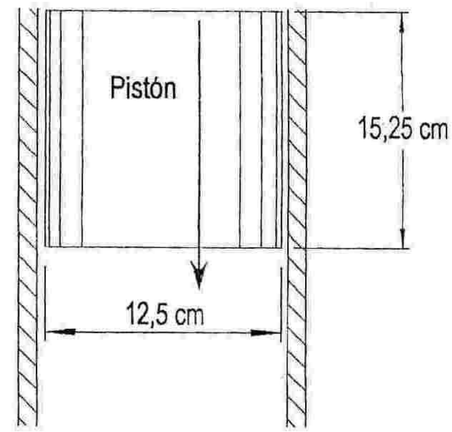
# Final 8-2-14

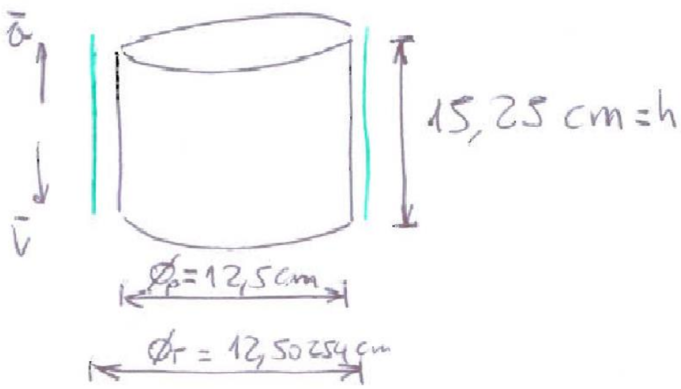
## Parte Práctica

**Problema 1**

Un pistón pesa 9,5 Kg y se desliza por un tubo lubricado por aceite, el diámetro del tubo es de 12,50254 cm. Si el pistón se está desacelerando a 0,64 m/s², cuando la velocidad es de 6,4 m/s ¿Cuál es la viscosidad del aceite?




hallar $\mu$ del aceite

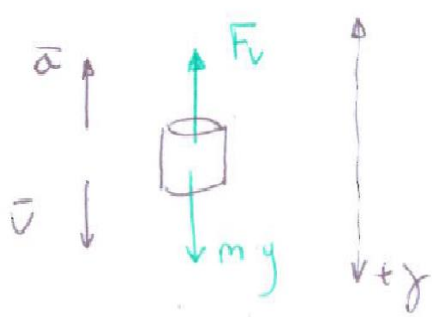



Datos: $m_p$, $\varnothing_p$, $\varnothing_T$, $\bar{a}$, $\bar{v}$, h

P: pistón

T: tubo

i) Diagrama de cuerpo libre




$$\boxed{\Sigma F_y = F_v - mg = m \cdot a} \quad (1)$$

$F_v$: fuerza viscosa

Asumimos un perfil lineal de viscosidad; se cumple para fluidos newtonianos:

$$\boxed{F_v = \tau \cdot A} \quad (2)$$

A: área de contacto, rozamiento

$\tau$: tensión de corte del fluido

$$\boxed{\tau = \frac{\mu \cdot V}{e}} \quad (3)$$

$\mu$: viscosidad

$V$: velocidad

$e$: espesor

$$\boxed{e = \frac{\phi_T - \phi_P}{2}} \quad (4) \qquad ; \qquad \boxed{A = \pi \cdot \phi_P \cdot h} \quad (5)$$

