| Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería | | |
|---|---|---|
| Cátedra: Mecánica de Fluidos | Práctica N° 6 – Ecuaciones Integrales II | |
| Docentes: Dra. Miralles / Ing. Jorge Rosasco / Ing. Eduardo Contento | | Revisión: 00 |

1. Un cohete meteorológico, despega verticalmente, posee una masa de 150 Kg y quema su combustible a razón de 10 Kg/seg con una velocidad de escape constante de 700 m/seg. Sin considerar en primera aproximación el rozamiento contra el aire calcular:

a.- la aceleración inicial.

Si el cohete es considerado como volumen de control podemos aplicar las ecuaciones:

$$p_1A_1 - p_2A_2\cos\theta + R_X = \rho_2 \times V_2^2 \times Area_2 \cos\theta - \rho_1 \times V_1^2 \times Area_1$$
$$-p_2A_2\,\mathrm{sen}\theta - Peso + R_y = \rho_2 \times V_2^2 \times Area_2\,\mathrm{sen}\theta$$

En este caso el eje y lo ubicamos en dirección de avance del cohete (dirección al cielo), tendremos que Rx y Ry son cero, tomando presión manométrica en el estudio asumimos que $p_1$ y $p_2$ son cero. El ángulo es 270°, entonces reemplazando en la fórmula tenemos.

$$-\cancel{p_2A_2\,\mathrm{sen}\theta} + [\dot{m}_0 - \dot{m}t]g - [\dot{m}_0 - \dot{m}t]a + \cancel{R_y} = \dot{m} \times V_2\,\mathrm{sen}\theta$$

$$\rightarrow [\dot{m}_0 - \dot{m}t] = 150Kg - 10\frac{Kg}{seg}t$$

$$\rightarrow aceleración = \frac{d^2h}{dt^2}$$

$$\left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg} \times t\right)g - \left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg}t\right)\frac{d^2h}{dt^2} = -10\frac{Kg}{s} \times 700\frac{m}{s}$$

De donde podemos despejar la aceleración de esta forma

$$-\left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg}t\right)\frac{d^2h}{dt^2} = -10\frac{Kg}{s} \times 700\frac{m}{s} - \left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg} \times t\right)g$$

$$\frac{d^2h}{dt^2} = \frac{-10\frac{Kg}{s} \times 700\frac{m}{s} + \left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg} \times t\right)9{,}8\frac{m}{s^2}}{-\left(150Kg - 10\frac{Kg}{seg}t\right)}$$

Para el tiempo t = 0 la aceleración será: $a = \dfrac{-10\frac{Kg}{s} \times 700\frac{m}{s} + \left(150Kg - \cancel{10\frac{Kg}{seg} \times t}\right)9{,}8\frac{m}{s^2}}{-\left(150Kg - \cancel{10\frac{Kg}{seg}t}\right)} = 36{,}86\frac{m}{s^2}$

b.- su velocidad después de 4 segundos.

$$\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{-10\frac{Kg}{s}\times 700\frac{m}{s}+\left(150Kg-10\frac{Kg}{seg}\times t\right)9{,}8\frac{m}{s^2}}{-\left(150Kg-10\frac{Kg}{seg}t\right)}=\frac{700}{(15-t)}-9{,}8$$

$$\frac{d\,h}{dt}=\int\frac{700}{(15-t)}-9{,}8\,dt=-700\ \ln(15-t)-9{,}8t+\square\ \rightarrow \text{Resolvemos por sustitución}$$

para t = 0 $\rightarrow \frac{d\,h}{dt}=0$ de donde sacamos que $\square$ =700 $\times$ ln $(15)$

Entonces la velocidad puede calcularse como: $V=-700\ln(15-t)-9{,}8t+700\times\ln(15)\Rightarrow V=177{,}91\frac{m}{s}$

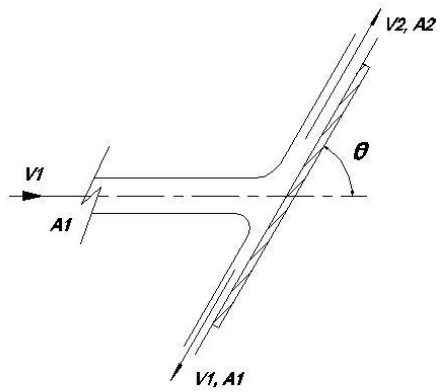
2. Un chorro de agua impacta sobre una placa inclinada como se indica en la figura, se pide:

a.- El área de los chorros de salida $A_2$ y $A_3$

b.- determinar la fuerza que ejerce el chorro sobre la placa en función del ángulo θ, y evaluar con los siguientes datos:

$V_1$= 30m/seg - θ = 60º - $A_1$ (sección del chorro a la entrada)= 6.5 $cm^2$ - ρ = 1000 $Kg/m^3$

c.- generalizar el resultado cuando θ = 90º




Por continuidad

$$\rho_1\times V_1\times Area_1=\rho_1\times V_1\times Area_1+\rho_3\times V_3\times Area_3$$
$$V_1\times Area_1=V_1\times Area_1+V_3\times Area_3$$

Aplicando Bernoulli entre 1 y 2 y entre 1 y 3 tenemos:

$$\frac{p_2-p_1}{\rho}+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+g(Z_2-Z_1)=0\rightarrow p_2=p_1=p_{atm}$$

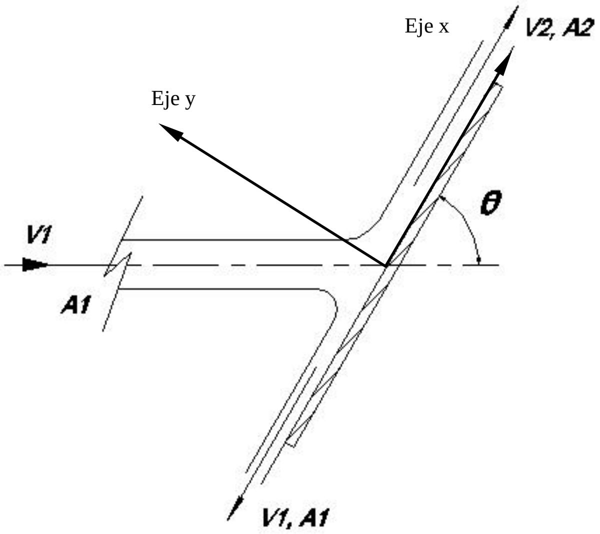
$$\text{Entonces}\Rightarrow\ \cancel{\frac{p_2-p_1}{\rho}}+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+\cancel{g(Z_2-Z_1)}=0(\text{recordar que el plano es el mismo para todos los puntos})$$

$$\therefore V_1=V_2$$

$$0=\cancel{\frac{p_3-p_1}{\rho}}+\frac{V_3^2-V_1^2}{2}\Rightarrow V_3=V_1$$

Reemplazando en la ecuación de continuidad tenemos que $A_1=A_2+A_3$

Planteamos la ecuación de la cantidad de movimiento para los ejes fijados en la figura y tenemos

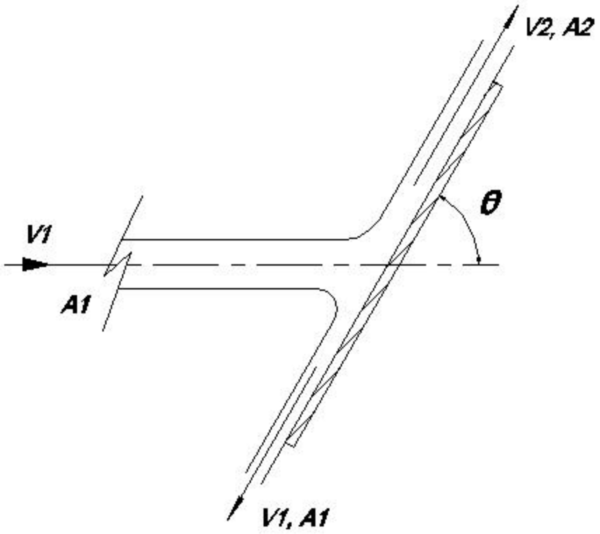



$$p_1A_1\cos\theta - p_2A_2 + p_3A_3 + Rx$$

$$\cancel{p_1A_1\cos\theta} - \cancel{p_2A_2} + \cancel{p_3A_3} +$$

$$Rx = \rho\times V_2^2\times Area_2 - \rho\times V_3^2\times$$

Despreciando los esfuerzos visc rros que salen a $V_1$ por $A_1$ y a $V_2$ por $A_2$ lo hacen de manera que las fuerzas e podemos plantear que Rx=0




$$Rx = 0 = \rho\times V_2^2\times Area_2 - \rho\times$$

$$V_2^2\times Area_2 - V_3^2\times Area_3 - V_1^2$$

$$Area_2 - Area_3 = Area_1\cos\theta$$

Pero por continuidad $A_3 = A_1$

$$2A_2 = A_1\left(1+\cos\theta\right) \therefore A_2 = \frac{1}{2}$$

de la misma forma llegamos a

$$A_3 = \frac{1}{2}A_1\left(1-\cos\theta\right)$$

Para la reacción en y tendremos:

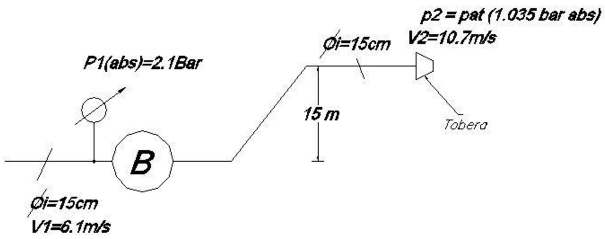
$$-p_1A_1\mathrm{sen}\theta + Ry = \rho\times V_1^2\times Area\times \mathrm{sen}\theta$$

$$\cancel{-p_1A_1\mathrm{sen}\theta} + Ry = \rho\times V_1^2\times Area\times \mathrm{sen}\theta$$

$$Ry = 1000\frac{Kg}{m^3}\times\left(30\frac{m}{s}\right)^2\times 0{,}00065m^2\mathrm{sen}\theta = 0{,}5KN$$

Ry = 0,5 KN

3. En la figura se muestra la tubería necesaria para una instalación de riego, las condiciones a la entrada y a la salida se muestran se muestran en la misma. Determinar cuál es la potencia requerida para la bomba, sin considerar pérdidas.




$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right)$$

$$\text{simplificando} \rightarrow \cancel{q} - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right)$$

$$-w_e = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right)$$

$$-w_e = \frac{\left(1{,}035\,\text{bar} - 2{,}1\,\text{bar}\right)101{,}325\,\dfrac{\text{KPa}}{\text{bar}}}{1000\,\dfrac{\text{Kg}}{\text{m}^3}} + \frac{\left(10{,}7\,\text{m/s}\right)^2 - \left(6{,}1\,\text{m/s}\right)^2}{2} + 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(15\,\text{m}\right) =$$

$$-w_e = -107{,}9\frac{\text{Nm}}{\text{Kg}} + 38{,}64\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 147{,}15\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 77{,}89\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 77{,}89\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

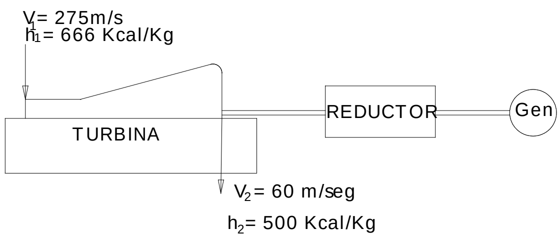
$$\dot{m} = \rho_1 \times V_1 \times \text{Area}_1 = \rho_2 \times V_2 \times \text{Area}_2 = 1000\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \times 6{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{\pi\left(0{,}15\,\text{m}\right)^2}{4} = 107{,}8\frac{\text{Kg}}{\text{seg}}$$

$$\text{Potencia} = -77{,}89\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \times 107{,}8\frac{\text{Kg}}{\text{seg}} = 8{,}4\,\text{KW} \rightarrow 0{,}75\,\text{KW} = 1\,\text{HP}$$

$$\text{Potencia} = -11{,}2\,\text{HP}\left(\text{Hacia el interior del sistema}\right)$$

4. Una turbina de vapor, consume 4540 Kg/hora de vapor de agua, y desarrolla en el eje de salida una potencia de 1000 HP. La velocidad de entrada y salida son de 60m/seg y 275m /seg respectivamente, y las entalpías de entrada y salida son 666 Kcal /Kg y 500 Kcal / Kg respectivamente.

Se pide calcular la pérdida de calor que tiene la máquina por unidad de tiempo.




$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right) + \left(e_{I2} - e_{I1}\right)$$

$$\text{para este caso} \rightarrow q - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \cancel{g\left(Z_2 - Z_1\right)} + \left(e_{I2} - e_{I1}\right)$$

Recordando que la inversa de la densidad es el volumen específico tenemos

$$q - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \cancel{g(Z_2 - Z_1)} + (e_{I2} - e_{I1})$$

$$h = e + pv$$

$$q - w_e - \cancel{w_\tau} = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \cancel{g(Z_2 - Z_1)}$$

$$q = w_e + h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

Ahora unificando unidades

$$1Kcal = 4{,}18KJoule \rightarrow 666\frac{Kcal}{Kg} = 2{,}78 10^6 \frac{Joule}{Kg} \ \ y \ \ 500\frac{Kcal}{Kg} = 2{,}09 10^6 \frac{Joule}{Kg}$$

