Mecanica de Fluidos

Guia N° 2: Hidrostatica

Problema 1 Hallar expresion de $S_g = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$

S_g: gravedad especifica, $x_1, x_2, x_4, x_3 \rightarrow$ alturas en tubo

consideraciones y relación previas: -) Uso ec. general para campo de presiones

De ec. original: $$\boxed{\nabla P = \delta \cdot (\bar{g} - \bar{a}) + \mu \cdot \nabla^2 \bar{V}} \quad (1)$$

P: presion; δ: densidad, $\bar{g}, \bar{a}$: aceleraciones, μ: viscosidad, V: velocidad

-) Para fluido estacionario, $\bar{V} \rightarrow \bar{0}$, $\bar{a} \rightarrow \bar{0}$

$$\bar{\nabla} P = \delta \cdot (\bar{g} - \cancel{\bar{a}}) + \cancel{\mu \nabla^2 \bar{V}}$$

$$\boxed{\bar{\nabla} P = \delta \cdot \bar{g}} \quad (1^*)$$

de ec (1*). Se considera relevante una sola dimension "y".

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}\right) = \delta \cdot g \cdot \hat{j} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \rightarrow p(x) = cte \\ \frac{\partial P}{\partial y} = \delta g \\ \delta P / \partial z = 0 \rightarrow p(z) = cte \end{cases}$$

queda: $$\frac{\partial P}{\partial y} = \delta \cdot g \rightarrow p(y) = \int_0^h \delta g \, dy + P_0$$

$$\boxed{P(y) = \delta \cdot g \cdot h + P_0} \quad (2)$$

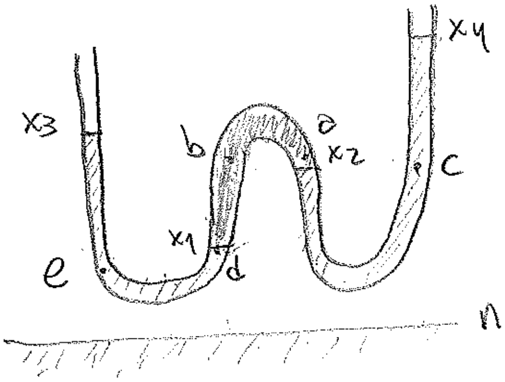
donde: h: distancia vertical, P_0: presion en punto inicial

-) $$\boxed{S_g \Big|_{Fl} = \frac{\delta_{Fl}}{\delta_{agua}}} \quad (3),$$ donde, δ_{Fl}: densidad del fluido a T_1

δ_{agua}: densidad del agua a T_1

-) Consideramos: Tubo abierto y extremos a p. atm
-) Tomo presión absoluta.

<u>Resolución</u>: planteo esquema del tubo:



$h_e = h_d$, $h_b = h_a \neq h_c$

▨: agua ▨: Fluido

Aplicando sucesivamente ec ②

$$P_e = P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g \cdot (x_3 - h_e)$$

$$P_d = P_e \quad , \quad h_e = h_d = x_1$$

$$\left.\begin{aligned} P_d &= P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g \cdot (x_3 - x_1) \\ P_b &= P_d - \delta_{Fl} \cdot g \cdot (x_2 - x_1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{P_b = P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g (x_3 - x_1) - \delta_{Fl} \cdot g (x_2 - x_1)}$$

$$P_a = P_b \longrightarrow P_a = P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g \cdot (x_3 - x_1) - \delta_{Fl} \cdot g (x_2 - x_1)$$

$$P_a = P_c \longrightarrow \left\{\begin{aligned} P_c &= P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g (x_3 - x_1) - \delta_{Fl} \cdot g (x_2 - x_1) \\ P_c &= P_{at} + \delta_{H_2O} \cdot g \cdot (x_4 - x_2) \end{aligned}\right.$$

igualando $P_c = P_c$: $\cancel{P_{at}} + \delta_{H_2O} \cdot g (x_3 - x_1) - \underbrace{\delta_{Fl} \cdot g \cdot (x_2 - x_1)} = \cancel{P_{at}} + \delta_{H_2O} \cdot g (x_4 - x_2)$

$$\delta_{H_2O} \cdot \cancel{g} \left[(x_3 - x_1) - (x_4 - x_2) \right] = \delta_{Fl} \cdot \cancel{g} \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\delta_{H_2O} \left[x_3 - x_1 - x_4 + x_2 \right] = \delta_{Fl} (x_2 - x_1)$$

$$\frac{x_2 + x_3 - x_1 - x_4}{x_2 - x_1} = \frac{\delta_{Fl}}{\delta_{H_2O}}$$

Finalmente: $$\boxed{S_g)_{Fl} = \frac{(x_3 - x_1) - (x_4 - x_2)}{(x_2 - x_1)}}$$

Problema N° 2 : a) Hallar Fempuje b) Hallar δbloque ②

Esquema:

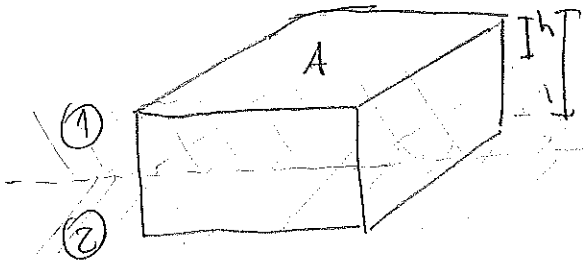
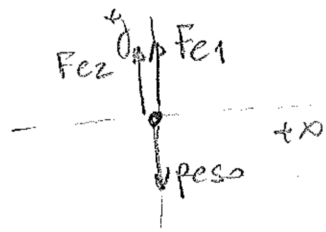


