



Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería

Cátedra: Mecánica de Fluidos

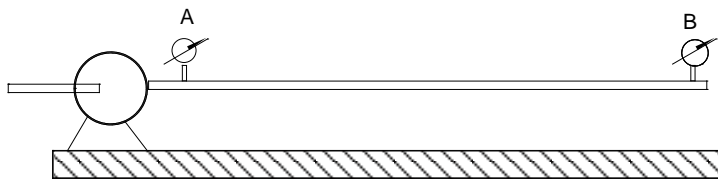
Práctica N° 9 – Pérdidas de carga – Flujos turbulentos

Docentes: Dra. Miralles / Ing. Jorge Rosasco / Ing. Eduardo Contento

Revisión: 00

1. Calcular la caída de presión, entre los puntos A y B y la potencia requerida por la bomba. La misma debe impulsar agua por una cañería sobre el suelo

Los datos son los siguientes: Diámetro  $\varnothing = 500$  mm. Caudal: 1200 m<sup>3</sup>/hora. Largo de la tubería: 800 m. Temperatura del agua: 20°. Viscosidad:  $1,007 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/seg. P salida en A: 4 Kg/cm<sup>2</sup>. Material: Caño oxidado c/ incrustaciones.



Datos:  $\rho = 998,4 \text{ kg/m}^3$   
 $\nu = 1,007 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

$Q = 1200 \text{ m}^3/\text{h}$

$e = 1,25 \text{ mm}$

(de tabla de rugosidad media)

a) Velocidad =  $\frac{4Q}{\pi d^2}$

$V = \frac{4 \cdot 1200 \text{ m}^3}{\pi (0,5\text{m})^2 \cdot 3600\text{s}} = 1,69 \text{ m/s}$

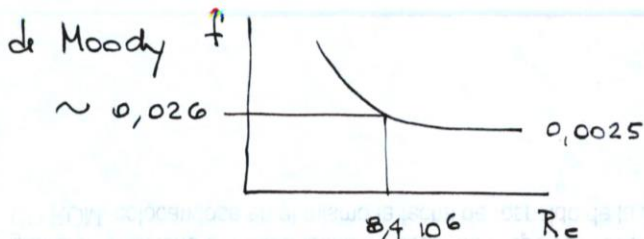
b) Caída de presión A-B (sólo fricción tramo recto)

$H_{fAB} = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$

debemos calcular  $f$  y para ello necesitamos  $\frac{e}{d} \times Re$

$\frac{e}{d} = \frac{1,25 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = 2,5 \cdot 10^{-3}$

$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{1,69 \times 0,5}{1,007 \cdot 10^{-6}} = 8,4 \cdot 10^6$



$H_{fAB} = 0,026 \frac{800 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} \frac{(1,69 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6,061 \text{ mts}$

$\Delta P_{AB} = \gamma_f \cdot \Delta H_{fAB} = 998,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 6,061 \text{ mts} =$

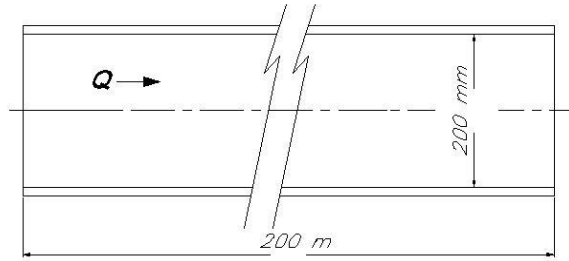
$\Delta P_{AB} = 59,31 \text{ kPa}$

Potencia para vencer la fricción

$Pot = \gamma Q H = 998,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{1200 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} \times 6,061 \text{ m}$

Potencia = 19,76 kW

2. Determinar la pérdida de carga mediante la utilización de los diagramas de Moody, para un flujo de 8000 l/min de aceite industrial cuya viscosidad cinemática  $\nu = 10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{seg}$  que circula a través de una tubería de fundición de hierro, horizontal cuya longitud es de 200 m y cuyo diámetro interior es  $D = 200 \text{ mm}$ .

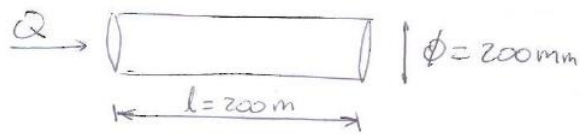


Hallar pérdida de carga:  $h$

Ec. Darcy-Weisbach:

$$h_{f-a-b} = f \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

Diagrama:



Datos: (unidades MKS):

$$\rightarrow Q = \frac{8000 \text{ l}}{\text{min}} = \frac{8000 \text{ l}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ l}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

$$| Q = 0,13 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} |$$

$$| \nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} |$$

$$\rightarrow | l = 200 \text{ m} |$$

$$\rightarrow | \phi = 200 \text{ mm} |$$

$$| \phi = 0,2 \text{ m} |$$

$\rightarrow$  De ec. (1), debemos encontrar  $f$ ,  $V$ .

$$| Q = V \cdot A | \quad (2)$$

$$| A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} | \quad (3)$$

De (2) y (3) obtenemos  $V$ :

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \cdot \phi^2}$$

$$| V = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot \phi^2} | \quad (4)$$

$$\text{De (4): } V = \frac{0,13 \text{ m}^3 \cdot 4}{\text{s} \cdot \pi \cdot (0,2)^2 \text{ m}^2}$$

$$V = \frac{0,52 \text{ m}}{0,13 \text{ s}}$$

$$| V = 4 \text{ m/s} |$$

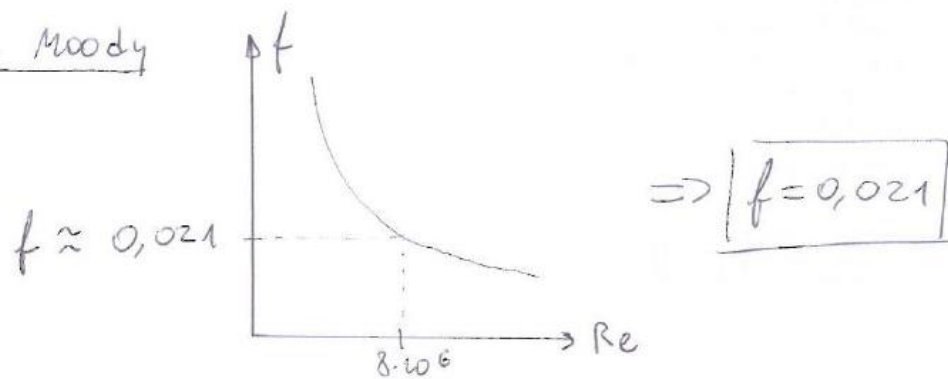
) Calculamos  $f$  en base a los parámetros:

$$) \left[ \varepsilon_{\text{Fundación}} = (0,30) \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} \right]$$

$$) \left[ \frac{\varepsilon}{\phi} = \frac{0,3 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 0,0015 \right]$$

$$) \left[ Re = \frac{V \cdot \phi}{\nu} = \frac{4 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot A}{A \cdot 10^{-5} \text{ m}^2} = 8 \cdot 10^6 \right]$$

De Moody

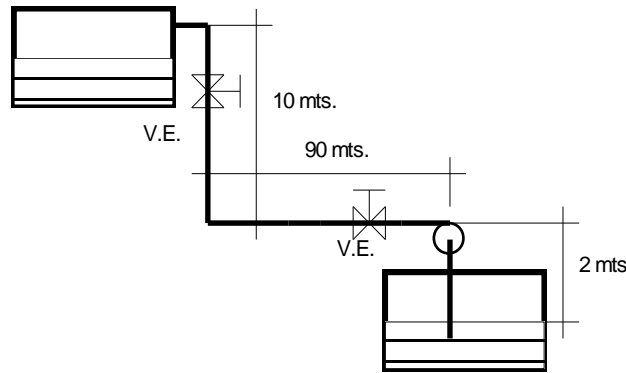


Reemplazamos  $f, \nu$  y otros datos a ec. (1)

$$h = 0,021 \cdot \frac{200 \text{ m}}{0,2 \text{ m}} \cdot \frac{(4)^2 \text{ m}^2 \cdot A^2}{A^2 \cdot 2 \cdot 9,81 \text{ m}} = \frac{67,2}{3,924} \text{ m}$$

$$\boxed{h = 17,13 \text{ m}}$$

3. En la siguiente instalación, calcule el diámetro necesario de la cañería, las pérdidas de carga generales y de los accesorios, la potencia hidráulica necesaria para mover el líquido (¿Cómo influye en la instalación la altura geométrica  $(Z_2 - Z_1)$ ?). Datos: Temperatura del agua  $20^\circ\text{C}$  - Caudal:  $250 \text{ m}^3/\text{h}$  - Cañería: Nueva - Se dispone de una bomba centrífuga usada de:  $20 \text{ CV} / 15 \text{ Kw}$  ¿Podrá usarse en la instalación? - Velocidad recomendada =  $1,4 \text{ m/s}$ , Fluido agua.



