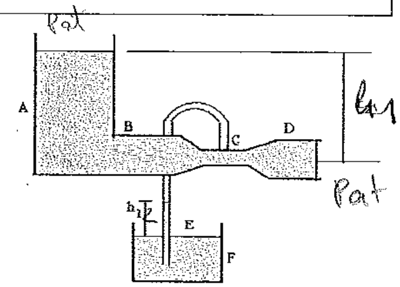
MECANICA DE LOS FLUIDOS PRIMER PARCIAL 18-05-2015

PARTE TEORICA

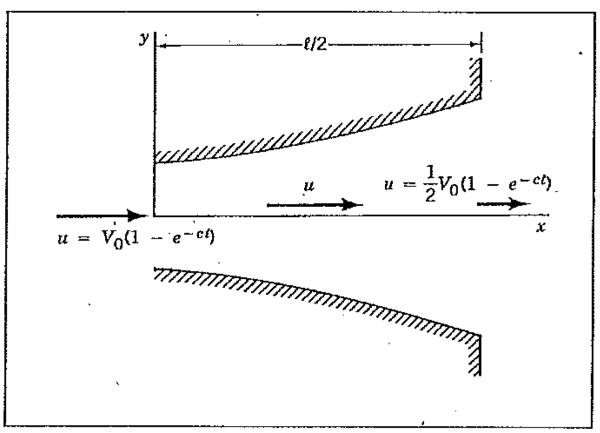
Problema 1

Dos depósitos abiertos muy grandes A y F, véase la figura, contienen el mismo líquido. Un tubo horizontal BCD que tiene un estrechamiento en C, descarga agua del fondo del depósito A, y un tubo vertical E se abre en C en el estrechamiento y se introduce en el líquido del depósito F. Si la sección transversal en C es la mitad que en D, y si D se encuentra a una distancia h_1 por debajo del nivel del líquido en A. ¿A qué altura h_2 alcanzará el líquido en el tubo E?. Expresar la respuesta en función de h_1.



Problema 2

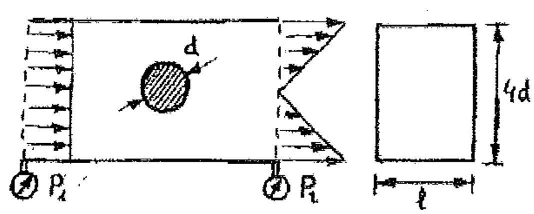
Cuando una válvula se abre fluye agua a través del difusor mostrado en la figura con una rapidez creciente de modo que la velocidad a lo largo de la línea central está dada por $u = V_0(1 - e^{-ct})(1 - \frac{x}{\ell})$



a) Donde Uo, c y l son constantes. Determinar la aceleración del flujo en función de x y de t.
b) Si Vo es 10 ft/s y l = 5 ft, ¿qué valor de c, no nulo, se necesita para hacer nula la aceleración para toda la coordenada x a t =1s?
c) Explicar como la aceleración puede ser nula si la rapidez de cambio del flujo está aumentado con el tiempo.

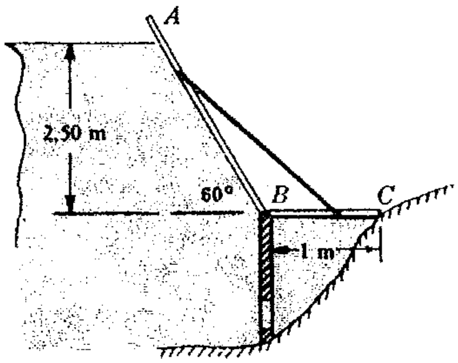
Problema 3 En parcial 6 resuelto

Calcular la fuerza de arrastre a que es sometido un cilindro de diámetro d en el túnel de viento mostrado en la figura, a partir de las presiones y distribuciones de velocidad indicadas. El fluido es aire y puede considerarse incompresible. Considerar que la velocidad del flujo uniforme de entrada tiene rapidez Uo y que la velocidad máxima del flujo de salida es Vo.



