrow\;\; x = 0 \;,\; x = \pi \;,\; x = \dfrac{\pi}{2} \;,\; x = \dfrac{3}{2}\pi$

Solo satisfacen la ecuación: $S = \left\{ 0 , \dfrac{3}{2}\pi \right\}$

51) $s(x) = 4\; sen(3x + \pi)$

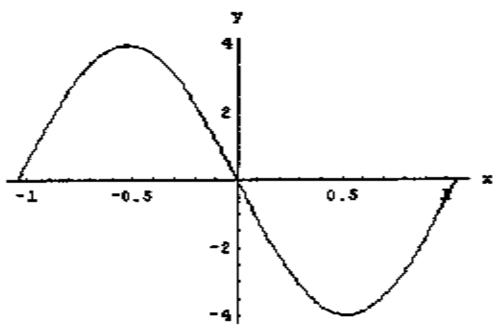
$-1 \leq sen(3x+\pi) \leq 1 \;\;\Rightarrow\;\; -4 \leq 4\; sen(3x+\pi) \leq 4$

$I_S = [-4 \;, 4]$ entonces la amplitud de la función es 4.

$0 \leq 3x + \pi \leq 2\pi \;\;\Rightarrow\;\; -\pi \leq 3x \leq \pi$

$-\dfrac{\pi}{3} \leq x \leq \dfrac{\pi}{3}$ de esta última se deduce que el período es $T = \dfrac{2}{3}\pi$

La gráfica de la función es:



53) $|\bar{x}| = 1 \;\;\Rightarrow\;\; a^2 + b^2 = 1$

$\bar{x} \perp \bar{y} \;\;\Rightarrow\;\; \left(a\,\bar{i} + b\,\bar{j}\right) \bullet \left(\sqrt{3}\,\bar{i} - \bar{j}\right) = 0$

$\sqrt{3}\,a - b = 0 \;\;\Rightarrow\;\; b = \sqrt{3}\,a$ reemplazando en la primera ecuación se obtiene

$a^2 + 3\,a^2 = 1 \;\;\Rightarrow\;\; a^2 = \dfrac{1}{4} \;\;\Rightarrow\;\; |a| = \dfrac{1}{2}$ entonces los valores pedidos son:

$\left(a = \dfrac{1}{2} \;\wedge\; b = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \right) \vee \left(a = -\dfrac{1}{2} \;\wedge\; b = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \right)$

54) $3\,tg^2x+5=7\sec x \;\Rightarrow\; 3\,(\sec^2 x-1)+5=7\sec x$

$3\sec^2 x-7\sec x+2=0 \;\Rightarrow\; \sec x=\dfrac{1}{3} \;\vee\; \sec x=2$, de estas soluciones solamente

tiene sentido considerar: $\sec x=2 \;\Rightarrow\; x=\dfrac{\pi}{3} \;\vee\; x=\dfrac{5}{3}\pi$

63) $\vec{a}=(4\,,-3)$, $\vec{b}=(x\,,2)$ como $\vec{b}\perp\vec{c}$ entonces

$(x\,,2)\bullet(-4\,,6)=0 \;\Rightarrow\; -4x+12=0 \;\Rightarrow\; x=3$

por lo tanto $\vec{b}=(3\,,2)$, el ángulo entre los vectores se calcula como

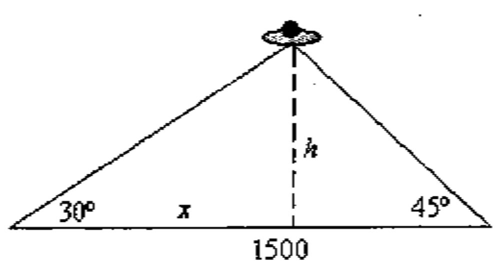
$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\frac{(4\,,-3)\bullet(3\,,2)}{5\sqrt{13}}=\frac{6}{5\sqrt{13}}$$

$\alpha\cong 70^\circ\,33'$

66) $3x+\sqrt{3}y+2=0 \;\Rightarrow\; y=-\dfrac{3}{\sqrt{3}}x-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ la pendiente de la recta es la tangente del

ángulo de inclinación, luego dicho ángulo se obtiene como: $arctg\left(-\dfrac{3}{\sqrt{3}}\right)=120^\circ$

67)



$tg30^\circ=\dfrac{h}{x}$

$tg45^\circ=\dfrac{h}{1500-x}=1$

$h=1500-x \;\Rightarrow\; h=1500-\dfrac{h}{tg30^\circ}$

$h=1500-\sqrt{3}h \;\Rightarrow\; h\cong 549\;m$

68) $\vec{a}=(4\,,3)$ $\quad \vec{b}=(-1-2\,,-4+3)=(-3\,,1) \;\Rightarrow\; |\vec{b}|=10$

$$\overrightarrow{\Pr oy}\,\vec{a}_{\vec{b}}=\frac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{b}|}\,\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{(4\,,-3)\bullet(-3\,,-1)}{\sqrt{10}}\,\frac{(-3\,,-1)}{\sqrt{10}}$$

$$\overrightarrow{\Pr oy}\,\vec{a}_{\vec{b}}=-\frac{9}{10}(-3\,,-1)=\left(\frac{27}{10},\frac{9}{10}\right)$$

74) Para poder componer las funciones propuestas verificamos que $I(sen^2x)\subset D_g$, y efectivamente esto es así pues: $[0\,,1]\subset\Re$.

$g(x)=2x-3 \;\Rightarrow\; g(sen^2x)=2\,sen^2x-3$

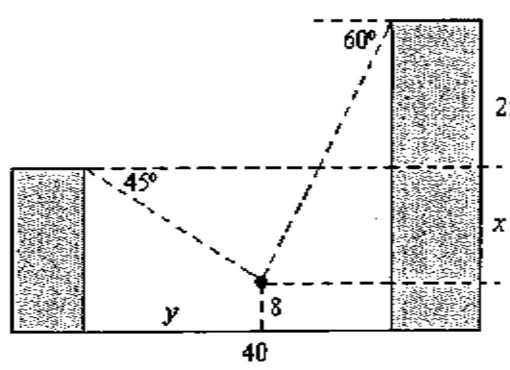
$2\,sen^2x-3=\cos x-2 \;\Rightarrow\; 2\,sen^2x-\cos x-1=0$

$2\left(1-\cos^2 x\right)-\cos x-1=0 \;\Rightarrow\; -2\cos^2 x-\cos x+1=0$ cuya solución es

$\cos x=-1 \,\vee\, \cos x=\dfrac{1}{2}$

el conjunto buscado es: $\left\{\dfrac{\pi}{3}\,,\pi\,,\dfrac{5\pi}{3}\right\}$

77)



$tg45°=1=\dfrac{x}{y} \;\Rightarrow\; x=y$

$tg60°=\dfrac{25+x}{40-y} \;\Rightarrow\; \dfrac{25+x}{40-y}=\sqrt{3}$

$25+x=40\sqrt{3}-\sqrt{3}x$

$\left(1+\sqrt{3}\right)x=40\sqrt{3}-25 \;\Rightarrow\; x\cong 16{,}2\,m$

Alturas aproximadas: $h_1=8+x\cong 24{,}2\,m$

$h_2=8+x+25\cong 49{,}2\,m$

79) $\vec{a} = \lambda\vec{b} + \beta\vec{c}$; $(-2,4) = \lambda(3,2) + \beta(1,2)$; $(-2,4) = (3\lambda + \beta, 2\lambda + 2\beta)$

$\begin{cases} 3\lambda + \beta = 2 \\ 2\lambda + 2\beta = -4 \end{cases}$; resolviendo el sistema, resulta: $\lambda = 2 \wedge \beta = -4$

82) $3^{1-\cos x} = 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 1 - \cos x = \dfrac{1}{2}$

$\cos x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} \vee x = \dfrac{5}{3}\pi$

83) $V = \pi x^2(20 - 2x) + \dfrac{4}{3}\pi x^3$; $\pi\left[x^2(20 - 2x) + \dfrac{4}{3}x^3\right] = 162\pi$; operando, resulta:

$x^3 - 30x^2 + 243 = 0$; $x_1 = 3$ es raíz, entonces aplicando la regla de Ruffini:

$x^3 - 30x^2 + 243 = (x-3)(x^2 - 27x - 81) = 0$,

luego las otras raíces son $x_2 \cong 29{,}72 \wedge x_3 = -2{,}72$; ninguno de estos valores son solución, el radio es 3 metros.

84) a) $D_h = \Re$

$2e^{-2x} - 2 \geq 0 \Rightarrow e^{-2x} \geq 1 \Rightarrow -2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

b) $h^{-1} : \Re^+ \to \Re / h^{-1}(x) = -\dfrac{1}{2}\ln x$

$(t \circ h^{-1})(x) = t\left(-\dfrac{1}{2}\ln x\right) = 1 - \dfrac{1}{4}\ln^2 x$

$1 - \dfrac{1}{4}\ln^2 x = 0 \Rightarrow \ln^2 x = 4 \Rightarrow |\ln x| = 2 \Rightarrow \ln x = 2 \vee \ln x = -2$;

$x = e^2 \vee x = e^{-2}$

86) $\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{h + \sqrt{3}}{2\sqrt{h^2 + 1}} \Rightarrow \sqrt{h^2 + 1} = h + \sqrt{3} \Rightarrow h^2 + 1 = (h + \sqrt{3})^2$

$h^2 + 1 = h^2 + 2\sqrt{3}h + 3 \Rightarrow 2\sqrt{3}h = -2 \Rightarrow h = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

90) De la gráfica obtenemos: $s(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ y $t(x) = \sqrt{2}$

$$s(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \;\Rightarrow\; \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \;\Rightarrow\; x = \frac{\pi}{2} \;\text{ ó }\; x - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \;\Rightarrow\; x = 2\pi \;\text{ ó }\; x - \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} \;\Rightarrow\; x = \frac{5\pi}{2}$$

94) $1 - 3\cos x = 4\cos(2x) \;\Rightarrow\; 1 - 3\cos x = 4\left(2\cos^2 x - 1\right)$

$8\cos^2 x + 3\cos x - 5 = 0 \;\Rightarrow\; \cos x = -1 \vee \cos x = \frac{5}{8}$ por lo tanto

$A = \{\pi\}$

99) $\begin{cases} f(-1) = 1 \;\Rightarrow\; a - b + c = 1 \\ f(3) = 0 \;\Rightarrow\; 9a + 3b + c = 0 \\ f(1) = 2 \;\Rightarrow\; a + b + c = 2 \end{cases}$ resolvemos el sistema de ecuaciones utilizando el método de eliminación de Gauss:

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 12 & -8 & -9 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ \hline 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 12 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 8 & 15 \end{array}$$

obtenemos: $a = -\frac{3}{8}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{15}{8}$ por lo tanto $f(x) = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{15}{8}$

100) $I_f \subseteq D_g = (-\infty, 2] \;\Rightarrow\; \sqrt{x} \leq 2 \wedge x \geq 0$

$x \leq 4 \wedge x \geq 0 \;\Rightarrow\; D_f = [0, 4]$

$$g \circ f : [0\,,4] \to \left[0\,,\sqrt{2}\right] / (g \circ f)(x) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$$

101) $\begin{cases} 62 = 2\,(x+y) \\ 625 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 31 \\ x^2 + y^2 = 625 \end{cases}$

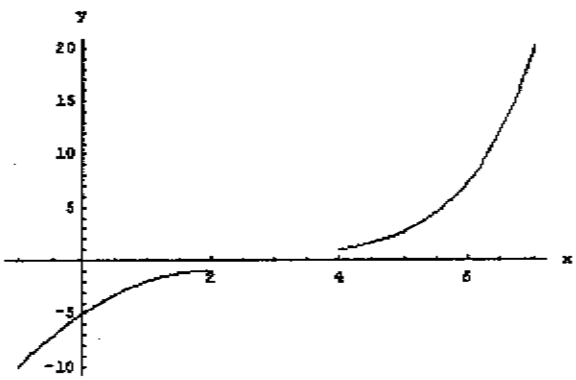
$x^2 + (31-x)^2 = 625 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 - 62x + 336 = 0$ cuya solución es

$x = 7 \quad \vee \quad x = 24$ por lo tanto: $y = 24 \quad \vee \quad y = 7$

el terreno es de 7 metros por 24 metros

106) $D_f = (-\infty\,, 2) \cup [4\,, 7] \qquad I_f = (-\infty\,, -1) \cup \left[1\,, e^3\right]$

la gráfica de la función es la siguiente



107) Planteamos el método de Gauss y obtenemos:

$$\begin{array}{rrr|r}
-3 & -5 & 36 & 10 \\
-1 & 0 & 7 & 5 \\
1 & 1 & -10 & -4 \\
\hline
-3 & -5 & 36 & 10 \\
0 & 5 & -15 & 5 \\
0 & -2 & 6 & -2 \\
\hline
-3 & -5 & 36 & 10 \\
0 & 5 & -15 & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

La última fila de coeficientes nos informa que el sistema resulta Compatible

Indeterminado, es decir con infinitas soluciones, hacemos:

$z = t\ ,\ 5y - 15z = 5 \ \Rightarrow\ y = 1 + 3z = 1 + 3\,t$

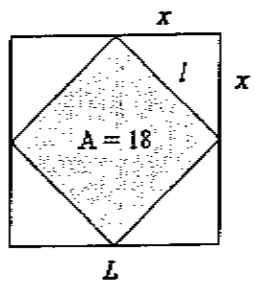
$$-3x - 5y + 36z = 10 \ \Rightarrow\ x = \frac{10 + 5y - 36z}{-3} = \frac{10 + 5\,(1 + 3t) - 36t}{-3} \ \therefore\ x = -5 + 7\,t$$

el conjunto solución es:

$S = \{(-5 + 7t\ ,\ 1 + 3t\ ,\ t),\ t \in \Re\}$

Resoluciones de ejercicios y problemas del año 2005

110) La figura representa el problema planteado, de los datos y aplicando el Teorema de Pitágoras se obtiene:



$$l^2 = 18 \;\Rightarrow\; l = 3\sqrt{2}$$

$$x^2 + x^2 = l^2 \;\Rightarrow\; 2x^2 = 18 \;\Rightarrow\; x^2 = 9$$

$$x = 3 \;\Rightarrow\; L = 2x = 6\ cm$$

112) $p(x) = a\,x\,(x-2)(x-1)(x+1) = a\,x\,(x-2)(x^2-1)$

$p(x) = a\,(x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x) = a\,x^4 - 2a\,x^3 - a\,x^2 + 2a\,x$

si el término cuadrático tiene coeficiente 5 entonces:

$-a = 5 \;\Rightarrow\; a = -5$

el polinomio es: $p(x) = -5x^4 + 10x^3 + 5x^2 - 10x$

113) El problema se resuelve planteando un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} p + m + g = 60 \\ p + 2g = 65 \\ p + m = 35 \end{cases}$$

siendo p, m y g los precios por kilogramo de los clavos pequeños, medianos y grandes respectivamente.