Datos de tabla

$$e = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ mm (rugosidad absoluta)}$$

$$\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 1,007 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

De la ecuación de continuidad

$$V \cdot A = Q \Rightarrow \frac{V \pi d^2}{4} = Q$$

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4 \times 250 \text{ m}^3}{\pi \left(\frac{1,4 \text{ m}}{\text{s}}\right) 3600 \text{ s}}} = 0,251 \text{ m}$$

$\phi_{11} = 10''$

Aplicando la ecuación de la energía entre las superficies de los tanques, (1 inferior, 2 superior)

$$-H_B = \left( \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \right) - \left( \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 \right) + H_{f \text{ TOTAL}}$$

a)  $P_1 = P_2$     b)  $V_1$  y  $V_2$  despreciable

$$-H_B = \Delta Z + H_{f \text{ TOTAL}}$$

Notese el signo  $\ominus$  que indica? La energía debe entregarse al fluido

b) cálculo de  $f$

$$\frac{e}{d} = \frac{4610^{-5}}{0,251} =$$

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = 3,48 \cdot 10^5$$

$$\epsilon = \frac{e}{d} = 0,00018$$

(Reg. Turbulento)

de Moody  $\rightarrow f = 0,0155$

c) Cálculo de  $K$

$K_{entrada} \approx 0,5$

$K_{salida} \approx 1$

$K_{válvula} \approx 400 f_T \Rightarrow K_T = 11,2$

$K_{codo} \approx 20 f_T$     0,56

De apunte  $f_T = 0,014$

$K_{TOTAL} = 13,26$

De tablas ad hoc se sacan los factores como se explicó en la clase, se deben tener tablas o catálogos

$$H_f = 0,0155 \frac{102 \text{ m}}{0,251} \frac{(1,4 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = \boxed{0,63 \text{ m}}$$

$$H_{acc} = 13,26 \frac{v^2}{2g} = \boxed{1,326 \text{ m}}$$

$$- H_B = 12 \text{ m} + [0,63 \text{ m} + 1,326 \text{ m}] =$$

$$- H_B = 13,956 \text{ m} \approx \underline{\underline{14 \text{ metros}}}$$

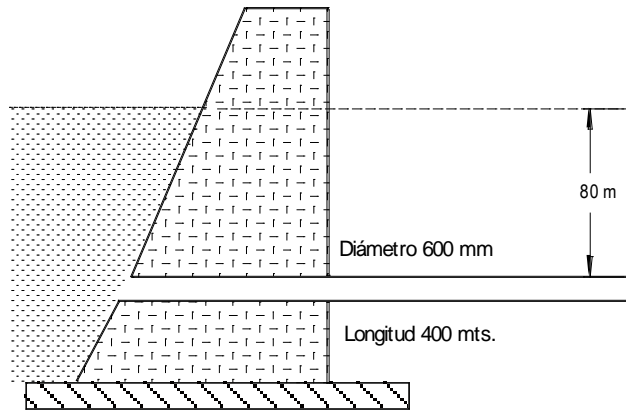
↳ a entregarse

$$\text{Potencia} = \gamma Q H_B = \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{250 \text{ m}^3}{3600 \text{ seg}} \times 14 \text{ m} \times \frac{9,8 \text{ N}}{\text{kg}} =$$

$$\text{Potencia} = \underline{\underline{9,52 \text{ kW}}}$$

La bomba funcionará.

4. Una cañería de Hormigón de 600 mm. de diámetro y 400 mts. de longitud, conduce agua desde un embalse a una central hidráulica. ¿Qué potencia tendrá el chorro de agua; si el salto es de 80 mts. y la velocidad de salida es de 4 m/s?.



$$A) N^{\circ} Re = \frac{V d}{\nu} = \frac{4 \times 0,6}{1,007 \cdot 10^{-6}} = 2,38 \cdot 10^6$$

$$B) \text{ De tabla } e = 1,5 \text{ mm} \quad \Gamma = \frac{e}{d} = 0,0025$$

de Moody sacamos  $f = 0,025$

$$C) \text{ la potencia del chorro sera } P_{ch} = \gamma Q H_{neta}$$

$$H_{neta} = 80 \text{ m} - H_{f \text{ tubería}}$$

$$H_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} = 0,025 \frac{400 \text{ mts}}{0,6 \text{ m}} \frac{(4 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 13,60 \text{ mts}$$

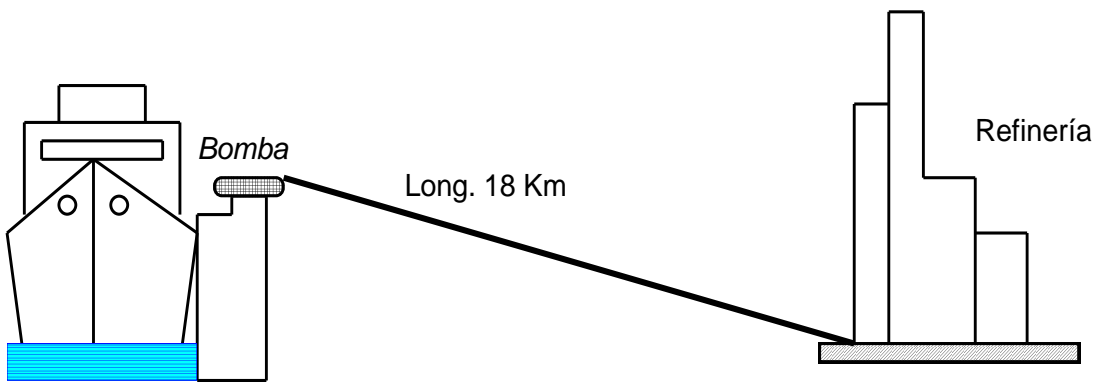
$$H_{neta} = 66,4 \text{ mts}$$

$$\text{Potencia} = \gamma Q H$$

$$\text{Potencia} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \times 1,18 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}} \times 66,4 \text{ mts} \times 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\underline{\underline{\text{Potencia} = 735,3 \text{ KW}}}$$

5.- Determine la presión de bombeo para una diferencia de altura de 40 mts. Longitud: 18 Km. - Diámetro: 10" - Material: Acero comercial. Caudal:  $60 \text{ m}^3/\text{h}$   $\delta = 850 \text{ Kg/m}^3$   $\nu = 15,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$ .



Aplicamos la ecuación de la energía entre la salida de la bomba y la entrada a la refinería

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \Delta z + H_{rT} \Rightarrow$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} + (z_{ref} - z_A) + H_{rTtotal}$$

$$P_A = P_{atm} + \gamma(\Delta z) + \gamma H_{rTtotal} \quad (1)$$

$$\frac{e}{d} = \frac{4,6 \cdot 10^{-5}}{0,25 \text{ m}} = 0,000184$$

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{4 Q d}{\pi d^3 \nu} = \frac{4 Q}{\pi d \nu}$$

$$Re = \frac{4 \times 60 \text{ m}^3/\text{h}}{\pi \times 3600 \text{ s} \times 0,25 \text{ m} \times 15,2 \cdot 10^{-6}} = 5584$$

Sacamos  $f$  del gráfico de Moody  $f \approx 0,033$

$$H_{fT} = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = f \frac{l}{d} \frac{4^2 Q^2}{\pi^2 d^4 g 2} = 8 \frac{f l}{g d^5 \pi^2} Q^2$$

$$H_{fT} = \frac{8 \times 0,033 \times 18000 \text{ m}}{9,8 \times (0,25)^5 \times \pi^2} \times \left( \frac{60 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} \right)^2 = \frac{4752 \cdot 2,77 \cdot 10^{-4}}{0,0944} = \underline{\underline{13,98 \text{ mts}}}$$

de (1)

$$P_A = 101,3 \text{ kPa} + 850 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0 - 40 \text{ m}) + 13,98 \text{ mts} \cdot 850 \times 9,8$$

$$P_A = 101,3 \text{ kPa} - 333,2 \text{ kPa} + 116,45 \text{ kPa}$$

$$P_A = -115,45 \text{ kPa} \Rightarrow \text{Significa que con los}$$

Pero se se necesitará para bombear desde el fondo del tanque a la base de bombeo!

40 mts de diferencia no necesito bomba.

6.- Desde una planta química se ha de impulsar a otra un caudal de  $130 \text{ m}^3/\text{h}$  de aceite de lignito, a través de una cañería de acero de 4 Km de longitud. La temperatura media de la conducción es de  $15^\circ\text{C}$  ( $\gamma: 1100 \text{ Kg/m}^3$ ),  $\mu: 0,00346 \text{ Kg/m.s}$ . Calcule el diámetro de la cañería, con una velocidad admisible de 1 a 2 m/s y una presión máxima de bombeo en la cañería de 7 bar.



$\gamma = 1100 \text{ Kg/m}^3$  ;  $\mu = 0,00346 \text{ Kg/m.s}$

Velocidades admisibles e/ 1 y 2 m/s presión máxima admisible en cañería 7 bar.

