Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas
e Ingeniería

MECÁNICA DE LOS FLUIDOS

EJERCICIOS ADICIONALES

CLASES TEÓRICAS

FLUJO EN CAÑERÍAS

UNIVERSIDAD CATÓLICA ARGENTINA - *SANTA MARÍA DE LOS BUENOS AIRES*
FACULTAD DE FISICOMATEMÁTICAS E INGENIERÍA
CÁTEDRA DE MECÁNICA DE FLUIDOS

GUIA TEÓRICA 6: FLUJO EN CAÑERÍAS

Problema 1

a) ¿Qué caída de presión se produce al circular agua por un tubo circular horizontal liso D = 1`` a razón de 1.5 l/s, a temperatura ambiente?
b) Si el caudal se duplica, ¿la caída de presión aumenta al doble?
c) ¿Cuánto aumenta el caudal si se duplica el gradiente de presión?

Viscosidad dinámica del agua (μ) = 1x 10^{-3} kg/m.seg y ρ = 1000 kg/m^3.

Rta: a) 3300 Pa N b) No

a) Hallar ΔP, datos: Q, ϕ

De ecuaciones:

$$\boxed{\frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + f\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{l}{\phi} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1} \quad (1)$$

De 1: $h_2 = h_1$ (tubo horizontal)

(2) $\boxed{Q = A \cdot V} \Rightarrow A = cte \therefore V = cte;\ V_1 = V_2$

queda (1): $\frac{P_2}{\gamma} + f\cdot\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{l}{\phi} = \frac{P_1}{\gamma}$; $\Delta P = P_1 - P_2$

$$f\cdot\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{l}{\phi} = \frac{\Delta P}{\gamma}$$; despejo $\frac{\Delta P}{l}$

$$\boxed{\frac{\Delta P}{l} = f\cdot\frac{v^2\gamma}{2g\phi}} \quad (3)$$

Debemos ver si el flujo es laminar o turbulento, calculamos el nro de reynolds (Re):

$$\boxed{Re = \frac{V \cdot \phi}{\nu} = \frac{\rho \cdot V \cdot \phi}{\mu}} \quad (4)$$

de (2): $(3)\ \boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{A} = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot \phi^2}}\ (5)$

reemplazo (5) en (4)

$$Re = \frac{\rho \cdot \cancel{\phi} \cdot Q \cdot 4}{\mu \cdot \pi \cdot \phi^{\cancel{2}}} ; \quad \boxed{Re = \frac{\rho \cdot Q \cdot 4}{\mu \cdot \pi \cdot \phi}}\ (6)$$

reemplazamos datos en (6), con valores en Mts.

$$Q = 1{,}5 \frac{l}{s} \cdot \frac{1m^3}{10^3 l} \quad ; \quad Q = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s} \quad , \quad \phi = 1'' \cdot \frac{2{,}54 \cdot 10^{-2} m}{''}$$

$$Re = \frac{10^3 \cancel{kg} \cdot 1{,}5 \cdot \cancel{10^{-3}} \cancel{m^3} \cdot 4 \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{s}}{\cancel{m^3}\ \cancel{s} \cdot 1 \cdot \cancel{10^{-3}} \cancel{kg} \cdot \pi \cdot 2{,}54 \cdot 10^{-2} \cancel{m}}$$

$$Re = \frac{1{,}5 \cdot 4}{\pi \cdot 2{,}54} \cdot \frac{10^3}{10^{-2}} \qquad Re = 0{,}75 \cdot 10^5$$

$$\boxed{Re = 75141} \rightarrow \text{si } Re > 2400,$$

régimen turbulento.

Dado que el régimen es turbulento, podemos calcular f como:

$$\boxed{f = \frac{0{,}316}{Re^{1/4}}}\ (7)$$

Adicionalmente; queda la resolución

$$\begin{rcases} \mathbb{R}e \longrightarrow (7) \xrightarrow{f} \\ Q \longrightarrow (5) \longrightarrow v \end{rcases} \longrightarrow (3) \longrightarrow \boxed{\frac{\Delta P}{l}}$$

de (7): $f = \dfrac{0,316}{(7519)^{1/4}}$; $\boxed{f = 0,019}$

de (5): $V = \dfrac{Q \cdot 4}{\pi \cdot \phi^2} = \dfrac{1,5 \cdot 10^{-3}\, m^3 \cdot 4}{s \cdot \pi \cdot (2,54 \cdot 10^{-2})^2 m^2}$

$$\boxed{V = 2,96 \ m/s}$$

de (3): $\dfrac{\Delta P}{l} = f \dfrac{V^2 \cdot \rho \cancel{g}}{2 \cancel{g}\, \phi}$, $\dfrac{\Delta P}{l} = \dfrac{f \cdot \rho}{2} \cdot \dfrac{Q^2 \cdot 16}{\pi^2 \phi^4 \phi}$

(2) $\boxed{\dfrac{\Delta P}{l} = \dfrac{f \cdot \rho \cdot Q^2 \cdot 8}{\pi^2 \cdot \phi^5}}$ reemplazo datos:

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{0,019 \cdot 10^3 \, kg \cdot (1,5 \cdot 10^{-3})^2 (m^3)^2 \cdot 8}{m^3 \quad s^2 \cdot \pi^2 \cdot (2,54 \cdot 10^{-2})^5 \, m^5}$$

unidades: $\dfrac{kg \cdot (m^3)^2}{m^3 \cdot s^2 \cdot m^5} = \underbrace{kg \dfrac{m}{s^2}}_{N} \cdot \dfrac{m^2}{m^4 \cdot m} = \dfrac{N}{m^2 \cdot m} = \dfrac{Pa}{m}$

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{0,019 \cdot 8 \cdot (1,5)^2}{(2,54)^5 \cdot \pi^2} \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^3}{10^{-10}} \ \frac{Pa}{m}$$

$\dfrac{\Delta P}{l} = 3,277 \cdot 10^{-4-6+3+10}$ $\boxed{\dfrac{\Delta P}{l} = 3277 \dfrac{Pa}{m}}$

b) de (3): $\boxed{\dfrac{\Delta P}{\ell} = \underbrace{\dfrac{8 f \rho}{\pi^2 \phi^5}}_{= \mathbb{C} = \text{constante}} \cdot Q^2}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\Delta P}{\ell} \propto Q^2$ (proporcional)

$$\boxed{\frac{\Delta P_1}{\ell} = \mathbb{C} \cdot Q_1^2}$$

con $Q_2 = 2 Q_1$

$$\frac{\Delta P_2}{\ell} = \mathbb{C} \cdot Q_2^2 = \mathbb{C}(2 Q_1)^2$$

$$\frac{\Delta P_2}{\ell} = \mathbb{C} \cdot 4 \cdot Q_1^2$$

$$\frac{\Delta P_2}{\ell} = \underbrace{\mathbb{C} \cdot Q_1^2}_{= \frac{\Delta P_1}{\ell}} \cdot 4 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta P_2}{\ell} = 4 \frac{\Delta P_1}{\ell}}$$ Falso.