Diagrama de cuerpo libre



$\Sigma F = 0$; $Fe_1 + Fe_2 - Peso = 0$

·) Dado el bloque en equilibrio,

$$\boxed{Fe_1 + Fe_2 = P} \quad ①$$

Donde: ·) $P = \delta bloque \cdot Vol.bloque$. $Vol\ bloque = A \cdot H$

$$\boxed{P = \delta b \cdot g A \cdot H} \quad ②$$

·) $\boxed{Fe_2 = \delta_2 \cdot A \cdot g(H-h)}$ ③, $\boxed{Fe_1 = \delta_1 \cdot A g h}$ ④

De ①, ②, ③, ④:

$$\delta_1 \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{g} \cdot h + \delta_2 \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{g} \cdot (H-h) = \delta b \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{A} \cdot H$$

$$\delta_1 \cdot h + \delta_2 \cdot (H-h) = \delta b \cdot H$$

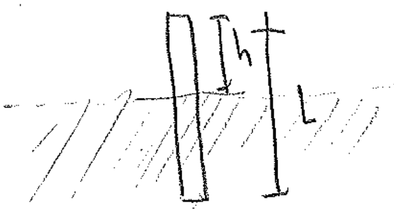
$$\boxed{\delta b = \frac{\delta_1 h + \delta_2 (H-h)}{H}} \quad ⑤$$

Para Fuerza de empuje total: $\boxed{Fe = A \cdot g[\delta_1 h + \delta_2 (H-h)]}$ ⑥

Problema N° 3 : Hallar δalcohol (δ_a)

Consideraciones: Tomo la ampolleta y el tubo como un tubo cilíndrico de sección "A", longitud "L" y volumen "V".

Esquema:



Dado el tubo en equilibrio: $\Sigma F = 0$

DCL: $E - P = 0$

$\uparrow E$

$\downarrow P$

$$\boxed{E = P} \quad (1)$$

E: empuje
P: peso

E → peso equivalente de fluido en volumen desplazado

En agua: $\delta_{H_2O} \cdot g \cdot A \cdot (L - h_1) = \delta_{tubo} \cdot g \cdot A \cdot L$

En alcohol: $\delta_a \cdot g \cdot A \cdot (L - h_2) = \delta_{tubo} \cdot g \cdot A \cdot L$

iguala ec.

$$\delta_{H_2O} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{A} (L - h_1) = \delta_a \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{A} (L - h_2)$$

$$\boxed{\delta_a = \delta_{H_2O} \cdot \frac{(L - h_1)}{(L - h_2)}} \quad (2)$$

L: longitud del tubo → $L = \frac{V}{A} = \frac{13{,}2\ cm^3}{0{,}4\ cm^2} \cdot \frac{1m}{10^2 cm}$

$\boxed{L = 0{,}33\ m}$, $h_1 = 0{,}08\ m$; $h_2 = 0{,}01\ m$

Reemplazo valores en (2):

$$\delta_a = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{(0{,}33 - 0{,}08)\cancel{m}}{(0{,}33 - 0{,}01)\cancel{m}}$$

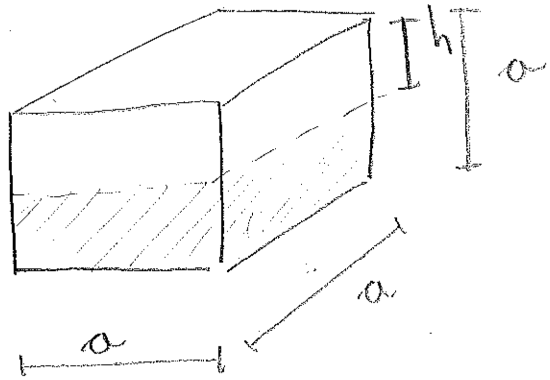
$$\boxed{\delta_a = 781{,}25 \frac{kg}{m^3}}$$

Problema N° 4

a) Hallar fracción del bloque por encima de superficie

Datos: + bloque cúbico de acero $Sg)_a = 7{,}8$, arista "a"

+ líquido: mercurio; $Sg)_{Hg} = 13{,}6$



▨ : Superficie Sumergida

▭ : Superficie libre

Diagrama de cuerpo libre:

Para cuerpo en equilibrio:

$\Sigma F = 0$

$E - P = 0$

$\boxed{E = P}$ (1)

Referencias: a : longitud de arista
E : Empuje , h: altura libre
P : peso   Sg: gravedad específica

·) de (1): $\boxed{P = \delta a \cdot Vol)_{completo} \cdot g}$ (2) , donde, $\boxed{\delta a = Sg)_a \cdot \delta_{H_2O}}$

$\boxed{Vol = a^3}$

queda: $\boxed{P = Sg)_a \cdot \delta_{H_2O} \cdot a^3 \cdot g}$ (3)

·) de (1): $E = \delta_{Hg} \cdot Vol)_{sumergido} \cdot g$

$$\boxed{E = Sg)_{Hg} \cdot \delta_{H_2O} \cdot a^2 \cdot (a-h) \cdot g} \quad (4)$$

·) de (1), (3) y (4): $P = E$

$$Sg)_a \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot a^{\cancel{3}} \cdot \cancel{g} = Sg)_{Hg} \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{a^2} \cdot (a-h) \cdot \cancel{g}$$

$$Sg)_a \cdot a = Sg)_{Hg} \cdot (a-h)$$

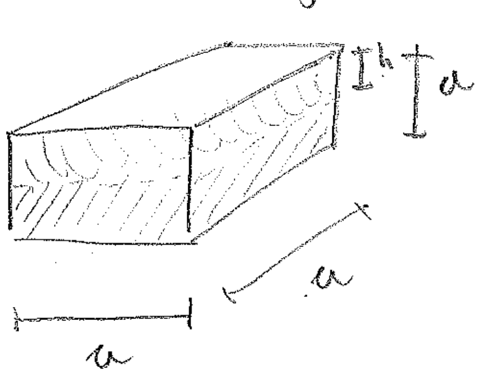
$$\frac{Sg)_a}{Sg)_{Hg}} \cdot a = a - h$$

$$h = a\left(1 - \frac{Sg)_a}{Sg)_{Hg}}\right);$$

$$h = a\left(1 - \frac{7{,}8}{13{,}6}\right); \quad \boxed{h = 0{,}4264\, a}$$

·) Vol libre: $a^2 \cdot$

b) Fluido 1: agua Fluido 2: merano



: Superficie bajo agua

: Superficie bajo merano

DCL: Para cuerpo en equilibrio:

