Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería	
Cátedra: Mecánica de Fluidos	Práctica N° 4 – Fuerzas sobre superficies sumergidas – Flotación – Flujos acelerados
Docentes: Dra. Miralles / Ing. Jorge Rosasco / Ing. Eduardo Contento	Revisión: 01

1.- Un automóvil se sumerge por accidente en un lago quedando apoyado sobre sus ruedas en el lecho y a una profundidad de 8m desde el techo, hasta la superficie del lago. La puerta del auto mide 1.2m de alto por 1m de ancho, se pide determinar:

a.- La fuerza hidrostática del agua sobre la puerta suponiendo que el automóvil no se ha inundado todavía.

b.- La ubicación del centro de presión.

c.- Suponiendo que una persona puede ejercer empujando una fuerza de 100 Kgf, definir si la puerta puede ser abierta desde el interior.

Calculamos la fuerza total como $F = \gamma\, h_{CG}\ \text{Área} = \rho \cdot g \cdot 8{,}6m \cdot 1{,}2m^2 = 101{,}136KN$

Calculamos ahora el centro de presión como: $y_{CP} = y_{CG} + \dfrac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot \text{Area}} = 8{,}6\,m + \dfrac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{8{,}6m \times 1{,}2m^2} = 8{,}613\,m$

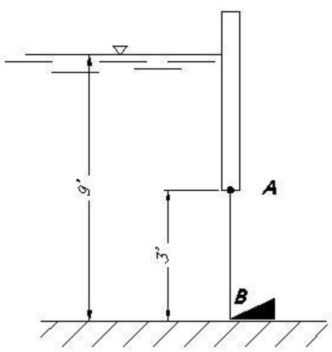
En este caso y_{CP} es igual a h_{CP} dado que el ángulo es 90° puesto que la relación que existe entre h e y es sólo el seno del ángulo que la superficie plana sumergida forma con la superficie del agua.

Tomando momentos en la bisagra de la puerta tenemos que:

$$980N \cdot 1m \neq 101{,}136KN \cdot 0{,}6m$$
$$0{,}98KNm \neq 60{,}68KN$$

No puede abrir la puerta

2.- Una compuerta sumergida vertical de 3 por 5 pies de ancho, pivotea sobre un punto A y está retenida por un tope B en la base. Se pide calcular la fuerza en el tope y las componentes de la reacción en A si la profundidad de agua es de 9 pies.



$$F_{TOTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot \text{área} = 1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}28m \cdot 1{,}3832m^2 \cong 31\,KN$$

Recordemos que al ser el ángulo entre la superficie y la compuerta 90° el seno es 1 y la relación que existe entre h e y es precisamente el seno del ángulo, en este caso $y_{CP} = h_{CP}$

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{\frac{bh^3}{12}}{y_{CG} \cdot \text{área}} = 2{,}28m + \frac{\frac{1{,}52m(0{,}915m)^3}{12}}{2{,}28m \times 1{,}38m^2} = 2{,}316\ m$$

Para calcular la reacción tomamos momentos desde el punto donde la compuerta puede pivotar A

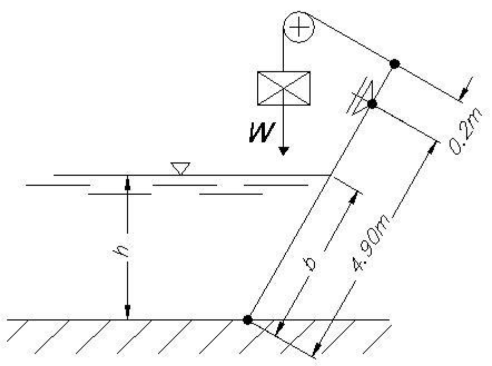
$$\sum M_A = 0$$

$$-31KN(2{,}31m - 1{,}828m) + R_B 0{,}91 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = 16{,}4KN$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_A = 14{,}5KN$$

3.- Una puerta de madera de 4.90m de largo y 2.50m de ancho trabaja represando un estanque que posee agua hasta una altura h como se indica en la figura. La puerta esta sostenida por un dispositivo de polea con un contrapeso de 5 Ton, formando un ángulo de 60° con el piso. Despreciando el peso de la puerta definir a que nivel de agua puede fallar.