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} \Rightarrow$$

$e = 0,046 \text{ mm}$

	d(m)	Re	f	$r = \frac{e}{d}$
$V = \frac{1 \text{ m}}{\text{s}}$	0,214	68034	0,021	0,0021
$V = 1,5 \text{ m/s}$	0,175	102051	0,0195	0,0002
$V = 2 \text{ m/s}$	0,151	136068	0,018	0,0003

Pérdida de Carga

$$H_{TAB} = f \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$$

Para  $d_1; V_1; f_1 = 20,2 \text{ m} \rightarrow \Delta P_{AB} = 1,71 \text{ Kg/cm}^2$

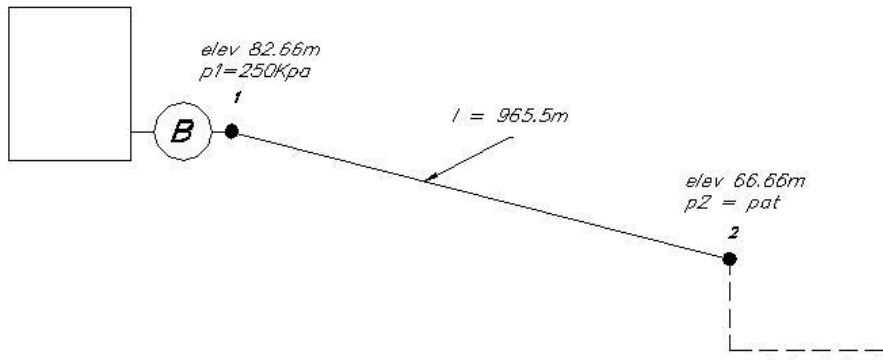
$d_2, V_2, f_2 = 51,6 \text{ m} \rightarrow \Delta P_{AB} = 4,39 \text{ Kg/cm}^2$

$d_3, V_3, f_3 = 97,3 \text{ m} \rightarrow \Delta P_{AB} = 8,27 \text{ Kg/cm}^2$

Se utilizará la opción 2 para no pasar los  $7 \text{ Kg/cm}^2$  en cualquier punto.

7.- Desde una casamata se bombea gasolina a un embarcadero para ser descargada con un caudal de  $0.1 \text{ m}^3/\text{seg}$  a través de una tubería según se indica en la figura. Se utilizará un conducto de pvc recubierto interiormente con neopreno de una rugosidad media absoluta  $e = 0.5 \text{ mm}$ , la presión de bombeo en el punto 1 prevista es de  $250 \text{ KPa (Man)}$ . Se pide determinar el diámetro que deberá tener el conducto.

$\rho$  (gasolina) =  $718 \text{ Kg/m}^3$ ,  $\mu$  (gasolina) =  $2,92 \text{ E-4 Kg / m seg}$



Ecuación de la Energía entre 1-2

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + h_L = 0 \quad p_2 = \text{atm} \\ v_2 = v_1 = 0$$

$$-\frac{p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) + h_L = 0 \quad -\frac{p_1}{\gamma} - z_1 = -h_L$$

$$\frac{250.000 \text{ N}}{7036,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} + 16 \text{ m} = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \Rightarrow 51,53 \text{ m} = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$51,53 \text{ m} = f \frac{l}{d} \left( \frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 \frac{1}{2g} = f \frac{l}{d^5} \frac{16 Q^2}{\pi^2 2g}$$

$$51,53 \text{ m} = \frac{f}{d^5} \frac{8 \cdot 0,1^2 \cdot 965,5}{\pi^2 \cdot 9,8} \Rightarrow 64,52 = \frac{f}{d^5}$$

$$6,45 = \frac{f}{d^5} \quad 1^{\text{a}} \text{ Ecuación}$$

$$\text{Ecuación de Colebrook} = \frac{1}{\sqrt{f}} = -0,86 \ln \left( \frac{e}{37D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad 2^{\text{a}} \text{ Ecuación}$$

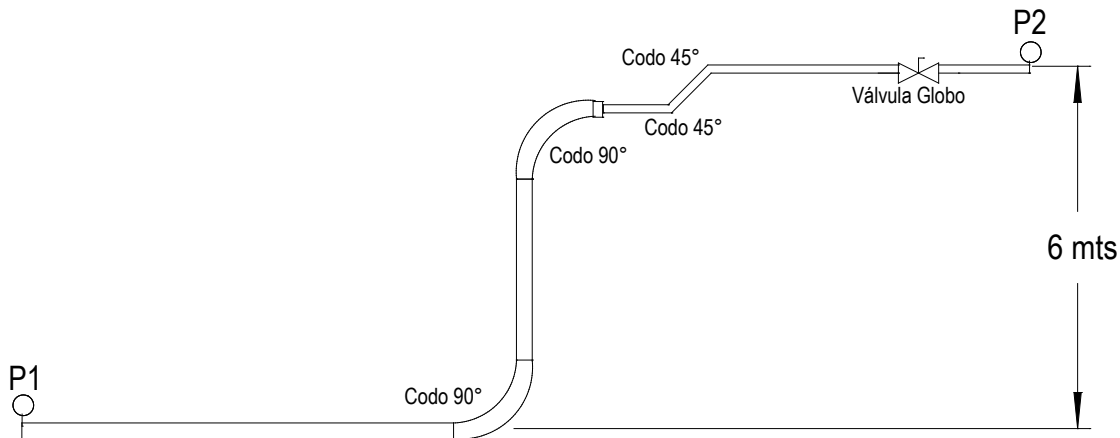
$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = \frac{\rho \cdot 4QD}{\mu \pi D^4} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D} = \frac{4 \cdot 718 \text{ Kg/m}^3 \cdot 0,1 \text{ m}^3/\text{s}}{2,92 \cdot 10^{-4} \text{ Kg/m} \cdot \pi \cdot D} = 3,13 \frac{10^5}{D}$$

$$Re = 3,13 \frac{10^5}{D} \quad 3^{\text{a}} \text{ Ecuación}$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas se resuelve con MATLAB

8. Determine la presión en el punto 2 para el sistema de tuberías, de 500 pies de 6" de  $\varnothing$ , y de 100 pies del mismo material pero de 3" de Diámetro interno, material hierro común. Caudal:  $0.42 \text{ m}^3/\text{min}$  -  $P_1: 3.5 \text{ kg/cm}^2$ .

La distancia entre el punto 1 y el 2 es de 6 metros



Si planteamos la Ec de la energía e/1, 2 tendríamos

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + H_{f \text{ TOTAL}} \quad (A)$$

$$H_{f \text{ TOTAL}} = f_1 \frac{L_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + \sum K \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} + \sum K \frac{V_2^2}{2g}$$

Calculamos los  $Re$  para conocer cuál es el régimen

$$Re_1 = \frac{V d_1}{\nu} = 5,7 \cdot 10^4 \quad \Gamma_1 = e_1/d_1 = 0,0015$$

$$Re_2 = \frac{V d_2}{\nu} = 1,1 \cdot 10^5 \quad \Gamma_2 = e_2/d_2 = 0,0031$$

Ahora  $f_1 = 0,024$   $f_2 = 0,0185$  de gráficos para régimen turbulento ( $Re > 2400$ )

De tablas se obtienen los valores de  $K$ .

$$K_{\text{codo } 90 \text{ } 6''} = 0,3$$

$$K_{\text{contracción}} = 6$$

$$K_{45^\circ \text{ } 3''} = 0,27$$

$$K_{\text{válvula}} = 0,144$$

$$H_{fT6}'' = 0,024 \times \frac{152}{0,1524} \times \frac{0,38^2}{2 \cdot g} = 0,17 \text{ m}$$

$$H_{Acc6}'' = (2K_c + K_{CONTR.}) \frac{V^2}{2g} = 0,04 \text{ m}$$

} Total = 0,218 m

$$H_{fT3}'' = 0,0185 \frac{39,5}{0,0762} \frac{1,53^2}{19,6} = 0,88 \text{ m}$$

$$H_{Acc3}'' = (2 \times 0,27 + 0,144) \frac{1,53^2}{19,6} = 0,08$$

} Total = 0,96 mts

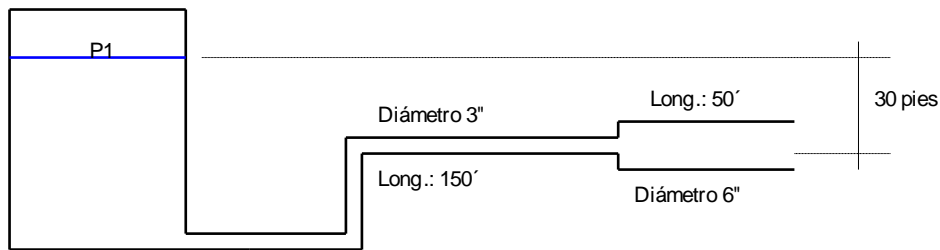
de la ecuación A despejamos  $P_2$

$$P_2 = P_1 + \gamma \left( \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \right) + \gamma(z_2 - z_1) - \gamma H_{rt}$$

$$P_2 = 3,5 \text{ kg/cm}^2 - 1,07 \text{ kg/m}^2 - 0,59 \text{ kg/m}^2 - 0,177 \text{ kg/m}^2$$

$$P_2 = 1,663 \text{ kg/cm}^2$$

9.- Calcule la presión  $P_1$ , para que el caudal sea de 56,6 lts/seg. La tubería es de Hierro Fundido y asfaltado. Fluido agua a 20°C.



$Q = 56,6 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{seg}$  aplicando continuidad tenemos

$$V_{6''} = \frac{4Q}{\pi d^2} = 3,10 \frac{m}{s} \quad V_{3''} = 12,41 \frac{m}{s} \quad \text{Datos: } e = 1,2 \cdot 10^{-4} \\ \nu = 1,007 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Valores de K de tabla:

Codos 6'' = 0,36

Expansión 3'' a 6'' = 9

Salida = 1

Entrada K = 0,5

Las tablas se proporcionan con las guías  
NO son únicas; existen diferentes textos de referencia

Calculamos  $Re_1 = \frac{V \phi_{6''}}{\nu} = 4,6 \cdot 10^5$   
 $Re_2 = \frac{V \phi_{3''}}{\nu} = 9,4 \cdot 10^6$  } Turbulento

Luego tenemos  $\frac{e_1}{d_1} = 0,00157$        $\frac{e_2}{d_2} = 0,0007$

del gráfico de Moody sacamos  $f_1$  y  $f_2 \rightarrow$

$f_1 = 0,023$

$f_2 = 0,018$

Plantamos la ec. de la energía entre  $P_1$  (Tanque cerrado) y la salida a la atmósfera.

