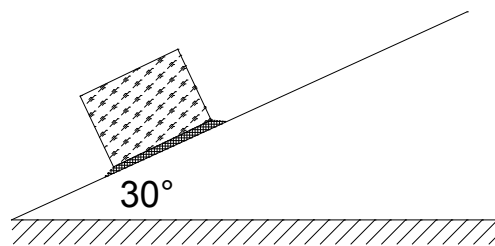




1) Un bloque de 1 KN de peso y de 200 mm de lado se desliza hacia abajo en un plano inclinado sobre una película de aceite de espesor de 0,0050 mm. si se utiliza un perfil lineal de velocidades en el aceite, ¿Cuál es la velocidad terminal del bloque? Considerar la viscosidad del aceite  $7 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$



Primero debemos tener en cuenta que el bloque se mueve con velocidad terminal, o sea que la velocidad es constante por lo que la aceleración en la dirección de la caída es nula. Entonces la sumatoria de las fuerzas en la dirección de la caída (que asumiremos como x positiva) es nula.

$$\sum \text{Fuerzas}_{\text{Dirección } x} = 0$$

$$\text{Fuerza Peso} - \text{Fza } \tau_{\text{rozamientos}} = 0$$

$$\text{Peso} \times \cos 30^\circ - \tau \times \text{área} = 0$$

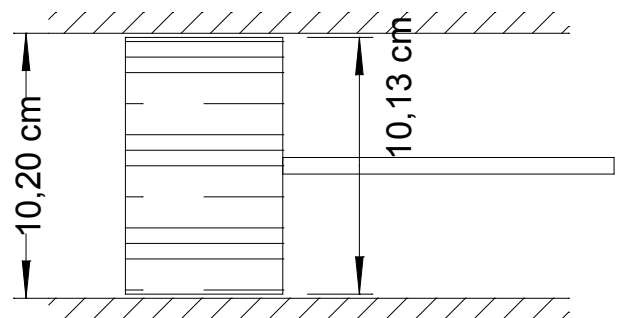
$$1 \text{ KN} \times \cos 30^\circ - \mu \frac{dV}{de} \times (\text{lado}^2) = 0$$

Debemos tener en cuenta que el perfil de velocidad es lineal y que el espesor es constante, por lo que

$$10^3 \text{ N} (0,866) = 710^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{s} \frac{V}{0,00510^{-3} \text{ m}} (0,04 \text{ m})$$

$$V = 1,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2) Un émbolo se mueve a lo largo de un cilindro con una velocidad de 5 m/s. La película de aceite que separa el émbolo del cilindro tiene una viscosidad de  $0,0925 \text{ Kg} \cdot \text{s} / \text{m}^2$ . ancho del cilindro 2 cm. (Considerar perfil de velocidad lineal en el aceite) ¿Cuál será la fuerza que se requiere para mantener ese movimiento?



En este caso se solicita la fuerza para vencer el rozamiento del pistón, para ello tenemos en cuenta que el perfil de velocidades entre el cilindro y la camisa es lineal como así también que la distancia entre los dos cilindros resulta ser la semisuma de la resta de los diámetros de ambos.

Fuerza =  $\tau$  Area

$$F_{za} = \mu \frac{dV}{de} (\text{área}) = 0,0925 \frac{\text{Kg} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \frac{5 \text{m/s}}{\left(\frac{D-d}{2}\right)} (\pi \cdot d \cdot \text{ancho})$$

$$F = 0,0925 \frac{\text{Kg} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \frac{5 \text{m/s}}{\left(\frac{10,20 - 10,13}{2} 10^{-2} \text{m}\right)} (\pi \cdot 0,102 \text{m} \cdot 0,02 \text{m})$$