Como b . sen 60° = h tenemos que

$$b = \frac{h}{sen60^\circ} \Rightarrow Area = \frac{h}{sen60^\circ}2{,}5m$$

$$F_R = \rho\, g\, h_{CG}\ Area = 1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}y_{CG}sen60^\circ\frac{h}{sen60^\circ}2{,}5m$$

$$F_R = 1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}\left(\frac{h}{2}\right)sen60^\circ\frac{h}{sen60^\circ}2{,}5m$$

$$F_R = 12.250\ h^2 KN$$

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{Ixx}{y_{CG}\ Area} = \frac{h}{2} + \frac{\frac{ab^3}{12}}{\frac{h}{2} \cdot a \cdot b} = \left(\frac{h}{2} + \frac{b^2}{6h}\right)$$

Aplicando momento desde el punto donde la compuerta puede rotar, tenemos

$$F_R\left(b-y_{CP}\right)-5000\,Kg\,9{,}8\frac{N}{Kg}\left(4{,}9m+0{,}2m\right)=0$$

$$\left(12{,}250h^2\right)KN\left[\left(\frac{h}{0{,}86}\right)m-\left(\frac{h}{2}+\frac{\left(h/0{,}86\right)^2}{6h}\right)m\right]-250{,}15\,KN\cdot m=0$$

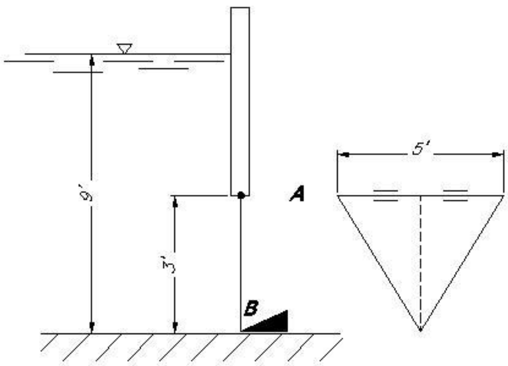
$$h^2\left(1{,}16h-0{,}5h-0{,}22h\right)=20{,}5$$

Despejando obtenemos h = 3,59 m

4.- La compuerta sumergida rectangular del problema 2 se reemplaza por otra de forma triangular de 3 pies de altura por 5 pies de ancho de base, de acuerdo a la figura. Se pide calcular la fuerza en el tope y las componentes de la reacción en A si la profundidad de agua es de 9 pies.

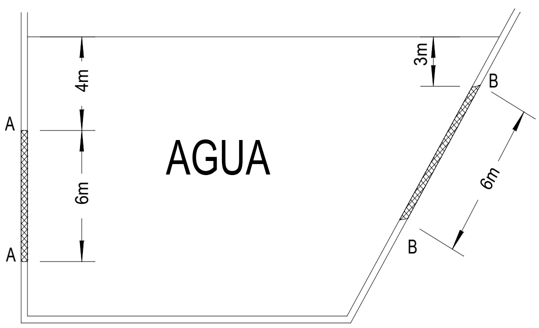
Datos: $A=\frac{a.b}{2}$

$J_{cg}=\frac{a.b^3}{36}$



Este ejercicio es similar al problema 2 se aconseja resolverlo cambiando los datos del 2 por los dados en este problema

5. Determinar la fuerza resultante sobre las compuertas y su Centro de Presión, las mismas se encuentran en un tanque con agua. La compuerta A-A es circular, y la B-B es un triangulo de 4m de base y 6 m de alto, el ángulo que forma la compuerta triangular con la superficie del agua es de 45°.



Ft comp circular = 197920 Kg – y_{cp} = 7,72 m

Ft comp triangular = 685608 N – h_{cp} = 6 m

Para la compuerta A-A tenemos:

$$F_{TOTAL}=\gamma\cdot h_{cg}\cdot \text{área}=1000\frac{Kg}{m^3}9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot 7m\cdot 28{,}27m^2\cong 1939{,}3KN$$

Y el centro de presión se ubicara a:

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot Area} = 7\,m + \frac{\frac{\pi \cdot 3^4}{4}}{7m \times 28{,}27m^2} = 7{,}32\,m$$

Como la superficie plana forma un ángulo de 90° con la superficie del agua tenemos que hcg es igual a ycg

Para la compuerta B-B tenemos:

$$F_{TOTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot área = 1000\frac{Kg}{m^3} 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot (3m + sen45° \times 3m) \cdot \frac{4m \times 6m}{2} \cong 602{,}2KN$$

Y el centro de presión se ubicara a:

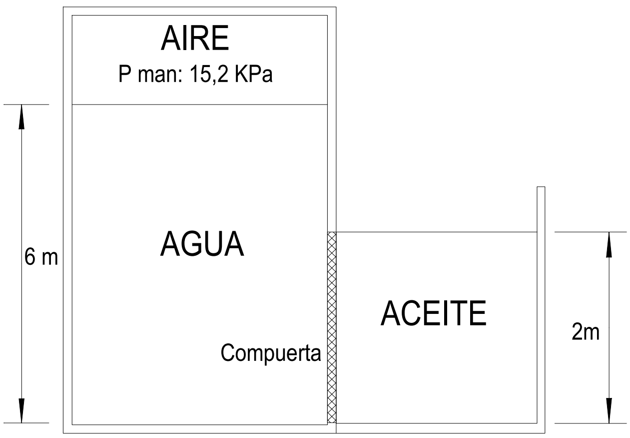
$$y_{CP} = y_{,CG} + \frac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot Area} = \left(\frac{3}{sen45°} + \frac{2}{3} \times 6\right)m + \frac{\frac{4m \cdot (6m)^3}{36}}{8{,}24m \times 12m^2} = 8{,}48m$$

$$h_{CP} = 8{,}48m \times sen\,45° = 5{,}998m$$

6. La compuerta de la figura tiene 1,5m metros de ancho, y está pivotada en su parte superior y el aceite del depósito tiene una densidad relativa de 0,750. ¿Qué fuerza se debería aplicar en la parte inferior para que la compuerta permanezca en equilibrio?

Sobre el aceite se encuentra la presión atmosférica

F = 8820 Kg



En este caso el aire está ejerciendo una presión sobre la superficie del agua, por lo que vamos a calcular que altura de líquido equivaldría

$$Presión = \gamma \cdot h = 1000\frac{Kg}{m^3} 9{,}8\frac{m}{s^2} \times h = 15{,}2KPa$$

$$h = \frac{15{,}2\,1000\,N/m^2}{1000\frac{Kg}{m^3} 9{,}8\frac{m}{s^2}} = 1{,}55m$$

Entonces tenemos que para tener igualados ambos lados de la compuerta, la columna de agua sería entonces, no de 6 metros sino de 7,55 metros. Es decir es equivalente tener 6m de agua con 15,2 KPa de aire a tener una columna de 7,55 m abierta a la atmósfera. Ahora podemos proseguir como lo hacíamos en los ejercicios anteriores:

Para el lado del agua tenemos:

$$F_{TOTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot área = 1000\frac{Kg}{m^3} 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 6{,}55m \cdot 3m^2 = 192{,}57KN$$

Y el centro de presión se ubicara a:

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot Area} = 7\,m + \frac{\frac{\pi \cdot 3^4}{4}}{7m \times 28,27m^2} = 7,32\,m$$

Para el lado del aceite se calcula de manera análoga

$$F_{TOTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot área = 750\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2} \cdot 1\,m \times 3m^2 = 22,05KN$$

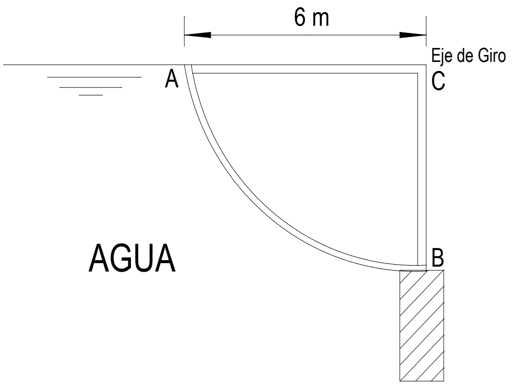
Y el centro de presión se ubicara en:

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot Area} = 1\,m + \frac{\frac{1,5m \times (2m)^3}{12}}{1m \times 3\,m^2} = 1,22m$$

Resta ahora tomar momentos con centro en el pivote de la compuerta, entonces podremos calcular la fuerza necesaria, que debemos aplicar en el punto inferior del lado del aceite para que la compuerta quede en equilibrio:

$$1,22m \times F_{aceite} + F \times 2m = 1,55m \times F_{agua}$$

Despejando F queda 135,8 KN



7. ¿Dónde se situarán las componentes horizontal y vertical, de la fuerza debida a la acción del agua sobre la compuerta del sector AB de la figura, y cuál será su valor; si la misma mide de largo 1 m?

Nota: El vínculo B, esta dibujado fuera de escala a los fines de mostrar el apoyo, puede considerarse que la superficie AB esta toda en el agua, y la compuerta gira por un eje perpendicular al dibujo, por el punto C.