c) de (8); $\dfrac{\Delta P_2}{\ell} = \dfrac{\Delta P_1}{2\ell}$; $\left.\begin{array}{l} \dfrac{\Delta P_2}{\ell} = \mathbb{C} \cdot Q_2^2 \\ \dfrac{\Delta P_1}{\ell} = \mathbb{C} \cdot Q_1^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\Delta P_1}{\ell} = \mathbb{C} \cdot Q_2^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\Delta P_1}{\ell} = 2 \mathbb{C} \cdot Q_2^2} \Rightarrow \quad 2 \cdot \cancel{\mathbb{C}} \cdot Q_2^2 = \cancel{\mathbb{C}} \cdot Q_1^2$$

$$\boxed{Q_2 = \frac{Q_1}{\sqrt{2}}}$$

Problema 2

a) Calcular la diferencia de presión necesaria para bombear agua a temperatura ambiente a través de una cañería lisa de D = 6" y L = 1000 m, a razón de 0.05, 0.1 y 0.3 m^3/s. La tubería es horizontal y contiene 4 curvas a 90° y 2 a 45°.
b) Calcular la potencia necesaria para mantener ese caudal.
c) Dimensionar el conducto para 0.3 m^3/s con la misma caída de presión que el primer caso a 0.05 m3/s.

Hallar ΔP) Datos: ϕ, L, Q_1, Q_2, K_1, K_2, cañería lisa

Ecuaciones a aplicar:

) Bernoulli: $$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + h_p} \quad (1)$$

) Darcy: $$\boxed{h_f = f \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g}} \quad (2)$$

) Caudal: $$\boxed{Q = V \cdot A} \quad (4)$$

) Área: $$\boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} \quad (5)$$

) Reynolds: $$\boxed{Re = \frac{V \cdot \phi \cdot \delta}{\mu}} \quad (3)$$

de (1):) Tubería horizontal $\therefore$ $h_1 = h_2$

) Sección constante $\therefore$ $V_1 = V_2$

de (1) y (2)) $$\boxed{h_p = f \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g} + (4K_1 + 2K_2) \frac{V^2}{2g}} \quad (6)$$

Siendo:
K_1: pérdida codo a 90°
K_2: " " a 45°

Resolución: en (1): $$\frac{P_1}{\delta g} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{h_1} = \frac{P_2}{\delta g} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancel{h_2} + h_p$$

$$\boxed{\frac{P_1 - P_2}{\delta \cdot g} = h_p}$$

de (6): $$\frac{\Delta P}{\delta \cancel{g}} = \frac{V^2}{2\cancel{g}} \left[f \cdot \frac{L}{\phi} + 4K_1 + 2K_2 \right]$$

$$\boxed{\Delta P = \delta \cdot V^2 \left[f \cdot \frac{L}{\phi} + 4K_1 + 2K_2 \right]} \quad (7)$$

Para los distintos caudales: Esquema

(3)

$\phi \rightarrow (5) \rightarrow \boxed{A} \rightarrow (4) \rightarrow \boxed{V} \rightarrow (3) \rightarrow \boxed{Re} \rightarrow \boxed{\text{Moody}} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow (7) \rightarrow \boxed{\Delta P}$

$Q \rightarrow (4)$

$\delta \rightarrow (3)$

$\phi \rightarrow (3)$

$\mu \rightarrow (3)$

Tubería lisa $\rightarrow$ Moody

·) $Q = \frac{V \cdot \pi \cdot \phi^2}{4} \longrightarrow V = \frac{4Q}{\pi \phi^2}$; $V = f(Q)$, dado $\phi = cte$,

$$V = \frac{4}{\pi \left(6'' \cdot \frac{0{,}0254\,m}{1''}\right)^2} \cdot Q^2 ;$$

$$\boxed{V = 54{,}82\ \frac{1}{m^2} \cdot Q} \quad (9)$$

·) $\boxed{Re = \frac{V \cdot \phi \cdot \delta}{\mu}}$ (10) ; con V por (9).

para agua a T° ambiente:

$\delta = 10^3 \frac{kg}{m^3}$; $\mu = 1{,}002 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}$

en (10): $$Re = \frac{54{,}82 \cdot Q^2\, 6''\, 0{,}0254\,\cancel{m} \cdot \cancel{m \cdot s} \cdot 10^3 \cancel{kg}}{\cancel{m^2}\quad 1'' \cdot 1{,}002 \cdot 10^{-3} \cancel{kg}\quad m^3}$$

$$\boxed{Re = 8337892{,}22\, Q\ \frac{s}{m^3}} \quad (10')$$

$\frac{kg \cdot m^{12}}{m^7\, s^4}$

$\frac{kg \cdot m^5}{s^4} \quad \frac{kg \cdot m}{s^2}$

·) $f \rightarrow$ de moody

·) de (7) (y (9)): $$\Delta P = \delta \cdot \left(54{,}82 \frac{1}{m^2}\right)^2 \cdot Q^2 \left(f \cdot \frac{1000\,\cancel{m} \cdot 1''}{6'' \cdot 0{,}0254\,\cancel{m}} + 4 \cdot 0{,}18 + 2 \cdot 0{,}09\right)$$

(δ = $10^3 kg/m^3$)

$$\Delta P = 3{,}01 \cdot 10^6 \frac{kg}{m^7}\, Q^2 \left(f \cdot 6562 + 0{,}72 + 0{,}18\right)$$

$$\boxed{\Delta P = 3{,}01 \cdot 10^6 \frac{kg}{m^7} \left(f \cdot 6562 + 0{,}9\right) \cdot Q^2} \quad (7')$$

·) $$h_p = \frac{V^2}{2g}\left[f \cdot \frac{L}{\phi} + 4k_1 + 2k_1\right] = \frac{(54{,}82)^2\, Q^2 \, s^2}{m^4\ 2 \cdot 9{,}81\,m}\left[f \cdot 6562 + 0{,}9\right]$$

$$\boxed{h_p = 153{,}18\,\frac{s^2}{m^8}\cdot Q^2\cdot\left[f\cdot 6562 + 0{,}9\right]} \quad (6^{o})$$

$$\boxed{\dot{L} = \delta\cdot g\cdot h_p\cdot Q} \quad (8^{o}) \qquad \dot{L} = \frac{10^3\,kg}{m^3}\cdot\frac{9{,}81\,m}{s^2}\cdot h_p\cdot Q$$

$$\dot{L} = \left(\frac{9810\,N}{m^3}\cdot h_p\cdot Q\right)\cdot\frac{1\,kw}{10^3\,W} \qquad (h_p) = m \qquad (Q) = m^3/s$$