$\uparrow + y$ $\uparrow E_{H_2O}$ $\uparrow E_{Hg}$ $\downarrow P$

$$\Sigma F = 0$$

$$E_{H_2O} + E_{Hg} - P = 0$$

$$\boxed{E_{H_2O} + E_{Hg} = P} \; (1)$$

·) de (1): $P = Sg)_a \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Vol)_{total} \longrightarrow Vol)_{total} = a^3$

$$\boxed{P = Sg)_a \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot a^3} \; (2)$$

·) de (1): $E_{H_2O} = Sg)_{H_2O} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Vol)_{agua} \longrightarrow Vol)_{agua} = a^2 \cdot h$

$$\boxed{E_{H_2O} = Sg)_{H_2O} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot a^2 \cdot h} \; (3)$$

·) de (1): $E_{Hg} = Sg)_{Hg} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Vol)_{Hg} \longrightarrow Vol)_{Hg} = a^2(a-h)$

$$\boxed{E_{Hg} = Sg)_{Hg} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot a^2(a-h)} \; (4)$$

·) de (1), (2), (3), (4):

$$\left(Sg)_{H_2O} \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{g} \cdot a^2 h\right) + \left(Sg)_{Hg} \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{g} \cdot a^2 (a-h)\right) = \left(Sg)_a \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{g} \cdot a^3\right)$$

$$Sg)_{H_2O} \cdot \cancel{a^2} \cdot h + Sg)_{Hg} \cdot \cancel{a^2}(a-h) = Sg)_a \cdot a^{\cancel{3}}$$

(*) Profundidad de capa de agua: $h \longrightarrow$ hallar h

$$Sg)_{H_2O} \cdot h + Sg)_{Hg} (a-h) = Sg)_a \cdot a$$

$$Sg)_{H_2O} \cdot h + Sg)_{Hg} \cdot a - Sg)_{Hg} \cdot h = Sg)_a \cdot a$$

$$\left[Sg)_{H_2O} - Sg)_{Hg}\right] h = \left[Sg)_a - Sg)_{Hg}\right] a$$

$$h = \frac{\left[Sg)_a - Sg)_{Hg}\right]}{\left[Sg)_{H_2O} - Sg)_{Hg}\right]} \cdot a$$

$$h = \left(\frac{7,8 - 13,6}{1 - 13,6}\right) \cdot a \longrightarrow \boxed{h = 0,46\, a}$$

(*) $\frac{\text{Vol en agua}}{\text{Vol total}} \cdot 100\% = \frac{a^2 h}{a^3} \cdot 100\% = \frac{h}{a} \cdot 100\% = \frac{0,46\cancel{a}}{\cancel{a}} \cdot 100\% = \boxed{46\%}$

Problema 5 : Hallar $\% \frac{\text{Vol libre}}{\text{Vol total}}$

Datos: $Sg)_a = 7,25$; $Sg)_{Hg} = 13,57$; Sg: gravedad específica / densidad relativa

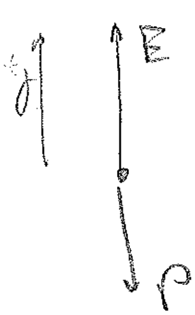
a: material de la pieza Hg: mercurio

Consideraciones: cálculo para 3 cuerpos distintos:

a) Esfera de radio R b) Cilindro de radio R y largo L

c) cubo de arista L

Resolución: para todos los cuerpos: $\boxed{\Sigma F = 0}$ (1) (equilibrio)



E: Empuje, P: peso:

$$E - P = 0 \longrightarrow \boxed{E = P} \quad (2)$$

$$\boxed{E = Sg)_{Hg} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Vol)_{sumergido}} \quad (3)$$

$$\boxed{P = Sg)_a \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Vol)_{total}} \quad (4)$$

de (2),(3),(4). $Sg)_{Hg} \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{g} \cdot Vol)_{sum} = Sg)_a \cdot \cancel{\delta_{H_2O}} \cdot \cancel{g} \cdot Vol)_{TOT}$

$$Sg)_{Hg} \cdot (Vol)_{TOT} - Vol)_{libre}) = Sg)_a \cdot Vol)_{TOT}$$

$$\underbrace{Sg)_{Hg} \cdot Vol)_{TOT}} - Sg)_{Hg} \cdot Vol)_{lib} = \underbrace{Sg)_a \cdot Vol)_{TOT}}$$

$$Vol)_{TOT} \cdot (Sg)_{Hg} - Sg)_a) = Vol)_{lib} \cdot Sg)_{Hg}$$

queda:

$$\frac{\% \ Vol)_{lib}}{\% \ Vol)_{TOT}} = \frac{Vol)_{lib}}{Vol)_{TOT}} \cdot 100\% = \frac{Sg)_{Hg} - Sg)_a}{Sg)_{Hg}} \cdot 100\%$$

$$\frac{Vol)_{lib}}{Vol)_{TOT}} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Sg)_a}{Sg)_{Hg}}\right) \cdot 100\%$$

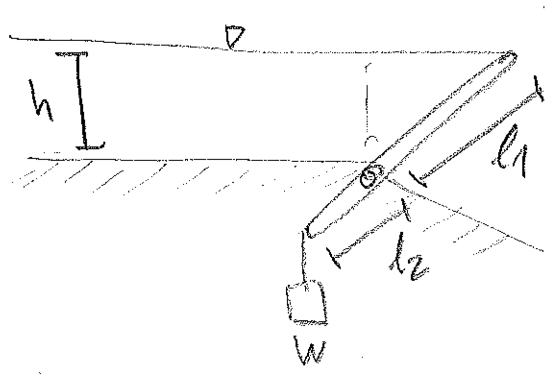
$$\frac{Vol)_{lib}}{Vol)_{TOT}} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{7,25}{13,57}\right) \cdot 100\%$$

$$\boxed{\frac{Vol)_{lib}}{Vol)_{TOT}} \cdot 100\% = 46,57\%}$$

Vemos que el resultado es indiferente a la forma del cuerpo (esfera, cilindro, cubo o cualquier otra forma).