$$1000 HP = 10^3 HP \times 750\frac{Watt}{HP} = 750 10^3 \ Watt$$

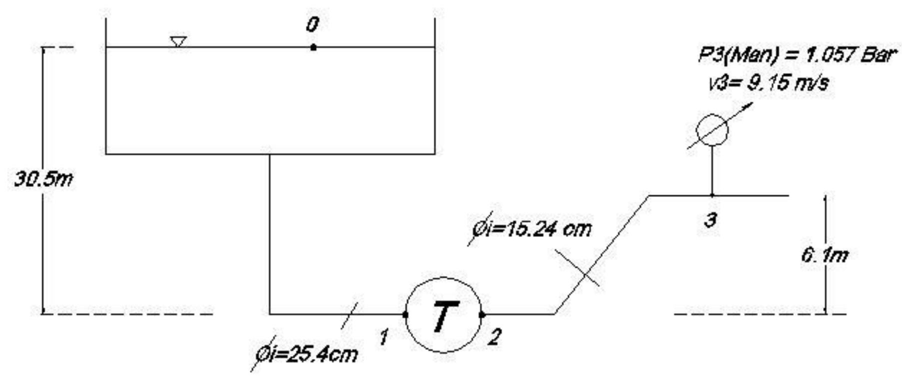
$$\dot{m} = 4540\frac{Kg}{h} = 1{,}26\frac{Kg}{seg}$$

Entonces:

$$\dot{Q} = 750 10^3 \frac{KNm}{seg} + \left(0{,}69 10^6 \frac{Nm}{Kg}\right) 1{,}26\frac{Kg}{s} + \left(\frac{275^2 - 60^2}{2}\right)\frac{m^2}{s^2} 1{,}26\frac{Kg}{seg} = -74 10^3 \frac{Joule}{seg}$$

$$\dot{Q} = -74 10^3 \frac{Joule}{seg} = -17.7\frac{KCal}{seg} (\text{saliendo del sistema})$$

5. Desde un depósito de grandes dimensiones, fluye agua moviendo una turbina, según se ve en la figura. Despreciando la fricción en la tubería y en los accesorios, determinar la potencia en HP desarrollada por la misma.




Aplicamos la Ecuación de Energía

$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(Z_2 - Z_1) + (e_{I2} - e_{I1})$$

Que para este caso queda haciendo las consideraciones correspondientes

$$\cancel{q} - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(Z_2 - Z_1) + \cancel{(e_{I2} - e_{I1})}$$

$$-w_e = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(Z_2 - Z_1)$$

Para conocer los datos a la entrada de la turbina tenemos que aplicar la Ecuación de Boernoulli entre los puntos 0 y 1 de forma que no podemos atravesar la turbina, de lo contrario la ecuación no podría aplicarse (Pregunta para pensar: ¿Por qué?)

$$\frac{p_1 - p_0}{\rho} + \frac{V_1^2 - V_0^2}{2} + g(Z_1 - Z_0) = 0 \rightarrow p_0 = \text{Patm} \ , \ V_0 \cong 0 \ , \ Z_1 = 0$$

$$\frac{p_{MANOMETRICA1}}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g(Z_0)$$

Ecuación de alturas

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = (Z_0)$$

Podemos aplicar ambas fórmulas, el resultado será el mismo, valor de la velocidad puede conocerse con la ecuación de la continuidad puesto que el caudal es el mismo antes y después de la turbina

$$V_1 \times \text{Area}_1 = V_2 \times \text{Area}_2$$

$$V_1 \times \frac{\cancel{\pi}\, d_1^{\ 2}}{\cancel{4}} = V_2 \times \frac{\cancel{\pi}\, d_2^{\ 2}}{\cancel{4}} \Rightarrow V_1 = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 3{,}29 \frac{m}{s}$$

Haciendo los cálculos correspondientes tenemos

$$\frac{p_{MANOMETRICA1}}{\rho} = g(Z_0) \Rightarrow p_{MANOMETRICA1} = \rho\left(g(Z_0) - \frac{V_1^2}{2}\right) = 1000\frac{Kg}{m^3}\left(9{,}8\frac{m}{s^2}30{,}5m - \frac{(3{,}29m/s)^2}{2}\right) = 293{,}48KPa$$

Ecuación de alturas

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = (Z_0) \Rightarrow p_1 = (Z_0) - \frac{V_1^2}{2g} = 1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}\left(30{,}5m - \frac{(3{,}29m/s)^2}{2\ \ 9{,}8\frac{m}{s^2}}\right) = 293{,}48\ KPa$$

También podemos aplicar la ecuación entre los puntos 2 y 3 ya que no tenemos ninguna máquina

$$\frac{p_3 - p_2}{\rho} + \cancel{\frac{V_3^2 - V_2^2}{2}} + g(Z_3 - \cancel{Z_2}) = 0$$

$$p_2 = \rho(g \times Z_3) + p_3 \therefore \Rightarrow p_2 = 1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}6{,}1m + 1{,}057bar\frac{10^5 Pa}{bar} = 165{,}48\ KPa$$

Tomando el diámetro de entrada y salida de la turbina como constante, que no se intercambia calor y que no se tienen en cuenta las pérdidas por fricción podemos aplicar entre los extremos de la turbina la Ecuación de Energía.