Para cada caudal:

Variable	$Q = 0{,}05\ m^3/s$	$Q = 0{,}1\ m^3/s$	$Q = 0{,}3\ m^3/s$
$V\,[m/s]$	2,74	5,48	16,45
Re	$4{,}17\cdot10^5$	$8{,}34\cdot10^5$	$2{,}5\cdot10^6$
f	0,013	0,012	0,010
$h_p\,[m]$	33,01	122	917
$\Delta p\,[Pa]$	$6{,}49\cdot10^5$	$2{,}4\cdot10^6$	$1{,}8\cdot10^7$
$\dot{L}\,[kw]$	16,2 kw	119,7	2698,7

$$\dot{L} = \frac{9810\,N}{m^3}\cdot\frac{1\,kw}{10^3\,W}\cdot h_p\cdot Q \qquad (h_p) = m \qquad (Q) = \frac{m^3}{s}$$

$$[\dot{L}] = \underbrace{\frac{N}{m^3}\cdot\frac{kw}{W}\cdot m}_{J}\cdot\underbrace{\frac{m^3}{s}}_{W} = kw$$

Problema 3

Un flujo de aceite de densidad 919 kg / m3 y ν = 5*10-5 m^2/ s circula por un tubo de rugosidad relativa ε = 0,001 y d = 8". Se bombea con un ΔP = 2 at en un tramo de 500 m. Calcular el caudal en m^3/s y l/s

Datos del aceite: viscosidad cinemática (ν) = 5x 10^{-5} m^2/seg y ρ = 919 kg/m^3.

Rta: 0,0765 m^3/s; 76,5 l/s

Hallar Q : Datos: δ, ν, ε, ϕ, ΔP, L

De ecuaciones:

) Bernoulli

$$\boxed{\frac{P_1}{\delta \cdot g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\delta \cdot g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + h_p} \quad (1)$$

para tubería horizontal; $h_1 = h_2$

para sección constante; $V_1 = V_2$.

$$\frac{P_1}{\delta \cdot g} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{h_1} = \frac{P_2}{\delta \cdot g} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancel{h_2} + h_p$$

$$\therefore \quad h_p = \frac{P_1 - P_2}{\delta \cdot g} \longrightarrow \boxed{h_p = \frac{\Delta P}{\delta \cdot g}} \quad (2)$$

) Darcy: $\boxed{h_p = f \cdot \frac{L}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g}}$ (3)

) Caudal: $Q = V \cdot A = V \frac{\pi \phi^2}{4}$

) Velocidad: $\boxed{V = \frac{4Q}{\pi \phi^2}}$ (4)

) Reynolds: $Re = \frac{V \cdot \phi \cdot \delta}{\mu} \longrightarrow \boxed{Re = \frac{V \cdot \phi}{\nu}}$ (5)

de (4) y (5): $Re = \frac{4 Q \cdot \phi}{\pi \phi^2 \cdot \nu} \longrightarrow \boxed{Re = \frac{4Q}{\pi \phi \cdot \nu}}$ (6)

de (4) y (3): $h_p = f \frac{L}{\phi} \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \phi^4 2g} \longrightarrow \boxed{h_p = f \cdot \frac{L \cdot 8 \cdot Q^2}{\phi^5 \pi^2 g}}$ (7)

de (7) y (2): $\frac{f \cdot L \cdot 8 \cdot Q^2}{\phi^5 \pi^2 g} = \frac{\Delta P}{\delta g} \longrightarrow \boxed{Q = \left[\frac{\Delta P \cdot \phi^5 \pi^2}{\delta \, f \, L \, 8}\right]^{1/2}}$ (8)

) Verifico unidades de (8): $[Q] = \frac{L^3}{T}$

$$[Q] = \left[\frac{\cancel{M} \cancel{L} \cdot L^5 \, L^3}{T^2 \cancel{L^2} \cdot \cancel{L} \cdot \cancel{M}}\right]^{1/2} = \frac{L^3}{T}$$

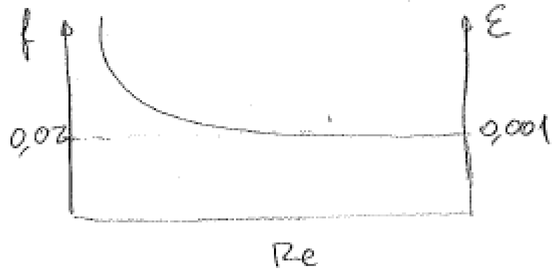
(*) de $\varepsilon = 0{,}001$,

de (6) y (8), resolvemos por iteración:

$\varepsilon \rightarrow$ Supongo $f \longrightarrow (8) \rightarrow \boxed{Q} \longrightarrow (6) \rightarrow \boxed{Re} \longrightarrow$ error $\leq 5\%$ $\rightarrow$ ¿Si? $\rightarrow$ Ok

$\downarrow$ ¿No? $\rightarrow$ Supongo f

1) de $\varepsilon = 0{,}001$, del gráfico de Moody:



- ~~Supongo~~ $f = 0{,}02$
- Reemplazo en (8).

$$Q = \left[\frac{2\cancel{\pi}\cdot 10^5\, Pa\, (8''\, 0{,}0254\, m)^5 \cdot \pi^2\, \cancel{m^3}\, \cancel{N} \quad kg\cdot m}{\cancel{\pi}\cdot 919\, \cancel{kg}\, (1'')^5 \cdot 0{,}02 \cdot 8 \cdot 500\, m\, m^2 \cdot \cancel{Pa}\, \cancel{N}\, s^2}\right]^{1/2}$$

$$\boxed{Q = 9{,}64 \cdot 10^{-2}\, m^3/s}$$

- Reemplazo en (6): $Re = \dfrac{4 \cdot 9{,}64 \cdot 10^{-2}\, \cancel{m^3} \cdot 1'' \quad \cancel{s}}{\pi \cdot 8''\, 0{,}0254\, \cancel{m} \cdot \cancel{s}\, 5 \cdot 10^{-5}\, \cancel{m^2}} \rightarrow \boxed{Re = 1{,}2 \cdot 10^4}$

En Moody, para $\varepsilon = 0{,}001$ y $Re = 1{,}2\cdot 10^4$, $f \simeq 0{,}03$

(*) Pruebo con $f = 0{,}03 \longrightarrow Q = 7{,}87 \cdot 10^{-2}\, m^3/s \rightarrow Re = 9868 \simeq 10^4$

obtengo $f = 0{,}031$

(*) pruebo con $f = 0{,}031 \longrightarrow Q = 7{,}75 \cdot 10^{-2}\, m^3/s \rightarrow Re = 9707$

obtengo $f \simeq 0{,}0317$ (aproximación visual al gráfico)