(A)  $\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_{f,TOTAL} \Rightarrow$  ( $V_1$  se desprecia)

$P_1 = P_{atm} + \gamma \frac{V_2^2}{2g} + \gamma(z_2 - z_1) + H_{f,TOTAL} \gamma$

Cálculo de  $H_{f,TOTAL}$

$H_{f1} = \left( f_1 \frac{L_1}{d_1} + \sum K_{6''} \right) \frac{V_1^2}{2g} = 188 \text{ mts}$

$H_{f2} = \left( f_2 \frac{L_2}{d_2} + \sum K_{3''} \right) \frac{V_2^2}{2g} = 1,373 \text{ mts}$

$H_{fT} \cong 109,9 \text{ mts}$

$H_{fT} = 110 \text{ mts}$

Poniendo el valor en (A)

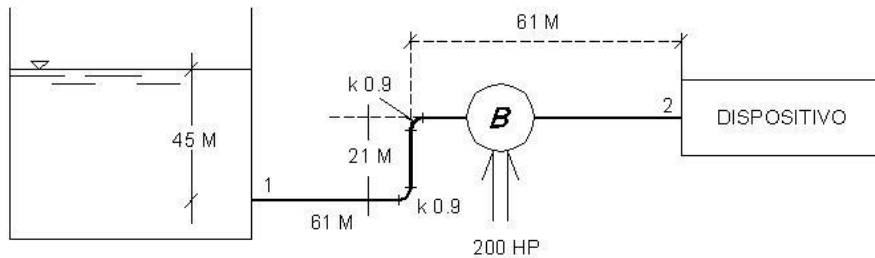
$P_1 = 101,3 \text{ kPa} + \frac{1000 \text{ kg}}{m^3} \times \frac{9,8 \frac{m}{s^2}}{2g} \times \frac{3,10^2 \text{ m}^2}{2g} + \frac{1000 \text{ kg}}{m^3} \cdot \frac{9,8 \frac{m}{s^2}}{s^2} \cdot (-9,15 \text{ m}) + 110 \text{ mts} \times \frac{1000 \text{ kg}}{m^3} \times \frac{9,8 \frac{m}{s^2}}{s^2}$

$P_1 = 101,3 \text{ kPa} + 4,805 \text{ kPa} - 89,67 \text{ kPa} + 1078 \text{ kPa} =$

$P_1 = 1094,43 \text{ kPa} \quad (10,80 \text{ kg/cm}^2)$

10.- En el esquema mostrado en la figura, se bombea agua hacia un dispositivo de intercambio de calor, desde un gran depósito, la bomba desarrolla una potencia de 200 HP efectivos que son aplicados al flujo. La tubería es de acero inoxidable de 20,3 cm de diámetro interior, en todo su recorrido, y posee dos codos a 90° (factor  $k=0.9$ ) y la boca de salida del depósito es abocinada y tiene un (factor de accesorio  $k = 0.05$ ), se pregunta:

- De que presión se dispondrá a la entrada del dispositivo si se mantiene un caudal de 283 l /seg
- ¿Qué potencia se pierde por fricción y accesorios?
- ¿Cuál será el rendimiento del sistema, tal como está planteado?



$$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$\nu = 0,0113 \text{ E-4 m}^2/\text{seg}$$

Nota: para la resolución busque en las tablas y gráficas proporcionadas por la cátedra o en los textos de consulta.

Aplicamos Energía entre 0 y 2

$$q - H_B - H_L = \frac{P_2 - P_0}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_0^2}{2g} + (Z_2 - Z_1)$$

haciendo las suposiciones necesarias, no queda

$$\left. \begin{array}{l} q=0 \\ P_0 = atm \\ V_0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$-H_B - H_L = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (21m - 45m)$$

$$-H_B - H_L = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} - 24mh$$

$$-(-54,08m) - H_L - \frac{8,74^2}{2g} + 24mh = \frac{P_2}{\gamma}$$

$$54,08m - H_L - 3,89m + 24m = \frac{P_2}{\gamma}$$

$$54,08m - (8,48m + 7,21) - 3,89m + 24m = \frac{P_2}{\gamma}$$

$$58,5m = \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow P_2 = 858,5m$$

$$P_2 = 9800 \frac{N}{m^3} \cdot 58,5m$$

$$P_2 = 573,29 \text{ kPa}$$

$$Pot_{fricción} = \gamma Q H_{L_{TOTAL}} = 43,5 \text{ kW}$$

$$V_2 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 283 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{\pi (0,203m)^2 \cdot 2g}$$

$$V_2 = 8,74 \text{ m/s}$$

$$H_B = \frac{200 \text{ HP} \cdot 746 \text{ W/HP}}{9800 \frac{N}{m^3} \cdot 283 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}} = 54,08mh$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{8,74 \times 0,203}{1,007 \cdot 10^{-6}} = 1,76 \cdot 10^6$$

$$\Gamma = \frac{e}{d} \Rightarrow e \text{ Acero inox de tabla } 0,006cm$$

$$\Gamma = \frac{0,006}{20,3} = 0,00295$$

del Diagrama de Moody  $f \approx 0,027$

$$H_f = 0,027 \cdot \frac{143}{0,203} \cdot \frac{8,74^2}{19,6} = 8,48mh$$

$$H_{Acc} = \sum K \frac{V^2}{2g} = 1,85 \cdot \frac{8,74^2}{19,6} = 7,21mh$$

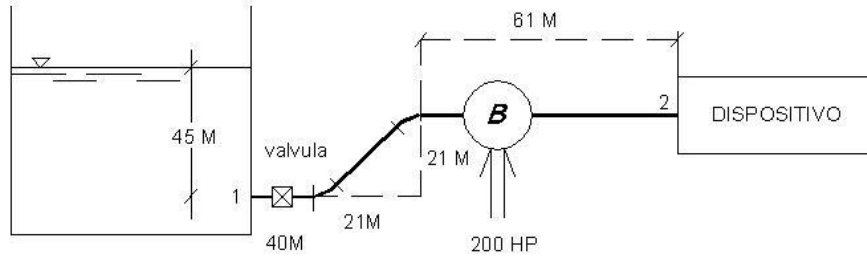
11.- Replantee el problema anterior, modificando la geometría de la tubería según se indica en la figura siguiente, los codos a  $90^\circ$  se han cambiado por codos angulados a  $45^\circ$ , y se ha colocado una válvula de retención de acople axial, adicional a la salida del depósito que normalmente está totalmente abierta. Responder nuevamente:

a.- De que presión se dispondrá a la entrada del dispositivo si se mantiene un caudal de  $283 \text{ l/seg}$

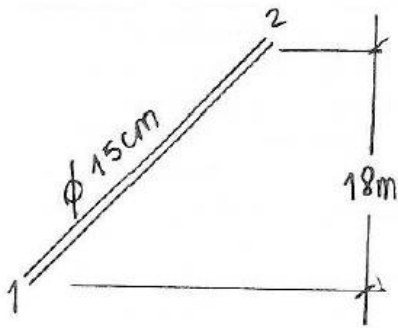
b.- ¿Qué potencia se pierde por fricción y accesorios?

c.- ¿Cuál será el rendimiento del sistema, tal como está planteado en su nueva condición?

*Nota: para la resolución busque en las tablas y gráficas proporcionadas por la cátedra o en los textos de consulta.*



12. Cuando circulan 40 l/seg de un Fuel-Oil medio a 15°C entre un depósito y otro, a través de 1000 metros de tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm. Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 y 18 mts respectivamente, siendo la presión en B de 3,50 Kg/cm<sup>2</sup> ¿Qué presión debe mantenerse en el primer depósito para que circule el caudal establecido?  
 $\rho_{\text{fuel oil}} : 906 \text{ Kg/m}^3 - \mu_{\text{fuel oil}} = 3,56 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m seg}$



$$P_2 = 3,5 \text{ bar (dato)}$$

$$Q = 40 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad V = 2,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (por continuidad)}$$

$$\text{de tabla } e = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad \rho = 855 \text{ Kg/m}^3$$

$$\frac{e}{d} = \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{0,15} = 0,0016$$

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{2,26 \times 0,15 \text{ m}}{\nu_{\text{fuel}}} = 7,58 \cdot 10^4$$

Tabla  $\leftarrow$   $\nu_{\text{fuel}}$  R TURBULENTO.