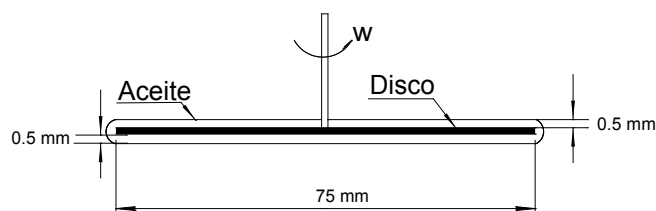
$$F = 8,45 \text{ Kg}$$

3) Un eje vertical se encuentra rotando dentro de un rodamiento. Se supone que el eje es concéntrico con el cojinete del rodamiento. Una película de aceite de espesor  $e$  y viscosidad  $\mu$  separa el eje del cojinete. Si el eje rota con una velocidad de  $w$  revoluciones por minuto y tiene un diámetro  $D$  y un ancho  $L$ , ¿Cuál es el par resistente debido a la fricción que debe superarse a esa velocidad? No tener en cuenta los efectos centrífugos en los extremos del rodamiento pero suponer un perfil de velocidades lineal.

$$\text{Rta: } Par = F \times R = \frac{2\mu\omega R^3 \pi \times (\text{ancho})}{e}$$

4) En algunos aparatos de medición eléctrica, el movimiento del mecanismo indicador se atenúa con una cupla antagónica que puede fabricarse con un disco circular que gira (junto con el indicador) en un compartimento con aceite. De esta forma las rotaciones transitorias son atenuadas. ¿Cuál sería el torque de atenuamiento para una velocidad de rotación de  $\omega = 0,6 \text{ rad/s}$ ; si el aceite tiene una viscosidad de  $8 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$ ? Pueden ignorarse los efectos en el borde exterior de la placa.

$$\text{Rta: } 5,96 \cdot 10^{-5} \text{ N.m}$$



Asumimos que en todos los puntos el perfil de velocidad del aceite es lineal entonces podemos decir que

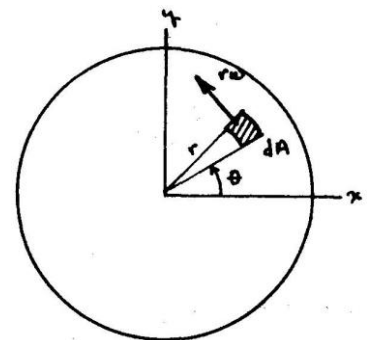
$$dF = \tau dA = (4,8r)(r d\theta dr)$$

Sabemos también que la fuerza  $dF$  sobre  $dA$  sobre cada superficie del disco es  $\tau dA$  por lo que para dos superficies como este caso (el eje es tan pequeño en comparación con el disco que no lo tendremos en cuenta) tendremos que multiplicar por dos cada torque.

El torque resistente es entonces para nuestro caso:  $r dF$  para una cara o sea

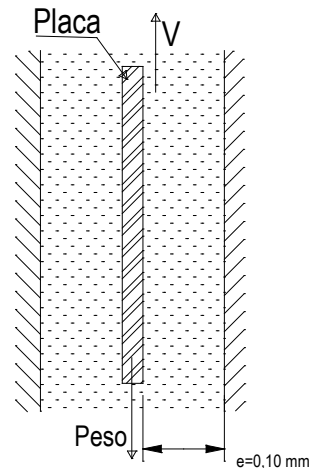
$$dT = r dF = r(4,8r^2 d\theta dr) = (4,8r^3 d\theta dr)$$

Entonces el torque total resistente será:



$$T = 2 \left[ \int_0^{0,075/2} \int_0^{2\pi} 4,8r^3 d\theta dr \right] = (9,6)(2\pi) \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^{0,075/2} = 2,98 \times 10^{-5} \text{ N.m}$$

5) Una placa rectangular de área  $A = 0,02 \text{ m}^2$  en cada cara esta sumergida en un líquido de viscosidad  $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg / m} \cdot \text{s}$ . La placa tiene un peso de 0,5 Kilogramos. Al arrancarla con una fuerza  $F$ , queda adherida a la placa una capa de fluido de espesor  $e = 0,1 \text{ mm}$ . Calcular la fuerza  $F$  para arrancarla con una velocidad  $V = 0,1 \text{ m/s}$ . Rta.: 5,1 N



