Guía de ejercicios adicional: Canales

Ejercicio 1

EJEMPLO 13-1 **Tipo del flujo y profundidad alterna**

El agua fluye de manera estacionaria en un canal abierto de 0.4 m de ancho a una razón de 0.2 m^3/s (Fig. 13-14). Si la profundidad es de 0.15 m, determine la velocidad y si el flujo es subcrítico o supercrítico. También determine la profundidad alterna del flujo si el tipo de flujo cambiara.

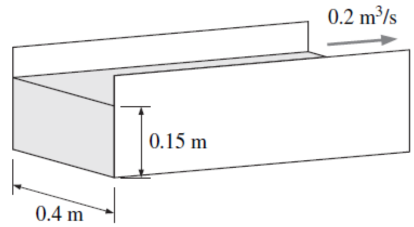


FIGURA 13-14
Esquema para el ejemplo 13-1.

SOLUCIÓN Se considera el flujo del agua en un canal abierto rectangular. El tipo de flujo, la velocidad del flujo y la profundidad alterna también se determinarán.
Hipótesis La energía específica es constante.
Análisis La velocidad promedio del flujo se determina por:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{yb} = \frac{0.2\ \text{m}^3/\text{s}}{(0.15\ \text{m})(0.4\ \text{m})} = \mathbf{3.33\ m/s}$$

La profundidad crítica para este flujo es:

$$y_c = \left(\frac{\dot{V}^2}{gb^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{(0.2\ \text{m}^3/\text{s})^2}{(9.81\ \text{m/s}^2)(0.4\ \text{m})^2}\right)^{1/3} = 0.294\ \text{m}$$

Por lo tanto, el flujo es **supercrítico** porque la profundidad real del flujo $y =$ 0.15m, y $y < y_c$. Otra manera de determinar el tipo del flujo es con el cálculo del número de Froude.

$$\text{Fr} = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{3.33\ \text{m/s}}{\sqrt{(9.81\ \text{m/s}^2)(0.15\ \text{m})}} = 2.75$$

Otra vez, el flujo es supercrítico ya que $\text{Fr} > 1$. La energía específica para las condiciones dadas es:

$$E_{s1} = y_1 + \frac{\dot{V}^2}{2gb^2y_1^2} = (0.15\ \text{m}) + \frac{(0.2\ \text{m}^3/\text{s})^2}{2(9.81\ \text{m/s}^2)(0.4\ \text{m})^2(0.15\ \text{m})^2} = 0.7163\ \text{m}$$

Entonces, la profundidad alterna se determina po $E_{s1} = E_{s2}$ y es:

$$E_{s2} = y_2 + \frac{\dot{V}^2}{2gb^2y_2^2} \qquad \rightarrow \qquad 0.7163\ \text{m} = y_2 + \frac{(0.2\ \text{m}^3/\text{s})^2}{2(9.81\ \text{m/s}^2)(0.4\ \text{m})^2y_2^2}$$

Al resolver para y_2 se obtiene que la profundidad alterna es $y_2 =$ **0.69 m**. Por lo tanto, si el tipo del flujo cambiara de supercrítico a subcrítico mientras se mantuviera una energía específica constante, la profundidad del flujo aumentaría de 0.15 m a 0.69 m.
Discusión Note que si el agua experimentara un salto hidráulico con energía específica constante (la pérdida por fricción fuera igual a la caída en la elevación), la profundidad del flujo se incrementaría a 0.69 m, al considerar por supuesto que las paredes del canal serían suficientemente altas.

Ejercicio 2

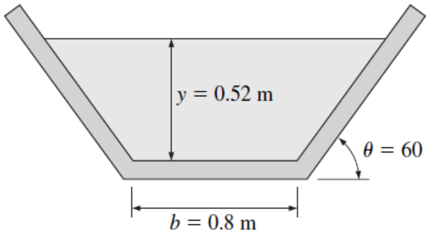


FIGURA 13-18
Esquema para el ejemplo 13-2.

EJEMPLO 13-2 Razón de flujo uniforme en un canal abierto

Se tiene agua que fluye en un canal excavado en la tierra donde crece maleza, de sección transversal trapezoidal, con un ancho de fondo de 0.8 m, un ángulo del trapezoide de 60°, y una pendiente de fondo de 0.3° de ángulo como se muestra en la figura 13-18. Si la profundidad del flujo se mide en 0.52 m, determine la razón del flujo del agua en el canal. ¿Cuál sería la respuesta si el ángulo del fondo fuera 1°?

SOLUCIÓN Fluye agua en un canal de forma trapezoidal con dimensiones dadas excavado en la tierra donde crece maleza. La razón de flujo corresponde al valor medido de la profundidad del flujo y debe determinarse.

Hipótesis **1** El flujo es estacionario y uniforme. **2** La pendiente del fondo es constante. **3** La rugosidad de la superficie mojada del canal y por tanto el coeficiente de fricción son constantes.

Propiedades El coeficiente de Manning para un canal abierto con una superficie cubierta de raíces de maleza es $n = 0.030$.

Análisis El área de sección transversal, el perímetro y el radio hidráulico del canal son:

$$A_c = y\left(b + \frac{y}{\tan\theta}\right) = (0.52\text{ m})\left(0.8\text{ m} + \frac{0.52\text{ m}}{\tan 60°}\right) = 0.5721\text{ m}^2$$

$$p = b + \frac{2y}{\text{sen }\theta} = 0.8\text{ m} + \frac{2 \times 0.52\text{ m}}{\text{sen }60°} = 2.001\text{ m}$$

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{0.5721\text{ m}^2}{2.991\text{ m}} = 0.2859\text{ m}$$

La pendiente del fondo del canal es:

$$S_0 = \tan\alpha = \tan 0.3° = 0.005236$$

Entonces, la razón de flujo en el canal se determina por la ecuación de Manning:

$$\dot{V} = \frac{a}{n}A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1\text{ m}^{1/3}/\text{s}}{0.030}(0.5721\text{ m}^2)(0.2859\text{ m})^{2/3}(0.005236)^{1/2} = \mathbf{0.60\ m^3/s}$$

La razón de flujo para el ángulo del fondo de 1° puede determinarse con $S_0 = \tan\alpha = \tan 1° = 0.01746$ en la última relación. Éste da $\dot{V}$ = **1.1 m³/s**.

Discusión Note que la razón de flujo es una función que depende considerablemente del ángulo de inclinación del fondo. También existe una considerable incertidumbre en el valor del coeficiente de Manning, y en consecuencia en el cálculo de la razón de flujo. Diez por ciento de incertidumbre en n resulta en 10 por ciento de incertidumbre en la razón de flujo. Por lo tanto, las respuestas finales se dan con sólo dos dígitos significativos.

Ejercicio 3

EJEMPLO 13-3 **Altura de un canal rectangular**

Se transporta agua en un canal rectangular de concreto inacabado con un ancho de fondo de 4 ft y un flujo volumétrico de 51 ft^3/s. El terreno es tal que el fondo del canal tiene una caída en su elevación de 2 ft por cada 1 000 ft de largo. Determine la altura mínima del canal en condiciones de flujo uniforme (Fig. 13-19). ¿Cual sería la respuesta si el fondo tuviera una caída de sólo 1 ft por cada 1 000 ft?

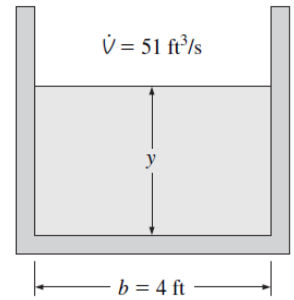


FIGURA 13-19
Esquema para el ejemplo 13-3.

SOLUCIÓN Fluye agua en un canal rectangular de concreto con un ancho de fondo especificado. La altura mínima del canal por determinar corresponde a una razón de flujo especificada.

Hipótesis **1** El flujo es estacionario y uniforme. **2** La pendiente del fondo es constante. **3** La rugosidad de la superficie de las paredes del canal y por tanto el coeficiente de fricción son constantes.

Propiedades El coeficiente de Manning para un canal abierto con superficies de concreto inacabado es $n = 0.014$.

Análisis El área de sección transversal, el perímetro y el radio hidráulico del canal son:

$$A_c = by = (4\ \text{ft})y \qquad p = b + 2y = (4\ \text{ft}) + 2y \qquad R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{4y}{4 + 2y}$$

La pendiente del fondo del canal es $S_0 = 2/1\ 000 = 0.002$. Con la ecuación de Manning, la razón de flujo en el canal puede expresarse de la siguiente manera:

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$51\ \text{ft}^3/\text{s} = \frac{1.486\ \text{ft}^{1/3}/\text{s}}{0.014}(4y\ \text{ft}^2)\left(\frac{4y}{4 + 2y}\ \text{ft}\right)^{2/3}(0.002)^{1/2}$$

la cual no es una ecuación lineal en y. Con el empleo de un paquete computacional como EES o una solución numérica iterativa se determina que la profundidad del flujo es:

$$y = \mathbf{2.5\ ft}$$

Si la caída del fondo fuera sólo de 1 ft por cada 1 000 ft de largo, la pendiente de fondo sería $S_0 = 0.001$, y la profundidad del flujo sería $y =$ **3.3 ft**.