Problema N°6 : Hallar contrapeso W

Esquema:



Datos:) compuerta rectangular plana

) ancho de compuerta: b

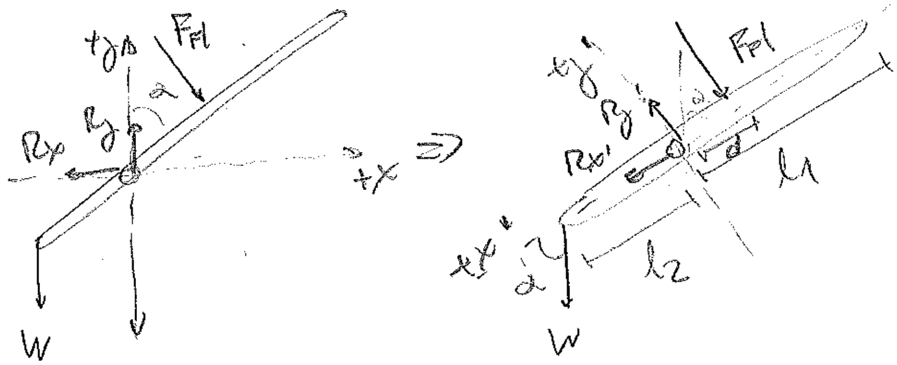
) Situación de equilibrio de compuerta: $\Sigma F = 0$; $\Sigma M_O = 0$

) Planteo diagrama de cuerpo libre para la compuerta:

DCL

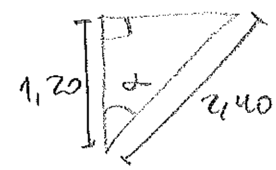
F_{Fl}: Fuerza ejercida por el fluido

(5)



W: contrapeso, R: reacción al vínculo.

·) de trigonometría de la Figura:



$$\cos(\alpha) = \frac{1{,}20}{2{,}40}$$

$$\boxed{\alpha = 60°}$$

Para equilibrio: $\boxed{\Sigma F_y' = 0}$ (1), $\boxed{\Sigma F_x' = 0}$ (2), $\boxed{\Sigma M_0 = 0}$ (3)

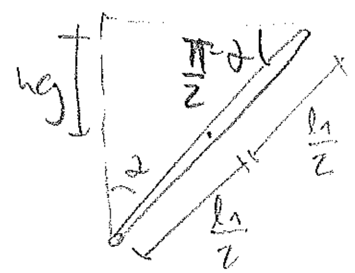
de (2): $W \cdot \cos(\alpha) + R_x' = 0$ — $\boxed{R_x' = -W \cdot \cos(\alpha)}$ (2*)

de (1): $\boxed{-F_{Fl} + R_y' - W \operatorname{sen}(\alpha) = 0}$ (1*)

de (3): $\Sigma M_0 = \boxed{F_{Fl} \cdot d - W \cdot \operatorname{sen}(\alpha) \cdot l_2 = 0}$ (3*)

De teoría: ·) $\boxed{F_{Fl} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg} \cdot A}$ (4) donde A: área de compuerta, h_{cg}: altura centro de g.

$A = b \cdot l_1$; $\boxed{h_{cg} = \frac{l_1}{2} \cdot \cos(\alpha)}$



queda $F_{Fl} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \cos(\alpha) \cdot b \cdot l_1$

$$\boxed{F_{Fl} = \frac{\delta_{H_2O} \cdot g \; b \cdot \cos(\alpha) \cdot l_1^2}{2}} \quad (4^*)$$

·) Para la distancia 'd': $d = l_1 - \left(\frac{l_1}{2} + y_{cp}\right)$; $\boxed{d = \frac{l_1}{2} - y_{cp}}$ (5)

$$\boxed{y_{cp} = \frac{I_{xx} \cdot \operatorname{sen}(\pi/2 - \alpha)}{h_{cg} \cdot A}} \quad (6) \longrightarrow \text{para placa } I_{xx} = \frac{b \cdot l_1^3}{12}$$

$$y_{cp} = \frac{\cancel{b}\, l_1^{\cancel{3}} \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cdot 2}{\cancel{l_1} \cos(\alpha) \cancel{b} \cancel{l_1} 12} \rightarrow \boxed{y_{cp} = \frac{2 \cdot l_1 \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{12 \cos(\alpha)}}$$

queda: $\boxed{d = l_1 \left(\ldots - \frac{2 \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\ldots} \right)}$ (7) reemplazo 5*

$$\frac{\delta_{H_2O}\cdot g\cdot b\cdot \cos(\theta)\cdot l_1^2}{2}\cdot l_1\left(\frac{1}{2}+\frac{2\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{2}-\theta)}{12\cos(\theta)}\right)-W\,\mathrm{sen}(\theta)\,l_2=0$$

$$W\,\mathrm{sen}(\theta)\cdot l_2=\frac{1}{2}\left[\delta_{H_2O}\cdot g\cdot b\cos(\theta)\cdot l_1^3\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{2\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{2}-\theta)}{12\cos(\theta)}\right)\right]$$

$$W=\frac{\delta_{H_2O}\cdot g\cdot b\cdot\cos(\theta)\cdot l_1^3}{2\cdot \mathrm{sen}(\theta)\cdot l_2}\left(\frac{1}{2}+\frac{2\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{2}-\theta)}{12\cos(\theta)}\right)$$

reemplazo datos:

$$W=\frac{10^3\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 3\cancel{m}\cdot\cos(60)\,(2{,}4\,m)^3\cdot 10^2\cancel{cm}}{2\cdot \mathrm{sen}(60)\cdot 60\,\cancel{cm}\cdot 1\cancel{m}}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{2\,\mathrm{sen}(90-60)}{12\cos(60)}\right)$$