Planteamos le método de eliminación de Gauss y se obtiene:

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 1 & 0 & 2 & 65 \\ 1 & 1 & 0 & 35 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 25 \end{array}$$

De la última fila de coeficientes obtenemos: $g = 25 \frac{\$}{kg}$

$m - g = -5 \;\Rightarrow\; m = g - 5 \;\Rightarrow\; m = 20 \frac{\$}{kg}$

$p + m + g = 60 \;\Rightarrow\; p = 15 \frac{\$}{kg}$

114) $\left|x^2 - 6x + 5\right| = 5 - 2x \quad \Rightarrow \quad 5 - 2x \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \leq \dfrac{5}{2}$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 5 - 2x \\ \qquad \vee \\ x^2 - 6x + 5 = -5 + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \quad x^2 - 4 = 0 \\ \qquad \vee \\ x^2 - 8x + 10 = 0 \end{cases}$$

$(x = 0 \vee x = 4) \vee \left(x = 4 + \sqrt{6} \;\vee\; x = 4 - \sqrt{6}\right)$

La única raíz entera que satisface la ecuación inicial es: $x = 0$

115) $f(x) = C\,a^x \;, a > 0 \wedge a \neq 1$

$f(0) = 3 \;\Rightarrow\; C\,a^0 = 3 \;\Rightarrow\; C = 3$

$f(2) = 12 \;\Rightarrow\; 3\,a^2 = 12 \;\Rightarrow\; a = 2$ por lo tanto $f(x) = 3\;2^x$

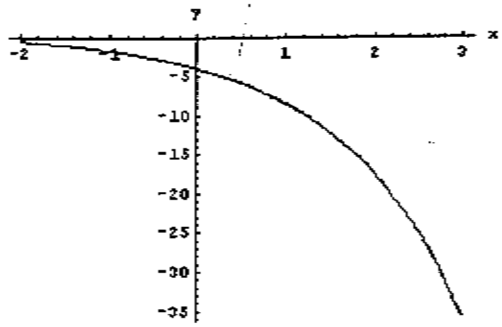
$g(x) = mx + n \;, m \neq 0$

$\begin{cases} g(1) = -1 = m + n \\ g(-1) = 2 = -m + n \end{cases} \quad \Rightarrow \quad m = -\dfrac{3}{2} \;\wedge\; n = \dfrac{1}{2}$ por lo tanto $g(x) = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}$

Verificamos que se pueden componer las funciones y luego las componemos, en efecto: $\exists g \circ f \;\Leftrightarrow\; I_f \subseteq D_g$, como $D_g = \Re$ la condición anterior se cumple.

La función compuesta resulta entonces:

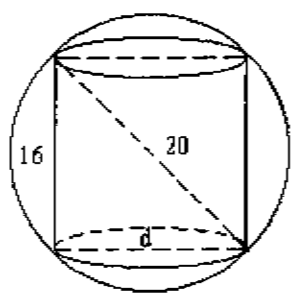
$g \circ f : \Re \to \Re / (g \circ f)(x) = -\frac{9}{2} 2^x + \frac{1}{2}$ Su gráfica es:



116) $16^{x^2-4} - 32^{2x-2} = 0 \Rightarrow 16^{x^2-4} = 32^{2x-2} \Rightarrow 2^{4x^2-16} = 2^{10x-10}$; por inyectividad resulta:

$4x^2 - 16 = 10x - 10 \Rightarrow 4x^2 - 10x - 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 3$

117)

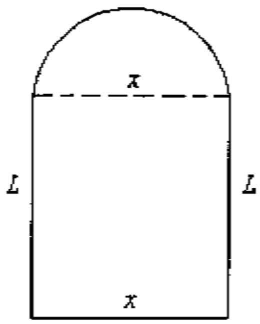


Aplicando el Teorema de Pitágoras se obtiene:

$d = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \Rightarrow r = 6\,cm$

$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h \Rightarrow S = 2\pi.6^2 + 2\pi.6.16 = 264\pi\, cm^2$

123)



El área es: $A = L.x + \frac{\pi}{2}\frac{x^2}{4} = Lx + \frac{\pi x^2}{8}$

El perímetro es: $p = 2L + x + \pi\frac{x}{2} = 10 \Rightarrow 2L = 10 - x\left(1+\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow L = 5 - \frac{x}{2}\left(1+\frac{\pi}{2}\right)$

$$A(x) = \left[5 - \frac{x}{2}\left(1+\frac{\pi}{2}\right)\right]x + \frac{\pi}{8}x^2 \Rightarrow A(x) = 5x - \frac{x^2}{2}\left(1+\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{8}x^2$$

operando resulta: $A(x) = 5x - \left(1+\frac{\pi}{4}\right)\frac{x^2}{2}$

127) La ecuación que representa el problema es: $\frac{1}{t} + \frac{1}{t-3} = \frac{1}{2}$

Operando se obtiene: $t^2 - 7t + 6 = 0$, cuyas raíces son: $t = 1 \lor t = 6$,

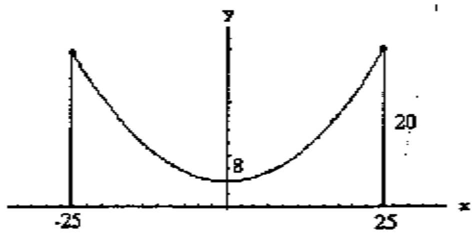
pero $t = 1$ no verifica, luego, una persona hace el trabajo en 6 horas y la otra en 3 horas.

128) $F = k\ A\ v^2$, entonces en la nueva situación ocurre que: $F' = k\ A'\ v'^2$ con $A' = \frac{A}{2}$ y $v' = 2\ v$. Despejando k de ambas expresiones e igualando:

$$\frac{F}{A\ v^2} = \frac{F'}{A'\ v'^2} \Rightarrow \frac{F}{A\ v^2} = \frac{F'}{\frac{A}{2}\ 4\ v^2} \Rightarrow F' = 2\ F$$

Es decir que la fuerza del viento sobre el nuevo muro se duplica

130)



Según los datos del problema la ecuación de la parábola resulta:

$y = ax^2 + 8$ con $y(25) = 20$ por lo tanto

$20 = a\,25^2 + 8 \;\Rightarrow\; a = \dfrac{12}{625}$

La ecuación es: $y = \dfrac{12}{625}x^2 + 8$

135) Si 1 es raíz de la ecuación: $1 + b + c = 0$, $b > 0$

$b^4 - 4ac = b^2 - 4c = 484 \;\Rightarrow\; b^2 - 4(-1-b) = 484$

$b^2 + 4b - 480 = 0$ con solución: $b = -24 \vee b = 20 \;\therefore\; b = 20$ y $c = -21$

La ecuación a resolver es: $x^2 + 20x - 21 = 0$ con solución: $x = 1 \vee x = -21$

por lo tanto la otra raíz es $x = -21$

136) $\dfrac{1}{\sqrt{x} - a} - \dfrac{1}{\sqrt{x} + a} = 2a$, $a < 0$ si $x = 26$ por lo tanto

$\dfrac{1}{\sqrt{26} - a} - \dfrac{1}{\sqrt{26} + a} = 2a \;\Rightarrow\; \dfrac{\sqrt{26} + a - \sqrt{26} + a}{26 - a^2} = 2a$

$\dfrac{2a}{26 - a^2} = 2a \;\Rightarrow\; 26 - a^2 = 1$

$a^2 = 25 \;\Rightarrow\; a = -5$

138) La función exponencial $f(x) = 2\,3^{x-1} + 1$ resulta biyectiva cuando el codominio coincida con el conjunto imagen, luego, calculamos dicho conjunto:

$x \geq 0 \;\Rightarrow\; x - 1 \geq -1 \;\Rightarrow\; 3^{x-1} \geq 3^{-1}$

$3^{x-1} \geq \frac{1}{3} \;\Rightarrow\; 2\,3^{x-1} \geq \frac{2}{3} \;\Rightarrow\; 2\,3^{x-1} + 1 \geq \frac{5}{3}$

o sea que: $f(x) \geq \frac{5}{3}$ entonces $B = \left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$

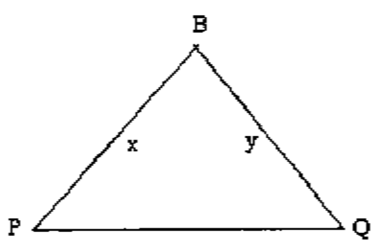
Buscamos la función inversa: $x = 2\,3^{y-1} + 1 \;\Rightarrow\; \frac{x-1}{2} = 3^{y-1} \;\Rightarrow\; y - 1 = \log_3 \frac{x-1}{2}$

$f^{-1} : \left[\frac{5}{3}, +\infty\right) \to \Re_0^+ \,/\, f^{-1}(x) = \log_3 \frac{x-1}{2} + 1$

141) $C = k \frac{a\,h^2}{l}$ con $a = 20\,cm$, $h = 40\,cm$, $l = 300\,cm$

$k = \frac{C\,l}{a\,h^2} = \frac{100\,kg\;300\,cm}{20\,cm\;1600\,cm^2} = \frac{15}{16}\,\frac{kg}{cm^2}$

143)



$P\hat{B}Q = 180° - (43° + 53°) = 84°$ por Teorema del Seno

$\frac{sen\,53°}{x} = \frac{sen\,84°}{50} = \frac{sen\,43°}{y}$

$x = \frac{50\,sen53°}{sen84°} \cong 40{,}15\,km$

$y = \frac{50\,sen43°}{sen84°} \cong 34{,}29\,km$

146) a) Cuando alcance la altura máxima su velocidad es nula. Una vez determinado el tiempo que tarda en alcanzarla se calcula la posición correspondiente.

$$v = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{-8\frac{m}{s}}{9{,}8\frac{m}{s^2}} = 0.8s$$

$$y(0.8) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 175 + 8 \times 0.8 - 4{,}9 \times 0.64 = 178{,}26m$$

b)

$$y(5) = y(0.8) - v(0{,}8)\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 = 178{,}26 - 4{,}9(4{,}2)^2 = 91{,}82m$$

$$v(5) = v(0{,}8) - g\Delta t = -9{,}8 \times 4{,}2 = -41{,}2\frac{m}{s}$$

c) $y_t = y(0{,}8) - v(0{,}8)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{178{,}26}{4{,}9}} = 6s$

Este es el tiempo que tarda en llegar al suelo desde el instante en que llegó a su altura máxima. Desde el momento que fue arrojado será $t = 0{,}8 + 6 = 6{,}8s$

147) $\vec{v} + \vec{w} = \vec{w} - \vec{u} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} + \vec{w} + \vec{u} = \vec{w}$

$\vec{v} + \vec{w} + \vec{u} = (a^2, -18)$ y $|\vec{v} + \vec{w} + \vec{u}| = 30$

$\sqrt{a^4 + 18^2} = 30 \quad \Rightarrow \quad a^4 + 324 = 900$

$a^2 = \sqrt{900 - 324} = 24$ por lo tanto el vector suma es: $(24\,,\,-18)$

148) Elegimos un centro de reducción arbitrario, A= (0,0) (es conveniente elegir un punto cuya coordenada x = 0).

Planteamos las ecuaciones analíticas del sistema

$\sum F_{ix} = 50N$

$\sum F_{iy} = 50\sqrt{3}N$

$\sum M_{Fi} = \left(-50 \times 4 + 150\sqrt{3} - 39{,}95 \times 3 - 39{,}95\right)Nm = -100{,}3Nm$

El sistema equilibrante que está aplicado en A será:

$\overline{E}(0,0) = \left(-50, -50\sqrt{3}\right)N \qquad M = 100{,}3Nm$

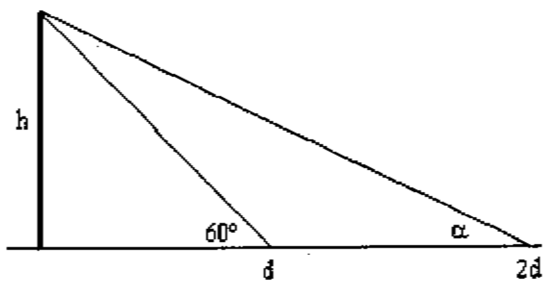
La equilibrante solicitada será tal que, tomando como centro de reducción el punto indicado en el enunciado, el momento de traslación de $\overline{E}$ debe resultar de signo contrario a M.

$M_E = -100,3Nm = -50 \times d \rightarrow d = 2m$

y se encuentra sobre el origen para corresponder al signo negativo del M_E

Respuesta: $\overline{E}(0,2) = \left(-50, -50\sqrt{3}\right)N$

149)



$tg60° = \frac{h}{d}$; $tg\alpha = \frac{h}{2d} = \frac{1}{2} tg60° \quad \Rightarrow \quad tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\alpha = arctg\frac{\sqrt{3}}{2} = 40°\ 53'\ 36''$

150) $-1 \leq sen(3x+c) \leq 1 \quad \Rightarrow \quad -A \leq A\ sen(3x+c) \leq A$

$-A+5 \leq A\ sen(3x+c)+5 \leq A+5 \quad \Rightarrow \quad A+5-(-A+5) = 8 \quad \Rightarrow \quad A = 4$

Para buscar el período hacemos: $\quad 0 \leq 3x+c \leq 2\pi \quad \Rightarrow \quad -c \leq 3x \leq 2\pi - c$

$-\frac{c}{3} \leq x \leq \frac{2\pi - c}{3} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi - c}{3} - \left(-\frac{c}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi$

154) Como el sistema final está en equilibrio, se deben cumplir las ecuaciones de equilibrio de un sistema plano de fuerzas. Elegimos un sentido arbitrario para las fuerzas incógnitas y un centro de reducción también arbitrario. Por ejemplo:

$\overline{F_1}(4,1) = \left(\left|\overline{F_1}\right|, 270^0\right), \overline{F_2}(5,0) = \left(\left|\overline{F_2}\right|, 180^0\right), O(0,0)$

Planteamos las ecuaciones de equilibrio

$\sum F_{ix} = 0 = \left|\overline{F_1}\right| \cos 270^0 + \left|\overline{F_2}\right| \cos 180^0 + \left|\overline{F}\right| \cos 135^0$

$\sum F_{iy} = 0 = \left|\overline{F_1}\right| sen 270^0 + \left|\overline{F_2}\right| sen 180^0 + \left|\overline{F}\right| sen 135^0$

$\sum M_{Fi} = 0 = -4 \times \left|\overline{F_1}\right| + 2 \times F_x + 2 \times F_y$

De las dos primeras obtenemos las intensidades de las fuerzas $\overline{F_1}, \overline{F_2}$, recordando que: si del sistema resultan con signos negativos el sentido arbitrario elegido debe ser invertido.

$\left|\overline{F_1}\right| = 50\sqrt{2}N \quad \left|\overline{F_2}\right| = -50\sqrt{2}N$

Si aplicamos estos valores a la tercera ecuación debe satisfacerla, en efecto:

$\sum M_{Fi} = \left(-4 \times 50\sqrt{2} + 100\sqrt{2} + 100\sqrt{2}\right) Nm = 0$ por lo tanto

$\overline{F_1}(4,1) = \left(50\sqrt{2}, 270^0\right) \overline{F_2}(5,0) = \left(50\sqrt{2}, 0^0\right)$

155) La única fuerza equilibrante del sistema debe generar - si se traslada al punto A - un par de signo contrario a M. Considerando que debe pasar por un punto de coordenada x = 1, el par de traslación será (suponiendo que está por arriba de A).