$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_3 - p_2}{\rho} + \frac{V_3^2 - V_2^2}{2} + g(Z_3 - Z_2) + (e_{I3} - e_{I2})$$

tomando en cuenta las condiciones de borde

$$\cancel{q} - w_e \cancel{-w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \cancel{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}} + \cancel{g(Z_2 - Z_1)} + \cancel{(e_{I2} - e_{I1})}$$

$$-w_e = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{165{,}48KPa - 293{,}48KPa}{1000\frac{Kg}{m^3}} = -128\frac{m^2}{s^2}$$

$$w_e = 128\frac{m^2}{s^2}$$

Para conocer la potencia necesitamos conocer el caudal másico que circula por la instalación de la siguiente forma

$$\rho \times V_1 \times Area_1 = 1000\frac{Kg}{m^3} \times 3{,}29\frac{m}{s} \times \frac{\pi\left(0{,}254m\right)^2}{4} = 166{,}7\frac{Kg}{seg}$$

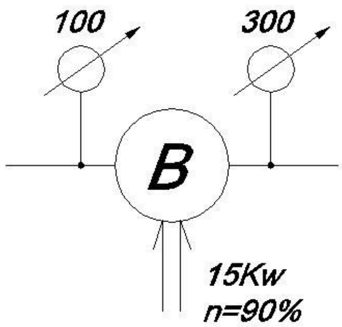
$$Potencia = 128\frac{m^2}{s^2} \times 166{,}7\frac{Kg}{seg} = 21{,}33KW \rightarrow 0{,}750KW = 1HP$$

$$Potencia = 28{,}45\,HP$$

6. Un motor eléctrico, consume 15 Kw, y tiene una eficiencia del 80%, el mismo alimenta una bomba que conduce agua, con un caudal de 50 litros / seg los diámetros de los tubos de entrada y salida son iguales, y la entrada y salida se miden presiones absolutas de 100 Kpa y 300 Kpa respectivamente. Se pide:

a.- determinar la eficiencia mecánica de la bomba.

b.- el aumento de la temperatura del agua debido a la ineficiencia mecánica (considere las tuberías muy aisladas)




$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right) + \left(e_{I2} - e_{I1}\right)$$

en este caso $V_2 = V_1$ , $z_2 = z_1$ , q = 0

$$-w_e = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \left(e_{I2} - e_{I1}\right) \Rightarrow -w_e - \left(e_{I2} - e_{I1}\right) = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{300KPa - 100KPa}{1000\frac{Kg}{m^3}} = 200\frac{Nm}{Kg}$$

$$\dot{m} = \rho \times Q = 1000\frac{Kg}{m^3} \times 50 10^{-3}\frac{m^3}{s} = 50\frac{Kg}{s}$$

$$\dot{W}e = \dot{m}w_e = 200\frac{Nm}{Kg}50\frac{Kg}{s} = 10KW$$

A la bomba se le está transmitiendo el 90% de 15 Kw o sea 13,5 Kw, por lo que entonces

$$\eta_{BOMBA} = \frac{10}{13{,}5} = 74\%$$

Se pierden entonces de energía 13,5KW-10KW = 3,5 KW

$$\left(e_{I2} - e_{I1}\right) = \frac{3500\,Nm/s}{50Kg/s} = 70\frac{Nm}{Kg} \times \frac{cal}{4{,}18\,J} = 16{,}74\frac{cal}{Kg}$$

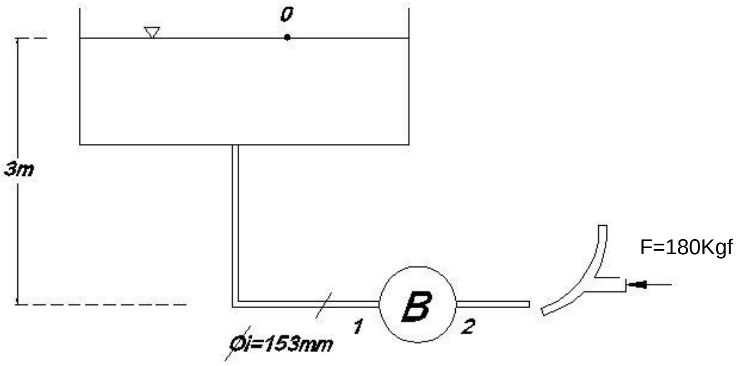
$$16{,}74\frac{cal}{Kg} = C \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{16{,}74\frac{cal}{Kg}}{1000\frac{cal}{Kg^\circ}} = 0{,}00167^\circ C$$

7. Se desea deflectar un chorro de agua a 90º que es impulsado por una bomba en contra de una lámina curvada como se indica en la figura, de manera que la fuerza reactiva en el deflector, sea de 180 Kgf. La bomba se alimenta por un depósito cuyo nivel está a una altura de 3 m respecto a la entrada de la bomba. El régimen se considera permanente por lo cual el agua debe reponerse en forma continua en el depósito para mantener su nivel. Se pide:

a.- ¿Cuál debería ser el caudal de reposición del depósito?

b.- ¿Qué potencia de bombeo es necesario instalar?




