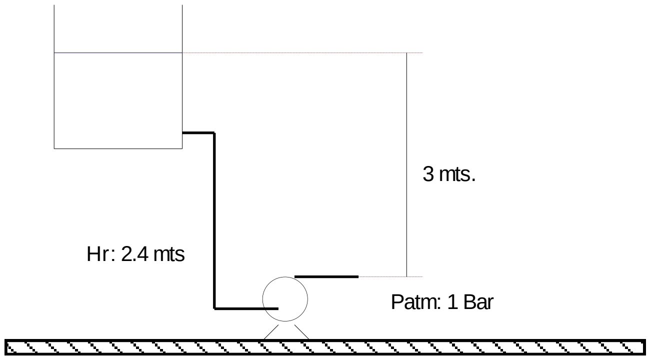
Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería

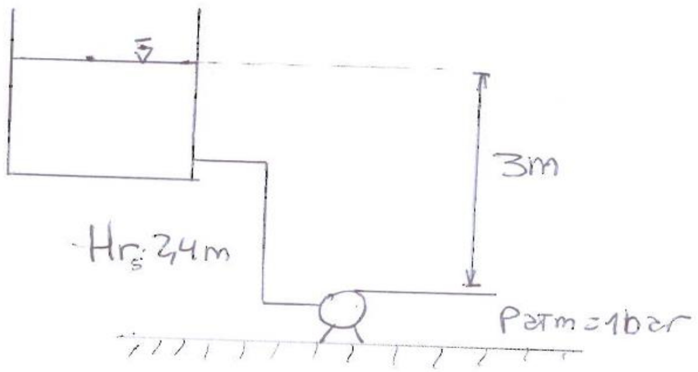
| Cátedra: Mecánica de Fluidos | Práctica N° 10 – Bombas |
| --- | --- |
| Docentes: Dra. Miralles / Ing. Jorge Rosasco / Ing. Eduardo Contento | Revisión: 00 |

1- Calcular el ANPA Disponible de la siguiente instalación: Fluido agua a 20° C – Presión de vapor: 0,0433 bar




**Resolución**:

Hallar ANPA Disponible




Fluido: Agua a 20°C

$P_v = 0{,}0433\ bar$

$\gamma)_{(H_2O)20°} = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

$\boxed{\gamma = 9{,}81 \cdot 10^3 \frac{N}{m^3}}$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = \frac{P_a - P_v}{\gamma} - H_{r_{succión}} + Z_{sp}}$$

$$ANPA = \frac{(1 - 0{,}0433)\ \cancel{bar}}{9{,}81 \cdot 10^3 \frac{N}{m^3}} \cdot \frac{10^5\ Pa}{1\ \cancel{bar}} - 2{,}4m + 3m$$

$$ANPA = \frac{0{,}9567\ N \cdot m^3}{9{,}81 \cdot 10^3\ m^2 \cdot N} + 0{,}6\ m$$

$$ANPA = (9{,}75 + 0{,}6)\,m \; ; \quad \boxed{ANPA_{DISP} = 10{,}35\,m}$$

2.- Calcular el ANPA disponible, para la misma instalación, pero con los siguientes datos :

P $_{vapor}$: 0,703 kgr/cm2 - Peso especifico: 998 kgr/m$^3$ . El tanque superior esta cerrado y en el hay un vacío de 20" de Hg.

**Resolución**:

$$\boxed{ANPA)_{disp} = Z_{bomba} + \frac{P_a - P_v}{\gamma} - H_{r\ succion}} \quad (1)$$

Del gráfico: ) $Z_{bomba} = 3\ m$

) $\frac{P_a - P_v}{\gamma} = \frac{1\ bar - 0{,}703\ Kg/cm^2 \cdot m^3}{998\ Kg}$

convertimos a unidades MKS:

$$P_v = \frac{0{,}703\ \cancel{Kg}}{cm^2} \cdot \frac{(10^2\ cm)^2}{m^2} \cdot \frac{9{,}81\ \cancel{N}}{\cancel{Kg}} \cdot \frac{1\ Pa \cdot m^2}{\cancel{N}}$$

$$\boxed{P_v = 6{,}89 \cdot 10^4\ Pa}$$

$$\gamma = \frac{998\ \cancel{Kg}}{m^3} \cdot \frac{9{,}81\ N}{\cancel{Kg}}, \quad \boxed{\gamma = 9790{,}38\ \frac{N}{m^3}}$$

$$P_a = 20''\ \cancel{Hg} \cdot \frac{2{,}54\ \cancel{cmHg}}{1''\ \cancel{Hg}} \cdot \frac{10\ \cancel{mmHg}}{1\ \cancel{cmHg}} \cdot \frac{133{,}3\ Pa}{\cancel{mmHg}}$$

$$\boxed{P_a = 67716{,}4\ Pa} \quad \boxed{P_a = 6{,}77 \cdot 10^4\ Pa}$$

reemplazo datos en (1)

$$ANPA)_{disp} = 3m + \frac{(6{,}77 \cdot 10^4 - 6{,}89 \cdot 10^4)\ \cancel{Pa}\ m^3\ \cancel{N}}{9790{,}38\ \cancel{N}\ \cancel{m^2} \cdot \cancel{Pa}} - 2{,}4\ m$$

$$ANPa)_{disp} = 3m + -0{,}12\ m \quad -2{,}4\ m$$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = 0{,}48\ m}$$

3. Una bomba está diseñada para moverse a 600 RPM operando a máxima eficiencia cuando circula un caudal de 1136 $m^3$/h con una altura de 20 m. Calcular la velcidad específica

**Resolución**:

Hallar velocidad especifica. Datos: Q, H, n

Velocidad especifica Ns se define:

$m^3/s$ n RPM

$$N_s = \frac{n\, 3{,}65\sqrt{Q}}{(H)^{3/4}} \qquad \boxed{N_s = \frac{n \cdot Q^{1/2}}{(g\,H)^{3/4}}} \quad (1)$$

Tenemos: $n = 600$ rpm

$Q = 1136\ m^3/h$

$H = 20$ m

Pasamos las unidades a MKS

$$n = 600 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{1\cancel{min}}{60\,s} \cdot \frac{2\pi}{\cancel{rev}} \qquad \boxed{n = 20\pi\ \frac{1}{s}}$$

$$Q = 1136 \frac{m^3}{\cancel{h}} \cdot \frac{1\cancel{h}}{3600\,s} \qquad \boxed{Q = 0{,}315\ \frac{m^3}{s}}$$

reemplazo datos;