$M = F_{1x} \times d_y + F_{1y} d_x = 159,8 = 50 \times d_y + 2 \times 50\sqrt{3}$

$d_y = -0,27 \rightarrow y = 3,73$

La equilibrante debe estar por debajo del punto A (por ser negativo el signo de la incógnita)

Respuesta: $\overline{E}(1, 3.73) = \left(-50, -50\sqrt{3}\right) N$

158) $f(x) = 0 \;\Rightarrow\; sen(2x) + sen(\pi - x) = 0$

$2\, senx \cos x + sen\pi \cos x - \cos\pi\; senx = 0$

$2\, senx \cos x + senx = 0 \quad \Rightarrow \quad senx\left(2\cos x + 1\right) = 0$

$$\begin{cases} senx = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \;\vee\; x = \pi \\ \qquad \vee \\ 2\cos x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos x = -\dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{2}{3}\pi \;\vee\; x = \dfrac{4}{3}\pi \end{cases}$$

El conjunto de ceros es: $C = \left\{0, \frac{2}{3}\pi, \pi, \frac{4}{3}\pi\right\}$

159) a)

$h = v_{0y} \times t + \frac{1}{2} a t^2$

$150 = 20t + 4,9t^2 \rightarrow t = 3,86s \left(el\, segundo\, valor\, de\, t\, es\, negativo\right)$

b) $x = v_{0x} \times t = 20\sqrt{3} \times 3,86 = 133,7m$

c)

$$v_y(3,86s) = v_{0y} + gt = 20 + 9,8 \times 3,86 = 57,8 \frac{m}{s}$$

$(en\ nuestro\ sistema\ de\ referencia\ la\ velocidad\ según\ y, es\ negativa)$

$$\tan\alpha = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = -\frac{57,8}{20\sqrt{3}} = -59^\circ,6$$

161) área $ABC = \frac{1}{2}\, a\, b\, sen\alpha$

$$12 = \frac{1}{2}\, 5\, 8\, sen\alpha \;\Rightarrow\; sen\alpha = \frac{3}{5} \;\Rightarrow\; \alpha = 36,8^\circ \;\vee\; \alpha = 143,2^\circ$$

Por teorema del coseno se obtienen las posibles medidas de c:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$$

$$c_1 = \sqrt{25 + 64 - 80\cos 36,8^\circ} \cong 5 \;\; y \;\; c_2 = \sqrt{25 + 64 - 80\cos 143,2^\circ} \cong 12,37$$

163) Se plantean las ecuaciones de proyección sobre los ejes x e y

$$F_{Rx} = \sum_1^2 F_{xi} = |\overline{F_1}|\cos\alpha_1 + |\overline{F_2}|\cos\alpha_2 = 4N + 8N\cos\alpha_2$$

$$F_{Ry} = \sum_1^2 F_{yi} = |\overline{F_1}|\,sen\alpha_1 + |\overline{F_2}|\,sen\alpha_2 = 8\,N\,sen\alpha_2$$

La condición del problema implica que $F_{Rx} = 0$, lo cual nos conduce a

$$F_{Rx} = 0 = 4N + 8N\cos\alpha_2 \rightarrow \cos\alpha_2 = -0.5 \rightarrow \alpha_2 = 120^\circ$$

$$F_{Ry} = \sum_1^2 F_{yi} = |\overline{F_1}|\,sen\alpha_1 + |\overline{F_2}|\,sen\alpha_2 = 8N\,sen\alpha_2 = 4\sqrt{3}N$$

$$\overline{F}_{(0,0)} = \left(0, 4\sqrt{3}N\right) = \left(4\sqrt{3}N, 90^\circ\right) \;\; y\; \alpha_2 = 120^\circ$$

165) Calculamos el dominio:

$$(x + 1 > 0 \wedge x \geq 0) \vee (-3 \leq x \leq -1) \vee (-7 \leq x < -3)$$

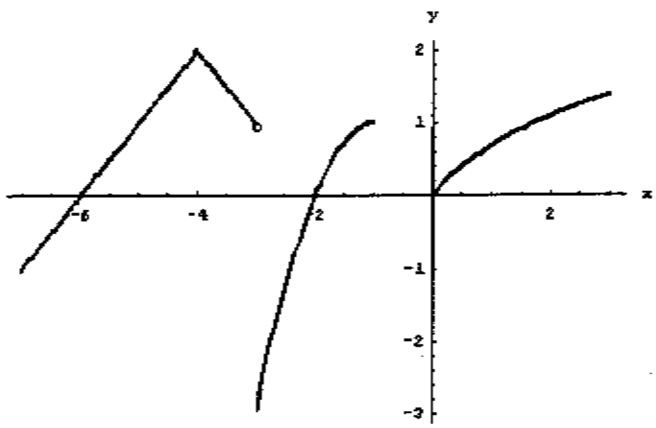
$x \geq 0 \vee -7 \leq x \leq -1$, por lo tanto: $D_f = [-7, -1] \cup [0, +\infty)$

De la gráfica se desprende que $I_f = [-3, +\infty)$

Para obtener los ceros hacemos:

- $\ln(x+1)=0 \Rightarrow x+1=1 \Rightarrow x=0$
- $-x^2-2x=0 \Rightarrow -x(x+2)=0 \Rightarrow x=0 \vee x=-2$, como $-3 \le x \le -1$, debe ser $x=-2$
- $-|x+4|+2=0 \Rightarrow |x+4|=2 \Rightarrow x+4=2 \vee x+4=-2 \Rightarrow x=-2 \vee x=-6$, como $-7 \le x < 3$, entonces $x=-6$

Luego el conjunto de ceros es: $\{-6\,,-2\,,0\}$



167) Para que el sistema no sea compatible determinado debe cumplirse que: $8-4k=0$

$$\begin{array}{cc|c} k & 7 & 10 \\ 8 & 28 & 41 \\ \hline k & 7 & 10 \\ 8-4k & 0 & 1 \end{array}$$

Luego $8-4k=0 \quad \Rightarrow \quad k=2$, para este valor de k el sistema resulta incompatible.

El conjunto solución es: $S=\varnothing$

170) El dominio de la función *arcsen* es el conjunto $[-1\,,1]$ y el dominio de la función *arctg* son los reales, por lo tanto para la función del ejercicio se debe cumplir:

$-1 \le \sqrt{x}-1 \le 1 \quad \wedge \quad x-1 \ne 0$

$0 \le \sqrt{x} \le 2 \quad \wedge \quad x \ne 1$

$0 \le x \le 4 \quad \wedge \quad x \ne 1$ por lo tanto el dominio de f es: $D_f=[0\,,1)\cup(1\,,4]$

171) Para llegar a una posición de reposo de la varilla, es necesario que el sistema de fuerzas se encuentre en equilibrio y su equilibrante pase por el punto P:

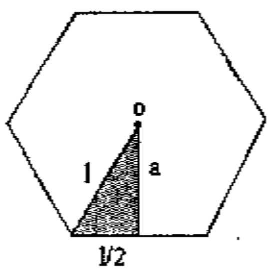
$$M_R^P = \sum_1^2 M_{Fi}^P = \left|\overline{W_2}\right|\left|x_P - x_2\right| - \left|\overline{W_1}\right|\left|x_P - x_1\right| = 0$$

Llamando a $\left|x_P - x_2\right| = d_2$ y $\left|x_P - x_1\right| = d_1$ será

$$W_2 d_2 = W_1 d_1$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{l_1}{2} sen\phi_1}{\frac{l_2}{2} sen\phi_2} = \frac{l_1 sen\phi_1}{l_2 \cos\phi_1} = \frac{l_1}{l_2}\tan\phi_1 \rightarrow W_2 = W_1 \frac{l_1}{l_2}\tan\phi_1 = 15N$$

172) Representamos la figura:



$150\sqrt{3} = 6\,\dfrac{l\,a}{2}$ determinaremos la medida de la apotema, en el triángulo sombreado

se cumple: $a^2 + \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 = l^2$

$$a^2 + \frac{l^2}{4} = l^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = \frac{3}{4}l^2$$

$a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}l$ reemplazamos en la expresión inicial

$$150\sqrt{3} = 6\,\frac{l\,a}{2} = 3\,l\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,l$$

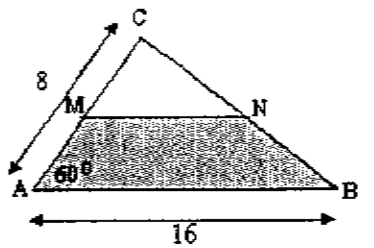
$$150\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}l^2 \quad \Rightarrow \quad l^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad l = 10\ cm$$

174) $g(2) = f(2) \Rightarrow \dfrac{2a+b}{2-1} = 12$

$$g(-1) = f(-1) \Rightarrow \frac{-a+b}{-1-1} = -3$$

Luego: $\begin{cases} 2a+b=12 \\ -a+b=6 \end{cases}$ y resolviendo el sistema se obtiene: $a=2 \wedge b=8$

175) Planteamos el teorema del coseno en la figura para obtener la medida del lado BC.



$l^2 = 16^2 + 8^2 - 2.16.8\cos 60° = 192$

$l = 8\sqrt{3}$

El perímetro del trapecio es: $p = 4 + 16 + 4\sqrt{3} + 8$

$p = 28 + 4\sqrt{3} \cong 34{,}92$

176) Se reduce el sistema al punto A y se plantean las ecuaciones estáticas:

$$\sum_1^2 F_{xi} = |\overline{F_1}|\cos\alpha_1 + |\overline{P}|\cos\alpha_2 = 7{,}5N\cos 0° + 30N\cos 270° = 7{,}5N$$

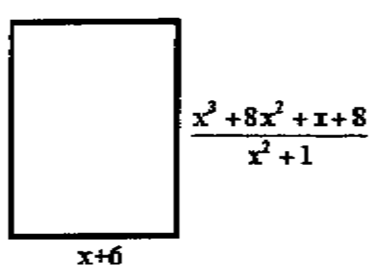
$$\sum_1^2 F_{yi} = |\overline{F_1}|\operatorname{sen}\alpha_1 + |\overline{P}|\operatorname{sen}\alpha_2 = 7{,}5N\operatorname{sen}0° + 30N\operatorname{sen}270° = -30N$$

$$\sum_1^2 M_{Fi}^A = -|\overline{F_{1x}}||y_A - y_B| + |\overline{P_y}||x_A - x_C| = -30Nm + 30Nm = 0Nm$$

El sistema equilibrante es el sistema opuesto al obtenido

$$\overline{E}(3,0) = (-7.5, 30)N = (30.92N, 104.°04)$$

179)



$$\frac{x^3+8x^2+x+8}{x^2+1}=\frac{(x^2+1)(x+8)}{x^2+1}=x+8$$

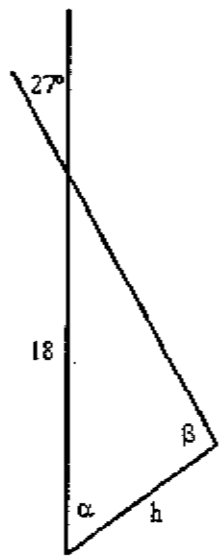
$2(x+6)+2(x+8)\leq 52 \quad \Rightarrow \quad 4x+28\leq 52$

$4x\leq 24 \quad \Rightarrow \quad x\leq 6$ pero se debe tener en cuenta la condición:

$x+6>0 \ \wedge \ x+8>0 \quad \Rightarrow \ x>-6$

Resulta entonces: $x\leq 6 \ \wedge \ x>-6 \quad \therefore \quad x\in(-6\,,6]$

182)



$$\alpha=\frac{360^\circ}{12}2=60^\circ$$
$$\beta=180^\circ-(60^\circ+27^\circ)=93^\circ$$

Por teorema del seno:

$$\frac{h}{sen27^\circ}=\frac{18}{sen93^\circ} \quad \Rightarrow \quad h=18\,\frac{sen27^\circ}{sen93^\circ}$$

$h\cong 8{,}18\ cm$

183) $V=a\,l\,h=288$

$288=x\,(x-5)\,8$

$x^2-5x=36 \quad \Rightarrow \quad x^2-5x-36=0$ con soluciones

$x=9 \ \vee \ x=-4$ pero solo tiene sentido el valor $x=9$

La arista del cubo es: $x-5=4$

184) $x-5=\sqrt{x-3} \quad \Rightarrow \quad x^2-10x+25=x-3$

$x^2-11x+28=0 \quad \Rightarrow \quad x=7 \ \vee \ x=4$

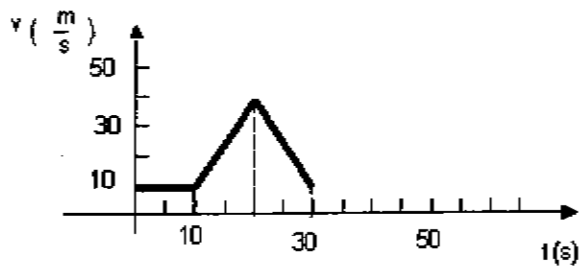
La ecuación se satisface solamente para $x=7:\ S=\{7\}$

185) a) 0-10s MRU, 10-20s MRUA, 20-30s MRUR

$$v(10) = 10\frac{m}{s}$$

$$v(20) = v(10) + a_2 \times (t_2 - t_1) = 10 + 30 = 40\frac{m}{s}$$

$$v(30) = v(20) - a_3 \times (t_3 - t_2) = 40 - 30 = 10\frac{m}{s}$$

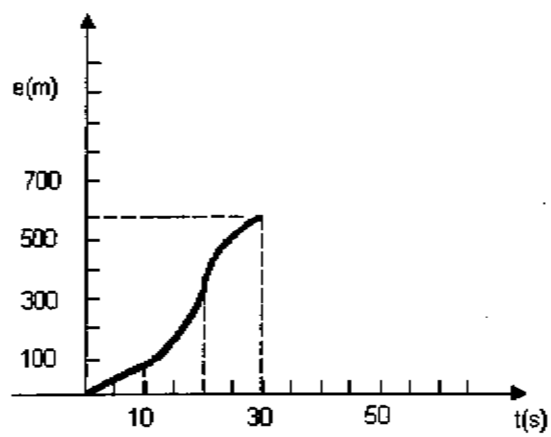


b)

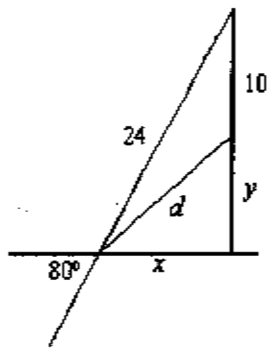
$$e(10) = e_0 + v_0 \times (t_1 - t_0) = 10 \times 10 = 100m$$

$$e(20) = e(10) + v(10) \times (t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a_2(t_2 - t_1)^2 = 100 + 10 \times 10 + \frac{3}{2} \times 100 = 350m$$

$$e(30) = e(20) + v(20) \times (t_3 - t_2) - \frac{1}{2}a_3(t_3 - t_2)^2 = 350 + 40 \times 10 - \frac{3}{2}100 = 600m$$



186)



$$\cos 80^\circ = \frac{x}{24} \quad \Rightarrow \quad x = 24\cos 80^\circ \cong 4{,}16$$

$$sen 80^\circ = \frac{10+y}{24} \quad \Rightarrow \quad y = 24\; sen 80^\circ - 10 \cong 13{,}63$$

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \cong 14{,}26\; m$$

187) $A = (a,b) \qquad \overrightarrow{AB} = (-2-a\,,1-b) \qquad \overrightarrow{AC} = (3-a\,,-2-b)$

$$2\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC} = (-4-2a-9+3a\,,\,2-2b+6+3b) = \bar{0} = (0{,}0)$$

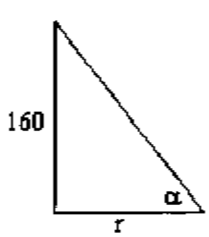
$$(a-13\,,b+8) = (0{,}0) \quad \Rightarrow \quad a = 13 \wedge b = -8$$

188) Efectuamos el cociente de los polinomios para buscar el resto:

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
3x^6 & -2x^5 & +x^3 & -3x^2 & +2x & -125 & x^5 \quad -x \\ \cline{7-7}
-\;3x^3 & & & -3x^2 & & & 3x \quad -2 \\ \hline
 & -2x^5 & +x^3 & 0x^2 & +2x & -125 & \\
 & -\;-2x^5 & & & +2x & & \\ \cline{2-6}
 & & x^3 & & & -125 &
\end{array}$$

$$r(x) = x^3 - 125 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^3 = 125 \;\therefore\; x = 5 \text{ es raíz real única}$$

189)



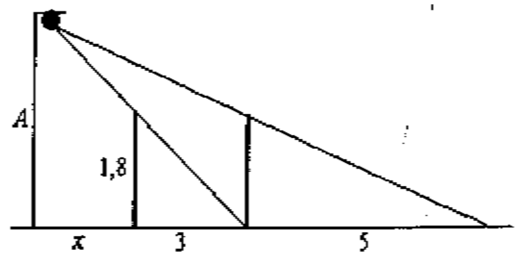
$$r = \frac{d}{2} = 110 \qquad tg\alpha = \frac{160}{110} = \frac{16}{11}$$

$$\alpha = arctg\frac{16}{11} \cong 55{,}5^\circ$$

$$A_T = \frac{160\,.\,110}{2} = 8800 \;\text{ y }\; A_{SC} = \frac{\pi\,110^2\;\;55{,}5^\circ}{360^\circ} \cong 5860{,}38$$

$$A = A_T - A_{SC} = 2939{,}62$$

191)



$$\frac{A}{x+3}=\frac{1,8}{3} \quad \wedge \quad \frac{A}{x+8}=\frac{1,8}{5}$$

$$3A = 1,8x + 1,8\,.\,3 \quad \wedge \quad 5A = 1,8\,(x+8)$$

$$3A - 5A = 1,8\,.\,3 - 1,8\,.\,8 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{9}{2}\,m \ \text{ y } \ x = 4,5\,m$$

192) Si trazamos un sistema de coordenadas con el eje y pasando por el vértice del arco parabólico y el eje x coincidente con el piso, la ecuación que representa a dicho arco es: $y = kx^2 + 2,8$. Con un dato del problema obtenemos k: $k\,1^2 + 2,8 = 0 \Rightarrow k = -2,8$

$y = -2,8x^2 + 2,8$

Como la caja tiene 1,5 metros de ancho la máxima altura que podrá poseer es aquella que corresponda a $y(0,75) = -2,8\,(0,75)^2 + 2,8 = 1,225\,m$

193) $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(4-3k))$

$$(4-3k)^2 + (k+1)(4-3k) + 1 = 16 - 24k + 9k^2 + 4k - 3k^2 + 4 - 3k + 1 = 0$$

$$6k^2 - 23k + 21 = 0 \quad \Rightarrow \quad 6\left(k - \frac{7}{3}\right)\left(k - \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$k = \frac{7}{3} \quad \vee \quad k = \frac{3}{2}$$

194) $e^{\ln x} - 3\,e^{-\ln x} = 2 \quad \wedge \ x > 0$

$$x - 3\,e^{\ln x^{-1}} = 2$$

$x-3x^{-1}=2 \quad \Rightarrow \quad x-\dfrac{3}{x}=2$

$x^2-2x-3=0 \quad \Rightarrow \quad (x+1)(x-3)=0$

$(x=-1 \ \vee \ x=3) \ \wedge \ x>0 \quad \Rightarrow \quad x=3 \qquad S=\{3\}$

195) $T(a)=m\,a+n$

$$\begin{cases} T(0)=20 \\ T(1000)=10 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n=20 \\ m\,1000+20=10 \ \Rightarrow \ m=-\dfrac{1}{100} \end{cases}$$

$T(a)=-\dfrac{1}{100}\,a+20$ hemos obtenido la relación temperatura en función de altura.