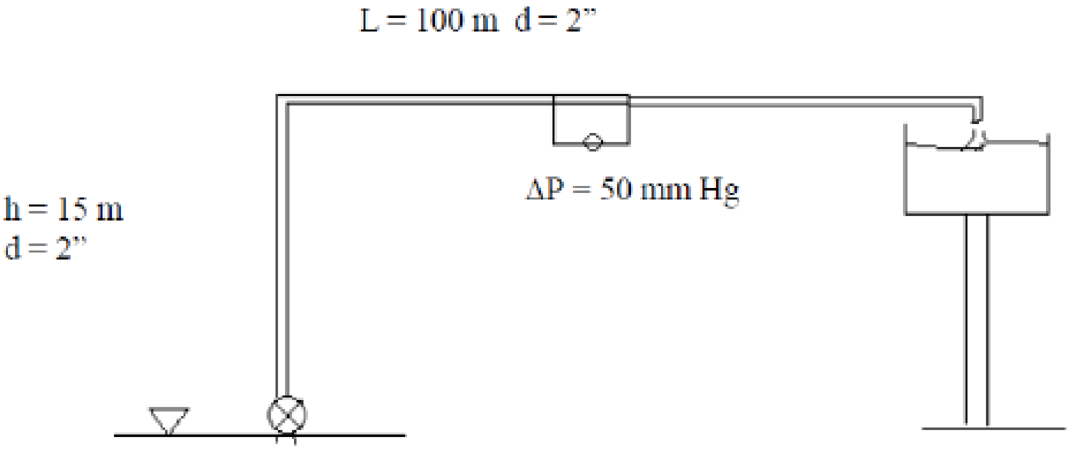
(*) pruebo con $f = 0{,}0317 \rightarrow \boxed{Q = 7{,}66 \cdot 10^{-2}\, m^3/s} \rightarrow Re = 9600$

El resultado se acerca a $Q = 7{,}65 \cdot 10^{-2}\, m^3/s$ con $0{,}13\%$ de diferencia

$Q = 7{,}66 \cdot 10^{-2}\, \frac{m^3}{s} \cdot \frac{10^3\, l}{m^3} \longrightarrow Q = 76{,}6\, l/s$

Problema 4

En el sistema de la figura, la diferencia de presión en el medidor de placa orificio (β=0,5, bordes afilados) es de 50 mm Hg. El fluido es agua a 20°C. Calcular la potencia que suministra la bomba, y el salto de presión del a misma.

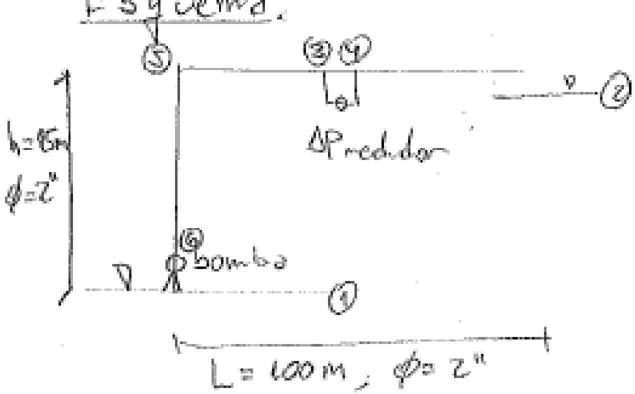


Hallar $\dot{L}$ (potencia) de bomba, ΔP_{bomba}

Datos: $\Delta P_{medidor}$, $\beta_{medidor}$, T° agua, medidas del sistema

Consideraciones para resolución:

Esquema:



-) Suposiciones: este es un problema abierto; pueden suponerse consideraciones teóricas para resolución

-) Tubería lisa (ver Moody)

-) Válidas ec. Bernoulli, Darcy

-) Volumen control: toda la tubería, incluyendo la bomba

-) ① y ②: superficies libres

-) Medidor: considerar $\Delta P_{medidor}$ y $\beta_{medidor}$

-) ~~perdidas~~: se compensan con el aporte de la bomba (esta sólo compensa las perdidas). Considero: perdidas por fricción, accesorios (medidor) y codo 90°.

-) Considero $\rho = 10^3 \, kg/m^3$, $\mu = 10^{-3} \, kg/m \cdot s$ (prob 1, iguales cond. p/ agua 20°)

Resolución: Entre ① y ② Aplico ec. Bernoulli

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 + h_{bomba} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + h_{p12}} \quad ①$$

① Para tubería de sección constante, $Q = V \cdot A \rightarrow$ si $A = cte$; $V = cte$.

$V_1 = V_2$

② Para cuerpos de agua abiertos; $P_1 = P_2 = P_{atmosférica}$

③ $h_2 - h_1 = 15 m$; ④ $h_{p12} \equiv$ altura de perdidas total.

En ①:
$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + h_1 + h_b = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + h_2 + h_{p12}$$

$$\boxed{h_b = \Delta h_{12} + h_{p12}} \quad ②$$

④ Para el cálculo de potencia de bomba $\dot{L}_{bomba}$:

$$\boxed{\dot{L} = h_p \cdot \rho \cdot g \cdot Q} \quad ③$$

⑤ Respecto al medidor placa orificio (puntos de referencia 3 y 4) aplico ec. Bernoulli:

$$\boxed{\frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + h_3 = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} + h_4 + h_{p\,medidor}} \quad ④$$

Al igual que antes, $V_3 = V_4$; $h_3 = h_4$.

$\Delta P = P_3 - P_4 \rightarrow$ dato

$$\boxed{h_{p\,medidor} = \beta \cdot \frac{V^2}{2g}} \quad ⑤ \quad \text{ec. Darcy p/ accesorios}$$

reemplazo en (4):

$$\frac{P_3}{\gamma} + \cancel{\frac{v_3^2}{2g}} + \cancel{h_3} = \frac{P_4}{\gamma} + \cancel{\frac{v_4^2}{2g}} + \cancel{h_4} + \beta \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{\Delta P}{\delta \cdot \cancel{g}} = \beta \cdot \frac{V^2}{2\cancel{g}} \longrightarrow \boxed{V = \left[\frac{2\Delta P}{\delta \cdot \beta}\right]^{1/2}} \quad (6)$$

de (6) podemos obtener V (velocidad) del fluido, que será constante dado que Q = cte ⟶ A = cte ⟶ V = cte !!