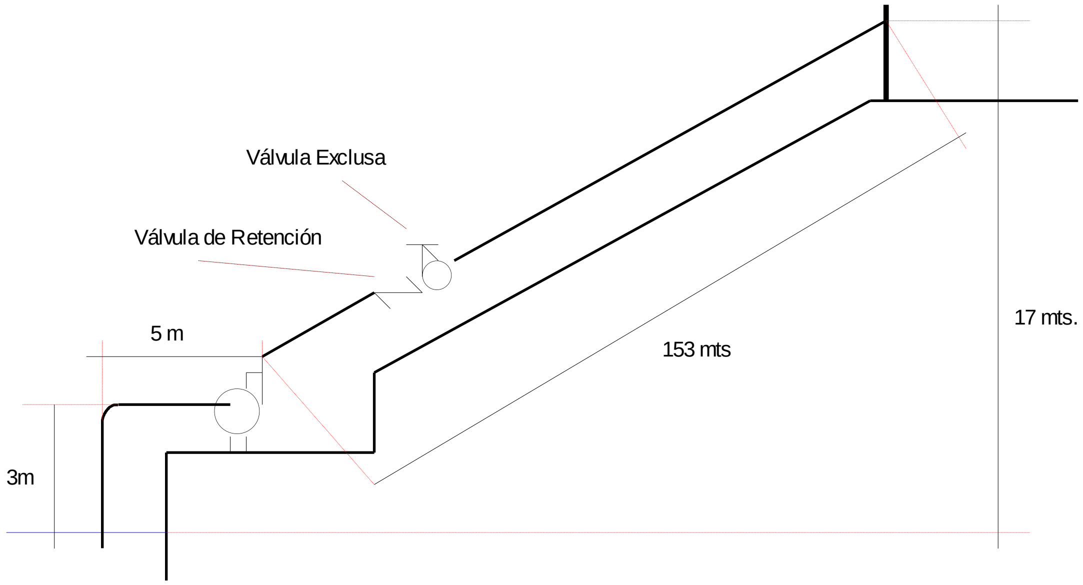
$$N_s = \frac{20\pi \cdot (0{,}315)^{\frac{1}{2}}\ (m^3)^{\frac{1}{2}}}{s\,(9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 20m)^{3/4}\, s^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{Unidades: } \frac{1}{s}\left[\frac{m^3}{s}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\left[\frac{m}{s^2}\right]^{\frac{3}{4}} \cdot m^{3/4}} = \frac{1}{s} \cdot \left[\frac{m^3}{s}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{s^2}{m^2}\right]^{\frac{3}{4}} =$$

$$= s^{-1} \cdot s^{-1/2} \cdot s^{3/2} \cdot m^{3/2} \cdot m^{-3/2} = 1 \text{ (sin unidades)}$$

$$\boxed{N_s = 0{,}67}$$

4.- Se necesita un caudal de 40 litros/seg en la siguiente instalación de bombeo. La temperatura media del agua es de 15° C (Densidad : 998 kg/m$^3$,1,100 10$^{-6}$ m$^2$/s). La bomba se ubicara a unos 700 mts sobre el nivel del mar. (Pv : 0,066 bar) Hállese la altura que la bomba debe dar al fluido para bombearlo, y las características para su selección.




**Resolución**:

Calculamos primero ANPA) disponible

$$\boxed{ANPA)_{disp} = -Z_{bomba} + \frac{P_a - P_v}{\gamma} - H_{succión}} \quad (1)$$

$$\boxed{Z_{bomba} = 3m}$$

$$\frac{P_a - P_v}{\gamma} = \frac{(1 - 0,066)\,bar \cdot m^3}{998\,Kg} \cdot \frac{10^5\,\cancel{Pa}}{bar} \cdot \frac{N}{m^2 \cdot \cancel{Pa}} \cdot \frac{Kg}{9,81\,N}$$

$$\boxed{\frac{P_a - P_v}{\gamma} = 9,54\ m}$$

$$\boxed{H_{succión} = \frac{8 \cdot Q^2}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} + \Sigma K\right)}$$

No tenemos $\phi$ ni $f$

Elijo. Tubo de $\phi = 0,1\,m$; ~~de~~ estirado de acero $\varepsilon = 0,0024$

$$\boxed{\Gamma = \frac{\varepsilon}{\phi}}, \quad \boxed{Re = \frac{V \cdot \phi}{\nu}} \longrightarrow f \longrightarrow H_{succión} \longrightarrow ANPA)_{disp.}$$

$$Q = V \cdot A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \Rightarrow \qquad V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \phi^2}$$

$$V = \frac{4 \cdot 40 \,\cancel{l}}{s \cdot \pi \cdot (0,1)^2 \,\cancel{m^2}} \cdot \frac{1 m^3}{10^3 \,\cancel{l}} \qquad \boxed{V = 5,1 \frac{m}{s}}$$

$$Re = 5,1 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{(153+5+3) \cancel{m} \cdot s}{1,100 \cdot 10^{-6}\, m^2} \qquad \boxed{Re = 7,46 \cdot 10^8}$$

$$\Gamma = \frac{\varepsilon}{\phi} = \frac{0,0024 \text{ mm}}{0,1 m} \cdot \frac{1 m}{10^3 mm} = 0,000024$$

de Moody: $\boxed{f = 0,0085}$ $\qquad \boxed{Q = \frac{40 l}{s} \cdot \frac{1 m^3}{10^3 l} = 0,04 \frac{m^3}{s}}$

·) $\Sigma K = K_{codo\ 90°} = 0,10$ (Tabla)

·) $l_{succ} = (3+5) m = 8m$ $\qquad$ reemplazo datos:

$$\boxed{\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} + \Sigma K = \frac{0,0085 \cdot 8 \,\cancel{m}}{0,1 \,\cancel{m}} + 0,1 = 0,78}$$

·) $$\frac{8Q^2}{\phi^4 \pi^2 \cdot g}\left(\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} + \Sigma K\right) = \frac{8 \cdot (0,04)^2}{(0,1)^4 \cdot \pi^2 \cdot 9,81} \cdot 0,78 \cdot \frac{m^6}{s^2 \cdot m^4} \cdot \frac{s^2}{m}$$

$$\boxed{\frac{8Q^2}{\phi^4 \pi^2 \cdot g}\left(\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} + \Sigma K\right) = 1,03 m}$$

Finalmente:

$$ANPA)_{disp} = -3m + 9,54 m - 1,03 m$$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = 5,51 m}$$

$$\boxed{H_{sis} = \Delta Z + \frac{8 \cdot Q^2}{\varnothing^4 \cdot \pi^2 \cdot g}\left(\frac{f \cdot l_{total}}{\varnothing} + \Sigma k\right)}$$

·) $\Delta Z = 17 m$

·) $\frac{8Q^2}{\varnothing^4 \pi^2 g} = \frac{8 \cdot (0{,}04)^2}{0{,}1^4 \pi^2 \cdot 9{,}81} \frac{m^6}{s^2 \cdot m^4 \cdot m} s^2 = 1{,}32 \ m$

·) $\Sigma k = k_{codo\ 90°} + k_{v\ retención} + k_{v\ esclusa}$

$= 0{,}1 + 0{,}14 + 0{,}2 = 0{,}44$ (Tabla)

·) $l_{total} = (153 + 5 + 3) m = 161 m$

·) $\frac{f \cdot l_{tot}}{\varnothing} = \frac{0{,}0085 \cdot 161 m}{0{,}1 m} + 0{,}44 = 14{,}13$