Seleccionamos para comenzar el álabe estacionario que desvía el chorro como Volumen de Control, aplicamos la Ecuación de Cantidad de movimiento

$$Rx = p_2 A_2 \cos\theta - p_1 A_1 + \rho \times V_2^2 \times Area_2 \cos\theta - \rho \times V_1^2 \times Area_1$$

$$Ry = p_2 A_2 sen\theta + Peso + \rho \times V_2^2 \times Area_2 sen\theta$$

$$p_2 = p_1 \text{ , } Area_2 = Area_1 = 0{,}018 m^2 \text{ , } \theta = 90°$$

$$Rx = \cancel{p_2 A_2 \cos\theta} - \cancel{p_1 A_1} + \cancel{\rho \times V_2^2 \times Area_2 \cos\theta} - \rho \times V_1^2 \times Area_1 = 1000 \frac{Kg}{m^3} \times V_1^2 \frac{m}{s} \times 0{,}018 m^2$$

$$1764 N = 1000 \frac{Kg}{m^3} \times V_1^2 \frac{m}{s} \times 0{,}018 m^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{1764 N}{1000 \frac{Kg}{m^3} \times 0{,}018 m^2}} = 9{,}899 \frac{m}{s}$$

Planteando la Ecuación de Bernuolli entre la superficie del tanque (0) y la entrada de la bomba (1)

$$\frac{p_1 - p_0}{\rho} + \frac{V_1^2 - V_0^2}{2} + g(Z_1 - Z_0) = 0$$

Dado que no hay perdidas de presion, $p_2 = p_{atm}$ , usaremos la presion relativa, la velocidad en la superficie del tanque es despreciable y el nivel de referencia es el punto 1

$$\frac{p_1 - \cancel{p_0}}{\rho} + \frac{V_1^2 - \cancel{V_0^2}}{2} + g(\cancel{Z_1} - Z_0) = 0$$

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} - g(Z_0) = 0 \therefore \Rightarrow \frac{p_1}{\rho} = g(Z_0) - \frac{V_1^2}{2} \rightarrow p_1 = \rho\left(g(Z_0) - \frac{V_1^2}{2}\right)$$

$$p_1 = 1000 \frac{Kg}{m^3}\left(9{,}8 \frac{m}{s^2} \times 3m - \frac{\left(9{,}79 \, m/s\right)^2}{2}\right) = -18{,}5 \, KPa(relativa)$$

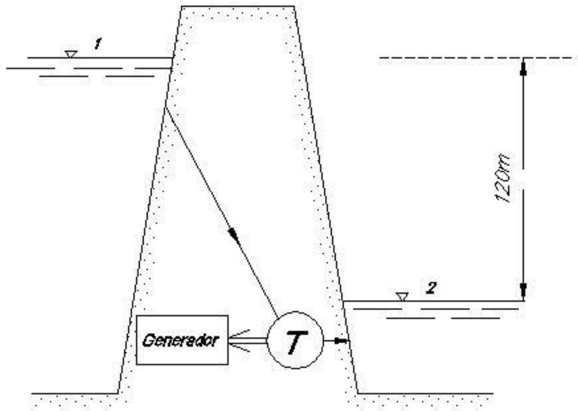
Análisis de la bomba

$$\cancel{q} - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{\cancel{p_2} - p_1}{\rho} + \cancel{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}} + \cancel{g(Z_2 - Z_1)} + \cancel{(e_{I2} - e_{I1})}$$

$$-w_e = \frac{-p_1}{\rho} = \frac{-(-18{,}5\,KPa)}{1000\,\frac{Kg}{m^3}} = 18{,}5\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$Potencia = w_e \cdot \dot{m} = 18{,}5\,\frac{m^2}{s^2}(\rho \times V \times Area) = 18{,}5\,\frac{m^2}{s^2}\left(1000\,\frac{Kg}{m^3} \times 9{,}89\,\frac{m}{s} \times 0{,}018\,m^2\right) = 3{,}293\,KW$$

8. En una planta generadora hidroeléctrica fluyen 100 $m^3$/seg. Desde una elevación de 120 m hasta la turbina, se estima que las pérdidas de energía en el sistema de tuberías son de 35 m (expresada en alturas de columna de líquido *height*). Si la eficiencia del grupo turbina generador es de 80%, estimar la potencia eléctrica disponible a la salida.