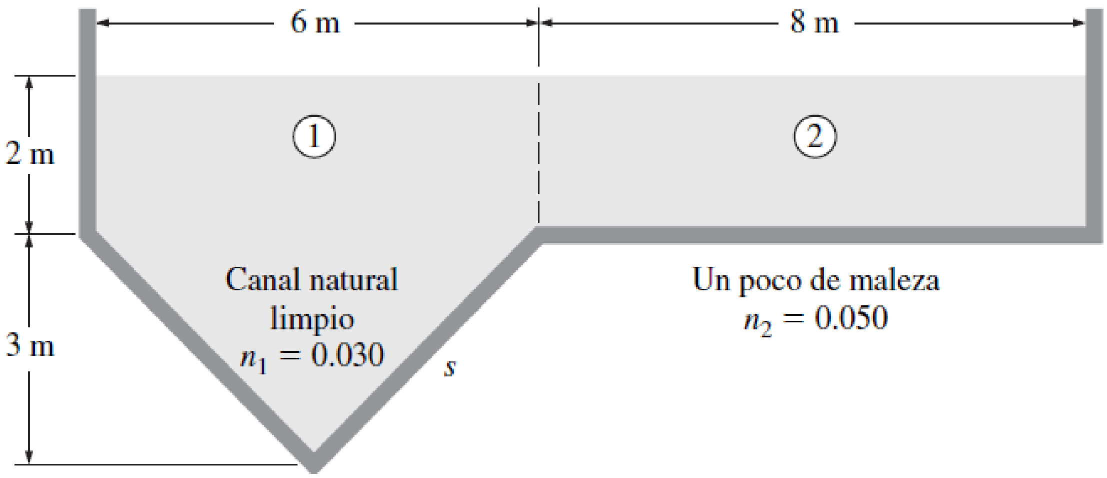
Discusión Note que y es la profundidad del flujo, y por consiguiente éste es el valor mínimo para la altura del canal. También, existe considerable incertidumbre en el valor del coeficiente de Manning n. Este hecho debe tomarse en cuenta al decidir cuál debe ser la altura del canal por construir.

Ejercicio 4

EJEMPLO 13-4 **Canales de rugosidad no uniforme**

Fluye agua en un canal cuya pendiente de fondo es 0.003. Su sección transversal se muestra en la figura 13-20. Las dimensiones y los coeficientes de Manning para las superficies de diferentes subsecciones se muestran en la figura. Determine la razón de flujo en el canal y el coeficiente de Manning eficiente para el canal.

SOLUCIÓN Fluye agua en un canal con propiedades de la superficie no uniformes. La razón de flujo y el coeficiente de Manning eficiente deben determinarse.



Hipótesis **1** El flujo es estacionario y uniforme. **2** La pendiente del fondo es constante. **3** Los coeficientes de Manning no varían a lo largo del canal.

Análisis El canal incluye dos partes con diferentes rugosidades y por lo tanto es apropiado dividir el canal en dos subsecciones como se indica en la figura 13-20. La razón de flujo para cada sección puede determinarse por la ecuación de Manning, y la razón total de flujo puede determinarse al sumar las razones de flujo en las subsecciones.

La longitud del lado del canal triangular es $s = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4.243$ m. Entonces el área del flujo, el perímetro y el radio hidráulico del canal para cada subsección y el canal entero se vuelven:

Subsección 1:

$$A_{c1} = 21 \text{ m}^2 \qquad p_1 = 10.486 \text{ m} \qquad R_{h1} = \frac{A_{c1}}{p_1} = \frac{21 \text{ m}^2}{10.486 \text{ m}} = 2.00 \text{ m}$$

Subsección 2:

$$A_{c2} = 16 \text{ m}^2 \quad p_2 = 10 \text{ m} \quad R_{h2} = \frac{A_{c2}}{p_2} = \frac{16 \text{ m}^2}{10 \text{ m}} = 1.60 \text{ m}$$

El canal completo:

$$A_c = 37 \text{ m}^2 \quad p = 20.486 \text{ m} \quad R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{37 \text{ m}^2}{20.486 \text{ m}} = 1.806 \text{ m}$$

Con el uso la ecuación de Manning para cada subsección, la razón total de flujo en el canal se determina de la siguiente manera:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \frac{a}{n_1} A_{c1} R_{h1}^{2/3} S_0^{1/2} + \frac{a}{n_2} A_{c2} R_{h2}^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$= (1\ \mathrm{m}^{1/3}/\mathrm{s}) \left[\frac{(21\ \mathrm{m}^2)(2\ \mathrm{m})^{2/3}}{0.030} + \frac{(16\ \mathrm{m}^2)(1.60\ \mathrm{m})^{2/3}}{0.050} \right] (0.003)^{1/2}$$

$$= 84.8\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s} \cong \mathbf{85\ m^3/s}$$

Si se conoce la razón total de flujo, el coeficiente de Manning eficiente para el canal completo puede determinarse con la ecuación de Manning de la siguiente manera:

$$n_{\mathrm{eff}} = \frac{a A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2}}{\dot{V}} = \frac{(1\ \mathrm{m}^{1/3}/\mathrm{s})(37\ \mathrm{m}^2)(1.806\ \mathrm{m})^{2/3}(0.003)^{1/2}}{84.8\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}} = \mathbf{0.035}$$

Discusión El coeficiente de Manning eficiente n_{ef} del canal se encuentra entre dos valores n, como era de esperarse. El promedio ponderado del coeficiente de Manning del canal es $n_{\mathrm{prom}} = (n_1 p_1 + n_2 p_2)/p = 0.040$, el cual es muy diferente de n_{ef}. Por lo tanto, usar el promedio ponderado del coeficiente de Manning para el canal completo puede ser tentador, pero no sería muy preciso.

Ejercicio 5

EJEMPLO 13-5 La mejor sección transversal de un canal abierto

Se transporta agua a razón de 2 m^3/s mediante un flujo uniforme en un canal abierto cuyas superficies están revestidas con asfalto. La pendiente del flujo es 0.001. Determine las dimensiones de la mejor sección transversal si la forma del canal es *a*) rectangular y *b*) trapezoidal (Fig. 13-26).

SOLUCIÓN Se transporta agua en un canal abierto con una razón especificada. Deben determinarse las mejores dimensiones del canal para las formas rectangular y trapezoidal.

Hipótesis **1** El flujo es estacionario y uniforme. **2** La pendiente del fondo es constante. **3** La rugosidad de la superficie mojada del canal y por tanto el coeficiente de fricción son constantes.

Propiedades El coeficiente de Manning para un canal abierto con revestimiento de asfalto es $n = 0.016$.

Análisis *a*) La mejor sección transversal para un canal rectangular ocurre cuando la altura del flujo es la mitad de la anchura del canal, $y = b/2$. Entonces el área de sección transversal, el perímetro y el radio hidráulico del canal son:

$$A_c = by = \frac{b^2}{2} \qquad p = b + 2y = 2b \qquad R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{b}{4}$$

Se sustituye en la ecuación de Manning,

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad \rightarrow \quad b = \left(\frac{2n\dot{V}4^{2/3}}{a\sqrt{S_0}}\right)^{3/8} = \left(\frac{2(0.016)(2 \text{ m}^3/\text{s})4^{2/3}}{(1 \text{ m}^{1/3}/\text{s})\sqrt{0.001}}\right)^{3/8}$$

se obtiene $b = 1.84$ m. Por lo tanto, $A_c = 1.70$ m^2, $p = 3.68$ m y las dimensiones para el mejor canal rectangular son:

$$b = \mathbf{1.84 \text{ m}} \qquad \text{y} \qquad y = \mathbf{0.92 \text{ m}}$$

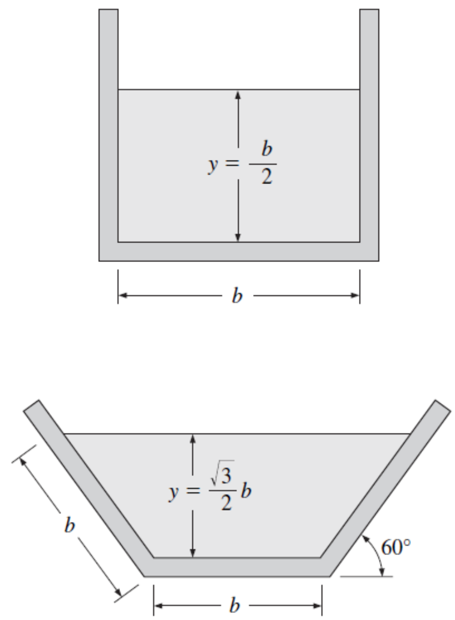


FIGURA 13-26
Esquema para el ejemplo 13-5.

b) La mejor sección transversal para un canal trapezoidal ocurre cuando el ángulo del trapezoide es 60° y la altura del flujo es $y = b\sqrt{3}/2$. Entonces:

$$A_c = y(b + b\cos\theta) = 0.5\sqrt{3}b^2(1 + \cos 60°) = 0.75\sqrt{3}b^2$$

$$p = 3b \qquad R_h = \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}b$$

Se sustituye en la ecuación de Manning:

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad \rightarrow \quad b = \left(\frac{(0.016)(2 \text{ m}^3/\text{s})}{0.75\sqrt{3}(\sqrt{3}/4)^{2/3}(1 \text{ m}^{1/3}/\text{s})\sqrt{0.001}}\right)^{3/8}$$

donde $b = 1.12$ m. Por lo tanto, $A_c = 1.64$ m^2, $p = 3.37$ m y las dimensiones para el mejor canal trapezoidal son:

$$b = \mathbf{1.12 \text{ m}} \qquad y = \mathbf{0.973 \text{ m}} \qquad \text{y} \qquad \theta = \mathbf{60°}$$

Discusión Observe que la sección transversal trapezoidal es mejor puesto que ésta tiene un perímetro más pequeño (3.37 m contra 3.68 m) y por tanto un costo menor.

Ejercicio 6

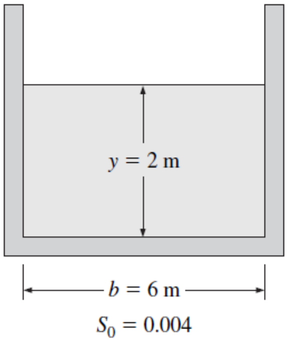


FIGURA 13-31
Esquema para el ejemplo 13-6.

EJEMPLO 13-6 **Clasificación de la pendiente del canal**

Fluye agua de manera uniforme en un canal rectangular abierto con superficies inacabadas de concreto. El canal mide 6 m de ancho. La profundidad del flujo es 2 m y la pendiente del fondo es de 0.004. Determine si la pendiente del canal debe clasificarse como suave, crítica o pronunciada para este flujo (Fig. 13-31).