con 760 mmHg = 1 at = 10^5 Pa

$$V = \left[\frac{2 \cdot 50\,\cancel{mmHg} \cdot 10^5\,\cancel{Pa}\,\cancel{m^2} \cdot \cancel{N} \cdot \cancel{kg} \cdot m}{760\,\cancel{mmHg} \cdot 10^3\,\cancel{kg} \cdot 0{,}5 \cdot \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^2}\,\cancel{N}\,s^2}\right]^{1/2}$$

$$\boxed{V = 5{,}13\ m/s} \quad (7)$$

• con (7) podemos calcular el caudal

$$\boxed{Q = V \cdot A} \quad (8)$$

para sección circular

$$\boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} \quad (9)$$

De (8) y (9): $Q = \frac{V \cdot \pi \cdot \phi^2}{4}$ (6)

$$Q = \frac{5{,}13\,m \cdot \pi \cdot (2'' \cdot 0{,}0254\,m)^2}{s \cdot 4 \quad (1'')^2} \longrightarrow \boxed{Q = 1{,}039 \cdot 10^{-2}\ m^3/s} \quad (10)$$

• calculamos la altura de pérdida total

$$\boxed{h_{p12} = h_{p15} + h_{p52} + h_{p\,medidor}} \quad (11)$$

Aplico ec. Darcy p/ las 3

• $\boxed{h_{p15} = \left[f \cdot \frac{L_{15}}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g}\right] + \left[K_{90} \cdot \frac{V^2}{2g}\right]}$ (12) $\boxed{h_{p52} = f \cdot \frac{L_{52}}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g}}$ (13)

• $\boxed{h_{p\,medidor} = \beta \cdot \frac{V^2}{2g}}$ (14)

Para calcular factor de fricción "f", aplico Reynolds y busco en diagrama de Moody, suponiendo tubería lisa

$$Re = \frac{V \cdot \phi \cdot \delta}{\mu} = \frac{5{,}13\,\cancel{m} \cdot 2'' \cdot 0{,}0254\,\cancel{m} \cdot 10^3\,\cancel{kg}\,\cancel{m\cdot s}}{\cancel{s}\;\; 1''\;\; \cancel{m^3} \cdot 10^{-3}\,\cancel{kg}}$$

(15) $\boxed{Re = 2{,}6 \cdot 10^5}$ ∴ de Moody $\longrightarrow$ $\boxed{f = 0{,}015}$ (16)

De tabla accesorios, para $K_{codo\,90°}$ y $\phi = 2''$ (ver tabla abajo)

$$\phi = 2'' \cdot \frac{0{,}0254\,\cancel{m}}{\cancel{1''}} \cdot \frac{10^3\,mm}{\cancel{m}} \longrightarrow \boxed{\phi = 50{,}8\,mm}$$

$$\boxed{K_{90°} = 0{,}23}$$

(9) reemplazo datos en (12), (13), (14):

(8) $$h_{p15} = \left(0{,}015 \cdot \frac{15\,m\; 1''}{2'' \cdot 0{,}0254\,\cancel{m} \cdot 2 \cdot 9{,}81\,\cancel{m}\;\cancel{s^2}} \cdot (5{,}13)^2\,\cancel{m^2}\,s^2\right) + 0{,}23 \cdot \frac{(5{,}13)^2\,m^2\; s^2}{2 \cdot 9{,}81\,\cancel{m}\;\; s^2}$$

$\boxed{h_{p15} = 6{,}25\,m}$ (17)

$$h_{p52} = 0{,}015 \cdot \frac{100\,m \cdot 1'' \cdot (5{,}13)^2\,\cancel{m^2}\,\cancel{s^2}}{2'' \cdot 0{,}0254\,\cancel{m}\;\cancel{s^2} \cdot 2 \cdot 9{,}81\,\cancel{m}}\,,\quad \boxed{h_{p52} = 39{,}6\,m} \text{ (13)}$$

$$h_{p\,medidor} = 0{,}5 \cdot \frac{(5{,}13)^2\,m^2\,\cancel{s^2}}{2 \cdot 9{,}81\,\cancel{m}\;\cancel{s^2}} \longrightarrow \boxed{h_{p\,medidor} = 0{,}67\,m} \text{ (14)}$$

En total, reemplazo (12), (13), (14) en (11): $h_{p12} = (39{,}6 + 0{,}67 + 6{,}25)\,m$

$\boxed{h_{p12} = 46{,}52\,m}$ (11), reemplazo en (2).

$$h_{bomba} = \Delta h_{12} + h_{p12}$$

$$h_b = 15\,m + 46{,}52\,m \longrightarrow \boxed{h_b = 61{,}52\,m} \text{ (2)}$$

reemplazo (2) y (10) en (3)

$$\dot{L} = h_p \cdot \delta \cdot g \cdot Q \longrightarrow \dot{L} = \frac{61{,}52\,m \cdot 10^3\,kg}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{9{,}81\,m}{s^2} \cdot \frac{1{,}039 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3}}{s}$$

$$\dot{L} = 6270{,}5\ \underbrace{\underbrace{\underbrace{\frac{kg \cdot m}{s^2}}_{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{W} \;\Rightarrow\; \dot{L} = 6270{,}5\ W$$

$$\boxed{\dot{L} = 6{,}27\ kW} \quad (17)$$

(8) Para calcular el salto de presión de la bomba: Aplico Bernoulli entre (1) y (6) (salida de la bomba)

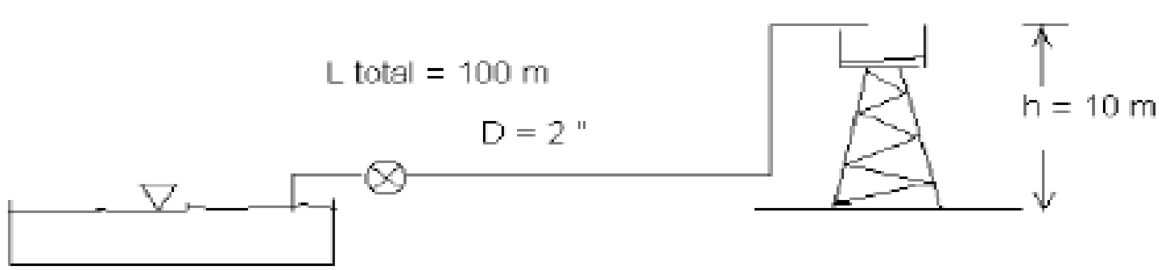
$$\frac{P_1}{\gamma} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{h_1} = \frac{P_6}{\gamma} + \cancel{\frac{V_6^2}{2g}} + \cancel{h_6} + h_b$$

$$\frac{P_1 - P_6}{\gamma} = h_b \rightarrow \quad \Delta P = h_b \cdot \delta \cdot g$$

$$\Delta P_{bomba} = 61{,}52\,m \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \qquad \boxed{\Delta P_b = 6{,}035 \cdot 10^5\ Pa} \quad (18)$$

Problema 5

Se debe enviar agua desde un reservorio a nivel 0 a un tanque cuyo borde superior se encuentra a 10 m. de altura. Se utilizará una cañería lisa de 2" de diámetro interior, con tres codos a 90° y una longitud total de 100 m. El mínimo caudal debe ser de 420 litros/min. Seleccionar una bomba de las presentadas en la figura, y justificar que se adapta a las condiciones del problema.
De la potencia efectivamente transferida al fluido, determinar qué porcentaje se consume en incrementar su energía cinética, cuánto en incrementar su energía potencial, y cuánto en vencer las pérdidas del sistema.