Planteando la ecuación de la energía entre 1 y 2

$$q - w_e - w_\tau = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(Z_2 - Z_1) + (e_{I2} - e_{I1})$$

$$-w_e + \underbrace{(q - w_\tau - (e_{I2} - e_{I1}))}_{PERDIDAS} = \cancel{\frac{p_2 - p_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}} + (\cancel{Z_2} - Z_1) \text{ Ecuación en altura}$$

$$-w_e + 35\,m = -120\,m \therefore \Rightarrow w_e = 85\,m$$

Energía entregada por el sistema entonces en altura es 85 metros, ahora debemos calcular la potencia que entrega el fluido a la máquina debida a esa altura, es decir es la energía hidráulica disponible antes de pasar por la turbina, la potencia de ese fluido será:

$$\dot{W}_{hidraulica} = \gamma \times Q \times H_{TURBINA} \left(\text{La altura } w_e \text{calculada es la altura H de turbina en este caso}\right)$$

$$\dot{W}_{hidraulica} = \left(1000\,\frac{Kg}{m^3}\,9{,}8\,\frac{m}{s^2}\right) \times \overbrace{V \times Area}^{CAUDAL} \times 85\,m = \left(1000\,\frac{Kg}{m^3}\,9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 100\,\frac{m^3}{s} \cdot 85\,m\right) = 83{,}3\,MW$$

$$Potencia_{TURBINA} = 0{,}8 \times 83{,}3\,MW = 66{,}64\,MW$$

9. A través de un tubo horizontal, circula un fluido en flujo laminar y estado permanente, y cuya distribución de velocidad satisface la ecuación:

$$V_y = V_{max}\,[1 - (\frac{r}{r_o})^2]$$

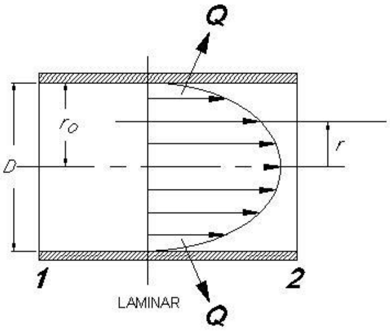
En la cual r es un radio genérico y ro es el radio interior de la tubería. El flujo cumple además con las siguientes hipótesis:

a.- La presión es constante para todo punto de la misma sección transversal.

b.- La presión disminuye de Pi a P2 entre las secciones genéricas 1 y 2.

c.- Los perfiles de velocidad, son iguales para toda sección igual que las temperaturas.

Se pide establecer aplicando la Ecuación de la Energía, la expresión del flujo de calor hacia el medio ambiente a través de las paredes del tubo.




$$\underset{\text{calor}}{q} - w_\tau - w_e = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\left(Z_2 - Z_1\right) + \left(e_{I2} - e_{I1}\right)$$

En este caso $\bar{V}_1 = \bar{V}_2$ valores medios

$Z_1=Z_2$ y una vez establecido el flujo permanente $e_{I2} = e_{I1}$ ya que la temperatura es constante y no hay agregado de trabajo

$$q = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{dQ}{dm}\frac{dt}{dt} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \Rightarrow \dot{Q} = \left(\frac{p_2 - p_1}{\rho}\right)\dot{m}$$

$$\dot{m} = \rho \times \bar{V} \times \text{Area} = \rho \times \bar{V} \times \left(\pi\, r_0^2\right)$$

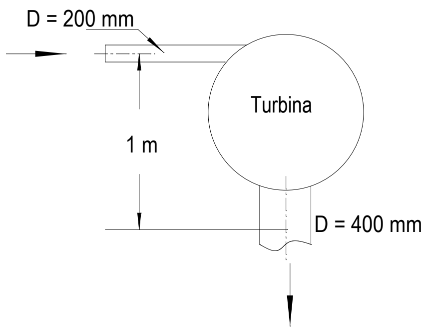
$$\bar{V} = \int_0^{r_0} V_{MAX}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] dr = V_{MAX}\int_0^{r_0} dr - \frac{V_{MAX}}{r_0^2}\int_0^{r_0} r^2 dr \therefore \Rightarrow \bar{V} = \frac{2}{3}V_{MAX}$$

$$\dot{m} = \rho \times \frac{2}{3}V_{MAX} \times \left(\pi\, r_0^2\right)$$

$$\dot{Q} = \left(\frac{p_2 - p_1}{\cancel{\rho}}\right)\cancel{\rho} \times \frac{2}{3}V_{MAX} \times \left(\pi\, r_0^2\right) = \frac{2}{3}\left(p_2 - p_1\right) \times V_{MAX} \times \left(\pi\, r_0^2\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{2}{3}\left(p_2 - p_1\right) \times V_{MAX} \times \left(\pi\, r_0^2\right)\left[\frac{N}{m^2}\cdot\frac{m}{s}\cdot m^2\right] = \frac{Nm}{s} = \frac{Joule}{seg}$$