Unidades: $\frac{kg\cdot m\cdot \cancel{m}\cdot m^3}{s^2\cdot \cancel{m^3}\cdot \cancel{m}}=N$; $W=1{,}95\cdot 10^5\,N\cdot\frac{1}{3}$

$W=195741\,N\cdot\frac{1}{3}$; $\boxed{W=65247\,N}$

<u>Aclaración</u>: error respecto a resultado original:

$$e\%=\left(\frac{65247-65181}{65181}\right)\frac{N}{N}\cdot 100\%=0{,}1\%$$

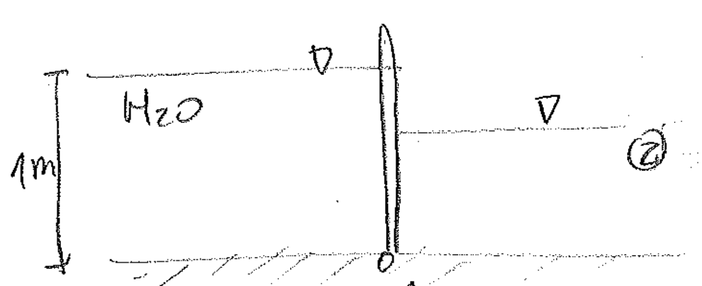
<u>Problema 7</u> Hallar altura de líquido 2

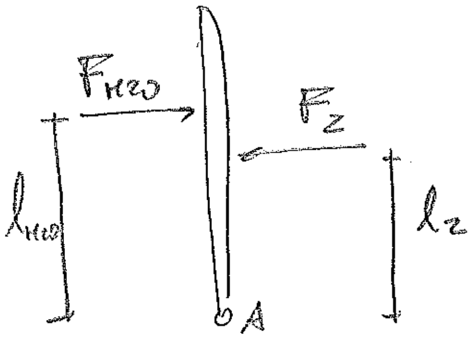
<u>Datos</u>: $H_{H_2O}=1\,m$; $Sg)_2=2{,}5$

<u>Esquema</u>:

) Para placa en equilibrio se cumple: $\boxed{\sum M_A=0}$ (1)

) Realizo diagrama de cuerpo libre de placa:





de (1). $\sum M_A = 0$

$F_{H2O} \cdot l_{H2O} - F_2 \, l_2 = 0 \therefore$

$$\boxed{l_2 = \frac{F_{H2O}}{F_2} \cdot l_{H2O}} \quad (2)$$

donde: l_2: brazo de palanca de líquido 2

F_2: Fuerza del líquido 2

(1) Aplico teoría de fluidos

→ placa plana rectangular:

(3) $\boxed{F = \delta \cdot g \cdot h_{cg} \cdot A}$ (4) $\boxed{y_{cp} = \frac{I_{xx} \cdot sen(\alpha)}{h_{cg} \cdot A}}$ (5) $\boxed{I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12}}$

de (5): $y_{cp} = \frac{\cancel{b} \cdot h^{\cancel{3}\,2} \cdot sen(\alpha)}{12 \cdot \frac{h}{2} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{h}} \therefore \boxed{y_{cp} = \frac{h}{6} \, sen(\alpha)}$ (4*)

de (3): $\boxed{F = \delta \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot b \cdot h} \rightarrow \boxed{F = \frac{1}{2} \delta \cdot g \cdot h^2 \cdot b}$ (3*)

(F) $l = h$, $sen(90) = 1 \Rightarrow \boxed{y_{cp} = \frac{h}{6}} \rightarrow l = \frac{h}{2} + y_{cp}$

$$\boxed{l = \frac{4}{6} h} \quad (6)$$

Tenemos: $l_2 = \frac{\delta_{H2O} \cdot \cancel{g} \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{b} \cdot h_{H2O}}{\delta_2 \cdot \cancel{g} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{b} \cdot h_2} \cdot \frac{4}{6} \cdot h_{20}$

donde: $S_{g2} = \frac{\delta_2}{\delta_{H2O}}$ $\boxed{l_2 = \frac{h_{20}^2}{h_2 \cdot S_{g2}}}$ (*)

reemplazo valores en (6*): $l_2 = \frac{4}{6} h_2 = \frac{2}{3} h_2$

$\frac{2}{3} h_2 = h_{20}^2$ → $h_2^2 = h_{20}^2 \cdot 3$

$$h_2 = \left[\frac{h_{H_2O}^2}{Sg_2} \cdot \frac{3}{2}\right]^{\frac{1}{2}} , \quad h_2 = \left(\frac{1m^2}{2,5} \cdot \frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{h_2 = 0,58\ m} \ (**)$$

(**) Verifico resultado: $\Sigma M_f = 0$

$$\underbrace{F_{H_2O}} \cdot \underbrace{l_{H_2O}} - \underbrace{F_2} \cdot \underbrace{l_2} = 0$$

$F_{H_2O} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{1m}{2} \cdot 5m \cdot 1m \quad F_{H_2O} = 24525\ N$

$l_{H_2O} = \frac{1m}{2} +$

0,77

$F_2 = \delta_2 \cdot g \cdot \frac{0,58m}{2} \cdot 5m \cdot 0,58m \quad F_2 = 20625\ N$