·) $\frac{8 Q^2}{\varnothing^4 \pi^2 g}\left(\frac{f \cdot l_{tot}}{\varnothing} + \Sigma k\right) = 1{,}32 m \cdot 14{,}13 = 18{,}65 m$

$$\boxed{H_{sis} = (17 + 18{,}65) m = 35{,}65 \ m}$$

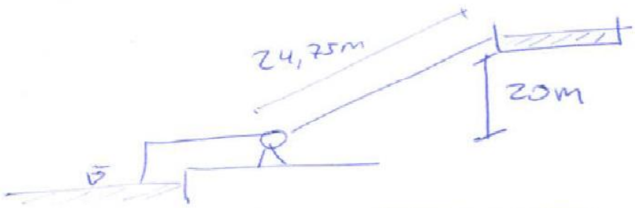
5.- Como resultado de una operación químico-industrial, se obtienen 20.000 litros de una solución de glicerina en agua al 10% en peso. Se trata de proyectar una instalación de cañerías y bomba capaz de elevar en 20 minutos, a un piso superior, dicho volumen donde ha de sufrir una transformación.

Tomadas las medidas pertinentes, resulta una longitud de cañería de 24,75 metros (Cañería recta), mas cinco codos.(Long. Equiv. 7 mts) -La viscosidad de la glicerina al 10% es de 1,311 Cp Centipiose, (1 Poise = dinas seg / $m^2$, 0,010204 Kg seg / $m^2$) densidad relaliva, $\delta r$: 1,22. El reactor se encuentra a 20 mts, sobre el nivel de bombeo, y la toma de fluido se realiza de un deposito a Patm. Proyectar la instalación.

**Resolución**:

$Q$, $\delta r$, $\tau$, $l_T$, $\mu$, $H$., $V$.

Diagrama gráfico




Parametros a buscar:

-) Potencia de bomba ($\dot{L}$)

-) altura del sistema ($H_s$)

-) tipo de bomba

$$\boxed{H_s = \Delta Z + \frac{Q^2 \cdot 8 \cdot f \cdot l_T}{\phi^5 \cdot \pi^2 \cdot g}} \quad (1)$$

$l_T$: longitud de tubería + long. equiv. de codos

$V$: volumen

$\tau$: tiempo

$$\boxed{\dot{L} = \gamma \cdot H \cdot Q} \quad (2)$$

$$\boxed{Q = V/\tau} \quad (3)$$

$$\boxed{Q = A \cdot V} \quad (4)$$

$$A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \Rightarrow \boxed{\phi V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \phi}} \quad (5)$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu}} \quad (6)$$

Suposición: Tomo cañería de tubos estirados de acero;

$\varepsilon = 0{,}0024$ mm

$\phi = 0{,}1$ m

$$(5) \xrightarrow{\phi \cdot v} (6) \xrightarrow{Re} \left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} f \longrightarrow (1) \longrightarrow H_s \longrightarrow (2) \longrightarrow \dot{L}$$

$$\left| r = \frac{\varepsilon}{\phi} \right| \longrightarrow$$

$$r = \frac{0{,}0024\,mm}{0{,}1\,m} = \frac{0{,}0024\,mm}{100\,mm} \Rightarrow r = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$$

$$r = 0{,}000024$$

$$Q = \frac{20000\,\cancel{l}}{20\,\cancel{min}} \cdot \frac{1\,m^3}{10^3\,\cancel{l}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} \therefore \boxed{Q = 0{,}0167\ m^3/s}$$

$$\frac{Q^2 \cdot 8 \cdot f \cdot l_T}{\varnothing^5 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{(0{,}0167)^2 \cdot 8 \cdot 0{,}009 \cdot 31{,}75\ \cancel{m^6} \cdot m\ \cancel{s^2}}{(0{,}1)^5 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}81\ \cancel{kg} \cdot \cancel{m}\ \cancel{s^2} \cdot \cancel{m^5}}$$

$$\boxed{\frac{Q^2 \cdot 8 \cdot f \cdot l_T}{\varnothing^5 \cdot \pi^2 \cdot g} = 0{,}66\ m}$$

$$\boxed{H_{SIS} = 20{,}66\ m}$$

Calculamos la potencia:

$$\mathring{L} = \gamma \cdot H \cdot Q = 1{,}22 \cdot 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 20{,}66\ m \cdot 0{,}0167 \frac{\cancel{m^3}}{s}$$

$$\boxed{\mathring{L} = 420{,}93\ W}$$

6. Una bomba típica de sótano de un edificio suministra un caudal de 40 l/min a 12 mts y un rendimiento de 65%, calcular ¿ Cuál es la potencia necesaria para mover esta bomba ? ¿Qué tipo de bomba conviene poner?

**Resolución**:

Potencia?

$$\boxed{P = \gamma \cdot Q \cdot H} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{total}} \Rightarrow \boxed{P_{total} = \frac{P_{util}}{\eta}} \quad (2)$$

$$\left.\begin{matrix} Q \\ H \\ \gamma \end{matrix}\right\} (1) \xrightarrow{P_{util}} (2) \rightarrow P_{total} \; ; \quad \boxed{P_{total} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta}} \quad (3)$$

reemplazo datos;

$$P_{total} = \frac{9{,}81\, m \cdot \cancel{10^3}\, kg \cdot 40\, \cancel{l} \cdot 1\, \cancel{min} \cdot 1\, \cancel{m^3} \cdot 12\, m}{s^2 \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{min} \cdot 60\, s \cdot \cancel{10^3\, l} \cdot 0{,}65}$$

unidades: $\frac{kg \cdot m^2}{s^3} = \underbrace{\underbrace{\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{W}$ ; $\boxed{P_{tot} = 120{,}74\, W}$

Para averiguar tipo de bomba, calculo también velocidad específica $N_s$,

$$\boxed{N_s = \frac{n \cdot Q^{1/2}}{(g \cdot H)^{3/4}}} \; ;$$

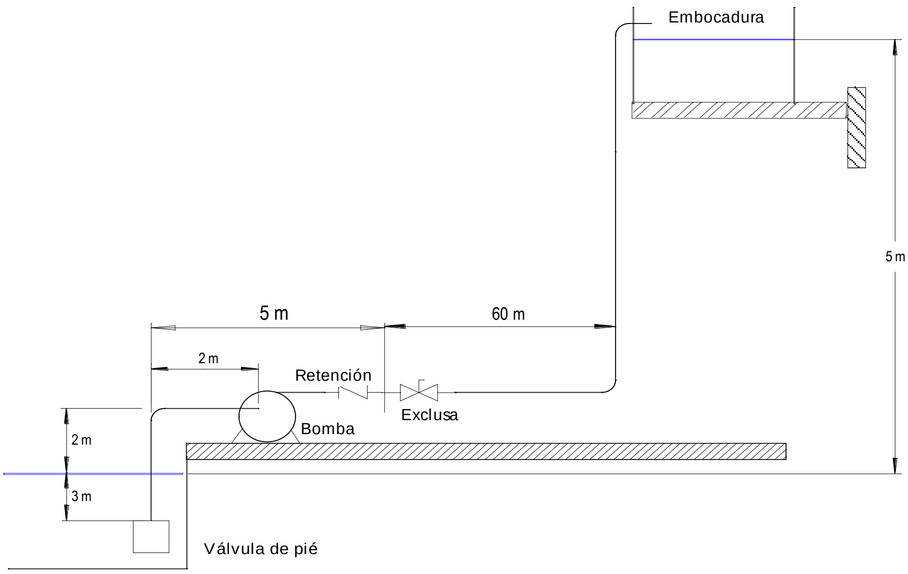
conocido n, puede obtenerse tipo de bomba por el gráfico.