Bajo las condiciones del problema: $12<-\dfrac{1}{100}\,a+20<17$

$-8<-\dfrac{1}{100}\,a<-3 \quad \Rightarrow \quad 300<a<800$, entre los 300 m y los 800m la temperatura se encuentra entre los valores pedidos.

196) $(senx+\cos x)+(senx-\cos x)=-\dfrac{6}{5} \quad \Rightarrow \quad 2\,senx=-\dfrac{6}{5} \quad \Rightarrow \quad senx=-\dfrac{3}{5}$

$(senx+\cos x)-(senx-\cos x)=-\dfrac{8}{5} \quad \Rightarrow \quad 2\cos x=-\dfrac{8}{5} \quad \Rightarrow \quad \cos x=-\dfrac{4}{5}$

$senx=-\dfrac{3}{5} \ \wedge \ \cos x=-\dfrac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad x\notin[0\,,\pi)$, luego no existe x.

197) El discriminante de la ecuación x^2+8x+k es $\Delta=64-4k$ y debe cumplirse que $64-4k\geq 0 \quad \Rightarrow \quad k\leq 16$, para que la misma posea raíces reales. Ahora bien, calculamos sus raíces y planteamos la condición pedida:

$$x_1=\frac{-8+\sqrt{64-4k}}{2}=-4+\sqrt{16-k}$$

$$x_2=\frac{-8-\sqrt{64-4k}}{2}=-4-\sqrt{16-k}$$

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2\,x_1 x_2$ aplicando las propiedades de las raíces es:

$x_1 + x_2 = -8 \quad \wedge \quad x_1 x_2 = k \quad \Rightarrow$

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2\,x_1 x_2 = 64 - 2k \quad \Rightarrow$

$x_1^2 + x_2^2 = 64 - 2k = 34 \quad \Rightarrow \quad k = 15$

198) La figura que representa al problema es la que sigue, y se trata de determinar el porcentaje del volumen total de la lata que está sombreado.

$$V_P = 3\,V_E = 3\,\frac{4}{3}\pi\,\frac{65^3}{8}$$

$$V_L = \pi\frac{65^2}{4}\,3\,.\,65 = \frac{3}{4}\,65^3\pi$$

$$V_F = V_L - V_P = \frac{3}{4}\,65^3\pi - \frac{1}{2}\,65^3\pi = \frac{1}{4}\,65^3\pi$$

$$\frac{V_F}{V_L} = \frac{65^3\,4^{-1}\pi}{3\,.\,65^2\,4^{-1}\pi} = \frac{1}{3}$$ el porcentaje es 33,3%

199) De los datos del problema planteamos:

$f(0) = 1 \Rightarrow C\,a^0 = 1 \Rightarrow C = 1$

$f(2) = 4 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ por lo tanto $f(x) = 2^x$

$g^{-1}(4) = 1 \Rightarrow \log_b 4 = 1 \Rightarrow b = 4$ por lo tanto $g^{-1}(x) = \log_4 x$

y su inversa es $g(x) = 4^x$.

Buscamos los ceros de $h(x) = g(x) - f(x) = 4^x - 2^x$

$4^x - 2^x = 0 \Rightarrow 2^{2x} = 2^x \Rightarrow 2x = x \quad \therefore \quad x = 0$

Resoluciones de ejercicios y problemas del año 2006

203) 1 y 2 son ceros de p, luego: $p(1)=0 \Rightarrow a+b=7$ y $p(2)=0 \Rightarrow 4a+2b=0$

Resolviendo, resulta: $a=-7 \wedge b=14$

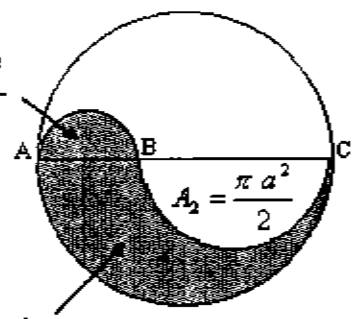
$p(x)=x^3-7x^2+14x-8$, aplicando la regla de Ruffini:

	1	−7	14	−8
1		1	−6	8
	1	−6	8	0
2		2	−8	
	1	−4	0	

Por lo tanto: $p(x)=x^3-7x^2+14x-8$

204) De la figura se obtiene:

$$A_1=\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2\frac{1}{2}=\frac{\pi\,a^2}{8}$$



$$A_3=\pi\left(\frac{3a}{2}\right)^2\frac{1}{2}=\frac{9}{8}\pi\,a^2$$

A_1 es el área del semicírculo de diámetro AB (diámetro a)

A_2 es el área del semicírculo de diámetro BC (diámetro $2a$)

A_3 es el área del semicírculo de diámetro AC (diámetro $3a$)

El área sombreada es: $A_S=A_3-A_2+A_1=\dfrac{9\,\pi a^2}{8}-\dfrac{\pi\,a^2}{2}+\dfrac{\pi\,a^2}{8} \Rightarrow A_S=\dfrac{3}{4}\pi\,a^2$

El porcentaje pedido es: $\dfrac{A_S}{2A_3}100=\dfrac{\frac{3}{4}\pi a^2}{\frac{9}{4}\pi a^2}\;100=33{,}3\%$

205) $x_1 + x_2 = 1 \ \wedge \ x_1.x_2 = -\dfrac{3}{4}$

Aplicando propiedades de las raíces: $x_1 + x_2 = \dfrac{5q+1}{3p} \ \wedge \ x_1.x_2 = \dfrac{1}{3p}$

Igualando, resulta: $\dfrac{5q+1}{3p} = 1 \ \wedge \ \dfrac{1}{3p} = -\dfrac{3}{4}$, de donde: $p = -\dfrac{4}{9} \ \wedge \ q = -\dfrac{7}{15}$

208) $D_f = (3, +\infty)$

$\ln(x-1) + \ln(x-3) = \ln 2^3 \ \Rightarrow$

$\ln[(x-1)(x-3)] = \ln 8 \ \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \ \Rightarrow \ x^2 - 4x - 5 = 0$

$x = -1 \ \vee \ x = 5$ solo puede ser $x = 5$.

211) 1 es raíz de $p(x)$, o sea $p(1) = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & -81 & 582 & -504 \\ 1 & & 3 & -78 & 504 \\ \hline & 3 & -78 & 504 & 0 \end{array}$$

$3x^2 - 78x + 504 = 0 \ \Rightarrow \ x = 12 \ \vee \ x = 14$

Las raíces del polinomio son: 1, 12 y 14, luego calculamos el mínimo común múltiplo.

$mcm\{1, 12, 14\} = 2^2.3.7 = 84$

212) Sea r el radio de cada círculo. La base del rectángulo tiene longitud $b = 6\ 2r = 12\ r$, y la altura $h = 4\ 2r = 8\ r$.

El área del rectángulo es: $A_R = b\ h = 12r\ 8r = 96\ r^2$

El área de cada círculo es: $A_C = \pi\ r^2$

El área no perforada es: $A_R - 24\ A_C = 96\ r^2 - 24\pi\ r^2$

Porcentaje de área no perforada: $\dfrac{(96 - 24\pi)r^2}{96r^2}\ 100 = 21{,}46\%$

213) Las ecuaciones que representan al problema, considerando n número de artículos y a pesos por artículo, son:

$\begin{cases} n\ a = 1500 \\ (n-5)(a+10) = 1500 \end{cases}$ igualando y operando se obtiene la ecuación:

$2n^2 - 10n - 1500 = 0$ con solución: $n = -25 \ \vee \ n = 30$.

Evidentemente se debe considerar la solución positiva, se obtienen:

$n = 30$ artículos y el precio es, $a = 50$ \$

215) $\dfrac{2}{x-3} - \dfrac{2}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \dfrac{2(x+2) - 2(x-3)}{(x-3)(x+2)} \leq 0 \Rightarrow \dfrac{10}{(x-3)(x+2)} \leq 0$

$(x-3)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 3$

$S = (-2\ ,3)$

216) Determinamos el conjunto imagen:

$y = 2^{3x-1} + 2 \Rightarrow y - 2 = 2^{3x-1} > 0 \Rightarrow y > 2 \Rightarrow I_h = (2,+\infty)$

Calculamos la función inversa:

$x = 2^{3y-1} + 2 \Rightarrow x - 2 = 2^{3y-1} \Rightarrow \log_2(x-2) = 3y - 1 \Rightarrow y = \dfrac{1 + \log_2(x-2)}{3}$

$h^{-1} : (2\ ,+\infty) \to \Re \,/\, h^{-1}(x) = \dfrac{1 + \log_2(x-2)}{3}$

217) La ecuación de la asíntota vertical es: $x = 4$

La ecuación de la asíntota horizontal es: $y = 19$

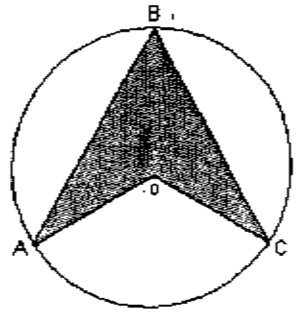
El punto donde se intersecan las asíntotas es A=$(4,19)$

La función lineal buscada es: $g : \Re \to \Re \,/\, g(x) = 5x + b$;

como la recta pasa por el punto A, resulta: $g(4) = 19 \Rightarrow 20 + b = 19 \Rightarrow b = -1$

$g : \Re \to \Re \,/\, g(x) = 5x - 1$

220)



En el triángulo BOC, sea h la altura correspondiente al lado BC,

aplicando el Teorema de Pitágoras: $h^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow h^2 = 9 \Rightarrow h = 3\,cm$

Luego el área de BOC es $A = \dfrac{8.3}{2} = 12\,cm^2$,

por lo tanto es área sombreada es $A_S = 2A = 24\,cm^2$

224) Analizamos si es posible realizar la composición: $I_g = (0,1]$, $D_f = \Re^+$, luego:

$I_g \subset D_f$

Calculamos la función compuesta: $(f \circ g)(x) = f\left(\dfrac{1}{1+x^2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{1+x^2}\right)$,

$f \circ g : \Re \rightarrow \Re / (f \circ g)(x) = \ln\left(\dfrac{1}{1+x^2}\right)$

Buscamos D_h:

$10x - 5x^2 > 0 \Rightarrow 5x(2-x) < 0 \Rightarrow (x > 0 \wedge x < 2) \vee (x < 0 \wedge x > 2)$

Luego: $D_h = (0,2)$ y $(f \circ g)(1) = \ln\dfrac{1}{2} \cong -0.69$

Entonces: $D_h \cap \{(f \circ g)(1)\} = \varnothing$

227) a) $n(0) = \dfrac{5600}{0,5 + 27,5\, e^0} = 200$

b) $\dfrac{5600}{0,5 + 27,5\, e^{-0.044t}} = 1000 \Rightarrow 0,5 + 27,5\, e^{-0.044t} = 5,6$

$e^{-0,044\,t} \cong 0,187 \quad \Rightarrow \quad t \cong \frac{\ln(0,185)}{-0,044}$

$t \cong 38,3$ años

c) Cuando ha transcurrido mucho tiempo, t asume valores muy grandes y el producto $27,5\, e^{-0,044\,t}$ se aproxima a cero; luego la población se aproxima a $\frac{5600}{0,5}$ es decir 11200 aves.

228) $P = k\,V$

$142\ gr = k\,\pi\ 4\ cm^2\ 12\ cm \quad \Rightarrow \quad k = \frac{71}{24\pi}\frac{gr}{cm^3}$

$P_e = k\,\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{71}{24\pi}\frac{gr}{cm^3}\frac{4}{3}\pi\ 125 cm^3$

$P_e \cong 493,05\ gr$

233) $p(x) = x^3 - x^2 + hx - 1 \quad \Rightarrow \quad p(x+2) = (x+2)^3 - (x+2)^2 + h\,(x+2) - 1$

Desarrollando las expresiones y agrupando términos obtenemos:

$p(x+2) = x^3 + 5x^2 + (8+h)x + 3 + 2h = x^2 + 5x^2 - 3x - 19$ (por enunciado)

$8 + h = -3 \ \wedge\ 3 + 2h = -19 \quad \Rightarrow \quad h = -11$

234) $h_{cil} = 4r$ y $h_{cono} = 6$

$V = V_{cil} + V_{cono} = \pi\ r^2 h_{cil} + \frac{1}{3}\pi r^2\ h_{cono}$

$40\pi = 4\pi\ r^3 + 2\pi\ r^2$

$2\,r^3 + r^2 - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = 2$ cm. Analicemos a continuación si es la única raíz real

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 1 & 0 & -20 \\ 2 & & 4 & 10 & 20 \\ \hline & 2 & 5 & 10 & 0 \end{array}$$

$2r^2 + 5r + 10 = 0$ no tiene raíces reales pues el discriminante: $\Delta = 25 - 80 < 0$.