SOLUCIÓN Fluye agua uniformemente en un canal. Se debe determinar si la pendiente del canal es suave, crítica o pronunciada para este flujo.
Hipótesis **1** El flujo es estacionario y uniforme. **2** La pendiente del fondo es constante. **3** La rugosidad de la superficie mojada del canal y por tanto el coeficiente de fricción son constantes.
Propiedades El coeficiente de Manning para un canal abierto con superficies de concreto inacabado es $n = 0.014$.
Análisis El área de la sección transversal, el perímetro y el radio hidráulico son:

$$A_c = yb = (2\text{ m})(6\text{ m}) = 12\text{ m}^2$$

$$p = b + 2y = 6\text{ m} + 2(2\text{ m}) = 10\text{ m}$$

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{12\text{ m}^2}{10\text{ m}} = 1.2\text{ m}$$

La razón de flujo se determina con la ecuación de Manning de la siguiente manera:

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1\text{ m}^{1/3}/\text{s}}{0.014}(12\text{ m}^2)(1.2\text{ m})^{2/3}(0.004)^{1/2} = \mathbf{61.2\ m^3/s}$$

Se observa que el flujo es uniforme, la razón de flujo específico corresponde a la profundidad normal y por tanto $y = y_n = 2$ m. La profundidad crítica para este flujo es:

$$y_c = \frac{\dot{V}^2}{gA_c^2} = \frac{(61.2\text{ m}^3/\text{s})^2}{(9.81\text{ m/s}^2)(12\text{ m}^2)} = 2.2\text{ m}$$

La pendiente del canal, con estas condiciones se clasifica como **pronunciada**, porque $y_n < y_c$, y el flujo es supercrítico.
Discusión Si la profundidad del flujo fuera mayor de 2.2 m se diría que la pendiente de canal es suave. Por lo tanto, sólo la pendiente del fondo no es suficiente para clasificar un canal cuesta abajo como suave, crítico o pronunciado.

Ejercicio 7

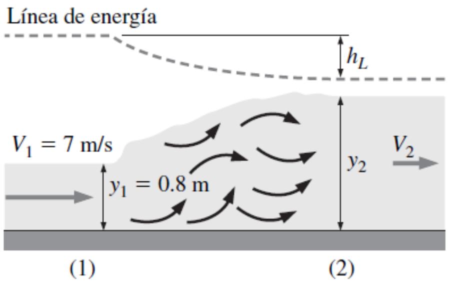


FIGURA 13-35
Esquema para el ejemplo 13-7.

EJEMPLO 13-7 Salto hidráulico

Se observa que el agua que se descarga dentro de un canal horizontal rectangular de 10 m de ancho, desde una compuerta de desagüe está experimentando un salto hidráulico. La profundidad del flujo y la velocidad antes del salto son de 0.8 m y 7 m/s, respectivamente. Determine *a*) la profundidad del flujo y el número de Froude después del salto, *b*) la pérdida de carga y la razón de disipación y *c*) la potencia que pudiera servir para generar energía, pero se perdió debido al salto hidráulico (Fig. 13-35).

SOLUCIÓN El agua con profundidad y velocidad específicas experimenta un salto hidráulico en un canal horizontal. La profundidad y el número de Froude después del salto, la pérdida de carga y la razón de disipación y la potencia desperdiciada deben determinarse

Hipótesis **1** El flujo es estacionario o cuasi-estacionario. **2** El canal es suficientemente ancho, así que los efectos de los bordes son despreciables.

Propiedades La densidad del agua es 1 000 kg/m^3.

Análisis *a*) El número de Froude antes del salto hidráulico es:

$$\mathrm{Fr}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{7 \text{ m/s}}{\sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.8 \text{ m})}} = 2.50$$

que es mayor que 1. Por lo tanto, el flujo es sin duda supercrítico antes del salto. La profundidad del flujo, velocidad y número de Froude después del salto son:

$$y_2 = 0.5y_1\left(-1 + \sqrt{1 + 8\mathrm{Fr}_1^2}\right) = 0.5(0.8 \text{ m})\left(-1 + \sqrt{1 + 8 \times 2.50^2}\right) = \mathbf{2.46 \text{ m}}$$

$$V_2 = \frac{y_1}{y_2}V_1 = \frac{0.8 \text{ m}}{2.46 \text{ m}}(7 \text{ m/s}) = 2.28 \text{ m/s}$$

$$\mathrm{Fr}_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} = \frac{2.28 \text{ m/s}}{\sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2)(2.46 \text{ m})}} = \mathbf{0.464}$$

Note que la profundidad del flujo se triplica y el número de Froude se reduce a un quinto después del salto.

b) La pérdida de carga se determina con la ecuación de energía y es:

$$h_L = y_1 - y_2 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} = (0.8 \text{ m}) - (2.46 \text{ m}) + \frac{(7 \text{ m/s})^2 - (2.28 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$
$$= \mathbf{0.572 \text{ m}}$$

La energía específica del agua antes del salto y la razón de disipación son:

$$E_{s1} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = (0.8 \text{ m}) + \frac{(7 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 3.30 \text{ m}$$

$$\text{Razón de disipación} = \frac{h_L}{E_{s1}} = \frac{0.572 \text{ m}}{3.30 \text{ m}} = \mathbf{0.173}$$

Por lo tanto, 17.3 por ciento de la carga disponible (o energía mecánica) del líquido se pierde (se convierte en energía térmica) en resultado de los efectos de fricción en este salto hidráulico.

c) La razón del flujo de masa del agua es:

$$\dot{m} = \dot{V} = by_1V_1 = (1\ 000\ \text{kg/m}^3)(0.8\ \text{m})(10\ \text{m})(7\ \text{m/s}) = 56\ 000\ \text{kg/s}$$

Entonces, la disipación de potencia correspondiente a la pérdida de carga de 0.572 m se convierte en:

$$\dot{E}_{\text{disipación}} = \dot{m}gh_L = (56\ 000\ \text{kg/s})(9.81\ \text{m/s}^2)(0.572\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= 314{,}000\ \text{N}\cdot\text{m/s} = \mathbf{314\ kW}$$

Discusión Los resultados muestran que el salto hidráulico es un proceso muy disipativo que desperdicia 314 kW de potencia que podría aprovecharse. Esto es, si el agua se redirecciona a una turbina hidráulica en vez de ser liberada en una compuerta de desagüe, hasta 314 kW de potencia podría generarse. Pero este potencial se convierte en energía térmica inútil en vez de una energía útil y provoca un incremento de temperatura del agua de

$$\Delta T = \frac{\dot{E}_{\text{disipación}}}{\dot{m}c_p} = \frac{314\ \text{kJ/s}}{(56\ 000\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C})} = 0.0013^\circ\text{C}$$

Observe que un calentador eléctrico de 314 kW podría causar el mismo incremento de temperatura en el agua que fluye a una razón de 56 000 kg/s.

Ejercicio 8

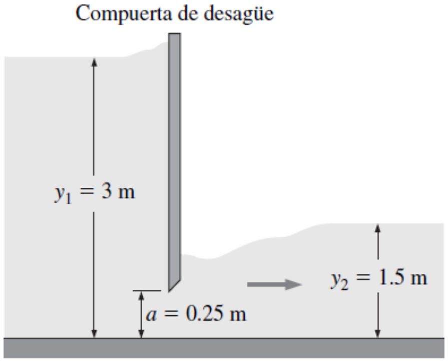


FIGURA 13-39
Esquema para el ejemplo 13-8.

EJEMPLO 13-8 **Compuertas con efluentes ahogados**

Se libera desde un depósito de 3 m de profundidad a un canal abierto de 6 m de ancho a través de una compuerta de 0.25 m de alto con la abertura localizada en el fondo. La profundidad del flujo después de que se calmen todas las turbulencias es 1.5 m. Determine la razón de la descarga (Fig. 13-39).

SOLUCIÓN El agua se libera desde un depósito a través de una compuerta a un canal abierto. Para profundidades de flujo especificadas, la razón de la descarga tiene que determinarse.
Hipótesis **1** El flujo es estacionario o cuasi-estacionario. **2** El canal es suficientemente ancho, así que los efectos de los bordes son despreciables.
Análisis La razón de la profundidad y_1/a y el coeficiente de contracción y_2/a son:

$$\frac{y_1}{a} = \frac{3\text{ m}}{0.25\text{ m}} = 12 \qquad \text{y} \qquad \frac{y_2}{a} = \frac{1.5\text{ m}}{0.25\text{ m}} = 6$$

El coeficiente de descarga correspondiente se determina de la figura 13-38 y es $C_d = 0.47$. Entonces, la razón de la descarga se convierte en:

$$\dot{V} = C_d ba\sqrt{2gy_1} = 0.47(6\text{ m})(0.25\text{ m})\sqrt{2(9.81\text{ m/s}^2)(3\text{ m})} = \mathbf{5.41\ m^3/s}$$

Discusión En el caso del efluente libre, el coeficiente de descarga sería $C_d = 0.59$, con una razón de flujo correspondiente de 6.78 m^3/s. Por lo tanto, la razón de flujo disminuye considerablemente cuando el efluente es ahogado.

Ejercicio 9

EJEMPLO 13-9 **Flujo subcrítico sobre un tope**

Agua que fluye en un canal abierto horizontal y ancho encuentra un tope de 15 cm de altura en el fondo del canal. Si la profundidad del flujo es de 0.80 m y la velocidad es de 1.2 m/s antes del tope, determine si la superficie del agua se reduce sobre el tope.

SOLUCIÓN Agua que fluye en un canal abierto encuentra un tope. Debe determinase si la superficie del agua se reduce sobre el tope.

Hipótesis **1** El flujo es estacionario. **2** Los efectos de fricción son despreciables de tal manera que no hay disipación de energía mecánica. **3** El canal es lo suficientemente ancho, así que los efectos en los bordes son despreciables.