Como su rendimiento es 65%, según el gráfico (colocar gráfico) las bombas centrífugas bajas tienen ese rendimiento.

7.- Determinar el Caudal de Funcionamiento, el Caudal Crítico, el ANPA de la Instalación y si el sistema cavita ó no.

Curva de la Bomba: $H = 18 - 100\ Q^{1.3}$ - ANPA Requerido: $100\ Q^{1.5}$ (Caudales entre 0,05 y 0,25 $m^3$/seg). Diámetro Nominal: 10" (Diámetro interior 0,25m) - Schedule 40 - $f = 0.018$ Kcodo 90°: 0.6 $K_{val.\ pie}$: 3 - $K_{val.\ retención}$: 2.5

$K_{embocadura}$: 1 ; $K_{válvula\ exclusa}$ : 6 - Patm: 1,028 bar - Pvapor: 0.04453 bar




**Resolución (Iteración)**

Calculamos la altura del sistema en función del caudal quedando:

$$H_{SISTEMA} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{8f\ L}{d^5 \pi^2 g} + \frac{8 \sum K}{d^4 \pi^2 g} \right) Q^2$$

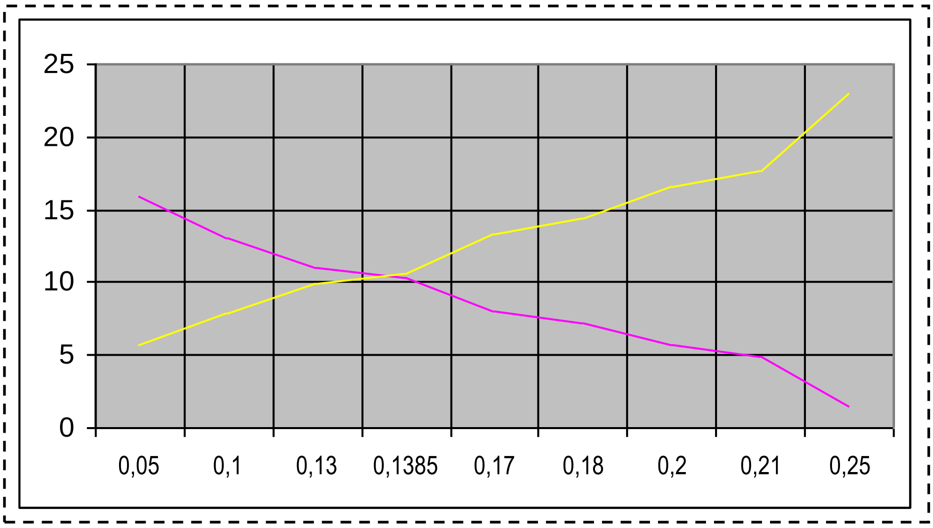
El fabricante proporciona la ecuación de la altura de la Bomba pero también la curva del ANPA Requerido.

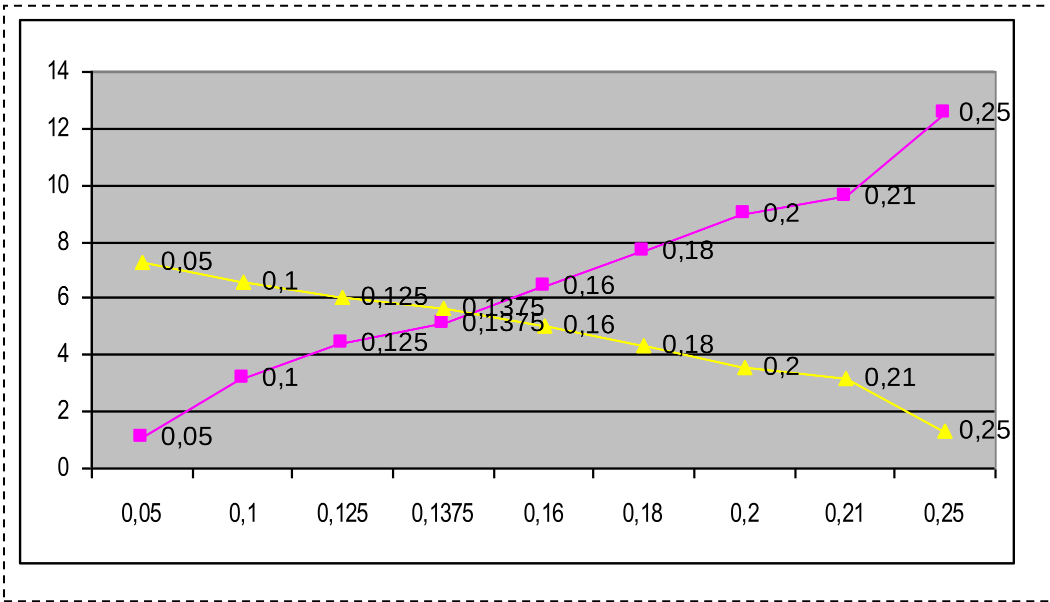
Todas las ecuaciones están en función del caudal, por lo tanto pueden graficarse, poniendo la curva de altura de sistema en función de Q, esta puede graficarse, tanto así las de H – Q y ANPA req

$$H_{BOMBA} = 18 - 100 * Q^{1,3}$$

$$ANPA_{REQUERIDO} = 100 * Q^{1,5}$$

| Q | H Bomba | H Instalación | **Q** | **ANPA Req** | **ANPA Disp** |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,05 | 15,96454734 | 5,721375 | 0,05 | 1,118033989 | 7,308 |
| 0,1 | 12,98812766 | 7,8855 | 0,1 | 3,16227766 | 6,561 |
| 0,13 | 10,95101871 | 9,876495 | 0,125 | 4,419417382 | 6,00075 |
| 0,1385 | 10,34606613 | 10,53503824 | 0,1375 | 5,09863646 | 5,6739375 |
| 0,17 | 8,00958342 | 13,339095 | 0,16 | 6,4 | 5,00724 |
| 0,18 | 7,23895973 | 14,34902 | 0,18 | 7,636753237 | 4,32996 |
| 0,2 | 5,659322746 | 16,542 | 0,2 | 8,94427191 | 3,573 |
| 0,21 | 4,851231379 | 17,725055 | 0,21 | 9,623408959 | 3,16464 |
| 0,25 | 1,506151115 | 23,034375 | 0,25 | 12,5 | 1,332 |




Se observa en las gráficas que el caudal de funcionamiento está muy cerca del caudal crítico por lo tanto es seguro que la bomba cavitará, debiendose tomar las medidas correspondientes para que esto no suceda.