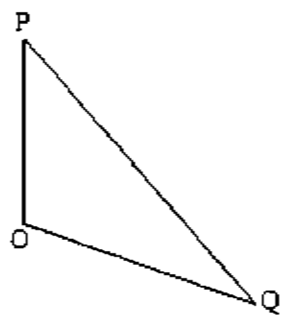
237) $-x^2+2x+3>0 \ \wedge \ x>0 \ \Rightarrow \ -(x+1)(x-3)>0 \ \wedge \ x>0$

$-1<x<3 \ \wedge \ x>0 \ \Rightarrow \ D_f=(0\,,3)$

$g(x)=\dfrac{x-2}{|x-2|}$ es la función signo desplazada dos unidades hacia la derecha, luego el conjunto imagen o calculamos así: $\dfrac{x-2}{|x-2|}=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x-2}\ , \ x>2\\ \dfrac{x-2}{-x+2}\ , x<2\end{cases}$ luego por el dominio de la función concluimos que: $g(x)=\dfrac{x-2}{-x+2}=-1\,,\,x<2 \ \ \therefore \ \ I_g=\{-1\}$

$D_f\cup I_g=(0\,,3)\cup\{-1\}$

238) $t=4\,hs\,,\ OP=25\,\dfrac{km}{h}\,4\,h=100\,km$ y $OQ=30\dfrac{km}{h}\,4\,h=120\,km$



Por teorema del coseno:

$\overline{PQ}=\sqrt{\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2-2\,\overline{OP}\,\overline{OQ}\cos 120^\circ}$

$\overline{PQ}\cong 190{,}78\,km$

Por teorema del seno: $\dfrac{\overline{OP}}{sen O\hat{Q}P}=\dfrac{\overline{PQ}}{sen 120^\circ}$

$sen O\hat{Q}P=\dfrac{\overline{OP}}{\overline{PQ}}\,sen 120^\circ=\dfrac{100}{190{,}78}\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cong 0{,}453939$

$O\hat{Q}P\cong 27^\circ$

239) $sen(2x)=1+\cos(2x) \ \Rightarrow \ 2senx\cos x=1+\cos^2 x-sen^2 x$

$2senx\cos x=1+\cos^2 x-(1-\cos^2 x) \ \Rightarrow \ 2\ senx\cos x=2\cos^2 x$

$\cos x\left(senx-\cos x\right)=0 \quad \Rightarrow \quad \cos x=0 \ \vee \ senx=\cos x$

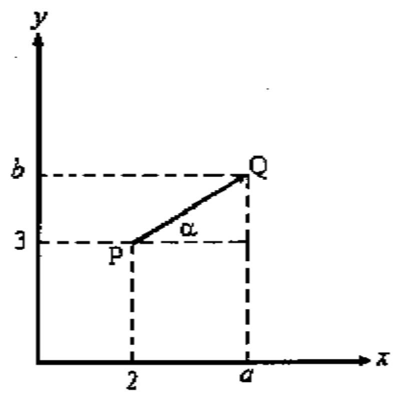
$\cos x=0 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{\pi}{2} \ \vee \ x=\dfrac{3}{2}\pi$

$\vee$ todos estos valores satisfacen la ecuación, por lo

$tgx=1 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{\pi}{4} \ \vee \ x=\dfrac{5}{4}\pi$

tanto: $S=\left\{\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right\}$

242) Realizamos una representación gráfica del problema planteado:



$P=(2,3)$ y $Q=(a,b)$

$sen\alpha=sen\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{b-3}{\left|\overline{PQ}\right|}=\dfrac{b-3}{3}$

$\dfrac{b-3}{3}=\dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad b=\dfrac{9}{2}$

$\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{a-2}{3} \quad \Rightarrow \quad a=2+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ entonces hemos determinado $Q=\left(2+\dfrac{3\sqrt{3}}{2},\dfrac{9}{2}\right)$

Las expresión cartesiana del vector se obtiene restando las coordenadas del extremo de las del origen (ver gráfico): $\overrightarrow{PQ}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\breve{i}+\dfrac{3}{2}\breve{j}$

244) Se plantean las ecuaciones de equilibrio de un sistema plano de fuerzas concurrentes.

$$\sum_1^3\overline{F_{ix}}+E_x=\overline{F_{1x}}+\left|\overline{F_2}\right|\cos\alpha_2+\left|\overline{F_3}\right|\cos\alpha_3+E_x=\overline{F_{1x}}+25N-50N=0$$

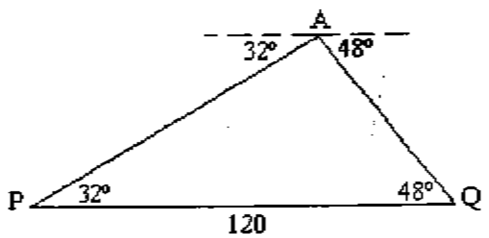
$$\sum_1^3\overline{F_{iy}}+E_y=\overline{F_{1y}}+\left|\overline{F_2}\right|sen\alpha_2+\left|\overline{F_3}\right|sen\alpha_3+E_y=\overline{F_{1y}}-25\sqrt{3}N+100N-100N=0$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$\overline{F_{1x}}=25N, \overline{F_{1y}}=25\sqrt{3}N \Rightarrow$

$\overline{F_1}(0,0)=\left(25,25\sqrt{3}\right)N=\left(50N,60^{\circ}\right)$

245)



$\hat{A} = 180° - (32° + 48°) = 100°$

Por teorema del seno: $\dfrac{120}{sen100°} = \dfrac{AP}{sen48°} \Rightarrow AP = \dfrac{sen48°}{sen100°}120 = 90{,}55\ \ km$

$$\frac{120}{sen100°} = \frac{AQ}{sen32°} \Rightarrow AQ = \frac{sen32°}{sen100°}120 = 64{,}57\ \ km$$

247) Calculamos el dominio de f: $-1 \le x^2 - 1 \le 1$

$$0 \le x^2 \le 2$$

$$x^2 \ge 0 \ \wedge \ x^2 \le 2$$

$$x^2 \le 2 \ \Rightarrow \ |x| \le \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2} \quad \text{entonces} \quad D_f = \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$$

El dominio de h es: $D_h = \Re - \{0\}$

El dominio de la función suma es: $D_{f+h} = D_f \cap D_h = \left[-\sqrt{2}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{2}\right]$

248) a) Planteamos la ecuación horaria de la coordenada vertical del proyectil para el momento del encuentro.

$$y_{fP} = y_{0P} + v_{0Py}.t_e - \frac{gt_e^2}{2}$$

$$0 = 122{,}5m - 4{,}9\frac{m}{s^2}t_e^2 \Rightarrow$$

$$t_e = \sqrt{\frac{122{,}5m}{4{,}9\frac{m}{s^2}}} = 5s$$

b) Planteamos la ecuación horaria de la trayectoria para el móvil, al momento del encuentro

$$x_e = x_{0M} + v_{0M}t_e + \frac{at_e^2}{2} = 0m + 10\frac{m}{s}.5s + 2{,}5\frac{m}{s^2}.25s^2 =$$

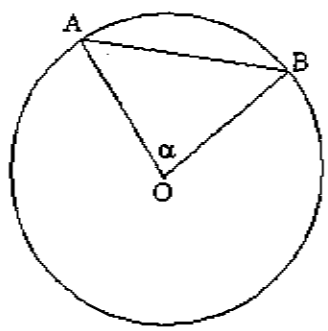
$x_e = 112,5m$

c) Se plantea la ecuación horaria del recorrido horizontal del proyectil, para el instante del encuentro

$x_e = v_{0X}.t_e \rightarrow 112,5m = v_{0X}.5s \Rightarrow$

$v_{0X} = \dfrac{112,5s}{5s} = 22,5\dfrac{m}{s}$

253)



$AB = 9\ cm \quad OA = OB = 7\ cm$

Por teorema del coseno: $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2\,OA\,OB\,\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{AB^2 - OA^2 - OB^2}{-2\,OA\,OB} = \dfrac{81-49-49}{-2\,49} = \dfrac{17}{98}$ por lo tanto $\alpha \cong 80°$

El área del triángulo AOB es: $a = \dfrac{1}{2} OA\,OB\,sen\alpha = \dfrac{1}{2}\,49\,sen80°$

$$a \cong 24{,}13\ cm^2$$

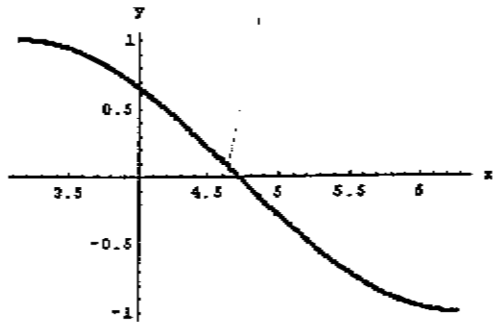
263) $\vec{a} - \vec{v} \perp \vec{v}$

$(\vec{a} - \vec{v}) \bullet \vec{v} = 0 \ \Rightarrow \ \vec{a} \bullet \vec{v} - \vec{v} \bullet \vec{v} = 0$

$|\vec{a}|\,|\vec{v}|\cos 30° - |\vec{v}|^2 = 0 \ \Rightarrow \ |\vec{a}|\,\sqrt{3}\,\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 3 = 0$

$|\vec{a}| = 2$

264) h es biyectiva para $D_h = [\pi\,,\,2\pi]$ e $I_h = [-1\,,\,1]$ pues se trata de la función $\cos x$ desplazada π unidades hacia la derecha como puede observarse en el siguiente gráfico:



Calculamos la función inversa: $x = \cos(y - \pi)$

$y - \pi = \arccos x \quad \Rightarrow \quad y = \arccos x + \pi$

$h^{-1} : [-1\,,1] \to [\pi\,, 2\pi] / h^{-1}(x) = \pi + \arccos x$

265) Si ambos sistemas son equivalentes, al trasladar el sistema aplicado en A a B debemos obtener el sistema que se había reducido al punto B, en caso contrario no son equivalentes (nota: se puede decir lo mismo del sistema reducido al punto B si lo trasladamos al A. Se pueden tomar cualquiera de las opciones).

Se traslada el sistema aplicado en A a B, se obtiene una fuerza $\overline{P_1}$ y un par de traslación de la fuerza $\overline{P_1}$ que se suma al par M_1. Si ambos sistemas son equivalentes $\overline{P_1} = \overline{P_2}$ y también $M_1 + M_{P1}^{B} = M_2$, resulta entonces:

$\overline{P_1}(5,2) = \left(\sqrt{200}N, 315^0\right) = (10,-10)N = \overline{P_2}(1,1)$

$\boxed{M_1 + M_{P1}^{B} = M_1 - |P_{1x}||y_A - y_B| - |P_{1y}||x_A - x_B| = 70 - 10 - 40 = 20Nm = M_2 = 20Nm}$

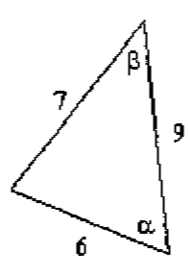
Se concluye que ambos sistemas son equivalentes.
Si se toma la otra opción:

$\overline{P_2}(1,1) = (10,-10)N = \left(\sqrt{200}N, 315^0\right) = \overline{P_1}(5,2)$

$\boxed{M_{P2}^{A} = M_2 + |P_{2x}||y_A - y_B| + |P_{2y}||x_A - x_B| = 20 + 10 + 40 = 70Nm = M_1 = 70Nm}$

Ambos sistemas son equivalentes. (Igual conclusión).

267)



Por teorema del coseno: $7^2 = 6^2 + 9^2 - 2.\,6\,.9\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{17}{27}$

$6^2 = 7^2 + 9^2 - 2.7.\,9\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \cos\beta = \dfrac{47}{63}$

Entonces: $\alpha \cong 51^0$ y $\beta \cong 42^0$

$A = A_1 + A_2 = \dfrac{\pi\, 4^2\, \alpha}{360^0} + \dfrac{\pi\, 5^2\, \beta}{360^0} \cong 16{,}3\,cm^2$

269) El dominio de cada función lo obtenemos como:

$$1+\left|x^2-2\right|>0 \;\Rightarrow\; \left|x^2-2\right|<1 \;\Rightarrow\; -1<x^2-2<1$$

$$1<x^2<3 \;\Rightarrow\; Dg=\left(-\sqrt{3}\,,-1\right)\cup\left(1\,,\sqrt{3}\right)$$

$$-1\leq\frac{1}{x-1}\leq 1 \;\Rightarrow\; \left|\frac{1}{x-1}\right|\leq 1 \;\Rightarrow\; \left|x-1\right|\geq 1$$

$$x-1\leq -1 \vee x-1\geq 1 \;\Rightarrow\; Df=\left(-\infty\,,0\right]\cup\left[2\,,+\infty\right)$$

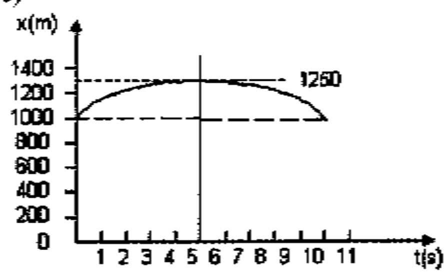
$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\left(-\sqrt{3}\,,-1\right)$$

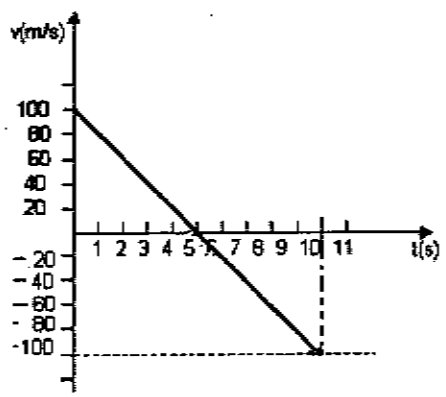
270) a) De la ecuación horaria del espacio, se obtiene $v_0=100\frac{m}{s}$ $\quad a=-20\frac{m}{s^2}$

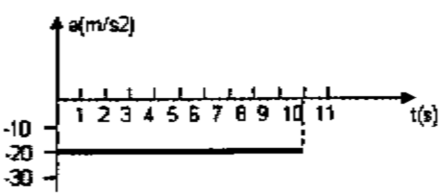
la ecuación horaria de la velocidad es: $v(t)=v_0+at=100-20t$

b) La ecuación horaria de la aceleración es: $a(t)=-20\frac{m}{s^2}$

c)







d) El signo negativo de la aceleración indica que la velocidad disminuye en función del tiempo en todo el intervalo y el movimiento es rectilíneo uniformemente desacelerado.

271) $\log_x 100 + \log x = 3 \ , \ x > 0 \wedge x \neq 1$

$$\frac{\log 100}{\log x} + \log x = 3 \ \Rightarrow \ \frac{2}{\log x} + \log x - 3 = 0 \quad , \quad z = \log x$$

$$\frac{2}{z} + z - 3 = 0 \ \Rightarrow \ z^2 - 3z + 2 = 0 \ \Rightarrow \ z = 1 \ \vee \ z = 2$$

$$\log x = 1 \ \vee \ \log x = 2 \ \Rightarrow \ x = 10 \ \vee \ x = 100, \ S = \{10, 100\}$$

272) Planteamos el sistema representativo del problema:

$$\begin{cases} a + j + f = 60 \\ a = 3f \\ a - j = j - f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + j + f = 60 \\ a - 3f = 0 \\ a - 2j + f = 0 \end{cases}$$ resolviendo el sistema se obtiene

Ana tiene 30 años, Juan tiene 20 años y Fernando tiene 10 años.

273) $P = (x,0) \qquad \left|\overrightarrow{AP}\right| = \sqrt{(x+1)^2 + (0-6)^2} \qquad \left|\overrightarrow{BP}\right| = \sqrt{(x+9)^2 + (0+2)^2}$

entonces según el enunciado: $\left|\overrightarrow{AP}\right| = \left|\overrightarrow{BP}\right| \ \Rightarrow \ (x+1)^2 + 36 = (x+9)^2 + 4$

Resolviendo la ecuación se obtiene $x = -3$, por tanto $P = (-3,0)$

$$\cos A\hat{P}B = \frac{\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{BP}}{\left|\overrightarrow{AP}\right|\left|\overrightarrow{BP}\right|} = \frac{(-2,-6)\bullet(6,2)}{\sqrt{40}\,\sqrt{40}} \ \Rightarrow \ \cos A\hat{P}B = -\frac{3}{5}$$

$A\hat{P}B \cong 126° \, 52'$

274) $V_{CIL} = \pi \, r^2 . 4 \, ; \ V_{CONO} = \frac{1}{3}\pi r^2 r$ el volumen de la pieza resultante es:

$$4\pi \, r^2 - \frac{2}{3}\pi \, r^3 = \frac{10}{3}\pi \ \Rightarrow 12r^2 - 2r^3 = 10 \ \Rightarrow r^3 - 6r^2 + 5 = 0$$

Resolviendo la ecuación se obtiene: $r_1 = 1 \vee r = \frac{5+\sqrt{45}}{2} \vee r = \frac{5-\sqrt{45}}{2}$

Como $2r < 4$, resulta $r = 1\, dm$.