$l_2 = \frac{0,58m}{2} \quad 0,29$

$$F_{H_2O} \cdot \cancel{\frac{2}{3}} h_{20} - F_2 \cdot \cancel{\frac{2}{3}} h_2 = 0$$

$$\boxed{h_2 = \frac{F_{H_2O}}{F_2} \cdot h_{20}} \quad , \text{dado } h_{20} = 1m$$

$$h_2 = \frac{\cancel{1/2}\ \delta_{H_2O} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{b} \cdot h_{20}^2}{\cancel{1/2}\ \delta_2 \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{b} \cdot h_2^2} , \quad h_2^3 = \frac{h_{20}^2}{Sg_2}$$

$$\boxed{h_2 = 0,737m}$$

Verifico: $F_{H_2O} \cdot \cancel{\frac{2}{3}} \cdot 1m - F_2 \cdot \cancel{\frac{2}{3}}\ 0,737m = 0$

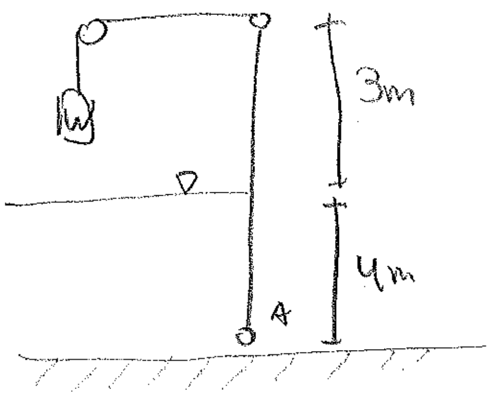
$$\frac{1}{2} \cdot \delta_{H_2O} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{b} (h_{20})^2 \cdot 1m = 0,737 \cdot \frac{1}{2} \delta_2 \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{b} \cdot h_2^2$$

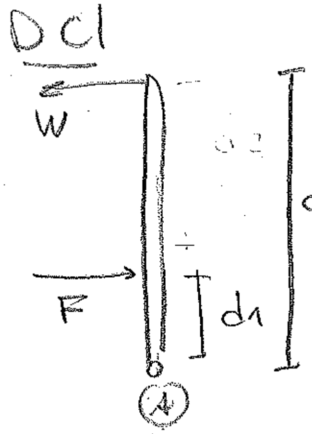
$500 \approx 500,34$ ✓

Problema 8 a) Hallar W b) Hallar volumen bloque,

Datos: b = 10 m (ancho) ; $\delta b = 4 \cdot 10^3$ kg/m³ (densidad del bloque)

Planteo diagrama de cuerpo libre de la pared, junto con esquema:





Para la pared en equilibrio:

$\boxed{\sum M_A = 0}$ (1)

Convención: (+) (-)

$$-W \cdot d_2 + F \cdot d_1 = 0 \longrightarrow \boxed{W = F \cdot \frac{d_1}{d_2}} \quad (2)$$

donde: $d_1 = ?$; $F = ?$ $d_2 = (3+4)m \rightarrow \boxed{d_2 = 7m}$

·) Busco F: por teoría de fluidos, $\boxed{F = \delta \cdot g \cdot h_{cg} \cdot A}$ (3)

donde; $\boxed{A = h_1 \cdot b}$ (4) $\begin{cases} b = 10m \\ h_1 = 4m \end{cases}$, $h_{cg} = \frac{h_1}{2}$; queda (3):

$$F = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} \cdot b \cdot h_1 \longrightarrow \boxed{F = \frac{1}{2} \cdot g \cdot b \cdot \delta_{H_2O} \cdot h_1^2} \quad (3')$$

·) Busco d_1: por teoría de fluidos, $d_1 = h_1 - \left(\frac{h_1}{2} + y_{cp}\right)$

$$\boxed{d_1 = \frac{h_1}{2} - y_{cp}} \quad (4)$$

Vemos: $\boxed{y_{cp} = \frac{I_{xx} \cdot sen(\alpha)}{h_{cg} \cdot A}}$ (5)

$I_{xx} = \frac{b \cdot h_1^3}{12}$

$sen(\alpha) = sen(90) = 1$

$h_{cg} = h_1/2$

$A = b \cdot h_1$

$y_{cp} = \frac{\cancel{b}\cdot h_1^{\cancel{3}}\cdot 2\cdot 1}{12\cdot \cancel{h_1}\cdot \cancel{b}\cdot \cancel{h_1}}$; $y_{cp} = \frac{h_1}{6}$ reemplazo en ④

$d_1 = \frac{h_1}{2} - \frac{h_1}{6}$, $\boxed{d_1 = \frac{h_1}{3}}$ (4*) ; reemplazo (4*) y (3*) en ②

$W = F\cdot\frac{d_1}{d_2}$; $W = \frac{1}{2} g\cdot B\cdot \delta_{H_2O}\cdot h_1^2\cdot \frac{h_1}{3}\cdot\frac{1}{d_2}$

$$\boxed{W = \frac{g\cdot b\cdot h_1^3\cdot \delta_{H_2O}}{6\cdot d_2}}$$ (2*) reemplazo valores:

$W = \frac{9{,}81\,m \cdot 10\,m\cdot (4\,m)^3 \cdot 10^3\,kg}{s^2\cdot 6\cdot 7\,m \quad m^3}$; Unidades: $\frac{m\cdot \cancel{m}\cdot \cancel{m^3}\cdot kg}{s^2\cdot \cancel{m}\cdot \cancel{m^3}} = N$

$$\boxed{W = 149485{,}7\ N}$$

verifico resultado; en ②:

$149485{,}7\ N = F\cdot\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{g\cdot b\cdot \delta_{H_2O}\cdot h_1^2}{d_2}\cdot\frac{h_1}{3}$