Análisis El número de Froude corriente arriba y la profundidad crítica son

$$\mathrm{Fr}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} = \frac{1.2 \text{ m/s}}{\sqrt{(9.81 \text{ m}^2/\text{s})(0.80 \text{ m})}} = 0.428$$

$$y_c = \left(\frac{\dot{V}^2}{g b^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{(b y_1 V_1)^2}{g b^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{y_1^2 V_1^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{(0.8 \text{ m})^2 (1.2 \text{ m/s})^2}{9.81 \text{ m/s}^2}\right)^{1/3} = 0.455 \text{ m}$$

El flujo es subcrítico puesto que Fr < 1 y por lo tanto la profundidad de flujo disminuye sobre el tope. La energía específica corriente arriba es:

$$E_{s1} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = (0.80 \text{ m}) + \frac{(1.2 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.873 \text{ m}$$

La profundidad de flujo sobre el tope puede determinarse a partir de:

$$y_2^3 - (E_{s1} - \Delta z_b) y_2^2 + \frac{V_1^2}{2g} y_1^2 = 0$$

Se sustituye,

$$y_2^3 - (0.873 - 0.15 \text{ m}) y_2^2 + \frac{(1.2 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} (0.80 \text{ m})^2 = 0$$

o

$$y_2^3 - 0.723 y_2^2 + 0.0470 = 0$$

usa un paquete computacional para resolver ecuaciones, las tres raíces de esta ecuación son 0.59 m, 0.36 m, y −0.22 m. Se descarta la solución negativa ya que es físicamente imposible. También se elimina la solución 0.36 m ya que este valor es menor que la profundidad crítica, y puede ocurrir solamente en flujos supercríticos. Así, únicamente la solución que tenga significado para la profundidad de flujo sobre el tope es $y_2 = 0.59$ m. Entonces, la distancia de la superficie del agua sobre el tope desde el fondo del canal es $\Delta z_b + y_2 = 0.15 + 0.59 = 0.74$ m, la cual es menor que $y_1 = 0.80$ m. Por lo tanto, la superficie se **reduce** sobre el tope en la cantidad de:

$$\text{Reducción} = y_1 - (y_2 + \Delta z_b) = 0.80 - (0.59 + 0.15) = \mathbf{0.06\ m}$$

Discusión Note que al tener $y_2 < y_1$ no indica necesariamente que la superficie del agua se reduce (ésta puede inclusive aumentar sobre el tope). La superficie se reduce sobre el tope solamente cuando la diferencia $y_2 - y_1$ es mayor que la altura del tope Δz_b. El valor actual de la reducción puede también ser diferente de 0.06 debido a los efectos de la fricción que se desprecian en el análisis.

Ejercicio 10

EJEMPLO 13-10 **Medición de la razón de flujo mediante un vertedero**

La razón de flujo del agua en un canal abierto horizontal y ancho se mide con un vertedero rectangular de pared delgada de 0.6 m de alto de ancho igual al ancho del canal. Si la profundidad del agua corriente arriba es 1.5 m, determine la razón de flujo del agua (Fig. 13-46).

SOLUCIÓN Se mide la profundidad del agua corriente arriba en un canal horizontal equipado con un vertedero rectangular. Se determina la razón de flujo.

Hipótesis **1** El flujo es estacionario. **2** La carga de velocidad corriente arriba es despreciable. **3** El canal es lo suficientemente ancho, así que los efectos en los bordes son despreciables.
Análisis La carga del vertedero es:

$$H = y_1 - P_w = 1.5 - 0.60 = 0.90 \text{ m}$$

El coeficiente de descarga del vertedero es:

$$C_{\text{dv, rec}} = 0.598 + 0.0897\frac{H}{P_w} = 0.598 + 0.0897\frac{0.90}{0.60} = 0.733$$

Se satisface la condición $H/P_w < 2$, ya que $0.9/0.6 = 1.5$. Entonces la razón del flujo del agua a través del canal es:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\text{rec}} &= C_{\text{dv, rec}}\frac{2}{3}b\sqrt{2g}H^{3/2} \\ &= (0.733)\frac{2}{3}(5 \text{ m})\sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)}(0.90 \text{ m})^{3/2} \\ &= \mathbf{9.24\ m^3/s}\end{aligned}$$

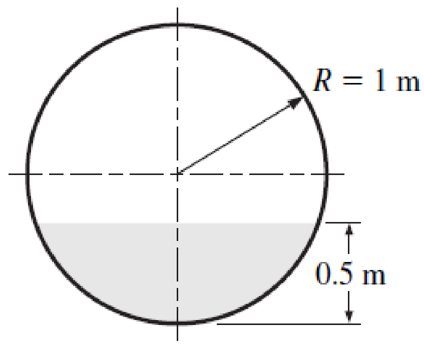
Discusión La velocidad corriente arriba y la carga de velocidad corriente arriba son:

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{by_1} = \frac{9.24 \text{ m}^3\text{/s}}{(5 \text{ m})(1.5 \text{ m})} = 1.23 \text{ m/s} \qquad \text{y} \qquad \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(1.23 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.077 \text{ m}$$

Esto es 8.6 por ciento de la carga del vertedero, una cantidad importante. Cuando se considera la carga de velocidad corriente arriba, la razón de flujo toma el valor de 10.2 m^3/s, la cual es casi 10 por ciento más grande que el valor determinado. Por lo tanto, es buena práctica considerar la carga de velocidad corriente arriba al menos que la altura del vertedero P_w sea muy grande con relación a la carga del vertedero H.

Ejercicio 11

13-15 Fluye agua a 20°C en un canal circular de 2 m de diámetro parcialmente lleno con una velocidad promedio de 2 m/s. Si la profundidad máxima del agua es 0.5 m, determine los radios hidráulicos, el número de Reynolds y el régimen de flujo.



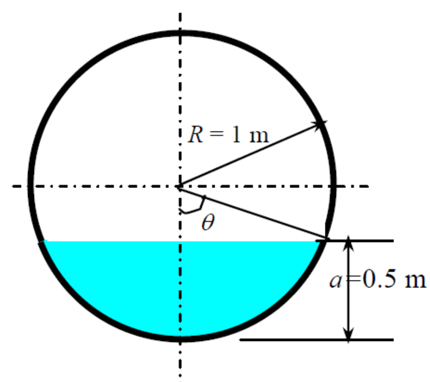
13-15

Solution Water flow in a partially full circular channel is considered. For given water depth and average velocity, the hydraulic radius, Reynolds number, and the flow regime are to be determined.

Assumptions **1** The flow is uniform.

Properties The density and dynamic viscosity of water at 20ºC are $\rho = 998.0$ kg/m^3 and $\mu = 1.002\times10^{-3}$ kg/m·s.

Analysis From geometric considerations,



$$\cos\theta = \frac{R-a}{R} = \frac{1-0.5}{1} = 0.5 \quad \rightarrow \quad \theta = 60° = 60\frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

Then the hydraulic radius becomes

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{2\theta}R = \frac{\pi/3 - \sin(\pi/3)\cos(\pi/3)}{2\pi/3}(1\,\text{m}) = \mathbf{0.293\ m}$$

The Reynolds number of the flow is

$$\text{Re} = \frac{\rho V R_h}{\mu} = \frac{(998.0\ \text{kg/m}^3)(2\ \text{m/s})(0.293\,\text{m})}{1.002\times10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}} = \mathbf{5.84\times10^5}$$

which is greater than the critical value of 500. Therefore, the flow is turbulent.

When calculating the Froude number, the hydraulic depth should be used rather than the maximum depth or the hydraulic radius. For a non-rectangular channel, hydraulic depth is defined as the ratio of the flow area to top width,

$$A_c = R^2(\theta - \sin\theta\cos\theta) = (1\,\text{m})^2[\pi/3 - \sin(\pi/3)\cos(\pi/3)] = 0.6142\ \text{m}^2$$

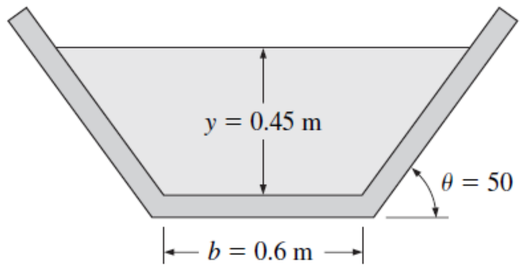
$$y_h = \frac{A_c}{\text{Top width}} = \frac{A_c}{2R\sin\theta} = \frac{0.6142\,\text{m}^2}{2(1\,\text{m})\sin 60°} = 0.3546\ \text{m} \quad \rightarrow \quad \text{Fr} = \frac{V}{\sqrt{g y_h}} = \frac{2\,\text{m/s}}{\sqrt{(9.81\,\text{m/s}^2)(0.3546\,\text{m})}} = 1.07$$

which is greater than 1. Therefore, the flow is **supercritical** (although, very close to critical).

Discussion Note that if the maximum flow depth were used instead of the hydraulic depth, the result would be subcritical flow, which is not true.

Ejercicio 12

13-51 Fluye agua de manera uniforme en un canal de concreto acabado de sección transversal trapezoidal con un ancho de fondo de 0.6 m, un ángulo trapezoidal de 50°, y una pendiente de fondo de 0.4°. Si la profundidad de flujo cuando se mide resulta que es de 0.45 m, determine la razón de flujo del agua a través del canal.



13-51

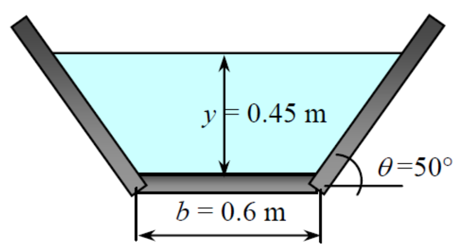
Solution The flow of water in a trapezoidal finished-concrete channel is considered. For a given flow depth and bottom slope, the flow rate is to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady and uniform. **2** Bottom slope is constant. **3** Roughness coefficient is constant along the channel.

Properties Manning coefficient for an open channel of finished concrete is $n = 0.012$ (Table 13-1).

Analysis The flow area, wetted perimeter, and hydraulic radius of the channel are

$$A_c = y\left(b + \frac{y}{\tan\theta}\right) = (0.45\text{ m})\left(0.60\text{ m} + \frac{0.45\text{ m}}{\tan 50°}\right) = 0.3724\ \text{m}^2$$



$$p = b + \frac{2y}{\sin\theta} = 0.6\text{ m} + \frac{2(0.45\text{ m})}{\sin 50°} = 1.775\text{ m}$$

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{0.3724\text{ m}^2}{1.775\text{ m}} = 0.2096\ \text{m}$$

Bottom slope of the channel is

$$S_0 = \tan 0.4° = 0.006981$$

Then the flow rate can be determined from Manning's equation to be

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1\text{ m}^{1/3}/s}{0.012}(0.3724\text{ m}^2)(0.2096\text{ m})^{2/3}(0.006981)^{1/2} = \mathbf{0.915\ m^3/s}$$

Discussion Note that the flow rate in a given channel is a strong function of the bottom slope.