**Resolución** (exacta con software):

Hallar $Q_F$ (Funcionamiento); $Q_c$ (critico) ANPA) disp.

·) $\underline{Q_F}$: aquel donde $H_{bomba} = H_{sistema}$.

$\boxed{H_{bomba} = 18 - 100\, Q^{1,3}}$ ①

·) $\boxed{H_{sistema} = \Delta z + \frac{8 Q^2}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\frac{f \cdot l}{\phi} + \Sigma K\right)}$ ②

Calculamos $H_{sistema}$ por partes,

·) $\Sigma K = 2 \cdot 0,6 + 3 + 2,5 + 1 + 6$ ; $\boxed{\Sigma K = 13,7}$ ③

·) $\left[\frac{f \cdot l}{\phi} = \frac{0,018 \cdot (3 + 2 + 5 + 60 + 3)\, \cancel{m}}{0,25\, \cancel{m}} = 5,26\right]$ ④

·) $\Delta z = 5m$

·) $\left[\frac{8}{\phi^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{8 \quad \cdot s^2}{\pi^2 \cdot (0,25)^4 m^4 \cdot 9,81 m} = 21,15 \frac{s^2}{m^5}\right]$

·) $\left[\frac{8}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\ \right) = 21,15 \frac{s^2}{m^5} \cdot (5,26 + 13,70) = 401 \frac{s^2}{m^5}\right]$

Como $H_b = H_s$ ; (1) = (5)

$$\boxed{18 - 100\cdot Q^{1,3} = 5 + Q^2\cdot 401} \longrightarrow \boxed{Q_F = 0,125\ m^3/s}$$

solución exacta c/ software

) para $Q_{crítico}$, $\boxed{ANPA)_{disp} = ANPA)_{req}}$

$$\boxed{ANPA)_{req} = 100\cdot Q^{1,5}} \quad (6)$$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = Z_b + \frac{P_a - P_v}{\gamma} - \frac{8}{\varnothing^4 \pi^2 g}\left(f\frac{L}{\varnothing} + \Sigma k\right)\cdot Q^2} \quad (7)$$

Para (7): $$\frac{P_a - P_v}{\gamma} = \frac{(1,028 - 0,04453)\ \cancel{bar}\cdot m^3\cdot s^2\cdot 10^5\ \cancel{Pa}\cdot \cancel{N}\cdot \cancel{kg}\ m}{10^3\ \cancel{kg}\cdot 9,81\ m\ \cancel{bar}\ m^2\cdot \cancel{Pa}\ s^2\cdot \cancel{N}}$$

$$\boxed{\frac{P_a - P_v}{\gamma} = 10,03\ m} \quad (8)$$

$Z_b$: altura bomba, $Z_b = -2\ m$ (respecto de sup. libre) negativo porq' se encuentra por debajo del eje de la bomba.

queda (7):

$$ANPA)_{disp} = -2\ m + 10,03\ m - 401\ \frac{s^2}{m^5}\ Q^2$$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = 8,03\ m - 401\ \frac{s^2}{m^5}\ Q^2} \quad (7)$$

$$\boxed{100\cdot Q^{1,5} = 8,03 - 401 Q^2}$$

└ sol. exacta (software): $\boxed{Q_c = 0,106\ \frac{m^3}{s}}$

Comparando con $Q_F = 0,125\ m^3/s$, es probable q' la bomba cavite (los caudales se hallan próximos)

8. - Una bomba sube agua de un deposito a otro situado a 20 mts. por encima de ella, a través de un tubo de 80 mts. de largo y 10 cm de diámetro interior. Las perdidas localizadas son: Una entrada brusca, dos codos de 90°, uno de 45° y una válvula esférica abierta. La curva de la bomba es: $H = 50 - 60000Q^3$, con H en metros, y Q en m$^3$/seg.

- ¿Cuánto vale el caudal de funcionamiento en esta instalación?

Datos: $f$: 0,022, Kc 90° = 0,6, Kc 45° = 0,29, K s y e = 0,5, KVE = 6

**Resolviendo:**

El caudal de funcionamiento se encuentra en la intersección de la curva H – Q de la bomba y la curva de la instalación: La curva de la bomba es suministrada por el fabricante, pero la de la instalación será, según lo visto

$$H_{SISTEMA} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{f\,L}{d} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g}$$

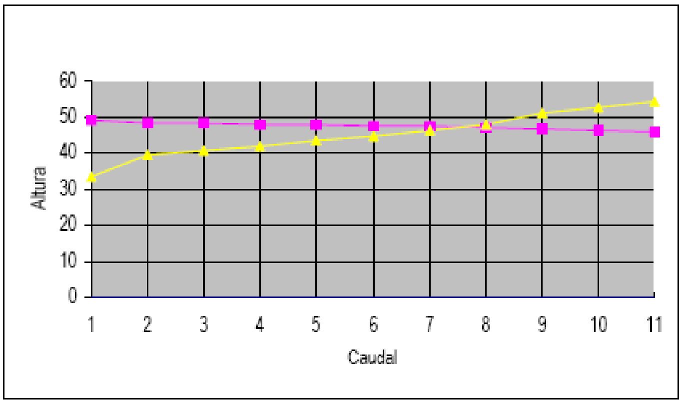
En este problema no se indica cual es la velocidad del circuito, pero la ecuación de la bomba tiene el caudal como variable, poniendo la expresión de la altura del sistema como función del caudal tenemos:

$$H_{SISTEMA} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{8f\,L}{d^5 \pi^2 g} + \frac{8 \sum K}{d^4 \pi^2 g} \right) Q^2$$

Para conocer el caudal de funcionamiento debemos graficar ambas curvas.

$$H_{SISTEMA} = 20 + 21587{,}6\,Q^2$$
$$H_{BOMBA} = 50 - 60000\;Q^3$$

| Q | H Bomba | H Instalación |
|---|---|---|
| 0,025 | 49,0625 | 33,49225 |
| 0,03 | 48,38 | 39,42884 |
| 0,031 | 48,21254 | 40,7456836 |
| 0,032 | 48,03392 | 42,1057024 |
| 0,033 | 47,84378 | 43,5088964 |
| 0,034 | 47,64176 | 44,9552656 |
| **0,035** | **47,4275** | **46,44481** |
| 0,036 | 47,20064 | 47,9775296 |
| 0,038 | 46,70768 | 51,1724944 |
| 0,039 | 46,44086 | 52,8347396 |
| 0,04 | 46,16 | 54,54016 |