<u>Esquema:</u>

$$(5) \xrightarrow{A} (3) \xrightarrow{\tau} \xrightarrow{(2)} \boxed{F_V} \longrightarrow (1) \longrightarrow \mu$$

$$(4) \xrightarrow{e} \longrightarrow$$

$$\tau \cdot A - m \cdot g = m \cdot a$$

$$\tau \cdot A = m(a+g) \quad ; \text{ reemplazo } (3)$$

$$\frac{\mu \cdot V}{e} \cdot A = m(a+g)$$

$$\mu = \frac{m \cdot (a+g) \cdot e}{V \cdot A} \quad ; \text{ reemplazo } (4) \text{ y } (5)$$

$$\boxed{\mu = \frac{m \cdot (a+g) \cdot (\phi_T - \phi_P)}{2 \cdot V \cdot \pi \cdot \phi_P \cdot h}} \quad ; \text{ reemplazo datos;}$$

$$\mu = \frac{9{,}5\,kg \cdot (0{,}64 + 9{,}81)\,\cancel{m} \cdot (12{,}50254 - 12{,}5)\,\cancel{cm} \cdot 1m \cdot 10^2\,cm}{2 \cdot 6{,}4\,\cancel{m} \cdot \pi\,1^2 \cdot 12{,}5\,\cancel{cm} \cdot 15{,}25\,\cancel{cm}\ 10^2\,cm\ m}$$

$$\boxed{\mu = 0{,}00329\ \frac{kg}{m \cdot s}} \quad ó \quad \boxed{\mu = 3{,}29 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{m \cdot s}}$$

**Problema 2:**

Del ensayo de una bomba centrífuga con un rotor de 37 cm de diámetro girando a 2140 RPM se obtuvieron los siguientes datos de performance:

| Q [m³/s] | 0,0 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H [m] | 105 | 104 | 102 | 100 | 95 | 85 | 67 |
| P [Kw] | 100 | 115 | 135 | 171 | 202 | 228 | 249 |
| η [%] | 0 | 44 | 74 | 86 | 92 | 91 | 79 |

Si una instalación tiene una curva dada por la ecuación $H = 25 + 1750\ Q^2$, con H [m] y Q en [m³/s]

a) Determine el Caudal de funcionamiento

b) Determine la potencia que consumirá la bomba

c) ¿Qué potencia necesitará la misma bomba si se la hace girar a 3500 RPM y que altura alcanzaría?

Datos: $\varnothing_{rotor}$, $\omega$, $Q$, $H$, $\eta$

$H_{instalación} = f(Q)$

a) Hallar $Q_F$ (caudal de funcionamiento)

i) $\boxed{Q_F \Leftrightarrow H_{bomba} = H_{instalación}}$ (1)

$\boxed{H_{instalación} = 1750 \cdot Q^2 + 25}$ (2)

Reemplazo datos acorde a la ecuación.

| Q [m^3/s] | H bomba [m] | P [kW] | Rendimiento % | H Sistema [m] |
|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 105 | 100 | 0 | 25,00 |
| 0,05 | 104 | 115 | 44 | 29,38 |
| 0,10 | 102 | 135 | 74 | 42,50 |
| 0,15 | 100 | 171 | 86 | 64,38 |
| **0,20** | **95** | **202** | **92** | **95,00** |
| 0,25 | 85 | 228 | 91 | 134,38 |
| 0,30 | 67 | 249 | 79 | 182,50 |

$\boxed{Q_F = 0,2\ m^3/s}$ $\boxed{\eta = 92\ \%}$ $\boxed{P_{bomba} = 202\ kW}$

b) Para la potencia real consumida:

$\eta = \dfrac{P_{id}}{P_{real}} \Rightarrow \boxed{P_{real} = \dfrac{P_{id}}{\eta}} \rightarrow P_{real} = \dfrac{202\ kW}{0,92}$