Ejercicio 13

13-39 Fluye agua a través de un canal hexagonal con ancho de fondo de 2 m a una razón 45 m³/s. Determine *a*) la velocidad promedio y *b*) si el flujo es subcrítico y supercrítico.

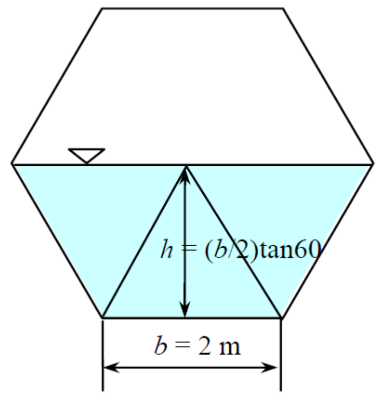
13-39

Solution Water flows uniformly through a half-full hexagon channel. For a given flow rate, the average velocity and whether the flow is subcritical or supercritical are to be determined.

Assumptions The flow is uniform.

Analysis (*a*) The flow area is determined from geometric considerations to be

$$A_c = \frac{(b+2b)}{2}\frac{b}{2}\tan 60° = \frac{(2+2\times 2)\text{ m}}{2}\frac{2\text{ m}}{2}\tan 60° = 5.196\ \text{m}^2$$



Then the average velocity becomes

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{45\ \text{m}^3/\text{s}}{5.196\ \text{m}^2} = \mathbf{8.66\ m/s}$$

(*b*) When calculating the Froude number, the hydraulic depth should be used rather than the maximum depth or the hydraulic radius. For a non-rectangular channel, hydraulic depth is defined as the ratio of the flow area to top width,

$$y = y_h = \frac{A_c}{\text{Top width}} = \frac{A_c}{2b} = \frac{5.196\text{ m}}{2\times 2\text{ m}} = 1.299\text{ m}$$

Then the Froude number becomes

$$\text{Fr} = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{8.66\text{ m/s}}{\sqrt{(9.81\text{ m/s}^2)(1.299\text{ m})}} = 2.43$$

which is greater than 1. Therefore, the flow is **supercritical**.

Discussion The analysis is approximate since the edge effects are significant here compared to a wide rectangular channel, and thus the results should be interpreted accordingly.

Ejercicio 14

13-52 Fluye agua de manera uniforme en un canal circular medio lleno de 2 m de diámetro y de inclinación de 1.5 m/km. Si el canal está hecho de concreto acabado, determine la razón de flujo del agua.

Solution Water flows uniformly half-full in a circular finished-concrete channel. For a given bottom slope, the flow rate is to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady and uniform. **2** Bottom slope is constant. **3** Roughness coefficient is constant along the channel.

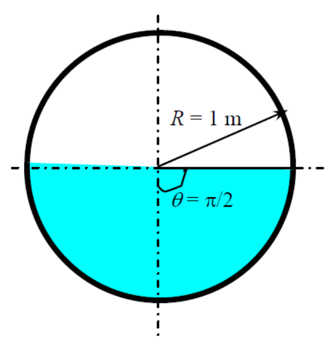
Properties Manning coefficient for an open channel of finished concrete is $n = 0.012$ (Table 13-1).

Analysis The flow area, wetted perimeter, and hydraulic radius of the channel are

$$A_c = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi(1\text{ m})^2}{2} = 1.571\text{ m}^2$$

$$p = \frac{2\pi R}{2} = \frac{2\pi(1\text{ m})}{2} = 3.142\text{ m}$$

$$R_h = \frac{A_c}{P} = \frac{\pi R^2/2}{\pi R} = \frac{R}{2} = \frac{1\text{ m}}{2} = 0.50\ \text{m}$$



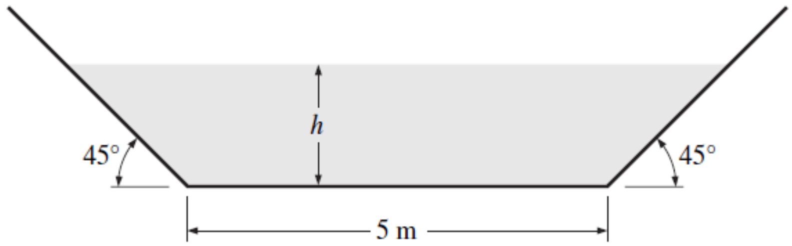
Then the flow rate can be determined from Manning's equation to be

$$\dot{V} = \frac{a}{n}A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1\text{ m}^{1/3}/s}{0.012}(1.571\text{ m}^2)(0.50\text{ m})^{2/3}(1.5/1000)^{1/2} = \mathbf{3.19\ m^3/s}$$

Discussion Note that the flow rate in a given channel is a strong function of the bottom slope.

Ejercicio 15

13-57 Un canal trapezoidal hecho de concreto no acabado tiene una pendiente de fondo de 1°, un ancho de base de 5 m, y una inclinación del lado superficial de 1:1, como se muestra en la figura P13-57. Para una razón de flujo de 25 m³/s, determine la profundidad normal h.



Solution The flow of water in a trapezoidal channel made of unfinished-concrete is considered. For given flow rate and bottom slope, the flow depth is to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady and uniform. **2** Bottom slope is constant. **3** Roughness coefficient is constant along the channel.

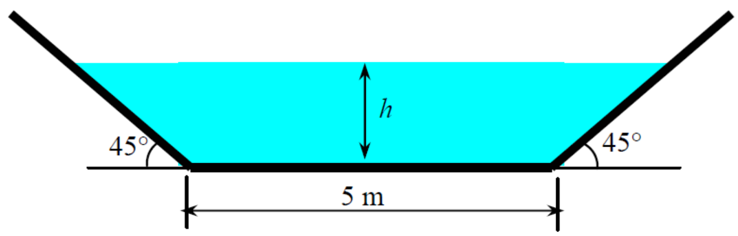
Properties Manning coefficient for an open channel of unfinished concrete is $n = 0.014$ (Table 13-1).

Analysis From geometric considerations, the flow area, wetted perimeter, and hydraulic radius are

$$A_c = \frac{5\text{ m} + 5\text{ m} + 2h}{2} h = (5+h)h$$

$$p = (5\text{ m}) + 2h/\sin 45° = 5 + 2.828h$$

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{(5+h)h}{5+2h/\sin 45°}$$



Substituting the given quantities into Manning's equation,

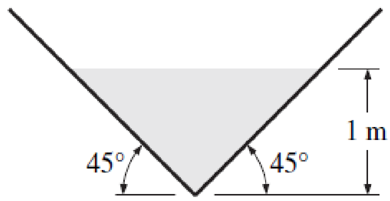
$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad \rightarrow \quad 25\text{ m}^3/\text{s} = \frac{1\text{ m}^{1/3}/s}{0.014}(5+h)h\left(\frac{(5+h)h}{5+2h/\sin 45°}\right)^{2/3}(\tan 1°)^{1/2}$$

It gives the flow depth to be h **= 0.685 m**.

Discussion Non-linear equations frequently arise in the solution of open channel flow problems. They are best handled by equation solvers such as EES.

Ejercicio 16

13-59 Un canal para agua con forma de "v" de hierro fundido que se muestra en la figura P13-59 tiene una inclinación del fondo de 5°. Para una profundidad de flujo de 1 m en el centro, determine la razón de descarga en caso de un flujo uniforme. *Respuesta:* 3.59 m^3/s



Solution The flow of water in a V-shaped cast iron channel is considered. For a given flow depth and bottom slope, the flow rate is to be determined.

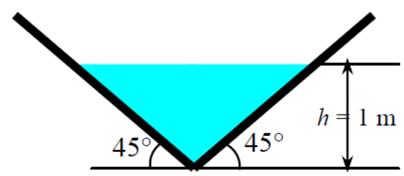
Assumptions **1** The flow is steady and uniform. **2** Bottom slope is constant. **3** Roughness coefficient is constant along the channel.

Properties Manning coefficient for an open channel of cast iron is $n = 0.013$ (Table 13-1).

Analysis The flow area, wetted perimeter, and hydraulic radius of the channel are

$$A_c = \frac{2h \times h}{2} = h^2 = (1\,\text{m})^2 = 1\,\text{m}^2 \qquad p = 2h/\sin\theta = 2(1\,\text{m})/\sin 45° = 2\sqrt{2}\ \text{m}$$

$$R_h = \frac{A_c}{p} = \frac{1\,\text{m}^2}{2\sqrt{2}\ \text{m}} = 0.3536\ \text{m}$$



The bottom slope of the channel is $S_0 = \tan 0.5° = 0.008727$.

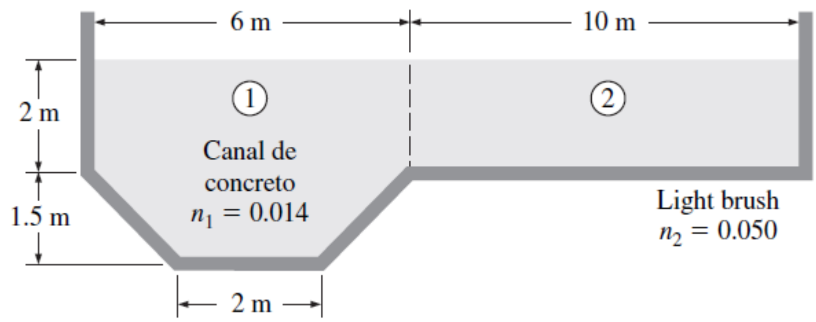
Then the flow rate can be determined from Manning's equation to be

$$\dot{V} = \frac{a}{n} A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1\,\text{m}^{1/3}/s}{0.013}(1\,\text{m}^2)(0.3536\,\text{m})^{2/3}(0.008727)^{1/2} = \mathbf{3.59\ m^3/s}$$

Discussion Note that the flow rate in a given channel is a strong function of the bottom slope.