Nos dicen que  $H_{fr}$  ya está establecido y vale 40m

$$\text{Si planteamos } \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_f$$

o las velocidades son iguales  $\phi$  (etc)

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + H_f \quad \Rightarrow P_1 = P_2 + \gamma z_2 + \gamma H_f$$

$$P_1 = 3,5 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} + 855 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 18 \text{ m} + 855 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 40 \text{ m}$$

$$P_1 = 3,5 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} + 1,539 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} + 3,42 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

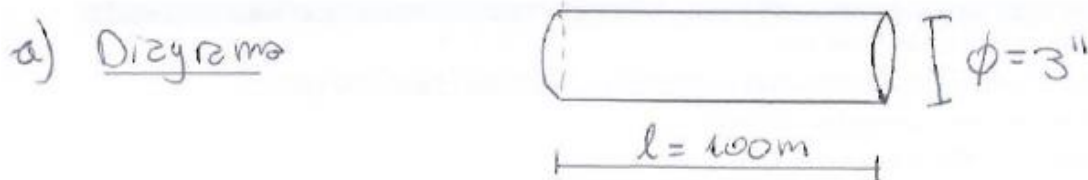
$$P_1 = 8,46 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \text{ para que fluya el caudal}$$

13. Para hallar la pérdida de carga en tuberías, el método Hazen - Williams es válido solamente para agua que fluye en las temperaturas ordinarias (5 °C - 25 °C). La fórmula es sencilla y su cálculo es simple debido a que el coeficiente de rugosidad "C<sub>H</sub>" no es función de la velocidad ni del diámetro de la tubería. Es útil en el cálculo de pérdidas de carga en tuberías para redes de distribución de diversos materiales, especialmente de fundición y acero, y se expresa como:

$$h[m] = 10,674 \times \left[ \frac{Q^{1,852}}{C_H^{1,852}} D^{4,871} \right] \times L$$

Donde h es la pérdida de carga en metros, Q en m<sup>3</sup>/seg, D en metros, L en metros y C<sub>H</sub> es adimensional (Ver tabla al final del apunte)

- a) Si tenemos 100 metros de tubería de 3" de diámetro, de hierro galvanizado, por la que circulan 100 litros por segundo de agua ¿Cuál será la pérdida de carga en metros entre los extremos de la tubería?
- b) Si se tiene una tubería de cemento de 4" de diámetro con una longitud de 100 metros y se admite para la misma una pérdida de carga máxima de 2 metros ¿Cuál es el máximo caudal que puede circular por la misma?



¿h perdida? por ec. Hazen - Williams;

$$h = 10,674 \cdot \frac{Q^{1,852}}{C_H^{1,852}} \cdot D^{4,871} \cdot L \quad (1)$$

Datos; Q, l,  $\phi$  (o D), C<sub>H</sub> (de tabla). Reemplazar valores en MRS.

b) Datos; D, L, h, C<sub>H</sub> (tabla), hallar Q:

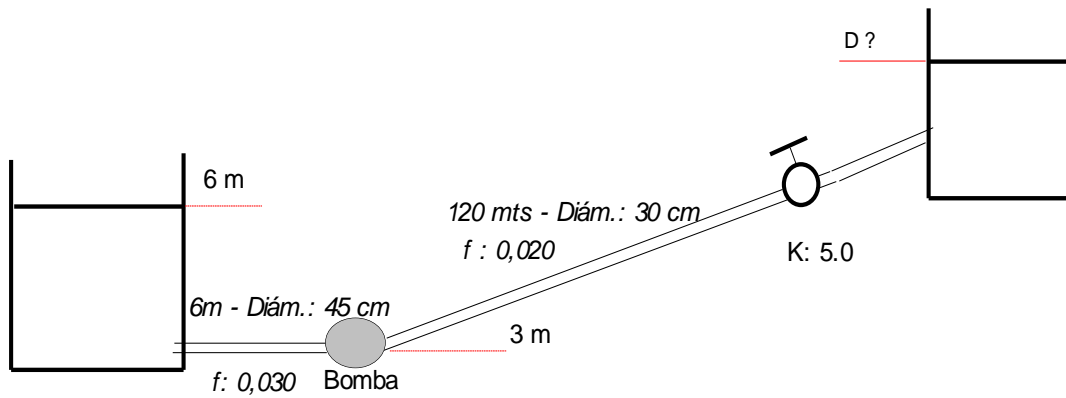
$$h = 10,674 \cdot \frac{Q^{1,852}}{C_H^{1,852}} \cdot D^{4,871} \cdot L$$

Handwritten annotations in red ink show the algebraic steps to isolate Q:  $\frac{1}{10,674} \cdot \frac{C_H^{1,852}}{L \cdot D^{4,871}}$  is written to the left, and  $\frac{C_H^{1,852}}{L \cdot D^{4,871}} \cdot \frac{1}{10,674}$  is written to the right of the equation.

$$Q = \left[ \frac{h \cdot C_H^{1,852}}{10,674 \cdot L \cdot D^{4,871}} \right]^{\frac{1}{1,852}} \quad (2)$$

reemplazo valores en MRS.

14. Si la bomba B transfiere al fluido 70 CV, cuando el caudal de agua es de 220 lts/seg, ¿A qué elevación puede situarse el depósito D?



1) Calculamos la altura ( $H_B$ ) que transfiere la bomba al fluido  $P = \gamma Q H \Rightarrow H_B = \frac{P}{\gamma Q} = 23,86 \text{ mts}$

2) Con la ayuda de la ec. de la continuidad podemos conocer las velocidades en los dos tramos, (1)  $V_1 = 1,38 \text{ m/s}$   
(2)  $V_2 = 3,11 \text{ m/s}$

de fluido  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  NO hace falta  $Re$  pues como dato adicional tenemos  $f$  de cada tramo

Pérdida en tramo 1

$$H_{fT1} = f_1 \frac{L_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + \sum K \frac{V^2}{2g} = 0,030 \frac{6 \text{ m}}{0,45 \text{ m}} \frac{(1,38 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 0,5 \frac{(1,38 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} =$$

$$H_{fT1} = 0,038 \text{ m} + 0,048 \text{ m} = 0,086 \text{ m}$$

$$H_{fT2} = f_2 \frac{L_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} + \sum K \frac{V_2^2}{2g} = 0,020 \frac{120 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} \frac{(3,11 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 6 \frac{3,11^2}{2g} =$$

$$= 3,94 \text{ m} + 2,96 \text{ m} = 6,90 \text{ m}$$

Planteamos la ec. de la energía de tanque izquierdo a derecho.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - H_B = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_{rt}$$

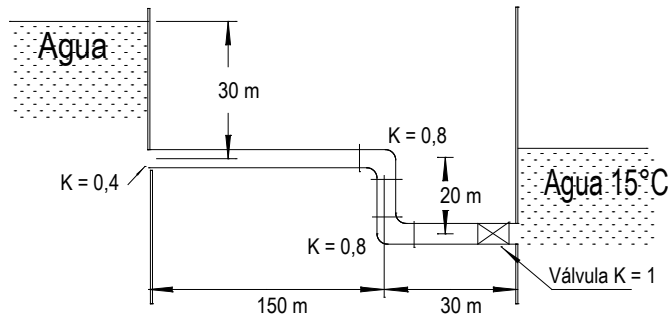
$$6 \text{ m} - (-23,86 \text{ mts}) = z_2 + H_{rt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_2 = 6 \text{ m} + 23,86 \text{ m} - 6,90 \text{ mts}$$

$$z_2 = 22,9 \text{ mts}$$

El nivel D está a 22,9 mts del nivel O (cero)

15. ¿Cuál es el caudal que circula a través del sistema de la figura? La tubería es de acero comercial de 15 cm. El fluido es agua, la rugosidad absoluta es  $4,6 \cdot 10^{-5}$  m.



Plantearnos entre superficies la ecuación de la energía

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_{fr} \rightarrow \text{haciendo los supuestos correspondientes tenemos}$$

$$(z_1 - z_2) = \left( f \frac{L}{d} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g}$$

de donde sabemos que  $\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2g \Delta z}{\left( f \frac{L}{d} + \sum K \right)}}$

o sea que  $V = \sqrt{\frac{2 \times 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \text{ m}}{\left( f \frac{200}{0,15} + 3 \right)}}$

$$V = \sqrt{\frac{588 \text{ m}^2/\text{s}^2}{\left( f \cdot 1333 + 3 \right)}}$$

para comenzar seleccionamos un valor de  $f$  del diagrama de turbulencia total ( $e_j = f = 0,015$ )

calculamos la velocidad como  $V = \sqrt{\frac{588}{\left( 0,015 \cdot 1333 + 3 \right)}}$

$$V = 5,05 \text{ m/s} \rightarrow Re = \frac{5,05 \times 0,15}{1,007 \cdot 10^{-6}} =$$

$$Re = 7,5210^5 \quad \frac{e}{d} = 0,0003$$

para acero comercial  
 $e = 4,6 \cdot 10^{-5}$  m  
 de tabla

para este  $Re$  y  $\frac{e}{d}$  tenemos del gráfico de Moody  $f = 0,0155$

probamos  $f = 0,0155 \rightarrow V = 4,98 \text{ m/s}$   
 $Re = 7,42 \cdot 10^5$

$$f = 0,0155$$

por lo tanto la velocidad está en  $4,9 \text{ m/s}$

$$Q = VA = 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\pi (0,15)^2}{4} = 86,5 \text{ l/s}$$

16. Para una instalación de aire acondicionado se va a transportar aire a presión atmosférica normal y temperatura 15°C (condiciones ISA estándar) a través de un conducto rectangular de 30 x 20 cm y de tendido horizontal. El caudal volumétrico que se desea transportar es de 0.24 m<sup>3</sup>/seg, las salidas van a estar a presión atmosférica. Se pide calcular la presión de impulsión necesaria