Rta: Bomba elegida: 1 ½ x 2 x12. Pot = 2.76HP

Problema 5

Hallar tipo de Bomba: criterio de selección: caudal de abastecimiento Q y potencia requerida $\dot{L}$.

Datos: h_{12}, ϕ, L, K, Q _ tubería lisa

Resolución: Buscamos potencia de bomba $\dot{L}_b$

$$\boxed{\dot{L}_b = h_b \cdot \delta \cdot g \cdot Q} \quad (1)$$

Tomo volumen control entre (1) y (2) (superficies libres de agua).

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 + h_b = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + h_p} \quad (2)$$

Para tubería de sección circular, $\boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}}$ (3)

En caudal; $Q = V \cdot A$, $\boxed{Q = V \frac{\pi \phi^2}{4} = cte}$ (4)

Consideraciones para resolución:

·) Pérdidas $\longrightarrow$ Tomo ec. Darcy, $\boxed{h_p = f \cdot \frac{L}{\phi} \frac{V^2}{2g} + \Sigma K \cdot \frac{V^2}{2g}}$ (5)

Parámetros: Moody y Reynolds .... $\boxed{Re = \frac{V \cdot \phi \, \delta}{\mu}}$ (6)

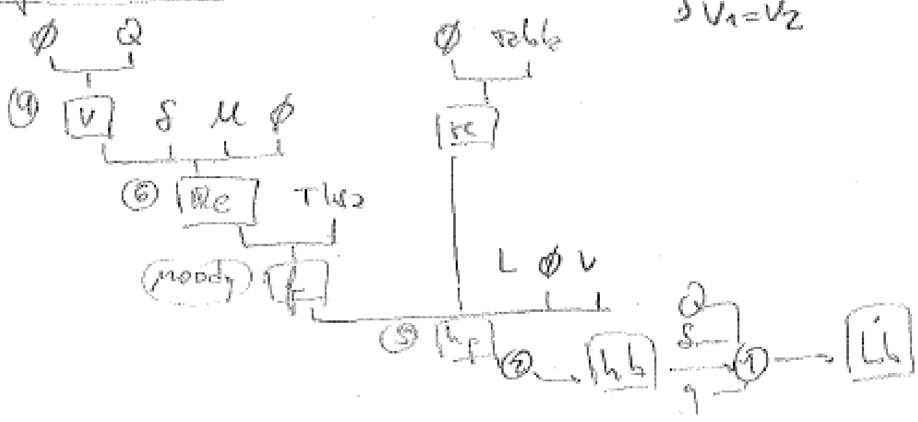
↳ Tubería lisa

·) valores; $\delta = 10^3 \, kg/m^3$; $\mu = 10^{-3} \, kg/m.s$ (de referencia, agua a 20°C de prob. 1)

·) $P_1 = P_2 = P_{atm}$

·) $V_1 = V_2$

Esquema de resolución



de ④: $V = \frac{4Q}{\pi \phi^2} = \frac{4 \cdot 420 \cancel{l} \cdot 1m^3 \cdot 1\cancel{min} \cdot 1''^2}{\cancel{min} \cdot 10^3 \cancel{l} \cdot 60s \cdot \pi (2'' \cdot 0{,}0254 m)^2}$

$\boxed{V = 3{,}45\ m/s}$

de ⑥: $Re = \frac{3{,}45 \cancel{m} \cdot 2'' \cdot 0{,}0254 \cancel{m} \cdot 10^3 \cancel{kg} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{s}}{\cancel{s}\ \cancel{m^3}\ 1'' \cdot 10^{-3} \cancel{kg}}$ $\boxed{Re = 1{,}75 \cdot 10^5}$

de Moody, con Re. y T. liso $\longrightarrow$ $\boxed{f \approx 0{,}0157}$

de ϕ y tabla accesorios.

$\phi = 2'' \frac{0{,}0254 \cancel{m}}{1''} \cdot \frac{10^3 mm}{\cancel{m}} \longrightarrow \phi = 50{,}8mm$

$\boxed{K_{codo\ 90°} = 0{,}23}$

de ⑤: $hp = f \frac{L}{\phi} \cdot \frac{V^2}{2g} + 3 \cdot K_{90°} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$hp = \frac{V^2}{2g} \left[f \cdot \frac{L}{\phi} + 3 \cdot K_{90°} \right]$

$hp = \frac{3{,}45^2 m^{\cancel{2}} \cdot \cancel{s^2}}{\cancel{s^2}\ 2 \cdot 9{,}81 \cancel{m}} \left[\frac{0{,}0157 \cdot 100 \cancel{m} \cdot 1''}{2'' \cdot 0{,}0254 \cancel{m}} + 3 \cdot 0{,}23 \right]$

$\boxed{hp = 19{,}17\ m}$

de ②: $\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + h_1 + hb = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + h_2 + hp$

$hb = \Delta h_{21} + hp$, reemplazo:

$hb = 10m + 19{,}17m \longrightarrow \boxed{hb = 29{,}17m}$

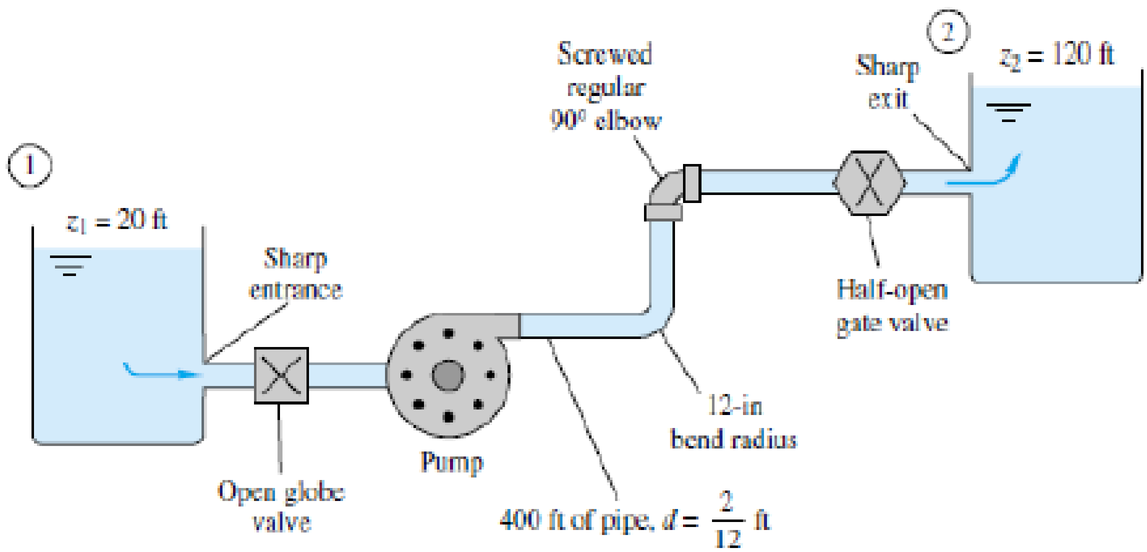
de ①: $\dot{L}b = 29{,}17\ m \cdot 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{9{,}81\ m}{s^2} \cdot \frac{420 \cancel{l}}{\cancel{min}} \cdot \frac{1\cancel{min}}{60s} \cdot \frac{1 \cancel{m^3}}{10^3 \cancel{l}} \cdot \frac{1{,}34 \cdot 10^{-3} HP}{watt}$

$\boxed{\dot{L}b = 2{,}68\ Hp}$ Aclaración: con $f = 0{,}0165$; $\dot{L}b = 2{,}77 HP$

Problema 6

Se bombea Un caudal de 0.2 ft^3/s de agua entre dos tanques tal como se muestra en la figura. La longitud total de la cañería es de 400 ft y la misma tiene un diámetro de 2 pulgadas. La rugosidad relativa de la cañería es $\varepsilon/d = 0,001$.
Calcular la potencia de la bomba.

Datos: Viscosidad cinemática del agua (ν) = 0.000011 ft^2/s y ρ = 1.94 $slugs/ft^3$



Rta: 4,2 HP

Hallar $\dot{L}$ bomba

Datos: $Q, l, \phi, \frac{\varepsilon}{\phi}, \nu, \rho$

$$\boxed{\dot{L}\,bomba = \gamma \cdot h_b\, Q} \quad (1)$$

h_b: altura suministrada por bomba

$$\boxed{h_b + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{perdida}} \quad (2)$$

de (2); $\boxed{Q = V \cdot A}$ (3), $A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = cte$; $\therefore V = cte$

$V_1 = V_2$; $P_1 \simeq P_2$ (presión atmosférica)

$h_b + h_1 = h_2 + h_{perdida} \Rightarrow$ (4) $\boxed{h_b = h_2 - h_1 + h_{perdida}}$

$$\boxed{h_{perdida} = f \frac{l}{\phi} \frac{V^2}{2g}} \quad (5)$$

Debemos obtener el nro de reynolds:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \phi}{\mu} = \frac{V \cdot \phi}{\nu} = \frac{4 \cdot Q \cdot \phi}{\nu\, \pi \cdot \phi^2} \; ; \quad \boxed{Re = \frac{4Q}{\nu \cdot \pi \cdot \phi}} \quad (6)$$

Calculamos Re, pasamos datos a MKS

$$Q = \frac{0{,}2\ FT^3}{s} \cdot \left(\frac{0{,}3048\ m}{FT}\right)^3 \Rightarrow \boxed{Q = 5{,}66 \cdot 10^{-3}\ m^3/s}$$

$$\boxed{Q = 5{,}66 \cdot 10^{-3}\ m^3/s}$$

$$\phi = 2\,inch \cdot \frac{0{,}0254\,m}{inch} \; ; \; \boxed{\phi = 0{,}0508\ m}$$

$$\nu = 1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \frac{FT^2}{s}\left(\frac{0{,}3048\,m}{FT}\right)^2 \; ; \; \boxed{\nu = 1{,}022 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}}$$

$$Re = \frac{4 \cdot 5{,}66 \cdot 10^{-3}\, m^3 \cdot \cancel{s}}{\cancel{s} \cdot \pi \cdot 5{,}08 \cdot 10^{-2}\, \cancel{m} \cdot 1{,}022 \cdot 10^{-6}\, m^2} \; ; \; \boxed{Re = 1{,}38 \cdot 10^5}$$

Como $Re > 2400$, es un Flujo turbulento.

·) Buscamos f mediante ε/ϕ y Re

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\varepsilon}{\phi} = 0{,}001 \\ Re = 1{,}38 \cdot 10^5 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}0218}$$

·) $h_{tuberia} = f \cdot \dfrac{l}{\phi} \cdot \dfrac{V^2}{2g}$; $h_{Tub} = f \dfrac{l}{\phi} \cdot \dfrac{1}{2g} \cdot \dfrac{16\,Q^2}{\pi^2 \cdot \phi^4}$

$$h_{Tub} = 0{,}0296\ \frac{400\,\cancel{FT} \cdot 0{,}3048\,m}{5{,}08 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m}\ \cancel{FT}} \cdot \frac{1\ \cancel{s^2}}{2 \cdot 9{,}81\,\cancel{m}} \cdot \frac{16 \cdot (5{,}66 \cdot 10^{-3})^2\,(m^3)^2}{\cancel{s^2} \cdot \pi^2 \cdot (5{,}08 \cdot 10^{-2})^4\, m^4}$$

$$h_{Tub} = \frac{0{,}00184}{0{,}000065} \qquad \cancel{\boxed{h_{Tub} = 27{,}47\,m}}$$

$$\boxed{h_{Tub} = 20{,}62\,m}$$

·) $\Sigma K_{acc} = 0{,}5 + 6{,}4 + 0{,}25 + 0{,}95 + 2{,}7 + 1 = 12{,}3$ (Tabla white)

a (4): $h_b = h_2 - h_1 + h_{perdida} + h_{acc}$

$$h_b = (120 - 20)\,FT \cdot \frac{0{,}3048\,m}{FT} + 20{,}62\,m \quad 4{,}89\,m$$

$$\boxed{h_b = 56\,m}$$

reemplazo en (7)

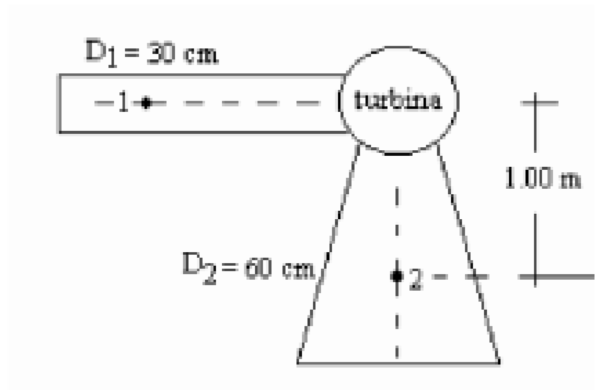
$$\dot{L}_{bomba} = \gamma \cdot h_b \cdot Q$$

$$= 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 56m \cdot 5{,}66 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$\boxed{\dot{L}_{bomba} = 3109{,}37\,W} \quad , \quad \boxed{\dot{L}_{bomba} = 4{,}17\,HP}$$

Problema 7

Determinar el caudal que está fluyendo por la turbina de la figura, si esta extrae del agua una potencia de 45 kW y las presiones manométricas en los puntos 1 y 2 son respectivamente 1.50 kgf/cm^2 y -0.35 kgf/cm^2 respectivamente. Despreciar pérdidas de energía en el sistema.