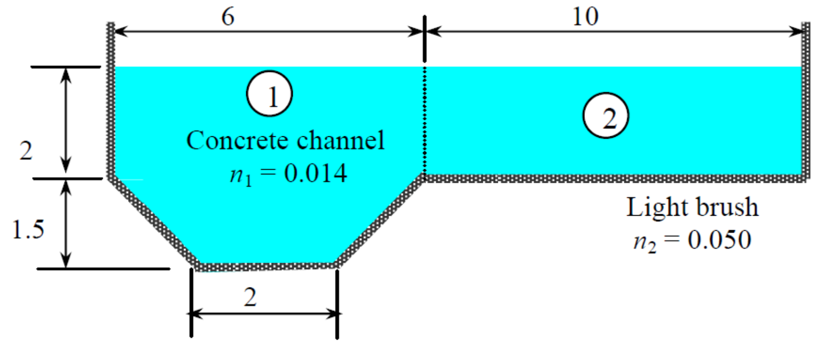
Ejercicio 17

13-61 Fluye agua en un canal cuya inclinación del fondo es de 0.002 y cuya sección de área transversal se muestra en la figura P13-61. Las dimensiones y los coeficientes de Manning, para las superficies en diferentes subsecciones también están dadas en la figura. Determine la razón de flujo a través del canal y el coeficiente de Manning efectivo del canal.



Solution Water is flowing through a channel with nonuniform surface properties. The flow rate and the effective Manning coefficient are to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady and uniform. **2** The bottom slope is constant. **3** The Manning coefficients do not vary along the channel.



Analysis The channel involves two parts with different roughness, and thus it is appropriate to divide the channel into two subsections. The flow rate for each subsection can be determined from the Manning equation, and the total flow rate can be determined by adding them up.

The flow area, perimeter, and hydraulic radius for each subsection and the entire channel are:

Subsection 1: $A_{c1} = 18\,\text{m}^2$, $p_1 = 9\,\text{m}$, $R_{h1} = \dfrac{A_{c1}}{p_1} = \dfrac{18\,\text{m}^2}{9\,\text{m}} = 2.00\,\text{m}$

Subsection 2: $A_{c2} = 20\,\text{m}^2$, $p_2 = 12\,\text{m}$, $R_{h2} = \dfrac{A_{c2}}{p_2} = \dfrac{20\,\text{m}^2}{12\,\text{m}} = 1.67\,\text{m}$

Entire channel: $A_c = 38\,\text{m}^2$, $p = 21\,\text{m}$, $R_h = \dfrac{A_c}{p} = \dfrac{38\,\text{m}^2}{21\,\text{m}} = 1.81\,\text{m}$

Applying the Manning equation to each subsection, the total flow rate through the channel is determined to be

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \frac{a}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S_0^{1/2} + \frac{a}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S_0^{1/2} = \left(1\,\text{m}^{1/3}/\text{s}\right)\left(\frac{(18\,\text{m}^2)\,(2\,\text{m})^{2/3}}{0.014} + \frac{(20\,\text{m}^2)\,(1.67\,\text{m})^{2/3}}{0.05}\right)(0.002)^{1/2} = \mathbf{116\ m^3/s}$$

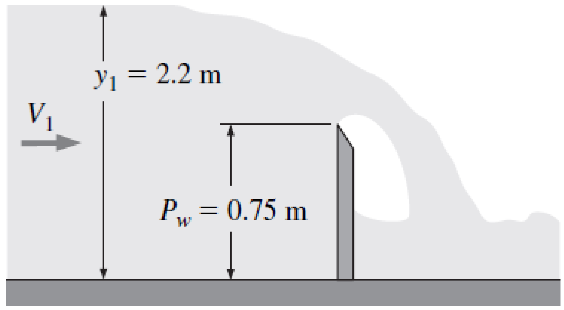
Knowing the total flow rate, the effective Manning coefficient for the entire channel can be determined from the Manning equation to be

$$n_{\text{eff}} = \frac{a A_c R_h^{2/3} S_0^{1/2}}{\dot{V}} = \frac{(1\,\text{m}^{1/3}/\text{s})(38\,\text{m}^2)(1.81\,\text{m})^{2/3}(0.002)^{1/2}}{116\,\text{m}^3/\text{s}} = \mathbf{0.0217}$$

Discussion The effective Manning coefficient n_{eff} lies between the two n values as expected. The weighted average of the Manning coefficient of the channel is $n_{\text{ave}} = (n_1 p_1 + n_2 p_2)/p = 0.035$, which is quite different than n_{eff}. Therefore, using a weighted average Manning coefficient for the entire channel may be tempting, but it would not be accurate.

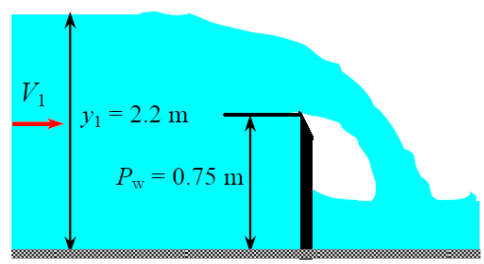
Ejercicio 18

13-98 La razón de flujo de agua en un canal horizontal se mide usando un vertedero triangular de pared gruesa de 0.75 m de altura que se coloca en el canal. Si la profundidad del flujo corriente arriba es 2.2 m, determine la razón de flujo de agua. *Respuesta:* 15.9 m³/s



Presa rectangular fuerte

Solution The flow rate in an open channel is to be measured using a sharp-crested rectangular weir. For a measured value of flow depth upstream, the flow rate is to be determined.



Sharp-crested rectangular weir

Assumptions **1** The flow is steady. **2** The upstream velocity head is negligible. **3** The channel is sufficiently wide so that the end effects are negligible.

Analysis The weir head is

$$H = y_1 - P_w = 2.2 - 0.75 = 1.45 \text{ m}$$

The discharge coefficient of the weir is

$$C_{wd,\text{rec}} = 0.598 + 0.0897\frac{H}{P_w} = 0.598 + 0.0897\frac{1.45 \text{ m}}{0.75 \text{ m}} = 0.771$$

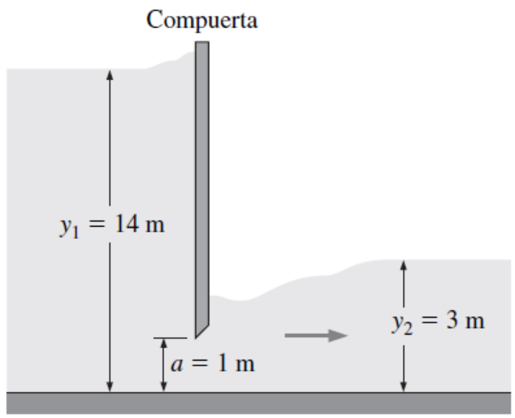
The condition $H/P_w < 2$ is satisfied since 1.45/0.75 = 1.93. Then the water flow rate through the channel becomes

$$\dot{V}_{\text{rec}} = C_{wd,\text{rec}}\frac{2}{3}b\sqrt{2g}H^{3/2} = (0.7714)\frac{2}{3}(4 \text{ m})\sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)}(1.45 \text{ m})^{3/2} = \mathbf{15.9\ m^3/s}$$

Discussion The upstream velocity and the upstream velocity head are $V_1 = \dfrac{\dot{V}}{by_1} = \dfrac{15.9 \text{ m}^3\text{/s}}{(4 \text{ m})(2.2 \text{ m})} = 1.81 \text{ m/s}$ and $\dfrac{V_1^2}{2g} = \dfrac{(1.81 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.167 \text{ m}$ respectively. This is 11.5% of the weir head, which is significant. When the upstream velocity head is considered, the flow rate becomes 18.1 m³/s, which is about 14 percent higher than the value determined above. Therefore, it is good practice to consider the upstream velocity head unless the weir height P_w is very large relative to the weir head H.

Ejercicio 19

13-95 Fluye agua desde un depósito de 14 m de profundidad a un canal abierto de 5 m de ancho a través de una compuerta de 1 m de altura abierta en el depósito hacia el fondo del canal. Si la profundidad de flujo corriente abajo de la compuerta es de 3 m, determine la razón de descarga a través de la compuerta.



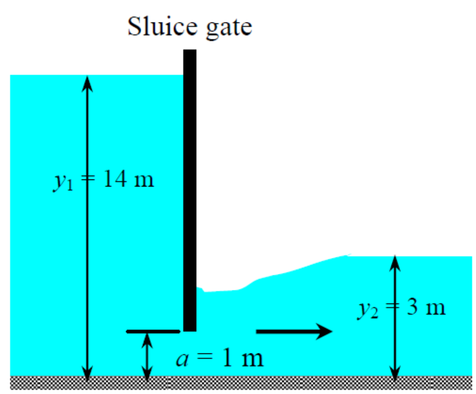
Solution Water is released from a reservoir through a sluice gate into an open channel. For specified flow depths, the rate of discharge is to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady or quasi-steady. **2** The channel is sufficiently wide so that the end effects are negligible.

Analysis The depth ratio y_1/a and the contraction coefficient y_2/a are

$$\frac{y_1}{a} = \frac{14\text{ m}}{1\text{ m}} = 14 \quad \text{and} \quad \frac{y_2}{a} = \frac{3\text{ m}}{1\text{ m}} = 3$$

The corresponding discharge coefficient is determined from Fig. 13-38 to be C_d= 0.59. Then the discharge rate becomes

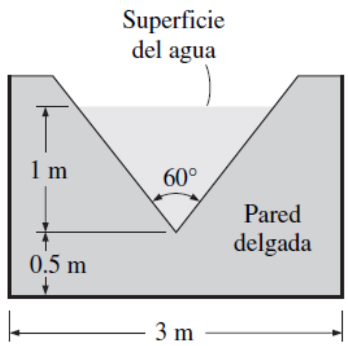


$$\dot{V} = C_d ba\sqrt{2gy_1} = 0.59\,(5\text{ m})(1\text{ m})\sqrt{2\,(9.81\text{ m/s}^2)(14\text{ m})} = \mathbf{48.9\ m^3/s}$$

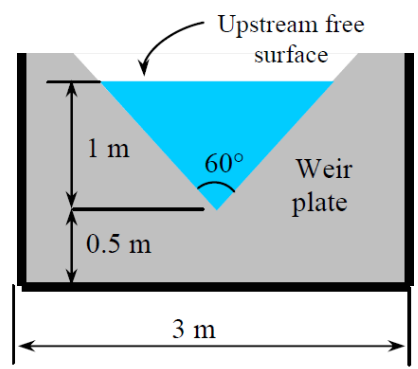
Discussion Discharge coefficient is the same as free flow because of small depth ratio after the gate. So, the flow rate would not change if it were not drowned.