Primero calculamos la fuerza horizontal, tomando la proyección de la superficie AB sobre el plano vertical, que es un rectángulo de 1m de base por 6m de alto:

$$F_{HORIZONTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot área = 1000\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2} \cdot 3\,m \times 6m^2 = 176,4KN$$

Y su centro de aplicación estará en

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{I_{XX}}{y_{CG} \cdot Area} = 3\,m + \frac{\frac{1m \times (6m)^3}{12}}{3m \times 6m^2} = 4m$$

Para la fuerza vertical tenemos que calcular la presión del agua y multiplicarla por la superficie

$$P = \rho \times g \times 6m = 1000\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2} \times 6m = 58,8KPa$$

$$F_{presión} = 58,8KPa \times 6m^2 = 352,8KN$$

Debemos restarle el peso de agua debajo de la superficie curva, de la siguiente forma:

$$\text{Peso} = \gamma \times \text{Volumen} = 1000\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\times(\text{Area}\cdot\text{ancho})$$

El área ocupada por el agua es la resta del cuadrado de 6 x6 metros menos el cuarto de circulo, lo que daría un total de 7,72 m^2. Por lo tanto el peso del agua será de 75,71 KN

La Fuerza vertical entonces tendrá un valor de 277,09 KN hacia arriba ubicada en el centro de gravedad del cuarto de círculo, que según la tabla vale 4R/3π, o sea, 1,27 m, entonces:

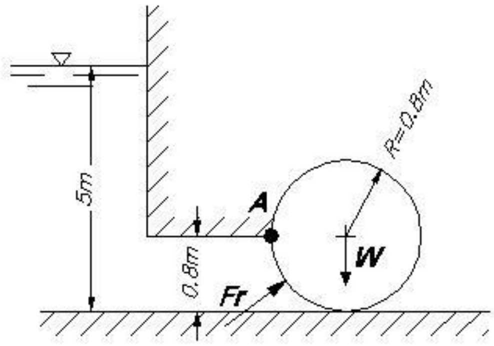
$$R = \sqrt{277{,}09^2 + 176{,}4^2} = 328{,}47\text{KN}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{277{,}09}{176{,}4} \Rightarrow \theta = 57{,}51°$$

8. Un cilindro sólido largo, de radio R = 0.8m controla la altura de un depósito de agua articulado sobre un pívot en el eje A, como se muestra en la figura. Cuando la altura del agua en el depósito llega a 5m, la compuerta debe abrirse, se pide determinar:

a.- La fuerza hidrostática Fr que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre

b.- El peso del cilindro por metro de longitud de ancho del estanque.



a) Si consideramos las proyecciones de la zona ocluida

$$F_{\text{HORIZONTAL}} = \gamma\cdot h_{cg}\cdot\text{área} = 1000\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(5\text{m}+0{,}5\text{R})\times 0{,}8\text{m}^2 = 36{,}1\text{KN}$$

Para calcular la fuerza vertical primero calculamos la fuerza de presión debajo del cilindro, o sea debajo del cuarto de cilindro que nos interesa como:

$$F_{\text{presión}} = \gamma\cdot h_{cg}\cdot 5\text{m}\,\square(0{,}8\text{m}\times 1\text{m}) = 1000\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5\,\text{m}\times 0{,}8\text{m}^2 = 39{,}2\text{KN}$$

La fuerza total vertical es inferior debido al peso del agua de la región ocluida

$$F_{\text{peso}} = \text{masa}\times g = \rho\times g\times\text{volumen} = 1000\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right)1\,\text{m} = 1{,}3\,\text{KN}$$

Por lo que la fuerza neta hacia arriba será de 39,2KN - 1,3KN = 37,9 KN

La magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre el cilindro se calcula como

$R = \sqrt{36,1^2 + 37,9^2} = 52,3KN$

$tg\theta = \frac{F_{vertical}}{F_{horizontal}} = \frac{37,9}{36,1} \Rightarrow \theta = 46,4°$

b) Cuando h sea 5 metros la compuerta comenzará a abrirse por lo cual el momento en A está equilibrado y por lo tanto

$F_{RESULTANTE}\, sen\theta \times R - W \times R = 0$

$W = 37,9KN$

9. El depósito de la figura con bases redondeadas, tiene 3m de ancho, en la dirección normal al papel, calcular la componente de la fuerza total hidrostática y la ubicación de la resultante sobre el cuarto de círculo.