$\boxed{P_{real} = 219\ kW}$

·) c) Dado que se trata de la misma bomba en:

a) $n_a = 2140\ rpm$ b) $n_b = 3500\ rpm$

$\phi_a = 37\ cm$ $\phi_b = 37\ cm$

$H_a = 95\ m$ $H_b = ?$

Podemos resolverlo con CH: (coeficiente de altura):

$$\boxed{CH = \frac{H}{n^2 \cdot \phi^2}}$$ ; en este caso: $CH_a = CH_b$

$$\frac{H_a}{n_a^2 \cdot \phi_a^2} = \frac{H_b}{n_b^2 \cdot \phi_b^2} \Rightarrow \boxed{H_b = H_a \cdot \frac{n_b^2 \cdot \phi_b^2}{n_a^2 \cdot \phi_a^2}}$$

reemplazo datos:

$$H_b = 95\,m \cdot \frac{3500^2 \cdot \cancel{37^2}\ rpm^2 \cdot cm^2}{2140^2 \cdot \cancel{37^2} \cdot rpm^2 \cdot cm^2} \quad \boxed{H_b = 254{,}11\ m}$$

Hacemos lo mismo con el coeficiente de potencia (Cp)

$$\boxed{C_p = \frac{P_F}{\delta \cdot n^3 \phi^5}} \longrightarrow C_{pa} = C_{pb}$$

$$\frac{P_{Fa}}{\delta \cdot n_a^3 \cdot \phi_a^5} = \frac{P_{Fb}}{\delta \cdot n_b^3 \cdot \phi_b^5}$$

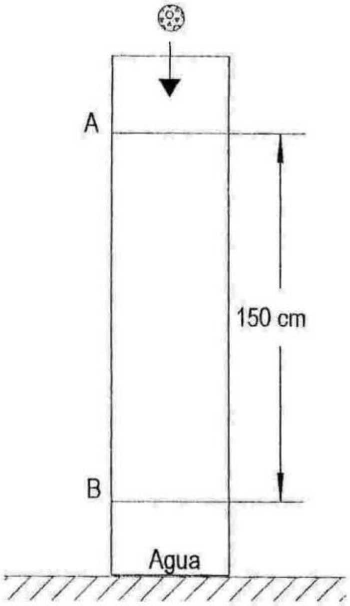
$$P_{Fb} = \frac{P_{Fa} \cdot \cancel{\delta} \cdot n_b^3 \cdot \phi_b^5}{\cancel{\delta}\ n_a^3 \cdot \phi_a^5} \quad P_{Fb} = P_{Fa} \cdot \left(\frac{n_b}{n_a}\right)^3 \cdot \left(\frac{\cancel{\phi_b}}{\cancel{\phi_a}}\right)^5$$

$$P_{Fb} = 219\ kw \cdot \left(\frac{3500\ rpm}{2140\ rpm}\right)^3$$

$$\boxed{P_{Fb} = 958{,}1\ kw}$$

**Problema 3:**

Se desea determinar la densidad de una esfera de 5 mm de diámetro mediante un ensayo. En el mismo se deja caer la bola en agua a temperatura ambiente (Densidad $\rho$ = 1000 kg/m³; viscosidad dinámica $\mu$ = 1,1 $10^{-3}$ Kg / m .s ; viscosidad cinemática = 1,1 $10^{-6}$ m²/s) en el punto A la esfera ha adquirido una velocidad constante y tarda un tiempo de 6 segundos en llegar hasta el punto B. Con los datos especificados:




- ¿Cómo determina el valor de la $\rho_{esfera}$? (Formular la respuesta en un desarrollo prolijo y entendible)
- ¿Cuál es su valor?

*Valores para Cd en función de Reynolds*

$$\mathrm{Re} < 1 \Rightarrow Cd = \frac{24}{\mathrm{Re}}$$

$$1 < \mathrm{Re} < 1000 \Rightarrow Cd = \frac{24}{\mathrm{Re}}\left(1 + 0{,}1\,\mathrm{Re}^{0{,}687}\right)$$