$149485{,}7\ N = \frac{9{,}81\cdot 10\cdot 10^3\cdot 4^3}{6\cdot 7}\ N$

Problema 9 Hallar T° aire

Datos: peso carga $(P_c) = 120\ kg$; $T_{amb} = 20°C$; $\varnothing = 10\,m$

$\boxed{P = \delta\cdot R\cdot T}$ ① ; $R_{aire} = 287\ J/kg\,K$

Planteo diagrama de cuerpo libre para el globo:

para globo en equilibrio:

$\boxed{\Sigma F = 0}$ ②

$\underline{E}$: empuje; $\boxed{E - P_{carga} - P_{aire\,globo} = 0}$ (2*) (8)

·) $\boxed{E = \delta_{aire\,20°C} \cdot g \cdot Volumen}$ (3) para globo esférico, $Vol = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$$Vol = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\phi}{2}\right)^3 \to Vol = \frac{4}{3}\pi \frac{\phi^3}{2^3}, \quad \boxed{Vol = \frac{\phi^3 \cdot \pi}{6}} \ (4)$$

de (1): $\boxed{\delta_{aire})_{20°C} = \frac{P_{at}}{R \cdot T_{20°C}}}$ (5), de (3),(4),(5): $\boxed{E = \frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \cdot \pi}{6 \cdot R \cdot T_{20°C}}}$ (3*)

·) $\boxed{P_{aire\,globo} = \delta_{aire})_{Tx°C} \cdot g \cdot vol}$ (6), con el mismo razonamiento anterior:

$$\boxed{P_{aire\,globo} = \frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \cdot \pi}{6 \cdot R \cdot T_{x°C}}} \ (7)$$

de (3*) y (7): $\frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \cdot \pi}{6 \cdot R \cdot T_{20°C}} - P_{carga} - \frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \pi}{6 R T_{x°C}} = 0$

$$\left[\frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \pi}{\cancel{6R}\, T_{x°C}}\right]^{-1} = \left[\frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \pi - P_{carga}\, 6 R T_{20°C}}{\cancel{6R}\, T_{20°C}}\right]^{-1}$$

$$\frac{T_{x°C}}{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \pi} = \frac{T_{20°C}}{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \pi - P_{carga} \cdot 6 R T_{20°C}}$$

$\frac{F}{L^2} \cdot \frac{L}{T^2} \cdot L^3$

$$\boxed{T_{x°C} = \frac{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \cdot \pi \cdot T_{20°C}}{P_{at} \cdot g \cdot \phi^3 \cdot \pi - P_{carga} \cdot 6 R\, T_{20°C}}} \ (8)$$

$\cdot)\ \left[P_{at}\cdot g\cdot\pi\cdot T_{20°C}\cdot\phi^3 = 10^5\,Pa\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot\pi\cdot 20°C\cdot(10\,m)^3\,\frac{N}{m^2}\,\frac{1}{Pa}\right.$

$$\left. = 616{,}38\cdot10^5\,\frac{N\cdot °C}{m\cdot s^2}\right]$$

$\cdot)\ \left[P_{at}\cdot g\cdot\phi^3\cdot\pi = 10^5\,Pa\,\frac{1N}{m^2}\,\frac{1}{Pa}\cdot\frac{9{,}81\,m}{s^2}\,(10\,m)^3\,\pi = 30{,}82\,\frac{N}{m\cdot s^2}\right]$

$\cdot)\ P_{carga}\cdot 6\cdot R\cdot T_{20°C} = 120\,\cancel{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\;6\cdot 287\,\frac{\cancel{J}}{\cancel{kg}\cdot\cancel{K}}\cdot\frac{1\,N\cdot m}{\cancel{J}}\cdot(20+273)\,\cancel{K}$

ver!

reemplazo valores:

(*) $P_{at}\cdot g\cdot\phi^3\cdot\pi\cdot T_{20°C})_{kelvin} =$

$P_{at} = 10^5\,Pa$

$g = 9{,}81\,m/s^2$

$\phi = 10\,m$

$T = (273+20)\,K \therefore T = 293\,K$

$$= \frac{10^5\,\cancel{Pa}\,\cancel{N}\,kg\,\cancel{m}\cdot 9{,}81\,\cancel{m}\cdot 10^3\,m^3\cdot\pi\cdot 293\,K}{\cancel{m^2}\cdot\cancel{Pa}\;s^2\,\cancel{N}\;\;s^2} = \left[9{,}029\cdot10^{11}\,\frac{kg\cdot m^3\cdot K}{s^4}\right]$$

(*) $P_{at}\cdot g\cdot\phi^3\cdot\pi = \dfrac{10^5\,\cancel{Pa}\,\cancel{N}\,kg\cdot\cancel{m}\;9{,}81\,\cancel{m}\;10^3\,m^3\cdot\pi}{\cancel{m^2}\cdot\cancel{Pa}\;s^2\,\cancel{N}\;\;s^2} =$

$$= \left[3{,}082\cdot10^9\,\frac{kg\cdot m^3}{s^4}\right]$$

(*) $P_{carga}\cdot 6\cdot R\cdot T_{20°C} = \dfrac{120\,kg\cdot 9{,}81\,m\cdot 6\cdot 287\,\cancel{J}\,\cancel{N}\cdot m\cdot\cancel{kg}\,m\,(273+20)\,\cancel{K}}{s^2\cdot\cancel{kg}\cdot\cancel{K}\cdot\cancel{J}\cdot s^2\,\cancel{N}}$

$$= \left[5{,}94\cdot10^8\,\frac{kg\cdot m^3}{s^4}\right]$$

$5{,}93\cdot10^2\cdot 1^2\cdot10^2\cdot10^2$

(9)

$$\delta_{aire)20°C}\,\cancel{g}\cdot Vol - \delta_{aire)x°C}\,\cancel{g}\cdot Vol = m\cdot\cancel{g}$$