275) $\frac{h}{k} = 3 \wedge \frac{h+2}{k-5} = 6$, luego: $\begin{cases} h - 3k = 0 \\ 6k - h = 32 \end{cases}$

Resolviendo el sistema, resulta: $h = 32 \wedge k = \frac{32}{3}$

Si $f^{-1}(0) = a$, entonces $f(a) = 0$, luego: $f(a) = \frac{32a+2}{\frac{32}{3}a - 5} = 0$

Despejando resulta $a = -\frac{1}{16}$, es decir $f^{-1}(0) = -\frac{1}{16}$

276) $|sen(2x)| = |2\cos x| \Rightarrow sen(2x) = 2\cos x \vee sen(2x) = -2\cos x$

$$2senx\cos x - 2\cos x = 0 \vee 2senx\cos x + 2\cos x = 0$$

$$2\cos x(senx - 1) = 0 \vee 2\cos x(senx + 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \vee senx = 1 \vee senx = -1$$

Para $x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] \cap \left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right) = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, resulta $x = \frac{\pi}{2} \vee x = \frac{3\pi}{2}$

281) Sea $\vec{v} = (a,b)$, entonces $\frac{|\vec{u} \bullet \vec{v}|}{|\vec{u}|} = \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ luego $a - b = 6 \vee a - b = -6$

Es decir $a = 6 + b \vee a = -6 + b$, por lo tanto $\vec{v} = (6+b, b) \vee \vec{v} = (-6+b, b)$

283) Por teorema del resto $r(x) = p(a) = 7$

$2a^3 - 20a^2 + 38a + 67 = 7 \Rightarrow a^3 - 10a^2 + 19a + 30 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-5)(a-6) = 0$

Luego: $a = -1 \vee a = 5 \vee a = 6$.

Entonces los posibles polinomios son: $q(x) = x + 1$, $q(x) = x - 5$, $q(x) = x - 6$

284) a) Se plantea la ecuación horaria del espacio del móvil A, para el tiempo de encuentro, y se determina dicho tiempo:

$$x_A(t_e) - x_A(0s) = v_{0A}t_e + \frac{a_A t_e^2}{2} = 5\left(\frac{m}{s^2}\right)t_e^2 \rightarrow t_e = \sqrt{\frac{10000m}{5\left(\frac{m}{s^2}\right)}} = 44,72s$$

$$t_e = 44,72s$$

b) Se plantea la ecuación horaria del espacio del móvil B para el tiempo de encuentro y se obtiene su velocidad inicial:

$$x_B(t_e) - x_B(0s) = v_{0B}t_e + \frac{a_B t_e^2}{2} \rightarrow 10000m = v_{0B}44,72s + 4,5\left(\frac{m}{s^2}\right)(44,72s)^2$$

$$v_{0B} = \frac{10000m - 4,5\left(\frac{m}{s^2}\right)(44,72s)^2}{44,72s} = 22,37\frac{m}{s}$$

c) Planteamos las ecuaciones horarias de la velocidad para cada móvil:

$$v_{Ate} = v_{0A} + a_A\, t_e = 10\left(\frac{m}{s^2}\right).44,72s = 447,2\frac{m}{s}$$

$$v_{Bte} = v_{0B} + a_B\, t_e = 22,37\frac{m}{s} + 9\left(\frac{m}{s^2}\right).44,72s = 424,85\frac{m}{s}$$

285) $e^{\ln|senx|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |senx| = \frac{1}{2} \Rightarrow senx = \frac{1}{2} \vee senx = -\frac{1}{2}$

Entonces: $S = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

288) $100 < \frac{n(n+1)}{2} < 150 \Rightarrow 200 < n^2 + n < 300 \Rightarrow n^2 + n > 200 \wedge n^2 + n < 300$

$$n^2 + n - 200 > 0 \wedge n^2 + n - 300 < 0$$

$$n > 13 \wedge 1 \le n \le 16$$

$$n \in \{14, 15, 16\}$$

294) Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de la figura resulta:

$(x+3)^2 = (3x-2)^2 + (x+1)^2$, operando se obtiene:

$9x^2 - 16x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\dfrac{2}{9} \ \vee \ x = 2$, solo tiene sentido considerar $x = 2$

Entonces, la base mayor es $B = 3x + 4 = 10$ y la base menor es $b = 10 - (x+1) = 7$ y la altura $h = 3x - 2 = 4$.

$A = \dfrac{(B+b)\,h}{2} = \dfrac{17.4}{2} = 34$

297) $f(6-a)\,f(6+a) = m \quad \Rightarrow \quad c^{6-a}\,c^{6+a} = m$

$c^6\,c^{-a}\,c^6\,c^a = m \quad \Rightarrow \quad (c^6)^2 = m$

$(f(6))^2 = m$ como $f^{-1}(21) = 6 \quad \Rightarrow \quad f(6) = 21$

$m = 21^2 = 441$

298) Resolvemos la condición pedida en cada tramo de la función:

a) $\ln(x^2 - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 1 = 1 \wedge x > 1 \quad \Rightarrow x^2 = 2 \quad \therefore \quad x = \sqrt{2}$

b) $x^2 - x - 6 = 0 \ \wedge \ x \leq 1 \quad \Rightarrow \quad (x = -2 \ \vee \ x = 3) \ \wedge \ x \leq 1 \quad \therefore \quad x = -2$

Los ceros son entonces: $x = -2$, $x = \sqrt{2}$

300) $|\vec{a}| = \sqrt{(t^2-2)^2 + (t^2)^2} = \sqrt{t^4 - 4t^2 + 4 + t^4}$

$\sqrt{2t^4 - 4t^2 + 4} = \sqrt{10} \quad \Rightarrow \quad 2t^4 - 4t^2 + 4 = 10$

$2t^4 - 4t^2 - 6 = 0$ ecuación bicuadrada que resolvemos mediante la sustitución

$z = t^2 \quad \Rightarrow \quad 2z^2 - 4z - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad z = -1 \vee z = 3$

$t^2 = 3 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{3} \ \vee \ t = -\sqrt{3}$

301)

$$g(x) = mx + b \;\Rightarrow\; \begin{cases} g(2) = 2m + b \\ g\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}m + b \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} 2m + b = -1 \\ \dfrac{1}{2}m + b = \dfrac{17}{4} \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, resulta: $m = -\dfrac{7}{2} \wedge b = 6$, definimos la función g:

$$g : (-1, 2] \to \Re \,/\, g(x) = -\frac{7}{2}x + 6$$

Calculamos las imágenes de f y g:

$$-1 \le x \le 2 \qquad\qquad -1 \le x \le 2$$

$$-7 \le -\frac{7}{2}x \le \frac{7}{2} \qquad\qquad 3^{-1} \le 3^{x} \le 3^{2}$$

$$-1 \le -\frac{7}{2}x + 6 \le \frac{19}{2} \qquad\qquad \frac{1}{3} \le f(x) \le 9$$

$$I_g = \left[-1, \frac{19}{2}\right] \qquad\qquad I_f = \left[\frac{1}{3}, 9\right]$$

$$I_g \cap I_f = \left[\frac{1}{3}, 9\right]$$

307) $\dfrac{30x - 90}{x^2 + 2x - 35} = \dfrac{a}{x-5} + \dfrac{b}{x+7} = \dfrac{a\,(x+7) + b\,(x-5)}{(x-5)(x+7)}$

$30x - 90 = a\,(x+7) + b\,(x-5)$ identidad válida para todo real distinto de 5 y -7

$x = 0 \;\Rightarrow\; -90 = 7a - 5b$

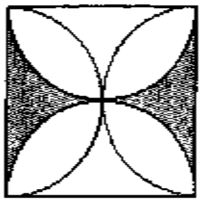
$x = 6 \;\Rightarrow\; 90 = 13a + b$

Resolviendo el sistema se obtienen: $a = 5$ y $b = 25$

$\dfrac{\sqrt{u} - a}{u - b} = \dfrac{\sqrt{u} - 5}{u - 25}$ racionalizamos el numerador y es:

$$\frac{\sqrt{u} - 5}{u - 25}\,\frac{\sqrt{u} + 5}{\sqrt{u} + 5} = \frac{u - 25}{u - 25}\,\frac{1}{\sqrt{u} + 5} = \frac{1}{\sqrt{u} + 5}$$

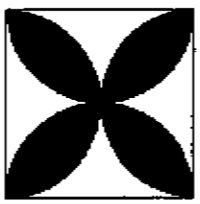
309) Utilizamos la figura auxiliar para resolver el ejercicio:



$A_C = 4 . 4 = 16$ área del cuadrado

$A_1 = \pi\ 2^2 = 4\pi$ área de los dos semicírculos no sombreados

$A_2 = A_C - A_1 = 16 - 4\pi$ área sombreada en la figura auxiliar



El área pedida en el problema es: $A = A_C - 2A_2 = 16 - 2\,(16 - 4\pi) = 8\pi - 16$

El perímetro de la figura sombreada es: $P = 4\ P_{SEMIC} = 4\ \pi\ 2 = 8\pi$

310) $l = k\,V^2$

$$50\frac{km}{h} = 50\frac{km}{h}\frac{1\,h}{3600s}\frac{1000m}{1\,km} = \frac{125}{9}\frac{m}{s}$$

$$6m = k\left(\frac{125}{9}\frac{m}{s}\right)^2 \quad\Rightarrow\quad k = \frac{486}{15625}\frac{s^2}{m}$$

$$24m = \frac{486}{15625}\frac{s^2}{m}V'^2 \quad\Rightarrow\quad V' = \frac{250}{9}\frac{m}{s} \cong 100\frac{km}{h}$$

314) $30 = x^3 - \left(\sqrt{31}\right)^2 x = x^3 - 31x$

$x^3 - 31x - 30 = 0 \quad\Rightarrow\quad x = -1 \vee x = -5 \vee x = 6$

Solamente tiene sentido la última solución, entonces: $V = x^3 = 216$

317) $i(t)=30sen(100\pi t)$

$0 \le 100\pi t \le 2\pi$

$0 \le t \le \dfrac{1}{50} \;\Rightarrow\; T=\dfrac{1}{50}=0{,}02\ s$

$15=30sen(100\pi t)\ ,\ t\in[0\,,\,0{,}02]$

$sen(100\pi t)=\dfrac{1}{2} \;\Rightarrow\; 100\pi t=\dfrac{\pi}{6} \vee 100\pi t=\dfrac{5}{6}\pi$

$t_1=\dfrac{1}{600}s \qquad t_2=\dfrac{1}{120}\ s$

Resoluciones de ejercicios y problemas del año 2007

354)

$$a)\ e = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2\times e}{t^2} = \frac{18m}{9s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$b)\ v = v_0 + at = 2\times 3 = 6\frac{m}{s}$$

$$c)\ v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{24\frac{m}{s}}{2\frac{m}{s^2}} = 12s$$

368)

$$\sum F_X = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X} + F_{4X} = 100 + \frac{\left|\overline{F_2}\right|}{2} - \left|\overline{F_3}\right| - 300 = 0$$

$$\sum F_Y = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y} + F_{4Y} = 100 + \frac{\left|\overline{F_2}\right|\sqrt{3}}{2} = 0$$

De la resolución del sistema resulta:

$$\left|\overline{F_2}\right| = -\frac{200}{\sqrt{3}}N \quad y \quad \left|\overline{F_3}\right| = \left(-200 - \frac{100}{\sqrt{3}}\right)N$$

Debido a que la solución del sistema es negativa, se invierten los sentidos de las fuerzas.

$$\overline{F_2}(0,0) = \left(\frac{200}{\sqrt{3}}N, 240^\circ\right) \ y \ \overline{F_3} = \left\{\left(\frac{200\sqrt{3} - 100}{\sqrt{3}}\right)N, 0^\circ\right\}$$

370) Sea x la medida de la base del prisma, entonces el área del prisma es:

$$A_p = 2x^2 + 4.x.14 = 408 \Rightarrow 2x^2 + 56x - 408 = 0 \Rightarrow x = -34 \vee x = 6$$

El volumen del prisma es: $V_p = 14x^2 = 504$

El volumen de la esfera es: $V_E = \frac{4}{3}\pi r^3 = 504 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{504\,.\,3}{4\pi}} \cong 4{,}93\ cm$

371) $\dfrac{|2-a|+a}{2a}=\begin{cases}\dfrac{2-a+a}{2a}=\dfrac{1}{a}, a\leq 2\wedge a\neq 0\\ \dfrac{-2+a+a}{2a}=\dfrac{a-1}{a}, a>2\end{cases}$

372) $p(x)\,q(x)-r(x)=(2x-3)(x^2+bx+c)-(2x^3+x^2-8x+3)=$

$2bx^2-3x^2-x^2+2cx-3bx+8x-3c-3=$

$\underbrace{(2b-4)}_{0}x^2+\underbrace{(2c-3b+8)}_{0}x+\underbrace{(-3c-3)}_{no\ nulo}$ Para que el polinomio tenga grado cero se debe cumplir que los coeficientes de los términos cuadrático y lineal sen nulos y el término independiente sea no nulo, entonces se deberán cumplir:

$\begin{cases}2b-4=0\\2c-3b+8=0\\-3c-3\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=2\\c=-1\\0\neq 0\ \ falso\end{cases}$

No existen valores de b y c tales que el polinomio tenga grado cero.

373) a) $x^4-9x^2<0 \Rightarrow x^2(x^2-9)<0 \Rightarrow x^2-9<0\wedge x^2\neq 0$

$|x|<3\wedge x\neq 0\wedge x\in\Re^- \Rightarrow A=(-3,0)$

$x^4-9x^2\geq 0, \wedge x\in\Re^- \Rightarrow x^2(x^2-9)\geq 0$

$x^2-9\geq 0\wedge x\in\Re^- \Rightarrow B=(-\infty,-3]$ por lo tanto $D_f=[0,\pi]\cup A\cup B$

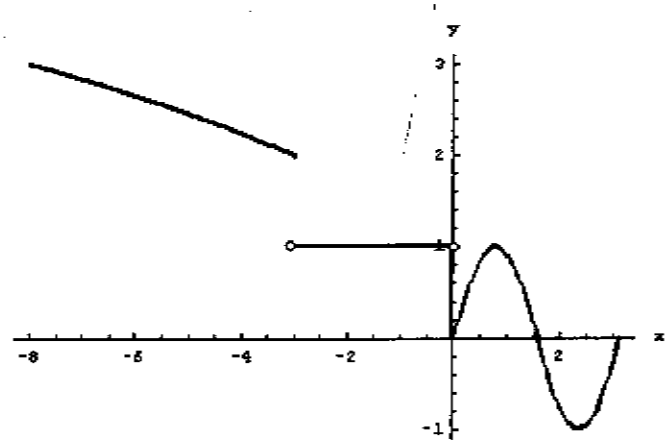
$D_f=(-\infty,\pi]$

b) Igualamos a cero cada tramo y es:

$f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases}sen(2x)=0, x\in[0,\pi] \ \therefore\ x=0\vee x=\dfrac{\pi}{2}\vee x=\pi\\ 1=0, x\in(-3,0)\ \therefore\ no\ existe\ x\in\Re\\ \sqrt{-x+1}=0, x\in(-\infty,-3]\ \therefore\ x=1\notin(-\infty,-3]\end{cases}$

Los ceros de f son: $0,\dfrac{\pi}{2},\pi$

c) Representamos gráficamente a la función:



El conjunto imagen es: $I = [-1, 1] \cup [2, +\infty)$

375) Como $f^{-1}(-1) = -1$ y $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ y f^{-1} es lineal, resultará f función lineal y

$f(-1) = -1$ y $f(2) = \dfrac{1}{2}$

$f(x) = ax + b$ con $f(-1) = -a + b = -1$ y $f(2) = 2a + b = \dfrac{1}{2}$

Resolviendo el sistema se obtienen: $a = \dfrac{1}{2}, b = -\dfrac{1}{2}$ entonces: $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$

$(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(-\frac{3}{4}\right)$ o sea $(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{3}{4}} + \ln\left(1 + \dfrac{9}{16}\right) = e^{\frac{3}{4}} + \ln\dfrac{25}{16}$

376)

$a)\ \bar{r}(5) = (4, 27)m$

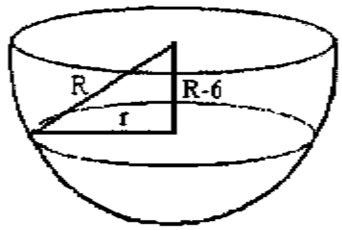
$\bar{r}(10) = (9, 102)m$

$b)\ \overline{\Delta R} = (5, 75)m$

$c)\ \bar{r}(0) = (-1, 2)m,\ |\bar{r}| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}m$

d) $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$ para obtener la ecuación cartesiana de la trayectoria, eliminamos el parámetro tiempo t, es decir: $t = x + 1 \Rightarrow y = (x+1)^2 + 2$