Si la placa se mueve a una velocidad constante cuando se arranca entonces no se acelera y por lo tanto la sumatoria de fuerzas será cero, por lo que el peso y las fuerzas viscosas se pueden igualar

$$\text{Peso} - 2 \times \tau \times \text{Area} = F$$

$$4,9 \text{ N} - 2 \times \mu \frac{V}{e} \times 0,02 \text{ m}^2 - 2 \times 510^{-3} \frac{\text{Kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \frac{0,1 \text{ m/s}}{0,1 \times 10^{-3} \text{ m}} \times 0,02 \text{ m}^2 = F$$

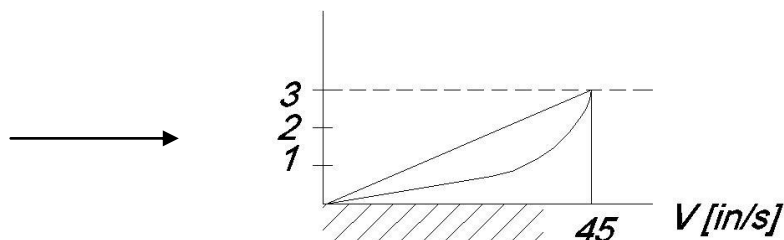
$$4,9 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} - 2 \times 510^{-3} \frac{\text{Kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \frac{0,1 \text{ m/s}}{0,1 \times 10^{-3} \text{ m}} \times 0,02 \text{ m}^2 = F$$

$$F = 4,8 \text{ N}$$

6) Un flujo de un fluido, tiene una viscosidad absoluta de  $1 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\text{lib} \cdot \text{s}}{\text{pie}^2} \right]$  y una gravedad específica de 0.913. Calcular el gradiente de velocidad y la intensidad de la tensión de corte en la cota de la superficie sólida y en puntos a 1, 2 y 3 pulgadas de la superficie, en los siguientes casos;

a.- si la distribución de velocidades del flujo es una recta según se indica en el esquema.

b.- si la distribución de velocidades del flujo es una parábola horizontal.



Rta: a.-  $7.7 \text{ N/m}^2$  - b: 0.03: 0.02; 0.01: 0.0 [lib/pie<sup>2</sup>]

7) Se va a medir la viscosidad de un fluido, con un dispositivo construido con dos cilindros concéntricos de 40 cm de longitud c/u, siendo el diámetro exterior del cilindro interno de 12 cm quedando una brecha perimetral constante con el cilindro exterior de 1,5 mm. El cilindro interior se hace rotar a velocidad angular constante de 300 RPM y **se mide** el par de rotación al freno del cilindro exterior. Se pide hallar una fórmula

que permita calcular la viscosidad del fluido interpuesto en la cámara anular entre ambos cilindros a partir de los datos. (En primera aproximación se puede despreciar el efecto de los bordes)

Primero consideramos que solo están llenos de aceite los lados del cilindro interior, en una primera aproximación no se tiene en cuenta la superficie inferior del cilindro interior, por lo que la única superficie que tiene fluido entre los cilindros es la exterior del cilindro interno.

Los esfuerzos viscosos producto del aceite que se encuentra entre los cilindros son los que frenaran al cilindro interior produciendo una par que puede escribirse así:

$$dF = \tau A_{\text{AREA}} = \mu \left( \frac{dV}{de} \right) (\text{Area}_{\text{Lateral}})$$

$$\text{Torque} = F \cdot r = \mu \left( \frac{\omega r}{1,5 \cdot 10^{-3} \text{m}} \right) (\pi \times D \times \ell) = \mu \left( \frac{300 \cdot 2\pi \cdot \text{rad}}{60 \text{s}} \right) (\pi \cdot 0,12 \text{m} \cdot 0,4 \text{m})$$

De esta fórmula podemos deducir el valor de la viscosidad conociendo el torque y viceversa.

Torque = 4,7374  $\mu$ , por lo que conociendo el par de rotación al freno (torque) medido se puede calcular la viscosidad del fluido.