**Resolución** (exacta con software)

Calculemos H sistema:

$$\boxed{H_{sis} = \Delta Z + \frac{V^2}{2g}\left(\frac{f \cdot l}{\phi} + \Sigma k\right)} \quad (1)$$

expresamos Hsis en función del caudal:

$$\boxed{H_{sis} = \Delta Z + \frac{8Q^2}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\frac{f l}{\phi} + \Sigma k\right)} \quad (2)$$

dado que: $Q = V \cdot A \longrightarrow A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$

$$Q = V \cdot \frac{\phi^2}{4} \Rightarrow \boxed{V^2 = \frac{4^2 \cdot Q^2}{\phi^4}}$$

reemplazamos datos para (2):

- $\Delta Z = 20 \text{ m}$
- $\left[\Sigma k = 2 \cdot 0{,}6 + 0{,}29 + 6 + \underbrace{2 \cdot 0{,}5}_{2 \text{ (entrada y salida)}} = 8{,}49\right]$
- $\left[\frac{f \cdot l}{\phi} = \frac{0{,}022 \cdot 80 \cancel{m} \cdot 100 \cancel{cm}}{10 \cancel{cm} \cdot \cancel{m}} = 17{,}6\right]$
- $\left[\frac{8}{\phi^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{8 \cdot s^2}{(0{,}1 \text{ m})^4 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}81 \text{ m}} = 826{,}27 \frac{s^2}{m^5}\right]$
- $\left[\frac{8}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\Sigma k + \frac{f l}{\phi}\right) = 826{,}27 \frac{s^2}{m^5} \cdot (17{,}6 + 8{,}49) =\right.$

$$= 21557{,}35 \frac{s^2}{m^5}$$

Finalmente queda ec. (2):

$H_{sis} = 20m + 21557,35 \frac{s^2}{m^5} Q^2$

$H_{bomba} = 50 - 60000\, Q^3$.

Para $Q_F$; $\boxed{H_{sis} = H_{Bomba};}$

$20 + 21557,35\, Q^2 = 50 - 60000\, Q^3$

$$\boxed{-60000\, Q^3 - 21557,35\, Q^2 + 30 = 0}$$

↳ buscamos las raíces de este polinomio.

Con software:

$Q_{F_1} = -0,35\ m^3/s$ } absurdos, no considerar

$Q_{F2} = -0,04\ \frac{m^3}{s}$

$$\boxed{Q_{F3} = 0,035\ m^3/s}$$

Aclaración: en el problema resuelto por iteración; quedó:

$H_{sis} = 20 + 21587,6\, Q^2$

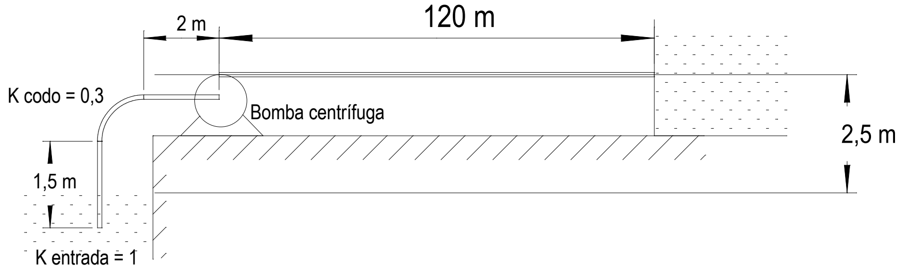
resolviendo por software:

$-6000\, Q^3 - 21587,6\, Q^2 + 30 = 0$

$\Downarrow$

$$\boxed{Q_F = 0,035\ m^3/s}$$

9. La curva característica de una bomba está dada por H = 80 m – 20 $Q^2$, con H en metros y Q en $m^3/s$. Se desea bombear agua, $\gamma$ = 1000 $kg/m^3$, diámetro del tubo 30 cm, material acero comercial e = 0,0046 m y f = 0,014. Calcular el caudal de funcionamiento, ANPA $_{disponible}$ y la potencia que la bomba que se debe transferir al agua (Pv sat = 0,024 bar)




**Resolución**:

Datos: $H_{bomba} = f(Q)$, $\gamma$, $\phi$, e, f, Pv, Pa (1bar)

Hallar $Q_F$

$$\boxed{Q_F \Rightarrow H_{bomba} = H_{sistema}} \quad (1)$$

$$\boxed{H_{bomba} = 80m - 20Q^2} \quad (2)$$

$$\boxed{H_{sis} = \Delta Z + \frac{8Q^2}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\frac{f \cdot l_{total}}{\phi} + \Sigma K\right)} \quad (3)$$

Esquema:

$$\left.\begin{matrix}\phi, g, \\ f, l_{TOT} \\ \Sigma K \\ \Delta Z\end{matrix}\right\} \longrightarrow (3) \longrightarrow \left.\begin{matrix} H_{sis} \\ \\ H_{bomba}\end{matrix}\right] \longrightarrow (1) \longrightarrow \boxed{Q_F}$$

En (3)

) $\left[\Sigma K = K_{entrada} + K_{codo} = 1 + 0,3 = 1,3\right]$

) $\left[\frac{f \cdot l_{total}}{\phi} = \frac{0,014 \cdot (1,5 + 2 + 120)\,\cancel{m} \cdot 10^2 \frac{\cancel{cm}}{\cancel{m}}}{30\,\cancel{cm}} = 5,76\right]$

$$\left[\frac{8}{\varnothing^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{8 \cdot \quad \cdot s^2}{(0{,}3\ m)^4 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}81\ m} = 10{,}2\ \frac{s^2}{m^5}\right]$$

$$\frac{8}{\varnothing^4 \pi^2 g} \cdot \left(\frac{f l}{\varnothing} + \Sigma k\right) = 10{,}2\ \frac{s^2}{m^5} \cdot \left(5{,}76 + 1{,}30\right) = 72{,}01 \frac{s^2}{m^5}$$

reemplazo en (3):

$$\boxed{H_{sis} = 2{,}5\ m + 72{,}01 \frac{s^2}{m^5} \cdot Q^2}$$ ; de (1):

$$80 - 20\, Q_F^2 = 2{,}5 + 72{,}01\, Q_F^2$$

$$80 - 2{,}5 = (72{,}01 + 20) \cdot Q_F^2$$

$$77{,}5 = 92{,}01 \cdot Q_F^2$$

$$Q_F = \sqrt{\frac{77{,}5}{92{,}01}} \quad ; \quad \boxed{Q_F = 0{,}918\ \frac{m^3}{s}} \ (4)$$

ANPA) disponible?

$$\boxed{ANPA)_{disp} = -Z_{bomba} + \frac{P_a - P_v}{\gamma} - H_{succión}} \ (5)$$