Datos adicionales:

$$v \text{ (aire @ 15°C)} = 1,5 \text{ E-5 [m}^2\text{/seg]}$$

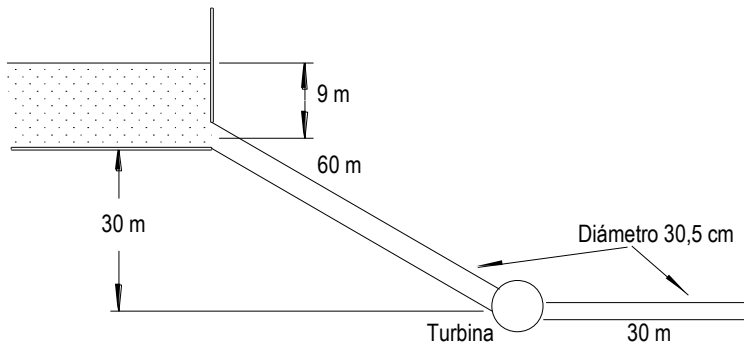
17. Las ecuaciones de Manning se suelen utilizar en canales, para el caso de las tuberías son válidas cuando el canal es circular y está parcial o totalmente lleno, o cuando el diámetro de la tubería es muy grande. Uno de los inconvenientes de la fórmula es que sólo tiene en cuenta un coeficiente de rugosidad  $n$  obtenido empíricamente, y no las variaciones de viscosidad con la temperatura, la expresión es la siguiente:

$$h[m] = 10,3 n^2 \left( \frac{Q^2}{D^{5,33}} \right) L$$

En donde:  $h$ : pérdida de carga o de energía (m);  $n$ : coeficiente de rugosidad (adimensional, ver al final del apunte) ;  $D$ : diámetro interno de la tubería (m);  $Q$ : caudal (m<sup>3</sup>/s);  $L$ : longitud de la tubería (m)

- a) Si tenemos 100 metros de tubería de 3" de diámetro, de hierro galvanizado, por la que circulan 150 litros por segundo de agua ¿Cuál será la pérdida de carga en metros, entre los extremos de la tubería?

18. ¿Qué cantidad de agua fluye desde el embalse a través del sistema de tuberías? El agua mueve una turbina que desarrolla 100 CV? Suponer que  $\mu = 10,27 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{s} / \text{m}$ , densidad relativa 1. La tubería es de acero comercial.



$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - H_T = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \left[ f \frac{L}{d} + \sum K \right] \frac{V^2}{2g}$$

$$(z_1 - z_2) - H_T = \frac{V^2}{2g} + \left( f \frac{L}{d} + \sum K + 1 \right)$$

$z_2 = 0$  NIVEL de referencia

$$39 \text{ m} - \frac{100 \text{ CV}}{\gamma Q} = \frac{V^2}{2g} \left( f \frac{90}{0,305} + 1,5 + 1 \right)$$

$$39 \text{ m} - \frac{73550 \text{ Nm}}{1000 \cdot 9,8 \text{ N} \cdot Q} = \frac{V^2}{19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} (295,08 f + 2,5)$$

$$764,4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{73550 \text{ N} \cdot \text{m}}{9800 \text{ N} \cdot Q} = V^2 (295,08 f + 2,5)$$

$$764,4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{147,1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{Q} = V^2 (295,08 f + 2,5)$$

$$764,4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{2015,06 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{V} = V^2 (295,08 f + 2,5) \quad (1)$$

$$Q = V \cdot \text{Area}$$

$$Q = 0,073V$$

Resolvemos por iteración  $f = 0,0145$

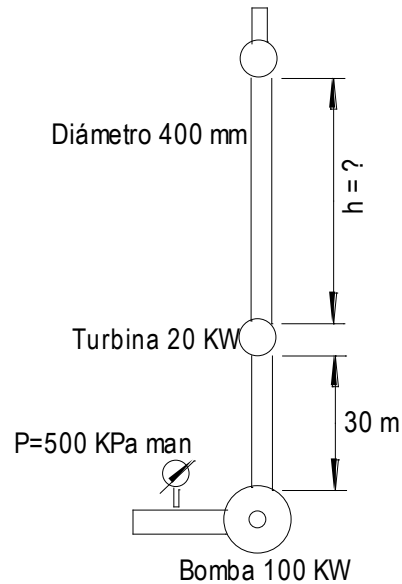
$$V = 2,70 \text{ m/s} \quad Re = \frac{2,7 d}{\nu} = 8,1 \cdot 10^5$$

$$f \approx 0,015$$

$$\text{Probamos con } f = 0,015 \quad V \approx 2,7 \text{ m/s}$$

19. Una bomba suministra 100 KW de potencia a un flujo vertical en un rascacielos, como se muestra en la figura. A 30 m una turbina le extrae 20 KW de potencia. ¿Qué tan alto puede ir el tubo hasta la siguiente bomba si ésta requiere una presión manométrica de entrada de 10.000 Pa? El caudal es 1 m<sup>3</sup>/s.

Suponga que  $\nu = 0,0114 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$



$$1) \quad \phi = 0,4 \text{ m} \quad Q = v \cdot A = \frac{4Q}{\pi d^2} \Rightarrow v = 7,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{e}{d} = \frac{4,6105 \text{ m}}{0,4 \text{ m}}$$

$$\frac{e}{d} = 0,00115$$

$$100 \text{ kW} = \gamma Q H$$

$$\frac{100 \cdot 10^3 \text{ N/m}}{9800 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 10,20 \text{ mts}$$

$$20 \text{ kW} = 2,04 \text{ mts}$$

$$H_{\text{Total}} = H_B - H_T = 8,159 \text{ mts}$$

2) Planteando ec. de la energía tenemos

$$8,16 \text{ m} + \frac{500 \text{ KPa}}{\gamma} - 30 \text{ mts} - H_{rt} = \frac{P_B}{\gamma} \quad (A)$$

$$H_{rt} = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{7,95 \times 0,4}{0,00114 \cdot 10^{-4}} = 2,78 \cdot 10^6$$

$$f \cong 0,012$$

$$H_{rt} = 0,012 \frac{30}{0,4} \frac{7,95^2}{2g} = 2,90 \text{ mts}$$

Reemplazando en (A) tenemos

$$8,16 \text{ m} + 51,02 \text{ m} - 30 \text{ m} - 2,90 \text{ mts} = \frac{P_B}{\gamma}$$

$$P_B = 2,62 \text{ bar} \quad \text{ó} \quad 257,446 \text{ KPa}$$

③ Ahora vemos desde la turbina hasta la entrada de la bomba superior tenemos entonces

$$\frac{P_B}{\gamma} + z_B = \frac{P_C}{\gamma} + z_C + f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} \quad e = h$$

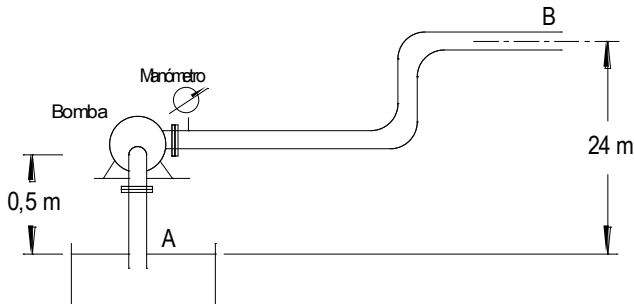
$$\frac{P_B - P_C}{\gamma} + (z_B - z_C) = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$$

$$2,42m + h = 0,0967h \Rightarrow \boxed{h = 23,03 \text{ m}}$$

20.- La figura representa una instalación de una bomba centrífuga de agua, que tiene en la impulsión dos codos de 90 roscados, con un radio interior de 37,5 mm (diámetro exterior 75 mm). El manómetro situado a la salida de la bomba indica una presión de 6 bar. Las pérdidas en la tubería de aspiración por ser corta pueden despreciarse, la tubería de impulsión tiene 400 m de tramos rectos de hierro galvanizado. El rendimiento de la bomba es 75% gira a 1490 RPM e impulsa agua a 20°C con un caudal de 250 litros / minuto.

Calcular:

- La potencia comunicada al fluido por la bomba
- La potencia del motor que será necesario colocar
- El par de accionamiento
- La presión en el punto B justo antes de la salida



Plantando e/A y B ecuación de la energía transmitida

$$-H_B = 24m + \left[ f \frac{L}{d} + \sum K \right] \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{4 \times 0,025}{\pi d^2} = 0,943 \frac{m}{seg}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{d} = 0,002 \\ Re = \frac{Vd}{\nu} = 710^4 \\ f = 0,020 \end{array} \right.$$

$$-H_B = 24m + \left[ 0,020 \frac{400m}{0,075m} + 2,22 \right] \frac{0,94^2}{2g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{codo} = 20 \frac{f}{T} = 0,86 \\ \quad \downarrow \\ \quad \text{(de tabla dado en guía Libro Crane & Co.)} \\ K_{entrada} = 0,5 \quad K_{salida} = 1 \\ K_{TOTAL} = 2,22 \end{array} \right.$$

$$-H_B = 28,90 \text{ mts}$$

se da al sistema

$$\text{Potencia} = \gamma Q H_B = 1,19 \text{ kW}$$

Se tomamos e/A y Manómetro de salida de la bomba.