La fuerza horizontal se calcula como, la fuerza sobre la superficie proyectada en el plano vertical a la superficie curva; $F_{HORIZONTAL} = \gamma \cdot h_{cg} \cdot área = 1000\frac{Kg}{m^3}9,8\frac{m}{s^2} \cdot (2,5m + 0,75m) \times 3m \times 1,5m = 143,32\, KN$

La fuerza vertical se calcula como el peso de agua sobre la superficie mas el peso que contiene el agua de la superficie curva:

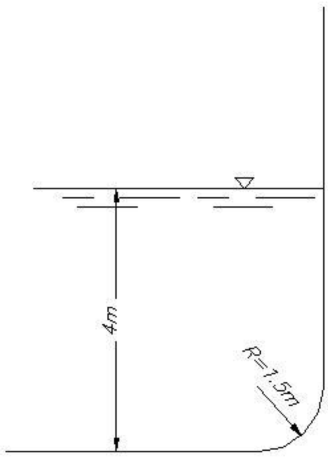
$$F_{VERTICAL} = (2,5m \times 3m \times 1,5m)\gamma \cdot + \left(1,5m \times 1,5m - \frac{\pi(3m)^2}{16}\right) \cdot 3m \cdot \gamma = 124,44\, KN$$

La cual pasa por el centro de gravedad de la superficie curva ubicada a 4R/3π, es decir 0,63 m

La magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre el cilindro se calcula como

$R = \sqrt{143,32^2 + 124,44^2} = 189,80KN$

$tg\theta = \frac{F_{vertical}}{F_{horizontal}} = \frac{124,44}{143,32} \Rightarrow \theta = 40,96°$



10. Se usa una grúa en un barco para bajar objetos pesados en el mar (ρ_{agua} =1025 Kg / m^3), para un proyecto de construcción submarina. Determine la tensión en el cable cuando se opera con un bloque de hormigón armado de 0,4 m x 0,4m x 0,3m, cuando:

Volumen del objeto 0,048 m^3

Peso del objeto = $\gamma_{HORMIGON}$. Volumen = 24 KN/m^3 x 0,048 m^3 =1,152 KN

a.- está sobre la superficie del mar a 0,5m del espejo de agua.

Tensión = Peso = 1,152 KN

b.- cuando está sumergido parcialmente manteniendo 1/3 de su altura expuesta

Tensión=Peso – Empuje

$$\text{Tensión} = 1{,}152\ \text{KN} - 1025\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(0{,}4\text{m}\times0{,}4\text{m}\times0{,}2\text{m}\right) = 0{,}83\ \text{KN}$$

c.- cuando está totalmente sumergido.

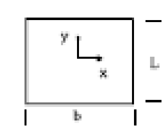
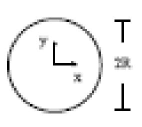
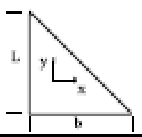
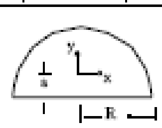
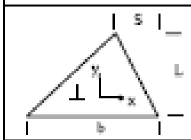
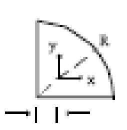
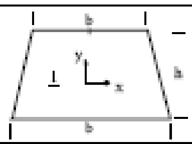
$$\text{Tensión} = 1{,}152\ \text{KN} - 1025\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(0{,}4\text{m}\times0{,}4\text{m}\times0{,}3\text{m}\right) = 0{,}669\ \text{KN}$$

11. Un cuerpo pesa 295 N en el aire y 190 N sumergido en un aceite de densidad relativa 0,750. Determinar su volumen y su densidad relativa.

12. Un bloque de piedra pesa 600 N y al introducirlo en un deposito cuadrado de 0,610 m de lado, lleno de agua, el bloque pesa, 323 N. ¿A qué altura se elevará el agua del depósito?

13. Una barcaza rectangular de 7,6 m por 3 m de base y 3,7 m de profundidad pesa 350 KN y flota sobre agua dulce ¿Qué profundidad se sumerge? ¿Si el agua tiene una profundidad de 3,7 m con que peso de arena deberá cargarse para que toque fondo?

PROPERTIES OF PLANE SECTIONS

Geometry	Centroid	Moment of Inertia I_{xx}	Product of Inertia I_{xy}	Area
	$b/2,\ L/2$	$\frac{bL^3}{12}$	0	$b \cdot L$
	0, 0	$\frac{\pi R^4}{4}$	0	πR^2
	$b/3,\ L/3$	$\frac{bL^3}{36}$	$-\frac{b^2L^2}{72}$	$\frac{b \cdot L}{2}$
	$0, a = \frac{4R}{3\pi}$	$R^4\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)$	0	$\frac{\pi R^2}{2}$
	$a = \frac{L}{3}$	$\frac{bL^3}{36}$	$\frac{b(b-2s)L^2}{72}$	$\frac{1}{2}b \cdot L$
	$a = \frac{4R}{3\pi}$	$\left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)R^4$	$\left(\frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi}\right)R^4$	$\frac{\pi R^2}{4}$
	$a = \frac{h(b+2b_1)}{3(b+b_1)}$	$\frac{h^3(b^2+4bb_1+b_1^2)}{36(b+b_1)}$	0	$(b+b_1)\frac{h}{2}$