Ejercicio 20

13-109 La razón de flujo de agua que fluye en un canal de 3 m de ancho debe medirse con un vertedero triangular de pared delgada 0.5 por arriba del fondo del canal con un ángulo de corte de 60°. Si la profundidad de flujo corriente arriba desde el vertedero es de 1.5 m, determine la razón de flujo de agua a través del canal. Tome el coeficiente de descarga del vertedero como 0.60. *Respuesta:* 0.818 m^3/s



Solution The flow rate of water in an open channel is to be measured with a sharp-crested triangular weir. For a given flow depth upstream the weir, the flow rate is to be determined.



Assumptions **1** The flow is steady or quasi-steady. **2** The channel is sufficiently wide so that the end effects are negligible.

Properties The weir discharge coefficient is given to be 0.60.

Analysis The discharge rate of water is determined directly from

$$\dot{V} = C_{wd,\text{tri}} \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\sqrt{2g}H^{5/2}$$

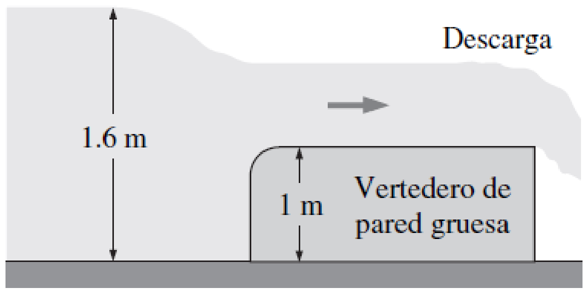
where $C_{wd} = 0.60$, $\theta = 60°$, and $H = 1$ m. Substituting,

$$\dot{V} = (0.60)\frac{8}{15}\tan\left(\frac{60°}{2}\right)\sqrt{2(9.81\,\text{m/s}^2)}(1\,\text{m})^{5/2} = \mathbf{0.818\ m^3/s}$$

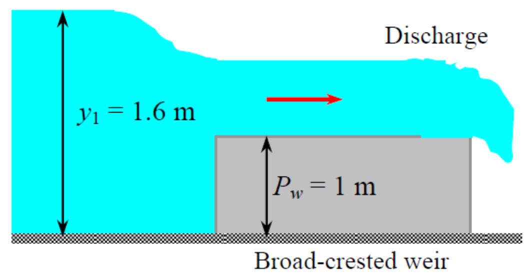
Discussion Note that the use of the discharge coefficient enables us to determine the flow rate in a channel by measuring a single flow depth. Triangular weirs are best-suited to measure low discharge rates as they are more accurate than the other weirs for small heads.

Ejercicio 21

13-112 Un vertedero de pared gruesa de 1 m de altura se usa para medir la razón del flujo de agua en un canal rectangular de 5 m de ancho. La profundidad del flujo corriente arriba desde el vertedero es de 1.6 m. Determine la razón de flujo a través del canal y la profundidad mínima de flujo por arriba del vertedero.



Solution The flow rate in an open channel is to be measured using a broad-crested rectangular weir. For a measured value of flow depth upstream, the flow rate is to be determined.



Assumptions **1** The flow is steady. **2** The upstream velocity head is negligible. **3** The channel is sufficiently wide so that the end effects are negligible.

Analysis The weir head is $H = y_1 - P_w = 1.6 - 1.0 = 0.6$ m. The discharge coefficient of the weir is

$$C_{wd,\text{broad}} = \frac{0.65}{\sqrt{1 + H/P_w}} = \frac{0.65}{\sqrt{1 + (0.6\text{ m})/(1.0\text{ m})}} = 0.5139$$

Then the water flow rate through the channel becomes

$$\dot{V}_{\text{rec}} = C_{wd,\text{broad}} b\sqrt{g}\left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2} = (0.5139)(5\text{ m})(2/3)^{3/2}\sqrt{9.81\text{ m/s}^2}\,(0.6\text{ m})^{3/2} = \mathbf{2.04\ m^3/s}$$

The minimum flow depth above the weir is the critical depth, which is determined from

$$y_{\min} = y_c = \left(\frac{\dot{V}^2}{gb^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{(2.04\text{ m}^3/\text{s})^2}{(9.81\text{ m/s}^2)(5\text{ m})^2}\right)^{1/3} = \mathbf{0.257\ m}$$

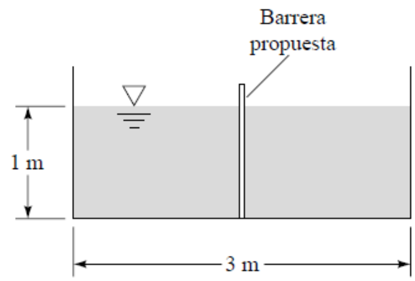
Discussion The upstream velocity and the upstream velocity head are

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{by_1} = \frac{2.04\text{ m}^3/\text{s}}{(5\text{ m})(1.6\text{ m})} = 0.255\text{ m/s} \qquad \text{and} \qquad \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(0.255\text{ m/s})^2}{2(9.81\text{ m/s}^2)} = 0.0033\text{ m}$$

This is 0.3% of the weir head, which is negligible. When the upstream velocity head is considered (by replacing H in the flow rate relation by $H + V_1^2/2g$), the flow rate becomes 2.05 m³/s, which is practically identical to the value determined above.

Ejercicio 22

El canal de cemento liso de la Figura P10.15 está diseñado para un caudal de 6 m³/s y un calado normal de 1 m. Determine (*a*) la pendiente de diseño del canal y (*b*) el porcentaje de reducción del caudal si la superficie es asfáltica.



P10.15

10.15 The finished-concrete channel of Fig. P10.15 is designed for a flow rate of 6 m^3/s at a normal depth of 1 m. Determine (a) the design slope of the channel and (b) the percentage of reduction in flow if the surface is asphalt.

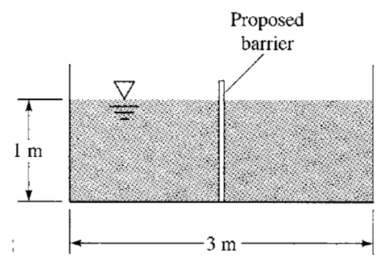


Fig. P10.15

Solution: For finished concrete, n ≈ 0.012. Evaluate the hydraulic radius and then S_o:

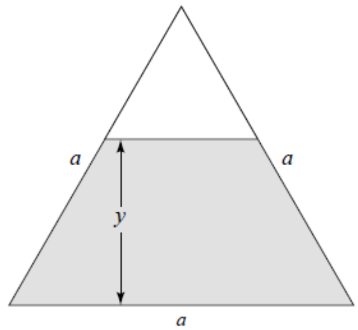
$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{3\text{ m}^2}{5\text{ m}} = 0.6\text{ m},\quad \text{Chézy: } Q = 6\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \frac{1.0}{0.012}(3)(0.6)^{2/3}S_o^{1/2},$$

$$\mathbf{S_o \approx 0.00114} \quad \textit{Ans.}\text{ (a)}$$

$$\text{(b) Asphalt: } n \approx 0.016, \quad \therefore\ Q = 6\frac{n_1}{n_2} = 6\left(\frac{0.012}{0.016}\right) \approx \mathbf{4.5\ \frac{m^3}{s}} \quad \text{(25\% less)} \quad \textit{Ans.}\text{ (b)}$$

Ejercicio 23

***P10.25** El canal en forma de triángulo equilátero de la Figura P10.25 tiene una pendiente constante S_0 y un factor de Manning n. Determine $Q_{máx}$ y $V_{máx}$. Después, por analogía con la Figura 10.6*b*, represente los cocientes $Q/Q_{máx}$ y $V/V_{máx}$ en función de y/a para el rango $0 < y/a < 0{,}866$.



P10.25

10.25 The equilateral-triangle in Fig. P10.25 has constant slope and Manning factor n. Find Q_{max} and V_{max}. Then, by analogy with Fig. 10.6b, plot the ratios Q/Q_{max} and V/V_{max} as a function of y/a for the range $0 < y/a < 0.866$.