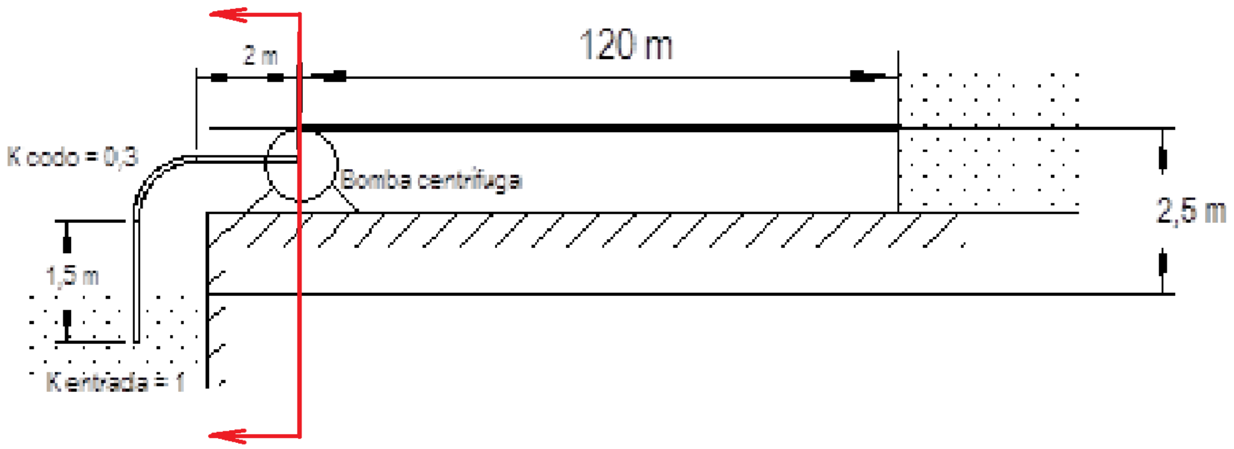
$$\boxed{Z_{bomba} = 2{,}5\ m} \ (6)$$ altura de bomba respecto del nivel de succión

$$\frac{P_a - P_v}{\gamma} = \frac{(1 - 0{,}024)\ \cancel{bar} \cdot m^3}{1000\ \cancel{kg}} \cdot \frac{10^5\ \cancel{Pa}}{\cancel{bar}} \cdot \frac{\cancel{N}}{m^2 \cdot \cancel{Pa}} \cdot \frac{\cancel{kg}}{9{,}81\ \cancel{N}}$$

$$\boxed{\frac{P_a - P_v}{\gamma} = 9{,}95\ m} \ (7)$$

$$\boxed{H_{succión} = \frac{8 \cdot Q_F^2}{\varnothing^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \left(f \frac{l_{succión}}{\varnothing} + \Sigma k\right)} \ (8)$$

¡ojo! $l_{succión}$: tomo sólo la sección de caudal previo al ingreso en la bomba.




-) $\frac{f \cdot l_{succion}}{\varphi} = \frac{0,014 \cdot (1,5+2) \cancel{m}}{0,3 \cancel{m}} = 0,16$

-) $\Sigma K = K_{entrada} + K_{codo} = 0,3 + 1 = 1,3$

$H_{succión} = 10,21 \frac{s^2}{m^5} \cdot \left(0,418 \frac{m^3}{s}\right)^2 \cdot (1,3 + 0,16)$

$\boxed{H_{succión} = 12,55\ m}$ reemplazo todo en ⑤:

$ANPA)_{disp} = -2,5\ m + 9,95\ m - 12,55\ m$

$\boxed{ANPA)_{disp} = -5,1\ m}$

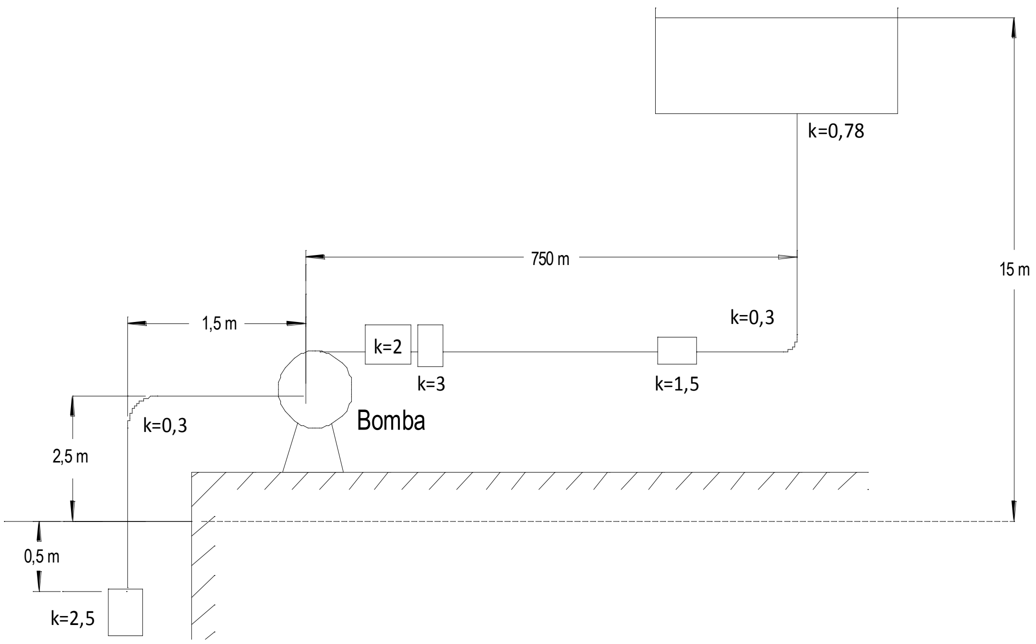
Interpretación: con el caudal de funcionamiento la bomba seguro cavitará; debe reducirse el H succión para que ANPA) disp > 0 m. No puede funcionar la bomba con el QF calculado.

10. Se tiene una instalación como la mostrada en la figura, para la cual las distancias están expresadas en metros, tenemos: Fluido agua, densidad 998,4 $kg/m^3$ – Presión de Vapor: 0,026 bar, Diámetro de la cañería: 0,26 metros – Caño de acero $e = 4{,}6\ 10^{-5}$ m , factor de fricción $f = 0{,}018$

Hechos los ensayos pertinentes de la bomba se tienen los siguientes datos:

$ANPA_{Requerido} = 1{,}5m + 60\ Q^{1,5}$. (Caudal en $m^3/seg$)

| Caudal ($m^3/seg$) | Altura (m) | Rendimiento (%) |
|---|---|---|
| 0 | 45 | 35 |
| 0,051 | 43 | 52 |
| 0,077 | 40 | 64 |
| 0,103 | 35 | 68 |
| 0,130 | 31 | 60 |
| 0,155 | 23 | 45 |
| 0,180 | 15 | 25 |




Se pide calcular para la siguiente instalación:

- El caudal de funcionamiento y el Caudal crítico
- La potencia que necesitará el motor a colocar
- ¿Cómo se asegura que la bomba no cavita? Justifique la respuesta

**<u>Resolución</u>**:

<u>Datos</u>: $\gamma$, $P_v$, $\phi$, $e$, $f$, $ANPA)_{req} = f(Q)$, $H_{bomba} = f(Q)$

·) <u>Hallar Q crítico ($Q_c$)</u>

$$\boxed{Q_c \Longleftrightarrow ANPA)_{disponible} = ANPA)_{requerido}} \quad (1)$$

$$\boxed{ANPA)_{req} = 1{,}5\,m + 60 \cdot Q^{1{,}5}} \quad (2)$$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = -Z_{bomba} + \frac{P_a - P_v}{\gamma} - H_{succión}} \quad (3)$$