### Tensión superficial

8) Para una burbuja de agua gasificada (soda) que se supone se comporta como una interfase aire - agua con una  $\sigma = 0,007426 \text{ Kg / m}$ , calcular la sobrepresión en su interior si el diámetro de la burbuja es de 0,0101 cm. Rta: 0,0588 kg/cm<sup>2</sup>

$$\Delta P = \frac{4 \cdot \sigma}{R} \text{ (por ser burbuja de aire con dos interfases)}$$

Entonces resolviendo la ecuación  $\Delta P = \frac{4 \cdot 0,007426 \text{ Kg / m}}{5,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \text{m}} = 588,19 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} = 0,05819 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ , que es una presión

mayor que la de la atmósfera, recordar que estamos aquí trabajando con presión relativa

9) Despreciando el peso del metal, ¿Qué fuerza se necesitaría para levantar un anillo delgado de 4 cm de diámetro de la superficie del agua a 20°C?

Si el anillo es delgado podemos despreciar el espesor del mismo entonces el perímetro del anillo se aproxima a  $2\pi R$ , la fuerza para despegarlo sería proporcional al perímetro pudiéndose calcular multiplicando el perímetro por la proyección de la tensión en el ángulo que forma con la superficie (generalmente se toma cero grados), el valor de la tensión superficial se obtiene de tablas, en este ejercicio se utilizará el valor proporcionado en el ejercicio anterior:

$$\text{Fuerza} = \sigma \cdot \text{Perímetro}$$

$$F = 0,007426 \frac{\text{Kg}}{\text{m}} \times 2\pi 0,04 \text{m} = 1,866 \cdot 10^{-3} \text{Kg}$$

¿Puede ser una buena forma de medir la tensión superficial?

10) Un atomizador forma gotitas de agua de 50  $\mu\text{m}$  de diámetro ¿Qué sobrepresión existe en su interior a 30°C?

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2 \times 0,007426 \text{ Kg/m} \cdot \frac{9,8\text{N}}{\text{Kg}}}{50 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 2.910,99 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2,911 \text{ KPa}$$

11) ¿Cuál es la presión dentro de una gota de agua de 0,002 pulgadas de diámetro, a 20°C, si la presión en el exterior de la gota corresponde a la presión estándar de 1 atm. (Una pulgada 2,54 cm)

Rta.: 2,86 KPa

12) ¿Cuánto ascenderá una columna de agua a 20°C que se encuentra atrapada entre dos placas de vidrio que están separadas 0,8 mm?

En cada placa el agua ascenderá con un ángulo  $\theta$ , consideramos en primer aproximación que el ángulo es cero, y que la fuerza de ascensión del líquido la evaluamos como  $\sigma \times \cos\theta \times L$  (largo de la placa). La fuerza se equilibrará con el peso de la columna de líquido que se calcula como el producto de la superficie por la altura multiplicado por el peso específico del fluido:

Peso =  $\rho \cdot g \times (2 \cdot e \cdot L) \times h$ ; entonces igualando tenemos:

$$2 \cdot \sigma \cdot L = \rho \cdot g \times (2 \cdot e \cdot L) \times h$$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot L}{\rho \cdot g \times (2 \cdot e \cdot L)} = \frac{0,007426 \text{ Kg/m} \cdot \frac{9,8\text{N}}{\text{Kg}}}{1000 \text{ Kg/m}^3 \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 9,28 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

### Módulo de elasticidad volumétrico

13) Determinar la variación de volumen de 1  $\text{dm}^3$  de agua a 27°C al aumentar la presión desde 101,3 Kpa hasta 2130 KPa. (Módulo de elasticidad promedio 2,35 GPa)

$$\varepsilon = -V_0 \frac{\Delta P}{\Delta V} = -1 \text{ dm}^3 \frac{101,3 - 2130}{\Delta V} = 2,35 \cdot 10^{-9} \Rightarrow \Delta V = 8,63 \cdot 10^{-4} \text{ dm}^3$$

14) A partir de los siguientes datos extraídos de un ensayo en el laboratorio determinar el Módulo de Elasticidad volumétrico de un fluido:

A 3500 Kpa el volumen era de 35  $\text{dm}^3$  y a 25000 Kpa tiene un volumen de 34,70  $\text{dm}^3$ .

$$\varepsilon = -V_0 \frac{\Delta P}{\Delta V} = -35 \text{ dm}^3 \frac{25000 - 3500}{34,7 - 35} = 2,508 \cdot 10^6 \text{ KPa}$$

15) Dentro de la Fosa de las Marianas en el Océano Pacífico la presión es aproximadamente 107,9 MPa, supongamos que en la superficie del océano el peso específico es de 9,8  $\text{KN/m}^3$  y el Módulo de Elasticidad volumétrico medio es de 2,35 GPa se pide determinar:

Variación del volumen específico entre la superficie y el fondo.