377)



$\pi r^2 = 324\,\pi \quad \Rightarrow \quad r = 18\,cm$

$R^2 = 18^2 + (R-6)^2 \quad \Rightarrow \quad R^2 = 324 + R^2 - 12R + 36$

$R = 30\,cm$ el área de la semiesfera es: $A = \frac{1}{2}\,4\pi R^2 = 2\pi\,30^2 = 1800\pi\ cm^2$

378) Como $x < -2$: $|x-1| = 1-x$ $\qquad |x+1| = -x-1$ $\qquad \frac{x}{|x|} = -1$

$|x-1| + \frac{x}{|x|} - |x+1| = 1 - x - 1 + x + 1 = 1$

396) a)

$v_{hmx} = v_{0Ay} - gt \rightarrow t_{hmx} = \frac{v_{0Ay}}{g} = \frac{100 \times sen60^\circ}{10} = 5\sqrt{3}s, t_e = 2t_{hmx} = 10\sqrt{3}s$

$x_{mx} = v_{0Ax} \times 2t_{hmx} = 100 \times \cos 60^\circ \times 10\sqrt{3} = 500\sqrt{3}m$

b)

$x_{mx} = x_{oB} - v_{0B} \times 2t_{hmx} - \frac{1}{2}a\left(2t_{hmx}\right)^2 \rightarrow x_{oB} = x_{mx} + v_{0B} \times 2t_{hmx} + \frac{1}{2}a\left(2t_{hmx}\right)^2$

$x_{oB} = 500\sqrt{3} + \frac{100}{\sqrt{3}}10\sqrt{3} + 300 = 2166m$

Rta: la longitud entre A y B es 2166m

380) a) Aplicando las propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática hacemos:

$x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} = -\frac{b}{a}$ y $x_1\ x_2 = \frac{1}{2} = \frac{c}{a}$ con $a = 1$, obtenemos:

$f : \Re \to \Re \,/\, f(x) = x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

b) $g : [0\,,\pi] \to [-1\,,1] \,/\, g(x) = \cos x$

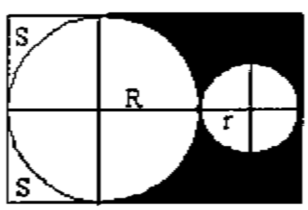
$f \circ g : [0\,,\pi] \to \Re \,/\, (f \circ g)(x) = \cos^2 x + \frac{3}{2}\cos x + \frac{1}{2}$

c) $(f \circ g)(x) = \cos^2 x + \frac{3}{2}\cos x + \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{1}{2} = 0\,,\ z = \cos x$

$z = -1 \ \vee\ z = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos x = -1 \ \vee\ \cos x = -\frac{1}{2}$, por lo tanto

$x \in \left\{ \frac{2}{3}\pi\,,\pi \right\}$

383)



$504 = (2R + 10)\,2R \quad \Rightarrow \quad 4R^2 + 20R - 504 = 0$

$R = 9 \ \vee\ R = -14$ este último no puede ser

$S = R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = 81 - \frac{81}{4}\pi$

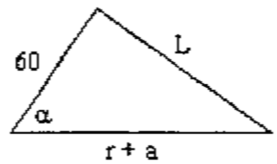
El área sombreada es: $A_S = 504 - \left(\pi R^2 + \pi r^2\right) - 2\,S$

$A_S = 504 - 106\pi - 162 + \frac{81}{2}\pi \cong 136{,}22$

384) $a > \frac{1}{2} \Rightarrow 2a - 1 > 0 \Rightarrow |2a - 1| = 2a - 1$

$\frac{|2a-1| + 3}{a^2 - 1} = \frac{2a - 1 + 3}{a^2 - 1} = \frac{2(a+1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{2}{a-1},\ a > \frac{1}{2} \wedge a \neq 1$

388)



$$A_{SC} = \frac{\pi r^2 \alpha}{2\pi} = 2656 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{5312}{3600} = 1{,}47\widehat{5}$$

$$r + a = r + \frac{3}{2}r = \frac{5}{2}\,60 = 150$$

$$L^2 = 60^2 + 150^2 - 2.60.150.\cos\alpha \cong 24388{,}25$$

$$L \cong 156{,}16\ cm$$

$$P = 60 + 150 + L \cong 366{,}16\ cm$$

389) $p(x) = a_4(x-1)^3(x-2)$, $p(-1) = a_4(-2)^3(-3) = 40 \Rightarrow a_4 = \frac{5}{3}$

$$p(x) = \frac{5}{3}\left(x^3 - 3x^2 + 3x - 1\right)(x-2) = \frac{5}{3}x^4 - \frac{25}{3}x^3 + 15x^2 - \frac{35}{3}x + \frac{10}{3}$$

391) a) $f(729) = 5 = \dfrac{\log_a\left(729^{\frac{2}{3}} - b\right)}{\log_a 2} = \log_2(81-b)$ ver: $729^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{729^2} = 81$

$81 - b = 2^5 \Rightarrow b = 81 - 32 \Rightarrow b = 49$

b) $x^{\frac{2}{3}} - 49 > 0 \Rightarrow x^{\frac{2}{3}} > 49 \Rightarrow \left|x^{\frac{1}{3}}\right| > 7 \Rightarrow \sqrt[3]{|x|} > 7 \Rightarrow |x| > 343$

$x < -343 \ \vee \ x > 343 \ \Rightarrow \ D_f = \Re - [-343\,,\,343]$

392) a) $h(x) = \sqrt{x} \geq 0 \ \therefore \ I_h = \Re_0^+$

$\Re_0^+ \not\subset \Re - [-1\,,1]$ es decir $I_h \not\subset D_f$, entonces no se puede obtener $f \circ h$

b) Al restringir, para poder componer, hacemos: $\sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > 1$

$h^* : (1\,,+\infty) \to (1\,,+\infty) / h^*(x) = \sqrt{x}$ la función compuesta pedida es:

$f \circ h^* : (1\,,+\infty) \to \Re / (f \circ h^*)(x) = \ln\left(\left(\sqrt{x}\right)^2 - 1\right) = \ln(x-1)$

c) $\ln(x-1) = 0 \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$ es cero de la función

394) $A_S = A_R - A_{SC} = 2\,r^2 - \dfrac{\pi\,r^2}{2} = \dfrac{4-\pi}{2}\,r^2$

$\dfrac{4-\pi}{2}\,r^2 < 128 - 32\pi \;\Rightarrow\; (4-\pi)\,r^2 < 64\,(4-\pi)$

$r^2 < 64 \;\Rightarrow\; 0 < r < 8$

395) $\overrightarrow{AB} + \vec{w} = \vec{v} \;\Rightarrow\; \vec{w} = \vec{v} - \overrightarrow{AB} = (6\,,2) - (8,6)$

$\vec{w} = (-2\,,-4)$

$\cos\alpha = \dfrac{\vec{v}\bullet\vec{w}}{|\vec{v}|\,|\vec{w}|} = \dfrac{(6\,,2)\bullet(-2\,,-4)}{\sqrt{40}\,\sqrt{20}} = -\dfrac{5}{\sqrt{50}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\alpha = 135°$

401) $-1 \le sen(bx) \le 1 \;\Rightarrow\; -a \le a\,sen(bx) \le a \;\Rightarrow\; a = 6$

$y = mx + n\,,\; y(0) = 5\,,\; y(\tfrac{5}{3}) = 0$

$\begin{cases} m\,0 + n = 5 \;\Rightarrow\; n = 5 \\ m\,\dfrac{5}{3} + n = 0 \;\Rightarrow\; m = -3 \end{cases}$ la recta tiene ecuación: $y = -3x + 5$

Utilizando el dato del punto de intersección entre las gráficas determinamos b:

$6\,sen\left(b\,\dfrac{2}{3}\right) = -3\,\dfrac{2}{3} + 5 \;\Rightarrow\; sen\left(\dfrac{2}{3}b\right) = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{2}{3}b = \dfrac{\pi}{6} \;\Rightarrow\; b = \dfrac{\pi}{4}$

406) Despejamos de las ecuaciones de ambas rectas su expresión cartesiana y obtenemos

$y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{4m-7}{4}$ e $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{m+3}{4}$ para obtener el punto de intersección de ambas rectas igualamos sus ecuaciones, o sea:

$-\dfrac{3}{4}x + \dfrac{4m-7}{4} = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{m+3}{4} \;\Rightarrow\; -x = -\dfrac{m+3}{4} - \dfrac{4m-7}{4}$

$-x = \dfrac{-m-3-4m+7}{4} \;\Rightarrow\; x = \dfrac{5m-4}{4} \quad \therefore \quad y = \dfrac{1}{4}\,\dfrac{5m-4}{4} - \dfrac{m+3}{4}$

$$y=\frac{5m-4}{16}-\frac{m+3}{4}=\frac{5m-4-4m-12}{16}=\frac{m-16}{16}$$

Las coordenadas del punto de intersección resultan: $\left(\frac{5m-4}{4},\frac{m-16}{16}\right)$

La condición que se debe cumplir es que este punto pertenezca al primer cuadrante, es decir: $x>0$ e $y>0$, entonces:

$$\frac{5m-4}{4}>0 \ \wedge \ \frac{m-16}{16}>0 \ \Rightarrow \ 5m-4>0 \ \wedge \ m-16>0$$

$m>\frac{4}{5} \ \wedge \ m>16 \ \Rightarrow \ m>16$ satisface la condición pedida.

408) Como $-2 \notin D_f$ entonces $8(-2)+b=0 \Rightarrow b=16$; como $-3 \notin I_f$ y por tratarse de una función homográfica la ecuación de su asíntota horizontal es $y=-3$. Esto último nos conduce a que $\frac{a}{8}=3 \ \Rightarrow \ a=24$, la expresión de f nos queda:

$$f:\Re-\{-2\}\to\Re-\{3\}/\,f(x)=\frac{24+24}{8x+16}$$

Como $f\circ g:\Re-\{k\}\to\Re-\{3\}/(f\circ g)(x)=\frac{9x}{3x+1} \ \Rightarrow \ k=-\frac{1}{3}$

Al g un polinómica de primer grado, su dominio es en consecuencia: $D_g=\Re-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$$g(x)=mx+n \ \Rightarrow \ \frac{24\,(mx+n)+24}{8\,(mx+n)+16}=\frac{9x}{3x+1}$$

$$(24mx+24n+24)(3x+1)=9x\,(8mx+8n+16)$$

$$72m\,x^2+(72n+24m+72)\,x+24+24n=72m\,x^2+(144+72n)\,x$$

$$\begin{cases}72n+24m+72=144+72n\\ 24+24n=0\end{cases}$$ cuya solución es: $m=3$ y $n=-1$

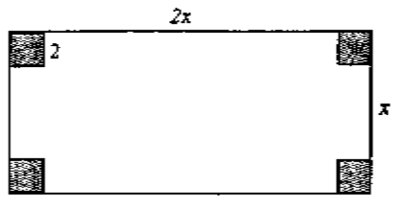
La función pedida es: $g:\Re-\left\{-\frac{1}{3}\right\}\to\Re/\,g(x)=3x-1$

410) $\log|2x+5|\le\log 10 \ \Rightarrow \ |2x+5|\le 10 \ \wedge \ |2x+5|\ne 0$

$$-10\le 2x+5\le 10 \ \Rightarrow \ -15\le 2x\le 5$$

$$-\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \ \wedge \ x \neq -\frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left[-\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right] - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$$

411)



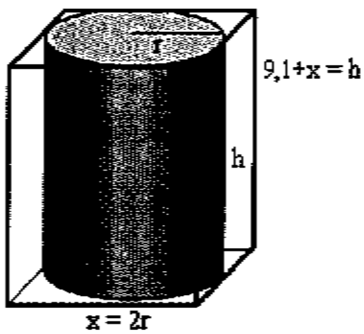
$480 = (2x-4)(x-4)2$

$4x^2 - 24x + 32 = 480 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 - 24x - 448 = 0$

$x = -8 \ \vee \ x = 14$ por lo tanto: $x = 14$

El ancho es 14 cm y el largo es 28 cm

416)



$8{,}1 = x^2(x+9{,}1) \;\Rightarrow\; x^3 + 9{,}1\,x^2 - 8{,}1 = 0$ con solución $x = -1$, valor que no puede ser tenido en cuenta, buscamos las otras raíces de la ecuación.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 9{,}1 & 0 & -8{,}1 \\ -1 & & -1 & -8{,}1 & 8{,}1 \\ \hline & 1 & 8{,}1 & -8{,}1 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 8{,}1x - 8{,}1 = 0 \;\Rightarrow\; x = -9 \vee x = 0{,}9$ el valor buscado es este último

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2\pi\frac{x}{2}(9{,}1 + x)$$

$$A = 2\pi\left(\frac{0{,}9}{2}\right)^2 + 2\pi\frac{0{,}9}{2}(9{,}1 + 0{,}9) = 9{,}405\pi\ m^2$$

419) $\frac{1}{3}\ln\left(3^{2x-1}\right) + \frac{1}{x}\ln 9 = x\ln 3$

$$\ln\left(3^{2x-1}\right)^{\frac{1}{3}} = \ln 3^x - \ln 9^{\frac{1}{x}} \;\Rightarrow\; \ln\left(3^{2x-1}\right)^{\frac{1}{3}} = \ln\frac{3^x}{3^{\frac{2}{x}}}$$

$$\left(3^{2x-1}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{x-\frac{2}{x}} \;\Rightarrow\; 3^{2x-1} = 3^{3\left(x-\frac{2}{x}\right)} \;\Rightarrow\; 2x - 1 = \frac{3x^2 - 6}{x}$$

$2x^2 - x = 3x^2 - 6 \;\Rightarrow\; -x^2 - x + 6 = 0 \wedge x \neq 0$ con solución

$x = -3 \vee x = 2 \;\therefore\; S = \{-3, 2\}$

420) $a > -2 \Rightarrow h = \dfrac{|a+2|}{a+2} = 1$ en consecuencia

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & si \;\; x > 1 \wedge x \neq 3 \\ -\dfrac{2}{3}|x+3| + \dfrac{1}{3} & si \;\; x \leq 1 \end{cases}$$

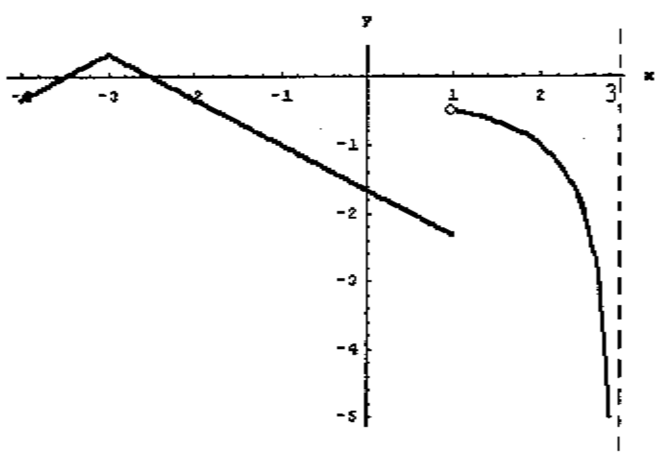
a) $D_f = \Re - \{3\}$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} = 0 \Rightarrow \textit{no existe } x \\ -\dfrac{2}{3}|x+3| + \dfrac{1}{3} = 0 \,,\, x \leq 1 \end{cases}$

$$-\frac{2}{3}|x+3| = -\frac{1}{3} \Rightarrow |x+3| = \frac{1}{2}$$

$\begin{cases} x+3 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = -\dfrac{5}{2} \\ x+3 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = -\dfrac{7}{2} \end{cases}$ ambas soluciones son ceros de la función

c)



Hemos graficado a la función a la izquierda de su asíntota vertical

El conjunto imagen es: $I = \Re$

431) a) $f^{-1} : \Re^+ \to \Re \,/\, f^{-1}(x) = \ln x$

$$\left(f^{-1} \circ g\right)(x) = \ln\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}} = \ln\sqrt{x^2+1}$$

$$f^{-1}[g(x)] = \ln\sqrt{x^2+1} \;\Rightarrow\; g(x) = \sqrt{x^2+1} \;\text{ con }\; D_g = \Re \text{ e } I_g = [1, +\infty)$$

b) $(g \circ g)(1) = g[g(1)] = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$