$$Vol\cdot\left[\frac{P_{at}}{R\cdot T_{20°C}} - \frac{P_{at}}{R\cdot T_{x°C}}\right] = m$$

$$\frac{Vol\cdot P_{at}}{R}\left(\frac{1}{T_{20°C}} - \frac{1}{T_{x°C}}\right) = m$$

$$\frac{1}{T_{20°C}} - \frac{1}{T_{x°C}} = \frac{m\cdot R}{Vol\cdot P_{at}}$$

$$\frac{1}{T_{x°C}} = \frac{1}{T_{20°C}} - \frac{m\cdot R}{Vol\cdot P_{at}} \text{ ; queda:}$$

$$\boxed{T_{x°C} = \left[\frac{1}{T_{20°C}} - \frac{m\cdot R\cdot 6}{\pi\cdot\phi^3\cdot P_{at}}\right]^{-1}} \text{ ; reemplazo datos}$$

$$\text{a)}\left[\frac{1}{T_{20°C}} = \frac{1}{(273+20)\,K} = \frac{1}{293\,K}\right]$$

$$\text{b)}\left[\frac{m\cdot R}{Vol\cdot P_{at}}\right] = \cancel{\frac{kg\ J\ N\ kg\ m\ m^2\ N\ N\ Pa}{kg\ K\ m\ J\ N\ N\ m^3\ Pa\ N\ kg\ m}}$$

$$= \frac{\cancel{kg}\cdot J}{\cancel{kg}\cdot K\cdot m^3\cdot Pa} = \frac{J}{Pa\cdot m^3\cdot K} = \frac{\cancel{N}\cdot \cancel{m}\,\cancel{m^2}}{\cancel{N}\cdot \cancel{m^3}\cdot K} = \frac{1}{K}$$

$$\left[\frac{m\cdot R}{Vol\cdot P_{at}} = \frac{120\,kg\cdot 287\,J\cdot 6}{kg\cdot K\cdot \pi\cdot 10^3\,m^3\cdot 10^5\,Pa} = \frac{2066\cdot 10^5}{\pi\cdot 10^8}\,\frac{\cancel{kg}\cdot \cancel{N}\cdot \cancel{m}\,\cancel{m^2}}{\cancel{kg}\,K\cdot \cancel{N}\,\cancel{m^3}}\right.$$

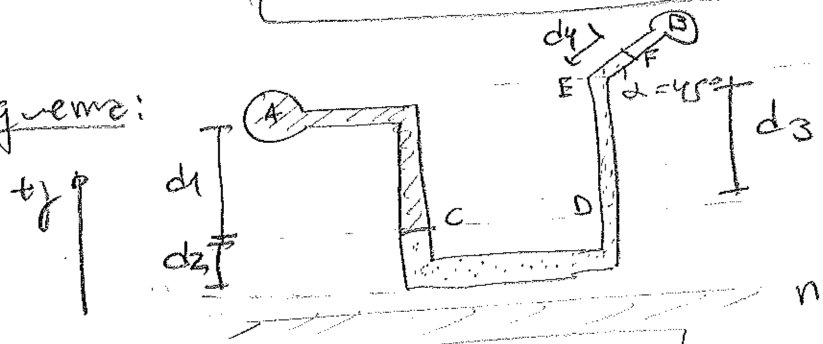
$$\left. = 6{,}576\cdot 10^{-1}\cdot 10^5\cdot 10^{-8}\,\frac{1}{K} = 6{,}576\cdot 10^{-4}\cdot\frac{1}{K}\right]$$

queda: $T_x = 362{,}9\,K \longrightarrow \boxed{T_{°C} = 89{,}9\,°C}$

Problema 10: Hallar ΔP_{AB}

Consideraciones teóricas: para fluido en reposo, es válida la relación $\boxed{P(y) = P_0 + \delta \cdot g \cdot y}$ (1)

Esquema:



Puntos de referencia: C, D, E, F

nivel de referencia como cero

Aplicando (1): $\boxed{P_C = P_A + d_1 \cdot g \cdot \delta_{H_2O}}$ (2)

$\boxed{P_D = P_C}$ (3)

$\boxed{P_E = P_D - \delta_{Hg} \cdot g \cdot d_3}$ (4)

$\boxed{P_F = P_E - \delta_{Hg} \cdot g \cdot d_4 \cdot \mathrm{sen}(45°)}$ (5)

$\boxed{P_B = P_F}$ (6)   Calcular: $\boxed{\Delta P_{AB} = P_A - P_B}$ (7)

de (2): $P_A = P_C - \delta_{H_2O} \cdot g \cdot d_1$

de (3): $P_A = P_D - \delta_{H_2O} \cdot g \cdot d_1$

de (4): $P_A = P_E + \delta_{Hg} \cdot g \cdot d_3 - \delta_{H_2O} \cdot g \cdot d_1$

de (5): $P_A = P_B + \delta_{Hg} \cdot g \cdot d_4 \cdot \mathrm{sen}(45°) + \delta_{Hg} \cdot g \cdot d_3 - \delta_{H_2O} \cdot g \cdot d_1$

como $\delta_{Hg} = Sg)_{Hg} \cdot \delta_{H_2O}$; Sg: gravedad específica:

$$\Delta P = P_A - P_B = g \cdot \delta_{H_2O} \cdot \left[Sg)_{Hg}\, d_4 \cdot \mathrm{sen}(45) + Sg)_{Hg}\, d_3 - 1 \cdot d_1 \right]$$

reemplazo valores;

$$\Delta P = \frac{9{,}81\,m}{s^2} \cdot \frac{10^3\,kg}{m^3} \left[13{,}6 \cdot 0{,}2\,m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 13{,}6 \cdot 0{,}46\,m - 0{,}3\,m \right]$$

$[\Delta P] = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{kg}{m^3} \cdot m = Pa$ $\boxed{\Delta P = 77{,}24\,kPa}$