El volumen específico en el fondo de la fosa.

Rta.: - 0,0458  $\text{m}^3$ ; 0,001  $\text{m}^3 / \text{Kg}$

## Factores de Conversión

During this period of transition there is a constant need for conversions between BG and SI units (see Table 1.2). Some additional conversions are given here. Conversion factors are given inside the front cover.

Length	Volume
1 ft = 12 in = 0.3048 m 1 mi = 5280 ft = 1609.344 m 1 nautical mile (nmi) = 6076 ft = 1852 m 1 yd = 3 ft = 0.9144 m 1 angstrom (Å) = 1.0 E-10 m	1 ft <sup>3</sup> = 0.028317 m <sup>3</sup> 1 U.S. gal = 231 in <sup>3</sup> = 0.0037854 m <sup>3</sup> 1 L = 0.001 m <sup>3</sup> = 0.035315 ft <sup>3</sup> 1 U.S. fluid ounce = 2.9574 E-5 m <sup>3</sup> 1 U.S. quart (qt) = 9.4635 E-4 m <sup>3</sup>
Mass	Area
1 slug = 32.174 lbm = 14.594 kg 1 lbm = 0.4536 kg 1 short ton = 2000 lbm = 907.185 kg 1 tonne = 1000 kg	1 ft <sup>2</sup> = 0.092903 m <sup>2</sup> 1 mi <sup>2</sup> = 2.78784 E7 ft <sup>2</sup> = 2.59 E6 m <sup>2</sup> 1 acre = 43,560 ft <sup>2</sup> = 4046.9 m <sup>2</sup> 1 hectare (ha) = 10,000 m <sup>2</sup>
Velocity	Acceleration
1 ft/s = 0.3048 m/s 1 mi/h = 1.466666 ft/s = 0.44704 m/s 1 kn = 1 nmi/h = 1.6878 ft/s = 0.5144 m/s	1 ft/s <sup>2</sup> = 0.3048 m/s <sup>2</sup>
Mass flow	Volume flow
1 slug/s = 14.594 kg/s 1 lbm/s = 0.4536 kg/s	1 gal/min = 0.002228 ft <sup>3</sup> /s = 0.06309 L/s 1 × 10 <sup>6</sup> gal/day = 1.5472 ft <sup>3</sup> /s = 0.04381 m <sup>3</sup> /s
Pressure	Force
1 lbf/ft <sup>2</sup> = 47.88 Pa 1 lbf/in <sup>2</sup> = 144 lbf/ft <sup>2</sup> = 6895 Pa 1 atm = 2116.2 lbf/ft <sup>2</sup> = 14.696 lbf/in <sup>2</sup> = 101,325 Pa 1 inHg (at 20°C) = 3375 Pa 1 bar = 1.0 E5 Pa	1 lbf = 4.448222 N = 16 oz 1 kgf = 2.2046 lbf = 9.80665 N 1 U.S. (short) ton = 2000 lbf 1 dyne = 1.0 E-5 N 1 ounce (avoirdupois) (oz) = 0.27801 N