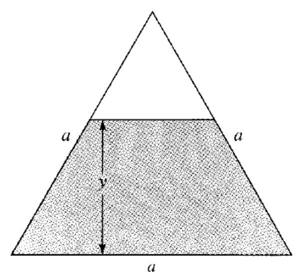


Fig. P10.25

Solution: The geometry is really not too hard, so we may compute V and Q as follows:

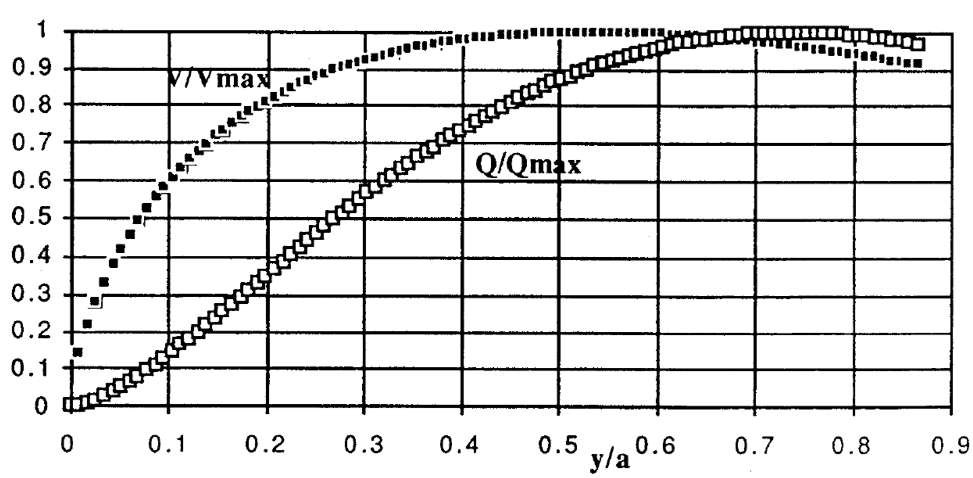
$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_o^{1/2}, \quad \text{where } R_h = \frac{A}{P} \quad \text{and} \quad A = \frac{a^2}{2}\left[0.866 - \left(1 - \frac{y}{0.866a}\right)^2\right],$$

$$P = a + 2a\left(1 - \frac{y}{0.866a}\right) \quad \text{and, finally, } Q = VA$$

The maximum velocity and flow-rate values are

$$V_{max} \approx \mathbf{0.301}\frac{\mathbf{a^{2/3}}}{\mathbf{n}}\mathbf{S_o^{1/2}} \quad \text{at } \frac{y}{a} \approx 0.54; \quad Q_{max} \approx \mathbf{0.123}\frac{\mathbf{a^{8/3}}}{\mathbf{n}}\mathbf{S_o^{1/2}} \quad \text{at } \frac{y}{a} \approx 0.74 \quad \textit{Ans.}$$

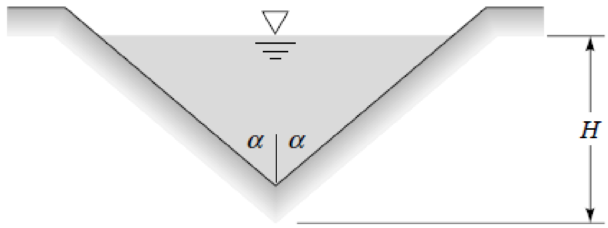
The desired plots are shown on the following page and resemble Fig. 10.6b in the text.



Ejercicio 24

***P10.118** Utilizando un análisis tipo Bernoulli similar al de la Figura 10.16*a*, muestre que el caudal teórico para el vertedero en V de la Figura P10.118 viene dado por

$$Q = 0{,}7542 g^{1/2} \operatorname{tg}\alpha\, H^{5/2}$$



P10.118

Solution: As in Eq. 10.52, assume that velocity V in any strip of height *dz* and width *b*, where *z* is measured down from the top, is $V \approx \sqrt{(2gz)}$ and integrate for the flow rate:

$$Q = \int_{weir} V\,dA = \int_0^H \sqrt{2gz}\; b\,dz, \quad \text{where } b = b_o(1 - z/H) \quad \text{and} \quad b_o = \text{top width.}$$

$$\text{Thus} \quad Q = \int_0^H \sqrt{2gz}\; b_o\left(1 - \frac{z}{H}\right)dz = \frac{4}{15}\sqrt{2g}\,\frac{b_o}{H}H^{5/2},$$

$$\text{but from Fig. P10.118} \quad \frac{b_o}{H} = 2\tan\alpha$$

$$\text{Finally, then,} \quad Q_{\text{V-notch}} = \frac{8}{15}\sqrt{2g}\tan\alpha\, H^{5/2} \approx \mathbf{0.7542\sqrt{g}\tan\alpha\, H^{5/2}} \quad \textit{Ans.}$$

Ejercicio 25

Una tubería de alcantarillado de revestimiento vitrificado ordinario se traza con una pendiente de 0,00020 y conduce 2,30 m^3/seg cuando la tubería está llena al 90 %. ¿Qué dimensión tendrá la tubería?

Solución:

De la Tabla 9, $n = 0{,}015$.

Se calcula el radio hidráulico R (véase la Fig. 10-4).

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\text{círculo} - (\text{sector } AOCE - \text{triángulo } AOCD)}{\text{arco } ABC}$$

Angulo $\theta = \text{arc cos } (0{,}40d/0{,}50d) = \text{arc cos } 0{,}800,\ \theta = 36^\circ\ 52'$.

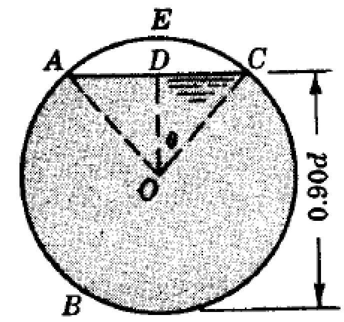


Fig. 10-4

Area del sector $AOCE = [2(36^\circ 52')/360^\circ](\frac{1}{4}\pi d^2) = 0{,}1612d^2$.
Longitud del arco $ABC = \pi d - [2(36^\circ 52')/360^\circ](\pi d) = 2{,}498d$.
Area del triángulo $AOCD = 2(\frac{1}{2})(0{,}40d)(0{,}40d \text{ tg } 36^\circ 52') = 0{,}1200d^2$.

$$R = \frac{\frac{1}{4}\pi d^2 - (0{,}1612d^2 - 0{,}1200d^2)}{2{,}498d} = \frac{0{,}7442d^2}{2{,}398d} = 0{,}298d$$

(*a*) Empleando el coeficiente C de Kutter (para un primer cálculo se supone igual a 55),

$$Q = CA\sqrt{RS}, \qquad 2{,}30 = 55(0{,}7442d^2)\sqrt{0{,}298d(0{,}00020)}, \qquad d^{5/2} = 7{,}278, \qquad d = 2{,}212 \text{ m}$$

Para revisar C, $R = 0{,}298 \times 2{,}212 = 0{,}659$ m y la Tabla 10 da $C = 62$. Recalculando,
$d^{5/2} = 7{,}278(55/62) = 6{,}456$ o $d = 2{,}109$ m (el C revisado es satisfactorio).

(*b*) Empleando el coeficiente C de Manning (y datos anteriores),

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$2{,}30 = \frac{1}{0{,}015}(0{,}7442d^2)(0{,}298d)^{2/3}(0{,}00020)^{1/2}, \qquad d^{8/3} = 7{,}347, \qquad d = 2{,}112 \text{ m}$$

Ejercicio 26

Para un área de una sección recta dada determinar las dimensiones óptimas de un canal trapezoidal.

Solución:

El examen de la ecuación de Chezy indica que para un área de una sección recta y una pendiente dadas el caudal a través de un canal con una rugosidad dada será máximo cuando el radio hidráulico sea máximo. El radio hidráulico será máximo cuando el perímetro mojado sea mínimo. Refiriéndose a la Fig. 10-5,

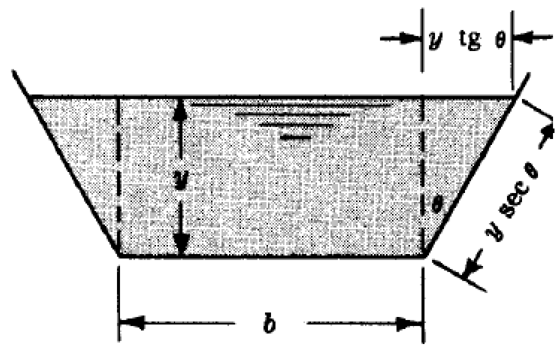


Fig. 10-5

$$A = by + 2(\tfrac{1}{2}y)(y \text{ tg } \theta)$$

o

$$b = A/y - y \text{ tg } \theta$$

$$p = b + 2y \sec \theta \quad \text{o} \quad p = A/y - y \text{ tg } \theta + 2y \sec \theta$$

Derivando p con respecto a y e igualando a cero,

$$dp/dy = -A/y^2 - \text{tg } \theta + 2 \sec \theta = 0 \quad \text{o} \quad A = (2 \sec \theta - \text{tg } \theta)y^2$$

$$(\text{Máximo})\ R = \frac{A}{p} = \frac{(2 \sec \theta - \text{tg } \theta)y^2}{(2 \sec \theta - \text{tg } \theta)y^2/y - y \text{ tg } \theta + 2y \sec \theta} = \frac{y}{2}$$

Notas:

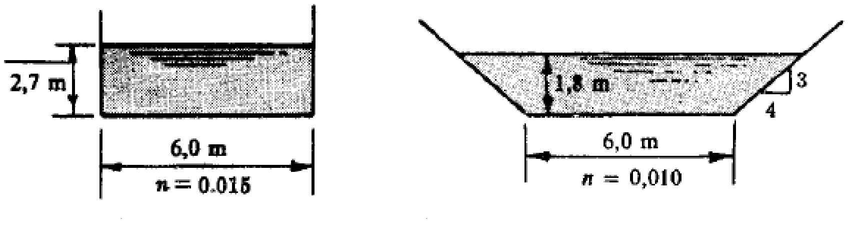
(1) Para todos los canales trapezoidales, la sección hidráulica óptima se obtiene cuando $R = y/2$. La s ción simétrica será un semihexágono.

(2) Para un canal rectangular (cuando $\theta = 0°$), $A = 2y^2$ y también $A = by$, dando $y = b/2$, además la condición $R = y/2$. Así, pues, la profundidad óptima es la mitad de la anchura con el radio hidráulico igı a la mitad de la profundidad.

(3) El círculo tiene el menor perímetro para un área dada. Un canal abierto semicircular desaguará m agua que cualquier otro de distinta forma (para la misma área, pendiente y factor n).

Ejercicio 27

¿Cuál de los dos canales representados en la Fig. 10-16 conducirá el mayor caudal si ambos están trazados coı la misma pendiente? *Sol.* (*b*) Sección trapezoidal



(*a*) (*b*)

Fig. 10-16

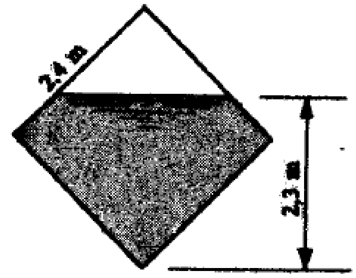


Fig. 10-17