<u>Esquema</u>:

$$\left.\begin{matrix} Z, P_a, P_v, \\ \gamma, \phi, f, l, \\ \Sigma k \end{matrix}\right\} \longrightarrow (3) \longrightarrow ANPA)_{disp}(Q) \quad \Big] \longrightarrow (1) \longrightarrow \boxed{Q_c}$$

$$(2) \longrightarrow ANPA)_{req}(Q)$$

·) $[Z_{bomba} = (0{,}5 + 2{,}5 + 1{,}5)\,m = 4{,}5\,m]$

·) $$\frac{P_a - P_v}{\gamma} = \frac{(1 - 0{,}026)\,\cancel{bar} \cdot m^3}{998{,}4\,\cancel{kg}} \cdot \frac{10^5\,\cancel{Pa}}{\cancel{bar}} \cdot \frac{\cancel{N}}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{Pa}} \cdot \frac{\cancel{kg}}{9{,}81\,\cancel{N}}$$

$$\boxed{\frac{P_a - P_v}{\gamma} = 9{,}94\,m}$$

·) $$H_{succión} = \frac{8 \cdot Q^2}{\phi^4 \pi^2 g}\left(\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} + \Sigma k\right)$$

·) $$\frac{8}{\phi^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{8 \cdot s^2}{(0{,}26\,m)^4 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}81\,m} = 18{,}08\,\frac{s^2}{m^5}$$

·) $$\frac{f \cdot l_{succ}}{\phi} = \frac{0{,}018 \cdot (0{,}5 + 2{,}5 + 1{,}5)\,\cancel{m}}{0{,}26\,\cancel{m}} = 0{,}31$$

·) $\Sigma k = 2{,}5 + 0{,}3 = 2{,}8$

$\cdot)\ H_{succ} = 18{,}08 \frac{s^2}{m^5} \cdot (2{,}8 + 0{,}31) \cdot Q^2$

$$\boxed{H_{succ} = 56{,}23\, Q^2 \frac{s^2}{m^5}}$$ en (3):

$ANPA)_{disp} = -4{,}5\,m + 9{,}44\,m - 56{,}23\, Q^2 \frac{s^2}{m^5}$

$$\boxed{ANPA)_{disp} = 5{,}44\,m - 56{,}23\, Q^2 \frac{s^2}{m^5}}$$ de (1)

$\cdot)\ 1{,}5 + 60 \cdot Q^{1{,}5} = 5{,}44 - 56{,}23\, Q^2$

$$\boxed{56{,}23 Q^2 + 60\, Q^{1{,}5} - 3{,}94 = 0}$$

Lo busco raíces por software:

$$\boxed{Q_c = 0{,}133 \frac{m^3}{s}}$$

$\cdot)$ Hallar $Q$ Funcionamiento ($Q_F$)

$$\boxed{Q_F \Leftrightarrow H_{bomba} = H_{sistema}}\ (4)$$

$$\boxed{H_{sistema} = \Delta Z + \frac{8 \cdot Q^2}{\phi^4 \pi^2 g} \left( \frac{f\, l}{\phi} + \Sigma k \right)}\ (5)$$

$\cdot)\ \left[ \frac{f \cdot l_{total}}{\phi} = \frac{0{,}018 \cdot (\cancel{2{,}5} + 1{,}5 + 750 + 15 - \cancel{2{,}5})\, \cancel{m}}{0{,}26\, \cancel{m}} = 53{,}06 \right]$

$\cdot)\ \left[ \Sigma k = 2{,}5 + 0{,}3 + 2 + 3 + 1{,}5 + 0{,}3 + 0{,}78 = 10{,}38 \right]$

$\cdot)\ [\Delta Z = 15\,m] \qquad \cdot)\ \frac{8}{\phi^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = 18{,}08 \frac{s^2}{m^5}$

$H_{sis} = 15 + 18{,}08 \cdot (53{,}06 + 10{,}38)\, Q^2$

$$\boxed{H_{sis} = 15 + 1147\, Q^2}$$ para (4); igualamos con tabla

| $Q$ [m³/s] | H bomba (m) | $\eta$ bomba | H sis (m) |
|---|---|---|---|
| 0 | 45 | 35 | 15,0 |
| 0,051 | 43 | 52 | 18,8 |
| 0,077 | 40 | 64 | 23,6 |
| 0,103 | 35 | 68 | 30,4 |
| 0,130 | 31 | 60 | 39,5 |
| 0,155 | 23 | 45 | 49,8 |
| 0,180 | 15 | 25 | 61,9 |

Buscamos por interpolación lineal

$$H_b = a \cdot Q + b$$

$$35 = a \cdot 0{,}103 + b$$

$$31 = a \cdot 0{,}130 + b$$

$$F_1 - F_2: 4 = -0{,}027\, a$$

$$a = -148{,}15$$

$$b = 50{,}26$$

$$\boxed{H_b = -148{,}15Q + 50{,}26}$$

$$H_{sis} = c \cdot Q + d$$

$$30{,}4 = 0{,}103\, c + d$$

$$39{,}5 = 0{,}13 \cdot c + d$$

$$F_1 - F_2\; -9{,}1 = -0{,}027\, c$$

$$c = 337{,}04$$

$$d = -4{,}32$$

$$\boxed{H_s = 337{,}04\,Q - 4{,}32}$$

$$\eta = e \cdot Q + f$$

$$68 = 0{,}103\, e + f$$

$$60 = 0{,}130\, e + f$$

$$F_1 - F_2\; 8 = -0{,}027\, e$$

$$e = -296{,}30$$

$$f = 98{,}52$$

$$\boxed{\eta = -296{,}3Q + 98{,}52}$$

$$=$$

$$-148{,}15Q + 50{,}26 = 337{,}04\,Q - 4{,}32$$

$$\boxed{Q_F = 0{,}11\ m^3/s}$$

$$\boxed{\eta_{Q_F} = 66\%}$$

Vemos que $Q_F < Q_C$; la bomba está próxima a cavitación.

•) ¿Potencia ($\mathring{L}$) de motor?

$$\boxed{\mathring{L} = \gamma \cdot Q_F \cdot H_{bomba}}$$

$\gamma = 998{,}4\ kg/m^3$

$Q_F = 0{,}11\ m^3/s$

$H_b = [-148{,}15(0{,}11) + 50{,}26]\,m$ $\boxed{H_b = 33{,}96\ m}$

$$\mathring{L} = 998{,}4\ \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81\ \frac{N}{\cancel{kg}} \cdot 0{,}11\ \frac{\cancel{m^3}}{s} \cdot 33{,}96\ m$$

$$\boxed{\mathring{L} = 3{,}66 \cdot 10^4\ W}$$

Para no cavitar, se debe aumentar el ANPA) disponible. Una manera es reducir $H_{succión}$, acortando $l_{succión}$, reemplazando accesorios por otros de menor K.