10. A través de una turbina circula agua en forma de flujo permanente con una caudal de 250 litros por minuto. Las presiones manométricas en los puntos de entrada y salida son respectivamente 200 KPa y –15KPa. Suponiendo que no existe transferencia de calor ¿Cuál es la potencia entregada a la turbina por el flujo de agua?




$$\cancel{q} - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \left(Z_2 - Z_1\right) + \cancel{\left(e_{I2} - e_{I1}\right)}$$

$$250\frac{\cancel{litros}}{60s}\frac{10^{-3}m^3}{\cancel{litros}} = V \times \text{Area} = V \times \frac{\pi\, d^2}{4} = V \times \frac{\pi\left(0{,}2m\right)^2}{4}$$

$$V_1 = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^{-3} m^3}{60\,s \times \pi\left(0{,}2m\right)^2} = 0{,}132\frac{m}{s}$$

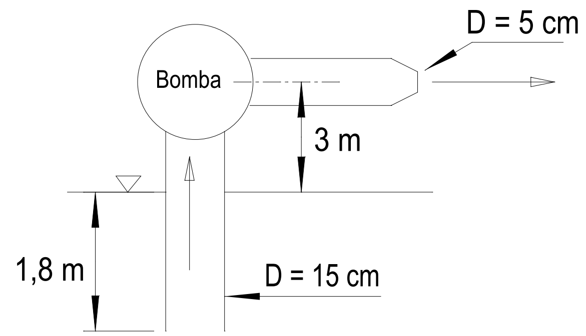
$$V_2 = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^{-3} m^3}{60\,s \times \pi\left(0{,}4m\right)^2} = 0{,}033\frac{m}{s}$$

$$-w_e = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \left(Z_2 - Z_1\right) = \frac{-15Kpa - 200Kpa}{1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}} + \frac{\left(0{,}033\frac{m}{s}\right)^2 - \left(0{,}132\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}} + \left(0 - 1m\right) =$$

$$-w_e = -21{,}93m - 0{,}00083m - 1m = 22{,}93m\left(H_{TURBINA}\right)$$

$$\text{Potencia} = \gamma \times Q \times H_{TURBINA} = 1000\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2}\times 250\frac{\cancel{litros}}{60s}\frac{10^{-3}m^3}{\cancel{litros}}\times 22,93m = 936,3\,\text{Watt}$$

11. Una lancha contra incendios toma agua de mar (densidad relativa 1,025) a través de un tubo de 15 cm y la descarga a 35 m/s a través de una boquilla de 5 cm. La pérdida de energía es de 2,5 m. Si el rendimiento de la bomba es de 70% ¿Cuál debe ser la potencia que se debe entregar para cumplir su cometido?




$$\cancel{q} - w_e - \cancel{w_\tau} = \frac{\cancel{p_2} - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \left(Z_2 - \cancel{Z_1}\right) + \cancel{\left(e_{I2} - e_{I1}\right)}$$

$$Q = V \times Area = V_2 \times \frac{\pi d^2}{4} = 35\frac{m}{s}\times\frac{\pi\left(0,05m\right)^2}{4} = 0,0687\frac{m^3}{s}$$

$$V_1 = \frac{4\cdot 0,068m^3/s}{\pi\left(0,15m\right)^2} = 3,88\frac{m}{s}$$

$$-w_e = \frac{\cancel{-\gamma}\cdot h}{\cancel{\gamma}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \left(Z_2 - Z_1\right) = -1,8m + \frac{\left(35\frac{m}{s}\right)^2 - \left(3,88\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 9,8\frac{m}{s^2}} + \left(4,8m\right) = 64,73m$$

$$H_{BOMBA} = 64,73m$$

$$\text{Potencia} = \gamma \times Q \times H_{BOMBA} = 1000\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2}\times 0,0687\frac{m^3}{s}\times 64,73m = 43,58\,\text{KWatt}$$

12. Un motor de 30 HP, impulsa una bomba por la que fluye agua con un caudal de 80 litros/seg el 25% de la potencia se pierde en incrementar la energía interna del agua, vencer la fricción y en las piezas internas de la bomba. El diámetro interno de la tubería de alimentación es de 15cm y el de descarga 12,5cm.

Suponiendo que las secciones de entrada y descarga están a la misma altura, calcular el aumento de presión trasmitida al agua en la salida.