Problema 8 Hallar Q

Datos; $\dot{L}_{Turbina}$, P_1, P_2, h_{12}, ϕ_1, ϕ_2

Consideraciones: ·) No tomo en cuenta perdidas por fricción

·) Validas Bernoulli y Darcy

·) Tomo la turbina como perdida, h_T

·) Volumen control: toda la sección de tubera.

Resolucion

De Bernoulli:

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + h_T} \quad (1)$$

·) Para sección circular; $\boxed{A = \frac{\pi \phi^2}{4}}$ (2) $\qquad \boxed{Q = V.A}$ (3)

$$V^2 = \frac{Q^2}{A^2} \longrightarrow \boxed{V^2 = \frac{16 Q^2}{\pi^2 \phi^4}} \quad (4)$$

·) Por potencia de turbina; $\boxed{\dot{L}_T = \delta \cdot g \cdot h_T \cdot Q} \longrightarrow \boxed{h_T = \frac{\dot{L}_T}{\delta \cdot g \cdot Q}}$ (5)

reemplazando en (1):

$$\frac{P_1}{\delta \cdot g} + \underbrace{\frac{16 Q^2}{\pi^2 \phi_1^4 \cdot 2g}} + h_1 = \frac{P_2}{\delta \cdot g} + \underbrace{\frac{16 Q^2}{\pi^2 \phi_2^4 \cdot 2g}} + h_2 + \underbrace{\frac{\dot{L}_T}{\delta \cdot g \cdot Q}}$$

$$\frac{\Delta P_{12}}{\delta \cdot g} + \Delta h_{12} = \frac{16 Q^2}{2g \cdot \pi^2}\left(\frac{1}{\phi_2^4} - \frac{1}{\phi_1^4}\right) + \frac{\dot{L}_T}{\delta \cdot g \cdot Q}$$

Multiplico ambos lados por Q; coloco todos los terminos de un lado

$$Q^3 \underbrace{\left[\frac{16}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{\phi_2^4} - \frac{1}{\phi_1^4}\right)\right]}_{(A)} - Q \underbrace{\left[\frac{\Delta P_{12}}{\delta \cdot g} + \Delta h_{12}\right]}_{(B)} + \underbrace{\frac{\dot{L}_T}{\delta \cdot g}}_{(C)} = 0$$

Se trata de resolver la ecuación (busco raíces) de:

$$\boxed{AQ^3 - BQ + C = 0} \quad (6)$$ Calculo $A, B, C \in \mathbb{R}$.

·) $A = \frac{16}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{\phi_2^4} - \frac{1}{\phi_1^4}\right) = \frac{8\, s^2}{9{,}81\, m\cdot\pi^2}\left(\frac{1}{(0{,}6)^4} - \frac{1}{(0{,}3)^4}\right)\frac{1}{m^4}$

$$\boxed{A = -9{,}56\ \frac{s^2}{m^5}}$$

·) $B = \frac{\Delta p_{12}}{\delta g} + \Delta h_2 = \frac{1{,}5 - (-0{,}35)\ \cancel{kgf}\ 10^5 \cancel{Pa}\ \cancel{kg}\ m^3\ \cancel{s^2}\ \cancel{N}\ \cancel{kgm}}{10^3\ \cancel{kg}\ 9{,}81\ \cancel{s^2}\ \cancel{kgf}\ \cancel{m^2}\ \cancel{Pa}\ \cancel{m^2}\ \cancel{N}\ \cancel{s^2}}$

$+ 1m \Rightarrow \boxed{B = 19{,}85\, m}$

·) $C = \frac{\dot{L_r}}{\delta g} = \frac{45\cdot 10^3\ \cancel{W}\ m^3\ \cancel{s^2}\ \cancel{N}\ m\ \cancel{kg\, m}}{\cancel{10^3}\ \cancel{kg}\ 9{,}81\ \cancel{m}\ \cancel{W}\ s\ \cancel{s^2}\ \cancel{N}} = \boxed{4{,}58\ \frac{m^4}{s}}$

verifico unidades:

$[A]\cdot[Q]^3 - [B]\cdot[Q] + [C]$

$\frac{T^2}{L^5}\left[\frac{L^3}{T}\right]^3 - L\cdot\frac{L^3}{T} + \frac{L^4}{T} \longrightarrow \frac{L^4}{T}$ ✓ los 3 términos coinciden.

queda: $\boxed{-9{,}56\, Q^3 - 19{,}85\, Q + 4{,}58 = 0}$

Calculo raíces con software: $Q =$

WolframAlpha computational... knowledge engine

Enter what you want to calculate or know about:

-9.56*x^3 - 19.85*x + 4.58 = 0

≡ Examples ⤮ Random

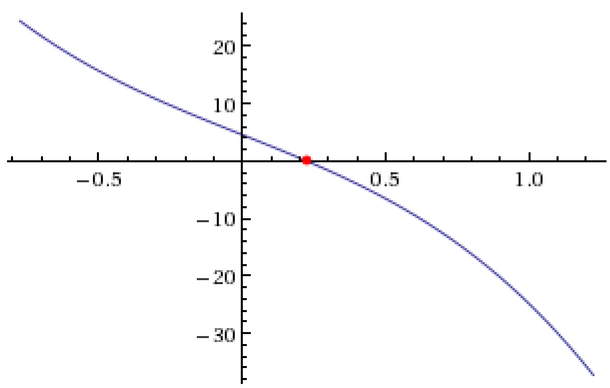
Input:

$$-9.56\,x^3 - 19.85\,x + 4.58 = 0$$

Result:

$$-9.56\,x^3 - 19.85\,x + 4.58 = 0$$

Root plot:



Share

Alternate form:

$$-9.56\,(x - 0.225228)\left(x^2 + 0.225228\,x + 2.12709\right) = 0$$

Alternate form assuming x is real:

$$(4.58 + 0.\,i) - 9.56\,x^3 - 19.85\,x = 0$$

Real solution:

$$x = 0.225228$$

Caudal

Step-by-step solution