Energy	Power
1 ft · lbf = 1.35582 J 1 Btu = 252 cal = 1055.056 J = 778.17 ft · lbf 1 kilowatt hour (kWh) = 3.6 E6 J	1 hp = 550 ft · lbf/s = 745.7 W 1 ft · lbf/s = 1.3558 W
Specific weight	Density
1 lbf/ft <sup>3</sup> = 157.09 N/m <sup>3</sup>	1 slug/ft <sup>3</sup> = 515.38 kg/m <sup>3</sup> 1 lbm/ft <sup>3</sup> = 16.0185 kg/m <sup>3</sup> 1 g/cm <sup>3</sup> = 1000 kg/m <sup>3</sup>
Viscosity	Kinematic viscosity
1 slug/(ft · s) = 47.88 kg/(m · s) 1 poise (P) = 1 g/(cm · s) = 0.1 kg/(m · s)	1 ft <sup>2</sup> /h = 0.000025806 m <sup>2</sup> /s 1 stokes (St) = 1 cm <sup>2</sup> /s = 0.0001 m <sup>2</sup> /s

### Temperature scale readings

$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$      $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$      $T_R = T_F + 459.69$      $T_K = T_C + 273.16$   
 where subscripts F, C, R, and K refer to readings on the Fahrenheit, Celsius, Kelvin, and Rankine scales, respectively

Specific heat or gas constant*	Thermal conductivity*
1 ft · lbf/(slug · °R) = 0.16723 N · m/(kg · K) 1 Btu/(lb · °R) = 4186.8 J/(kg · K)	1 Btu/(h · ft · °R) = 1.7307 W/(m · K)

\*Although the absolute (Kelvin) and Celsius temperature scales have different starting points, the intervals are the same size: 1 kelvin = 1 Celsius degree. The same holds true for the nonmetric absolute (Rankine) and Fahrenheit scales: 1 Rankine degree = 1 Fahrenheit degree. It is customary to express temperature differences in absolute-temperature units.

Propiedades de los líquidos más comunes @ 20°C

Liquid	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	$\mu$ , kg/(m · s)	$\gamma$ , N/m*	$\rho_v$ , N/m <sup>2</sup>	Bulk modulus, N/m <sup>2</sup>	Viscosity parameter C†
Ammonia	608	2.20 E-4	2.13 E-2	9.10 E+5	—	1.05
Benzene	881	6.51 E-4	2.88 E-2	1.01 E+4	1.4 E+9	4.34
Carbon tetrachloride	1,590	9.67 E-4	2.70 E-2	1.20 E+4	9.65 E+8	4.45
Ethanol	789	1.20 E-3	2.28 E-2	5.7 E+3	9.0 E+8	5.72
Ethylene glycol	1,117	2.14 E-2	4.84 E-2	1.2 E+1	—	11.7
Freon 12	1,327	2.62 E-4	—	—	—	1.76
Gasoline	680	2.92 E-4	2.16 E-2	5.51 E+4	9.58 E+8	3.68
Glycerin	1,260	1.49	6.33 E-2	1.4 E-2	4.34 E+9	28.0
Kerosine	804	1.92 E-3	2.8 E-2	3.11 E+3	1.6 E+9	5.56
Mercury	13,550	1.56 E-3	4.84 E-1	1.1 E-3	2.55 E+10	1.07
Methanol	791	5.98 E-4	2.25 E-2	1.34 E+4	8.3 E+8	4.63
SAE 10W oil	870	1.04 E-1‡	3.6 E-2	—	1.31 E+9	15.7
SAE 10W30 oil	876	1.7 E-1‡	—	—	—	14.0
SAE 30W oil	891	2.9 E-1‡	3.5 E-2	—	1.38 E+9	18.3
SAE 50W oil	902	8.6 E-1‡	—	—	—	20.2
Water	998	1.00 E-3	7.28 E-2	2.34 E+3	2.19 E+9	Table A.1
Seawater (30%)	1,025	1.07 E-3	7.28 E-2	2.34 E+3	2.33 E+9	7.28

\*In contact with air.

†The viscosity-temperature variation of these liquids may be fitted to the empirical expression

$$\frac{\mu}{\mu_{20^\circ\text{C}}} \approx \exp \left[ C \left( \frac{293 \text{ K}}{T \text{ K}} - 1 \right) \right]$$

with accuracy of  $\pm 6$  percent in the range  $0 \leq T \leq 100^\circ\text{C}$ .

‡Representative values. The SAE oil classifications allow a viscosity variation of up to  $\pm 50$  percent, especially at lower temperatures.