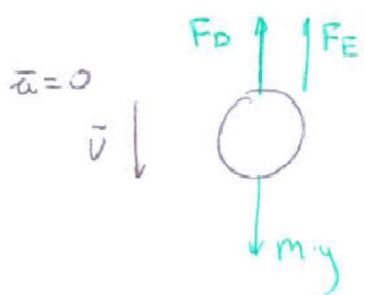
$$1000 < \mathrm{Re} < 200000 \Rightarrow Cd = 0{,}44$$

$$\mathrm{Re} > 200000 \cdots \Rightarrow Cd = 0{,}1$$

Hallar $\rho_{esfera}$ ($\rho_e$)

<u>Datos</u>: $\rho_a$, $\phi_e$, $\mu$, $\nu$, $v$.

planteamos un diagrama de cuerpo libre de la esfera:




<u>FE</u>: Fuerza de empuje

<u>FD</u>: Fuerza de drag

$$\boxed{F_D + F_E - m \cdot g = 0} \quad (1)$$

$$F_E = \rho_{agua} \cdot Vol_{esfera} \cdot g$$

$$\boxed{F_E = \rho_a \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \phi_E^3 \cdot g} \quad (2)$$

$$\boxed{F_D = \frac{1}{2} \cdot c_d \cdot \rho_a \cdot V^2 \cdot A} \quad (3)$$

V: velocidad de bola:

$$V = \frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}} = \frac{150\ cm}{6\ s} \cdot \frac{1\ m}{100\ cm}$$

$$\boxed{V = 0{,}25\ m/s} \quad (4)$$

$\cdot)\ Cd = f(\mathbb{R}e) \longrightarrow \boxed{\mathbb{R}e = \frac{V \cdot \phi e}{\nu}}$ (5)

calculamos $\mathbb{R}e$: $\mathbb{R}e = \frac{0,25\,\cancel{m} \cdot 5\,\cancel{mm} \cdot 1\,\cancel{m} \cdot \cancel{1}}{\cancel{1} \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}\; 10^3\,\cancel{mm} \cdot m^2}$

$\boxed{\mathbb{R}e = 1136}$, como $1000 < \mathbb{R}e < 200000$,

$\boxed{Cd = 0,44}$ (6) (del gráfico)

$\cdot)\ \boxed{me \cdot g = \rho e \cdot Ve \cdot g = \rho e \cdot \frac{4}{3} \cdot \phi e^3 \cdot \pi \cdot g}$ (7).

$\boxed{A: \text{área} = \frac{\pi \cdot \phi e^2}{4}}$ (8)

reemplazo (8), (7), (6) y (5) en (1):

$$\frac{1}{2} \cdot Cd \cdot \rho a \cdot V^2 \cdot \cancel{\pi} \cdot \frac{\phi e^2}{4} + \rho a \cdot \frac{4}{3} \cancel{\pi} \cdot g \cdot \phi e^3 = \rho e \cdot \frac{4}{3} \cdot \phi e^3 \cdot \cancel{\pi} \cdot g$$

$$\frac{Cd \cdot \rho a \cdot V^2 \cdot \cancel{\phi e^2} \cdot 3}{8 \cdot 4 \cdot g \cdot \phi e^{\cancel{3}}} + \frac{\rho a \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{\phi e^3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{\phi e^3} \cdot \cancel{g}} = \rho e$$

$$\boxed{\rho e = \rho a \left(1 + \frac{Cd \cdot V^2 \cdot 3}{32 \cdot g\, \phi e}\right)}$$

reemplazamos los datos;

$$\rho e = 10^3 \frac{kg}{m^3}\left[1 + \frac{0,44 \cdot (0,25)^2\, \cancel{m^2} \cdot 3 \cdot \cancel{1^2}\; 10^3\,\cancel{mm}}{32 \cdot 9,81\, \cancel{1^2}\, \cancel{m}\, 5\,\cancel{mm}\, \cancel{m}}\right]$$

$$\rho e = 10^3 \frac{kg}{m^3}\left[1 + 0,052\right],\quad \rho e = 10^3 \frac{kg}{m^3}\left[1,052\right]$$

$$\boxed{\rho e = 1052 \frac{kg}{m^3}}$$