438)

1)

$$y(30s) = y_0 + v_{0y}t - 0.5gt^2 = 200.30 - 900.5 = 1500m$$

$$x(30s) = x_0 + v_{0x}t = 50 + 100.30 = 3050m$$

$$\bar{r}(30s) = (3050{,}1500)m$$

2)

$$y_s = y_i + v_{iy}t - 0{,}5gt^2 = 1500 + 100t - 5t^2 = 0$$

$$t_1 = 30s$$

$$v_{ys} = v_{iy} - gt = 100 - 300 = -200\frac{m}{s}$$

$$v_{xs} = -80\frac{m}{s}$$

$$\overline{v_s} = (-80, -200)\frac{m}{s}$$

3)

$$y_s = 0$$

$$x_s = x_i + v_{ix}t = 3050 - 2400 = 650m$$

$$\overline{r_s} = (650{,}0)m$$

4)

$$\Delta x = x_s - x_0 = 650 - 50 = 600m$$

$$d = 600m$$

442)

Se trasladan las fuerzas al punto de apoyo, que es la rueda, y se equilibran los pares de traslación; surge una ecuación que permite determinar el peso de los ladrillos y luego se divide por el peso individual obteniendo la cantidad de ladrillos.

$$\sum M = -|\overline{F}||150| + |\overline{P}||60| = 0 \rightarrow |\overline{P}| = \frac{750\times150}{60} = 1875N$$

$$PL = P - PP = 1875 - 165 = 1710N$$

$$n^{\circ}L = \frac{1710}{2{,}5} = 684$$

454)

1)

$$tg\alpha = \frac{v_{0Y}}{v_{0X}} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60°$$

2)

$$x_I = x_0 + v_{0X}t_I = 100.0{,}1 = 10m$$

$$y_I = y_0 + v_{0Y}t_I - 0{,}5gt^2 = 2 + 100\sqrt{3}.0{,}1 - 5(0.1)^2 = 19.25m$$

$$\overline{r_I} = (10{,}19.25)m$$

3)

$$v_{XI} = 100\frac{m}{s} \qquad v_{YI} = v_{0Y} - gt_I = 100\sqrt{3} - 10.0{,}1 = 172\frac{m}{s}$$

$$\overline{v_I} = (100{,}172)\frac{m}{s}$$

4) Impacta al plato antes de alcanzar su altura máxima, porque la componente vertical de la velocidad es positiva en el momento del impacto.

464)

$$a)\, h_{máx} = \frac{(v_{01})^2}{2g} = \frac{100}{20} = 5m$$

b)

$$y_1 = y_{01} + v_{01}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \qquad y_2 = y_{02} + v_{02}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = y_{02} + v_{02}(t_1 - 1) - \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2$$

$$v_{01}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = v_{02}(t_1 - 1) - \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2$$

$$t_1 = -\frac{(5 + v_{02})}{(v_{01} - v_{02} - 10)} = \frac{25}{20} = 1{,}25s$$

c)

$$y_1 = y_{01} + v_{01}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \qquad y_2 = y_{02} + v_{02}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = y_{02} + v_{02}(t_1 - 1) - \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2$$

$$y_1 = y_2 = 10 \times 1.25 - 5(1.25)^2 = 20 \times 0.25 - 5(0.25)^2 = 4{,}6875m$$

$$v_1 = v_{01} - gt = 10 - 10 \times 1.25 = -2{,}5\frac{m}{s}$$

$$v_2 = v_{02} - gt = 20 - 10 \times 0.25 = 17{,}5\frac{m}{s}$$

466)

$$\sum \overline{F_{ix}} = 100N, \sum \overline{F_{iy}} = -100N, \sum M_{Fi}^{A} = 200Nm$$
$$M_R^R = -|100||y_R - y_A| = -200 \Rightarrow |y_R - y_A| = 2 \Rightarrow y_R = -5m$$
$$\overline{R}(3,-5) = (100,-100)N$$

474) a) $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ con $f(0) = 1$ y $a = 2$

$$\frac{b}{d} = 1 \Rightarrow b = d$$

De la gráfica se observa que $c = -d$ pues $x = 1$ es asíntota vertical y $\dfrac{a}{c} = 2$ pues $y = 2$ es la asíntota horizontal.

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \qquad D_f = \Re - \{1\} \qquad I_f = \Re - \{2\}$$

$g(x) = mx + n$ con $g(0) = 3$ y $g(3) = 0$ planteamos estas condiciones

$\begin{cases} m\,0 + n = 3 \\ m\,3 + n = 0 \end{cases}$ cuya solución es: $m = -1, n = 3$

$$g(x) = -x + 3 \quad D_g = [0,3] \quad I_g = [0,3]$$

b) Obtenemos las respectivas inversas de f y g.

$f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$ $\qquad g^{-1}(x) = -x + 3 = g(x)$ (compruébelo usted mismo)

$$\left(g^{-1} \circ f^{-1}\right)(3) = g^{-1}(2) = 1$$

476) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|3-2x|} > \dfrac{\sqrt{2}-1}{-4+4\sqrt{2}}$ y como $\dfrac{\sqrt{2}-1}{4\left(\sqrt{2}-1\right)} = \dfrac{1}{4}$ resulta entonces

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|3-2x|} > \dfrac{1}{4} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|3-2x|} < \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{4}$ observe que cambia el sentido de la desigualdad pues $\log_{\frac{1}{2}}$ es una función decreciente.

$|3-2x| < 2 \Rightarrow -2 < 3-2x < 2$ es decir

$$\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$$

477)

a)

$y_A(t_e) = 200t_e - 5t_e^2$

$y_B(t_e) = -\sqrt{3}v_{0Bx}t_e - 5t_e^2$

$y_A(t_e) = y_B(t_e) \rightarrow v_{0Bx} = -\dfrac{200}{\sqrt{3}}\dfrac{m}{s}$

b)

$x_A(t_e) = 200t_e$

$x_B(t_e) = 200 + v_{0Bx}t_e$

$x_A(t_e) = x_B(t_e) \rightarrow t_e = 0{,}633s$

c)

$y_A(0{,}633s) = 200 \times 0{,}633 - 5 \times (0{,}633)^2 = 124{,}59m$

$y_B(0{,}633s) = 200 \times 0{,}633 - 5 \times (0{,}633)^2 = 124{,}59m$

d)

$\overline{v_{Ay}}(0{,}633s) = \overline{v_{0Ay}} - gt_e = 200 - 10 \times 0{,}633 = 193.67\dfrac{m}{s}$

$\overline{v_{By}}(0{,}633s) = \overline{v_{0By}} - gt_e = 200 - 10 \times 0{,}633 = 193.67\dfrac{m}{s}$

$\overline{v_A}(0{,}633s) = (200, 193.67)\dfrac{m}{s}$

$\overline{v_B}(0{,}633s) = -\dfrac{200}{\sqrt{3}}, 193.67\dfrac{m}{s}$

478) Planteamos el método de Gauss haciendo: $E'_2 = E_2 - 19E_1$

$$\left.\begin{array}{cc|c} 1 & k & 1 \\ 19 & k^3-30 & 3k^2-12 \\ \hline 1 & k & 1 \\ 0 & k^3-19k-30 & 3k^2-31 \end{array}\right.$$

Para que el sistema sea incompatible: $k^3 - 19k - 30 = 0 \ \wedge \ 3k^2 - 31 \neq 0$

$\begin{cases} k = -3 \ \vee \ k = -2 \ \vee \ k = 5 \\ k \neq \sqrt{\dfrac{31}{3}} \ \wedge \ k \neq -\sqrt{\dfrac{31}{3}} \end{cases}$ los valores buscados son:

$k = -3$, $k = -2$, $k = 5$

480) $d(A,C) = d(C,B) = d(A,B)$ con el punto C de coordenadas: $C = (h, k)$

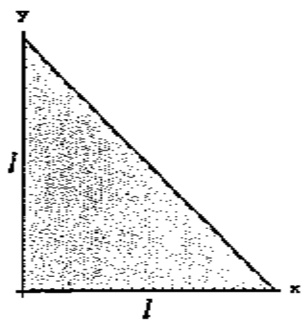
$$\sqrt{h^2 + (k-3)^3} = \sqrt{h^2 + (k+1)^2} = 4$$

$$h^2 + (k-3)^2 = h^2 + (k+1)^2 = 16$$

$$\begin{cases} h^2 + (k-3)^2 = 16 \\ h^2 + (k+1)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \quad k = 1 \wedge h^2 = 12$$

$C_1 = (-2\sqrt{3}, 1)$ y $C_2 = (2\sqrt{3}, 1)$

481)



$$p = 10 + 5\sqrt{2} = 2l + \sqrt{l^2 + l^2}$$

$$10 + 5\sqrt{2} = 2l + l\sqrt{2}$$

$$l = 5$$

La ecuación de la recta es: $y = -x + 5$

Buscamos el punto de intersección: $-x + 5 = 12 - 2x \Rightarrow x = 7$

$P = (7, -2)$

482) $g(x) = ax \div b \Rightarrow g(-1) = 1 \wedge g(1) = 5$

$\begin{cases} 1 = -a + b \\ 5 = a + b \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 3$ resulta $g(x) = 2x + 3$ y su inversa es

$$g^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$10^{f(x)} \leq -g^{-1}(x) \Rightarrow 10^{\log(3x)} \leq -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, x > 0$$

$$3x \leq -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow x \leq \frac{3}{7} \wedge x > 0 \therefore S = \left(0, \frac{3}{7}\right]$$

487) $z = \left|senx + \frac{1}{2}\right| \geq 0$

$2z^2 - 3z + 1 = 0 \Rightarrow z = 1 \vee z = \frac{1}{2}$

$\left|senx + \frac{1}{2}\right| = 1 \vee \left|senx + \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\begin{cases} senx + \frac{1}{2} = 1 \\ senx + \frac{1}{2} = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} senx + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ senx + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} senx = \frac{1}{2} \\ senx = -\frac{3}{2} \Rightarrow \text{no existe } x \end{cases} \vee \begin{cases} senx = 0 \\ senx = -1 \end{cases}$

Las soluciones son: $S = \left\{0, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi\right\}$

489) $A\hat{C}T = 90° - 18° = 72°$

El arco $A\hat{M}T$ abarca un ángulo $\beta = 288°$ y su longitud es: $l = \frac{2\pi\beta\, r}{360°} = 32\pi$, por lo tanto: $r = 20\ cm$, evidentemente $AC = 20\ cm$

$tg18° = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{20}{tg18°} = 61{,}553\ cm$

El área del triángulo ACB es: $A = \frac{AB.\ AC}{2} = 615{,}53\ cm^2$

491) Las condiciones para obtener el dominio son: $x^2 - 9 \neq 0 \wedge |1 - 2x| - 4 > 0$

$x^2 \neq 9 \wedge |1 - 2x| > 4 \Rightarrow |x| \neq 3 \wedge (1 - 2x < -4 \vee 1 - 2x > 4)$

$(x \neq 3 \wedge x \neq -3) \wedge \left(x > \frac{5}{2} \vee x < -\frac{3}{2}\right)$ resolviendo la operación resulta:

$D = (-\infty, -3) \cup \left(-3, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, 3\right) \cup (3, +\infty)$

494) 1) $v_s = v_0 + gt \rightarrow t = \dfrac{v_s}{g}$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\frac{v_s^2}{g} = \frac{25}{20} = 1,25m$$

2) $y_2 - y_1 = \dfrac{1}{2}g\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \dfrac{1}{2g}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \dfrac{1(16-4)}{2.10} = 0.6m$

495) $\dfrac{AM.MB}{2} = 24$, $AM^2 + MB^2 = AB^2$

$AM.MB = 48$, $AM^2 + MB^2 = 100$

Luego: $(AM = 6 \wedge MB = 8) \vee (AM = 8 \wedge MB = 6)$

$$BC = \frac{MB}{sen\,50^0} \Rightarrow \begin{cases} BC = 10,44\,cm \\ \vee \\ BC = 7,83\,cm \end{cases}$$

498) $f(x) < 0 \Rightarrow 2|x-2| - 1 < 0 \Rightarrow |x-2| < \dfrac{1}{2} \Rightarrow -\dfrac{1}{2} < x - 2 < \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{3}{2} < x < \dfrac{5}{2}$

$g(x) > 0 \Rightarrow 3^{|2x-1|} - 3 > 0 \Rightarrow |2x-1| > 1$

$2x - 1 < -1 \vee 2x - 1 > 1 \Rightarrow x < 0 \vee x > 1$

Luego, el conjunto pedido es: $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}\right)$

501) 1) $v_f = v_0 + at = 16 - 2t = 0 \rightarrow t = 8s$

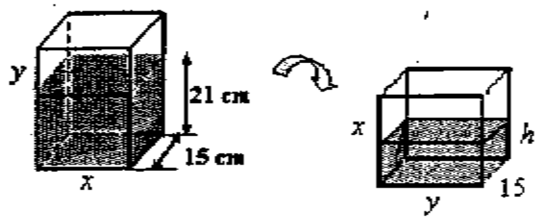
2)

$$x_f = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 16.8 - 64 = 64m$$

$$x_0 = x_f + \frac{1}{2}at^2 = 0 = 64 - 4t^2 \rightarrow t = 4s$$

$$v = at = -8.4 = -32\frac{m}{s}$$

502) El esquema representativo del problema es:



$V = 15\,xy$ volumen del prisma

$Vagua = 15\,x\,21 = \dfrac{7}{12}15\,xy \;\Rightarrow\; y = 36\,cm$

$A = 2406\,cm^2 = 2\,(15x + 15y + xy) = 2\,(15x + 540 + 36x) \;\Rightarrow\; x = 13\,cm$

$Vagua = 13\,.15\,.21 = 36\,.15\,.h \;\Rightarrow\; h = \dfrac{91}{12}\,cm \cong 7{,}58\,cm$

503) $y = kx$; $y = 3x \;\Rightarrow\; y + a = 3(x - 18) = 3x - 54 = y - 54$

entonces: $a = -54$, es decir disminuye 54 unidades.

Otra posibilidad:

$y - 18 = 3(x + b) = 3x + 3b = y + 3b$

entonces: $b = -6$, es decir disminuye 6 unidades

505) $D_f = \Re^+$; $f(a) = \log_a a^2 = 5 - \log_a 512$

$2\log_a a = 5 - \log_a 512 \;\Rightarrow\; \log_a 512 = 5 - 2 = 3$

Luego, $a^3 = 512 \;\Rightarrow\; a = 8$

509) $g(1) = 98 \;\Rightarrow\; a.b + 3 = 98 \;\Rightarrow\; a.b = 95$

$g(2) = 478 \;\Rightarrow\; a.b^2 + 3 = 478 \;\Rightarrow\; a.b.b + 3 = 478 \;\Rightarrow\; 95b + 3 = 478$

por lo tanto: $a = 19$ y $b = 5$

Entonces $g(x) = 19\,5^x + 3$, el conjunto imagen se obtiene haciendo:

$\forall x \in \Re : 5^x > 0 \;\Rightarrow\; 19\,5^x > 0 \;\Rightarrow\; 19\,5^x + 3 > 3,\quad I_g = (3\,, +\infty)$

La función inversa la obtenemos así: $x = 19\,5^y + 3$

$$x-3=19\,5^{y} \;\Rightarrow\; 5^{y}=\frac{x-3}{19} \;\Rightarrow\; g^{-1}(x)=\log_5\frac{x-3}{19}$$

Para hallar el conjunto A se necesita resolver:

$$2\log_5\frac{x-3}{19}=\log_5\frac{x+39}{19^2} \;\Rightarrow\; \log_5\frac{(x-3)^2}{19^2}=\log_5\frac{x+39}{19^2}\ ,\ Dg^{-1}=(3\,,+\infty)$$

$(x-3)^2=x+39 \;\Rightarrow\; x^2-7x-30=0 \;\Rightarrow\; x=-3 \vee x=10$ solo tiene sentido considerar $x=10$. Entonces $A=\{10\}$.