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A - H_B = \frac{P_{MAN}}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B$$

$$-H_B = \frac{P_{MAN}}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + 0,5m \Rightarrow -H_B - \frac{V_B^2}{2g} - 0,5 = \frac{P_{MAN}}{\gamma}$$

Entregada

$$-(-28,90) - \Rightarrow \frac{P_{MAN}}{\gamma} = 28,35 \text{ mts}$$

$$P_{MAN} = 277,87 \text{ KPa}$$

$$P_{MAN} = 277,87 \text{ kPa}$$

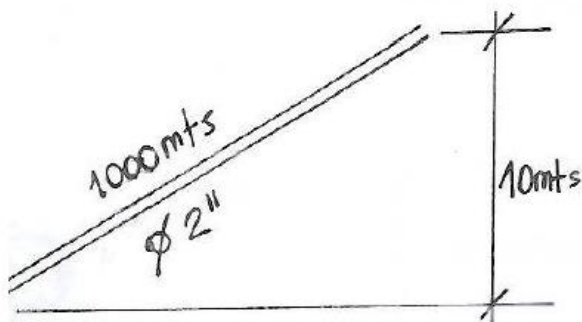
$$P_{B\text{ salida}} = 277,87 \text{ kPa} - \gamma H_{TOTAL} =$$

$$P_{B\text{ salida}} = 277,87 \text{ kPa} - \left[ \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 49 \text{ m} \right]$$

$$P_{B\text{ salida}} = 229,85 \text{ kPa manométrico}$$

21.- Mediante una bomba se transporta Fuel- Oil Pesado, a través de una tubería de 1000 mts de 4" de diámetro, hasta un depósito 10 metros más elevado. Despreciando las pérdidas menores, determinar la potencia de la bomba cuando se bombea producto a 15, 30 y 50°C. Material acero comercial  $e = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

Temperatura	Viscosidad (m <sup>2</sup> /s)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
15	201 $10^{-6}$	912
30	89 $10^{-6}$	904
50	47 $10^{-6}$	892



① de tabla (Ej Ronal V. Giles - Apéndice)  
 Tomamos los valores de  $\nu$  para cada temperatura y calculamos los valores de  $Re$ ; estimando una velocidad general de 2 m/seg

Temperado entonces

$$Re_1 = \frac{vd}{\nu_1} = 2,5 \cdot 10^4$$

$$Re_2 = \frac{vd}{\nu_2} = 3,72 \cdot 10^4$$

$$Re_3 = \frac{vd}{\nu_3} = 5,14 \cdot 10^4$$

$$\frac{e}{d} = \frac{4,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}}{2(0,054 \text{ m})} = 9,05 \cdot 10^{-4}$$

del diagrama de Moody (o bien de fórmula) obtenemos  $f$

$$f_1 = 0,026$$

$$f_2 = 0,0245$$

$$f_3 = 0,023$$

Con todos los valores estamos en condiciones de calcular la pérdida de carga con la fórmula de Darcy

$$H_{f1} = \frac{f}{d} \frac{L}{2g} v^2 = 104,45 \text{ mts}$$

$$H_{f2} = 98,42 \text{ m} \quad H_{f3} = 92,4 \text{ mts}$$

Calculamos ahora la altura total a salvar, o sea sumamos la energía potencial

$$H_{T1} = 114,45 \text{ mts} \quad H_{T2} = 108,42 \text{ m} \quad H_{T3} = 102,4 \text{ mts}$$

y calculando los diferentes potencias a bombear tenemos

$$P_1 = \gamma_1 Q H_1 = 3,89 \text{ kW (15°C)}$$

$$P_2 = \gamma_2 Q H_2 = 3,65 \text{ kW (30°C)}$$

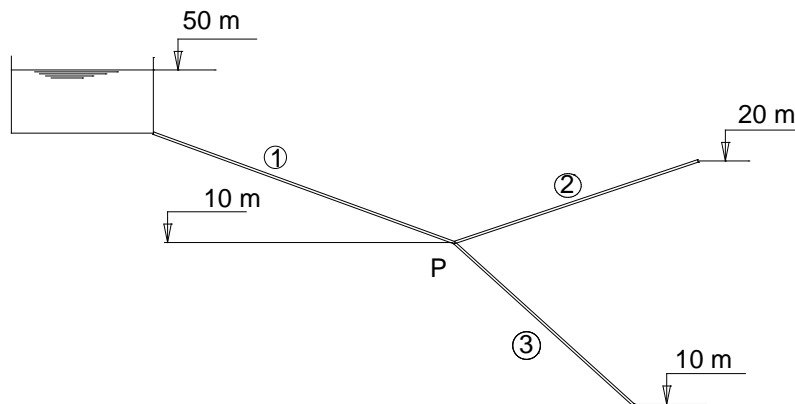
$$P_3 = \gamma_3 Q H_3 = 3,41 \text{ kW (50°C)}$$

22.- Utilizando la ecuación de Hazen – Williams, determinar el caudal de agua que circula por cada uno de los ramales del sistema de abastecimiento que se muestra en la figura, la elevación del punto P es de 10 metros, la descarga se hará a la atmósfera y las características de los tramos son los siguientes:

Tramo 1:  $L_1 = 5,20$  Km;  $D_1 = 16''$ ;  $CH = 100$  (Acero usado)

Tramo 2:  $L_2 = 1,25$  Km;  $D_2 = 10''$ ;  $CH = 120$  (Cemento pulido) y una válvula de compuerta abierta

Tramo 3:  $L_3 = 1,50$  Km;  $D_3 = 10''$ ;  $CH = 120$  (Cemento pulido)



La ecuación de Hazen – Williams es

$$Q = 0,000426 C_H D^{2,63} S^{0,54}$$

De donde: 
$$Q = \frac{0,000426 C_H D^{2,63} H_L^{0,54}}{L^{0,54}}$$

Que puede escribirse como:  $Q = K H_L^{0,54}$

Siendo K característico de cada tubería,  $K = \frac{0,000426 C_H D^{2,63}}{L^{0,54}}$

Se puede calcular la ecuación respectiva para cada ramal de la siguiente forma:

$$Q_1 = 25,68 H_L^{0,54} \quad Q_2 = 19,33 H_L^{0,54} \quad Q_3 = 17,52 H_L^{0,54}$$

Supongamos que la energía en el punto P está dada por 20 m de columna de líquido, repartidos en 10 m de elevación más 10 metros de altura piezométrica (la diferencia de altura de velocidad es 0 debido a que la tubería tiene un diámetro constante), entonces:

$h_{f1} = 20m$      $h_{f2} = 10m$      $h_{f3} = 20m$ , que son las energías disponibles en cada tramo, por lo que si reemplazamos estos valores en las ecuaciones de caudal obtenemos que

$Q_1 = 129,5$  l/s     $Q_3 = 88,3$  l/s y por diferencia podemos calcular  $Q_2 = 41,21$  l/s

Entonces para el tramo 2 la energía necesaria para vencer las fuerzas de fricción será:

$h_{L2} = 0,004173 Q^{1,85} = 4,06$  m, de lo que se desprende que si la energía disponible es de 10 metros la pérdida en la válvula es de 5,94 metros.

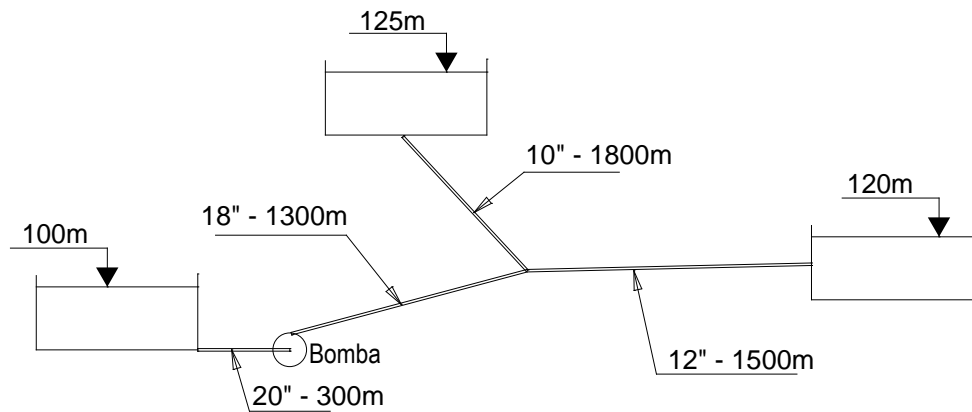
Para resolver la primera parte de este problema lo más simple consiste en tantear valores para la energía en P, y luego calcular las energía disponibles en cada tramo y luego los caudales, cuando la ecuación de continuidad,  $Q_1 - (Q_2 + Q_3) = 0$  quede satisfecha encontraremos la respuesta.

P <sub>P</sub> = 15 m	$h_{f1} = 25$ m	$Q_1 = 146$	$Q_1 - (Q_2 + Q_3) = 24,3$ l/s
	$h_{L2} = 5$ m	$Q_2 = 46,1$	
	$h_{f3} = 15$ m	$Q_3 = 75,6$	
P <sub>P</sub> = 17,5 m	$h_{f1} = 22,5$ m	$Q_1 = 138$	$Q_1 - (Q_2 + Q_3) = -1,6$ l/s
	$h_{L2} = 7,5$ m	$Q_2 = 57,4$	
	$h_{f3} = 17,5$ m	$Q_3 = 82,2$	

Si continuamos los cálculos obtenemos que con una energía de 17,3 metros en el punto P queda satisfecha la ecuación de la continuidad, entonces

P<sub>P</sub>= 17,3 m y  $Q_1 = 139$  l/s  $Q_3 = 82$  l/s  $Q_2 = 87$  l/s

23.- En el sistema de la figura una bomba suministra 40 HP a la instalación para suministro de agua. Considere a los fines de cálculo que el coeficiente  $f$  de fricción es de 0,020 y que la bomba tiene un rendimiento del 100%, obtener el caudal que circula por cada rama. Utilizar para la resolución la fórmula de Darcy - Weisbach.



La pérdida de carga en una tubería puede suponerse por la ecuación de Darcy como:

tendremos  $Q = v \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow v = \frac{4Q}{\pi d^2}$  que reemplazada en (1)

nos da  $h_f = f \frac{l}{d} \frac{8Q^2}{\pi^2 d^5 2g} = \frac{8flQ^2}{\pi^2 g d^5}$

$$h_f = 0,0827 \frac{f l}{d^5} Q^2$$

Para las tuberías (3) y (4) podemos suponer que el caudal puede expresarse como

$$Q = 3,477 \sqrt{\frac{f l}{d^5}} h^{1/2}$$

es decir en función de los pérdidas de carga, para las características de una tubería.

$$h_{f1} = 0,0827 \frac{f_1 l_1}{d_1^5} Q_1^2$$

$$h_{f2} = 0,0827 \frac{f_2 l_2}{d_2^5} Q_2^2$$

$$Q_3 = 0,0188 h_{f3}^{1/2}$$

$$Q_4 = 0,0326 h_{f4}^{1/2}$$

Se ha supuesto para todas las tuberías que  $f = 0,020$

la pérdida de carga para el tramo (1) puede expresarse como

$$h_{f1} = 0,0827 \frac{0,020 \times 300 \text{ m}}{(20,254 \times 10^{-2} \text{ m})^5} \cdot Q_1^2$$

supongamos para empezar que  $Q_1$ , en la bomba es  $0,1 \text{ m}^3/\text{seg}$

$$h_{f1} = 0,146 \text{ metros}$$

la energía que la bomba aporta en metros de columna de líquido puede calcularse como:

$$H_B = \frac{76 \times 40 \text{ HP}}{1000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 0,1 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}} = 30,4 \text{ mts.}$$

la energía a lo salido de la bomba, o sea la cota piezométrica

es  $100 \text{ m} + 30,4 \text{ m} - H_{f1} = 130,254 \text{ mts.}$

$$Z_1 + H_B - H_{f1} = H_{\text{TOTAL}}$$

La pérdida de carga en el tramo 2 es

$$H_{f2} = 0,0827 \frac{0,020 \times 1300 \text{ m}}{(18 \times 2,5410^{-2} \text{ m})^5} \cdot Q_2^2 =$$

$$H_{f2} = 107,63 Q_1^2 = 1,076 \text{ mts}$$

entonces en el nodo P la cota será  $130,254 \text{ m} - 1,076 \text{ m} = \underline{\underline{129,177 \text{ mts}}}$

la energía disponible en el tramo (3), puede suponerse como:

$$H_{f3} = H_P - 125 \text{ mts}$$

$$H_{f3} = 129,177 \text{ m} - 125 \text{ mts} = 4,177 \text{ m}$$

El caudal que circula por esa pérdida de carga puede calcularse como:

$$Q_3 = 3,477 \sqrt{\frac{d^5}{f \cdot L}} H_{f3}^{1/2}$$

$$Q_3 = 3,477 \sqrt{\frac{(10 \times 2,54 \cdot 10^{-2})^5 \text{ m}^5}{0,020 \times 1800 \text{ m}}} \cdot (4,177 \text{ m})^{1/2}$$

$$Q_3 = 0,018872 (h_{f3})^{1/2}$$

$$Q_3 = 0,03850 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}} = 38,5 \text{ l/seg}$$

Por la ecuación de continuidad se requiere que  $Q_{12} = Q_3 + Q_4$

↓  
Bono (1) y (2)

O sea  $Q_{(1)=(2)} - (Q_3 + Q_4) = 0$

El caudal  $Q_4$  al igual que el  $Q_3$  puede obtenerse

como  $Q_4 = 0,0326 h_{f4}^{1/2}$

$$h_{f4} = H_p - 120 \text{ m} = 9,177 \text{ m}$$

$$Q_4 = 0,09875 \text{ m}^3/\text{seg} = 98,75 \text{ litros/seg}$$

Verificamos continuidad.

$$Q_2 - (Q_3 + Q_4) = -37,25 \text{ lts/seg}$$

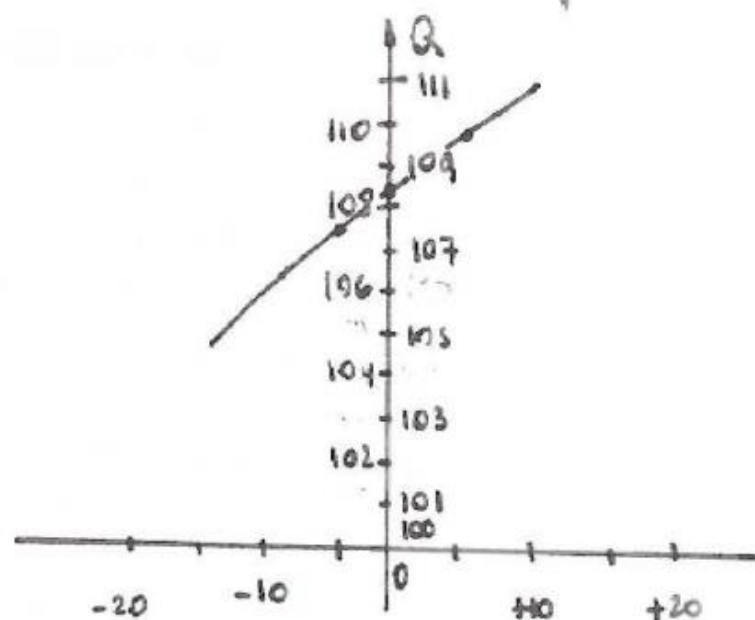
Para 110 lts/seg hacemos los cálculos como para el caudal de 100 lts/seg y obtenemos

$$Q_2 - (Q_3 + Q_4) \cong 9 \text{ lts/seg}$$

Para 108 lts/seg se obtiene rehaciendo los cálculos:

$$Q_2 - (Q_3 + Q_4) = -1,2 \text{ lts/seg}$$

Con los valores hallados se puede graficar de la siguiente forma











$$Q = 108 \text{ lbs/seg} \quad Q_3 = 24 \text{ lbs/seg} \quad Q_4 = 84 \text{ lbs/seg}$$

Valores de rugosidad absoluta para distintos materiales:

Material	$\epsilon$ (mm)	Material	$\epsilon$ (mm)
Plástico (PE, PVC)	0,0015	Fundición asfaltada	0,06-0,18
Poliéster reforzado con fibra de vidrio	0,01	Fundición	0,12-0,60
Tubos estirados de acero	0,0024	Acero comercial y soldado	0,03-0,09
Tubos de latón o cobre	0,0015	Hierro forjado	0,03-0,09
Fundición revestida de cemento	0,0024	Hierro galvanizado	0,06-0,24
Fundición con revestimiento bituminoso	0,0024	Madera	0,18-0,90
Fundición centrifugada	0,003	Hormigón	0,3-3,0

### Tabla de factores K de accesorios

Pieza	Descripción	Diámetro de los accesorios en mm											
		13	19	25	32	38	50	62 - 75	100	150	200	300-400	450-600
	Válvula de pie tapa de bidagra	11,3	10,5	9,7	9,3	8,8	8,0	7,6	7,1	6,3	5,9	5,5	5,0
	Válvula de pie con tapa vertical	2,0	1,9	1,7	1,7	1,7	1,4	1,4	1,3	1,1	1,1	1,0	0,9
	Codo de 90° Radio = 2 diámetros	0,32	0,30	0,28	0,26	0,25	0,23	0,22	0,20	0,18	0,17	0,16	0,14
	Codo de 45° Radio = 2 diámetros	0,16	0,15	0,14	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08	0,08	0,07
	Contracción	$K = 0,5 \left( 1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right) \sqrt{\text{Sen} \frac{\theta}{2}}$											
	Válvula de compuerta	0,22	0,20	0,18	0,18	0,15	0,15	0,14	0,14	0,12	0,11	0,10	0,10
	Válvula de bola	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04
	Válvula de mariposa						0,86	0,81	0,77	0,68	0,63	0,35	0,30

Valores del coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams  $C_H$  para diferentes materiales:

Material	$C_H$	Material	$C_H$
Asbesto cemento	140	Hierro galvanizado	120
Latón	130-140	Vidrio	140
Ladrillo de saneamiento	100	Plomo	130-140
Hierro fundido, nuevo	130	Plástico (PE, PVC)	140-150
Hierro fundido, 10 años de edad	107-113	Tubería lisa nueva	140
Hierro fundido, 20 años de edad	89-100	Acero nuevo	140-150
Hierro fundido, 30 años de edad	75-90	Acero	130
Hierro fundido, 40 años de edad	64-83	Acero rolado	110
Concreto	120-140	Lata	130
Cobre	130-140	Madera	120
Hierro dúctil	120	Hormigón	120-140

### Coeficiente n de Manning

El cálculo del coeficiente de rugosidad "n" es complejo, ya que no existe un método exacto. Para el caso de tuberías se pueden consultar los valores de "n" en las diversas tablas publicadas. Algunos de esos valores se resumen en la siguiente tabla:

<b>Material</b>	<b>n</b>	<b>Material</b>	<b>n</b>
Plástico (PE, PVC)	0,006-0,010	Fundición	0,012-0,015
Poliéster reforzado con fibra de vidrio	0,009	Hormigón	0,012-0,017
Acero	0,010-0,011	Hormigón revestido con gunita	0,016-0,022
Hierro galvanizado	0,015-0,017	Revestimiento bituminoso	0,013-0,016

# Moody Diagram