Parte práctica 18-05-2015

Problema 1:

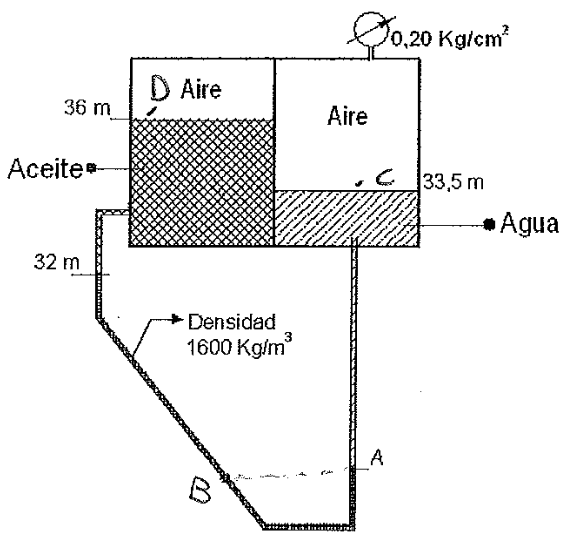


En la figura que se muestra se tiene una compuerta *ABC* la cual puede girar en el punto B (en sentido horario o anti horario) la compuerta mide de ancho 1,2 metros de longitud. Despreciando el peso de la compuerta, se pide

a) Determinar las fuerzas sobre la superficie *AB* y *BC* y su punto de aplicación

b) Si se tomara como centro el punto B ¿El momento es cero? Si no es cero ¿Cuál es su valor?

Datos: fluido agua ρ = 1000 Kg/m^3 - Momento de inercia de un rectángulo $M = \dfrac{\text{base} \times \text{altura}^3}{12}$



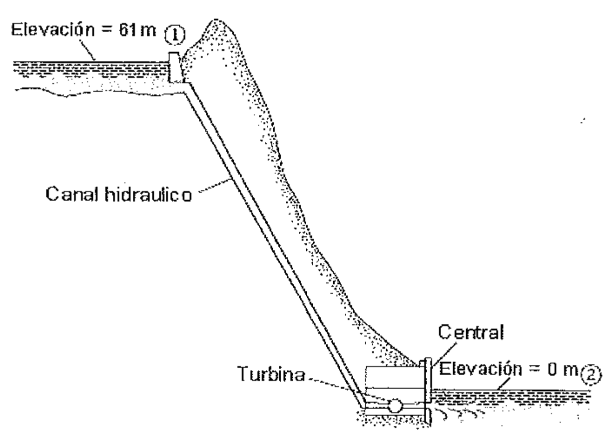
Problema 2:

El aire contenido sobre el aceite se encuentra a una presión absoluta de 530 mm de Hg (recordar que 760 mm de Hg es una presión de 1 atm). El aire sobre el agua se encuentra a una presión manométrica ó relativa de 0,2 Kg/cm^2. Para esta configuración ¿ A qué cota o altura se encontrará el punto A?Datos:

Agua ρ = 1000 Kg/m^3; Aceite ρ = 800 Kg/m

Problema 3:

Una pequeña central hidroeléctrica funciona con una turbina hidráulica acoplada a un generador. El caudal de agua que circula por el canal hidráulico se estima en 1,4 m^3/s y la pérdida de energía entre los puntos 1 y 2 es de 1,5m. Si el generador eléctrico tiene una eficiencia del 87% ¿Cuál será la potencia que la central hidroeléctrica puede proporcionar?



Problema 3: Práctica

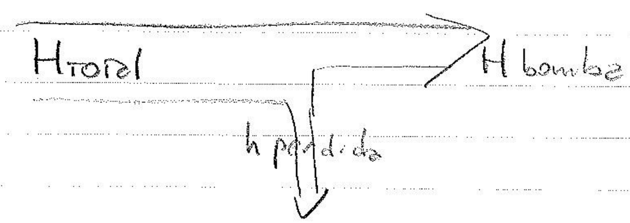
Datos:) $h_1 = 61m$,) $h_2 = 0$;) $Q = 1,4 m^3/s$

) $\dot{L}$: potencia ⟶ $h_{perdida} = 1,5 m$

) $\eta_{generador} = 0,87 \%$ $\boxed{\text{Hallar } \dot{L}_{central} (\dot{L}_c)}$

Desarrollo: $\boxed{\dot{L}_c = \gamma \cdot Q \cdot H}$ ① donde H: altura hidráulica

Parte de la energía se pierde, a altura es $h_{perdida}$.
En un diagrama de flujo:

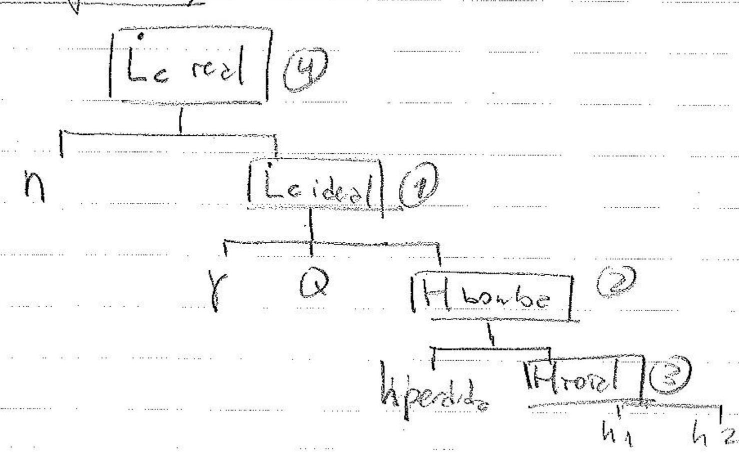


de aquí, $\boxed{H_{bomba} = H_{total} - h_{perdida}}$ ②

H_{total} ⟶ altura total de agua, $\boxed{H_{TOT} = h_1 - h_2}$ ③

Para la eficiencia de la central: $\boxed{\eta = \dfrac{\dot{L}_{c\,real}}{\dot{L}_{c\,ideal}}}$ ④

Resolución (esquema):



de (3): $H_{TOTAL} = (61 - 0)\,m$, $\boxed{H_{TOTAL} = 61\,m}$

de (2): $\boxed{H_{bomba} = (61 - 1{,}5)\,m = 59{,}5\,m}$

de (1): $\dot{L}_c\ ideal = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot Q \cdot H_{bomba}$

$$\dot{L}_{c\,id} = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}4 \frac{\cancel{m^3}}{s} \cdot 59{,}5\,m$$

Unidades: $\underbrace{\underbrace{\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{Watt}$

$\dot{L}_{c\,id} = 817173\ W$

$\boxed{\dot{L}_{c\,id} = 817{,}2\ kW}$

de (4): $\dot{L}_c\ real = \eta \cdot \dot{L}_c\ ideal$; $\dot{L}_c\ real = 0{,}87 \cdot 817{,}2\ kW$

$\boxed{\dot{L}_c\ real \approx 711\ kW}$

Problema 2: parte práctica

Ver puntos B, C, D marcados en el gráfico original.

Datos: $P_D)_{abs} = 530\ mmHg$; $P_C)_{rel} = 0{,}2\ kg/cm^2$

Hallar h_A

Suposiciones

- ·) Todas las alturas medidas a un nivel de referencia común (0m)
- ·) Trabajaremos (opcional) con presiones relativas.
- ·) presiones en Pascales (opcional)

Del esquema: $\boxed{P_A = P_B}$ ①

$\boxed{P_A = P)_{\text{columna agua}} + P)_{\text{aire en "C"}}}$ ②

$P_C)_{rel} = 0,2 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow P_C = 0,2 \frac{\cancel{kg}}{\cancel{cm^2}} \cdot \frac{9,81 \cancel{N}}{\cancel{kg}} \cdot \frac{10^4 \cancel{cm^2}}{1 \cancel{m^2}} \cdot \frac{Pa\, m^2}{\cancel{N}}$

$\boxed{P_C = 19620\ Pa}$ ③

·) $\boxed{P_B = P)_{\text{col. liquido}} + P)_{\text{col. aceite}} + P)_{\text{en "D"}}}$ ④

$P)_{\text{en "D"}} = 530\ mmHg \rightarrow$ absoluta, dada:

$P_{relativa} = P_{absoluta} - \underbrace{760\ mmHg}_{\text{p. atmosférica}}$

$P)_{abs\ en\ "D"} = (530 - 760)\ mmHg = -230\ mmHg$

La presión manométrica puede ser negativa, no así la absoluta.

$P_D = -230\ mmHg \cdot \frac{10^5\ Pa}{760\ mmHg}$ → Valores de presión atmosférica en ≠ unidades

$\boxed{P_D = -30\,263\ Pa}$ ⑤

·) $\boxed{P_{col})_{agua} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot h_{agua}}$ ⑥

donde $\boxed{h_{agua} = 33,5m - h_A}$ ⑦

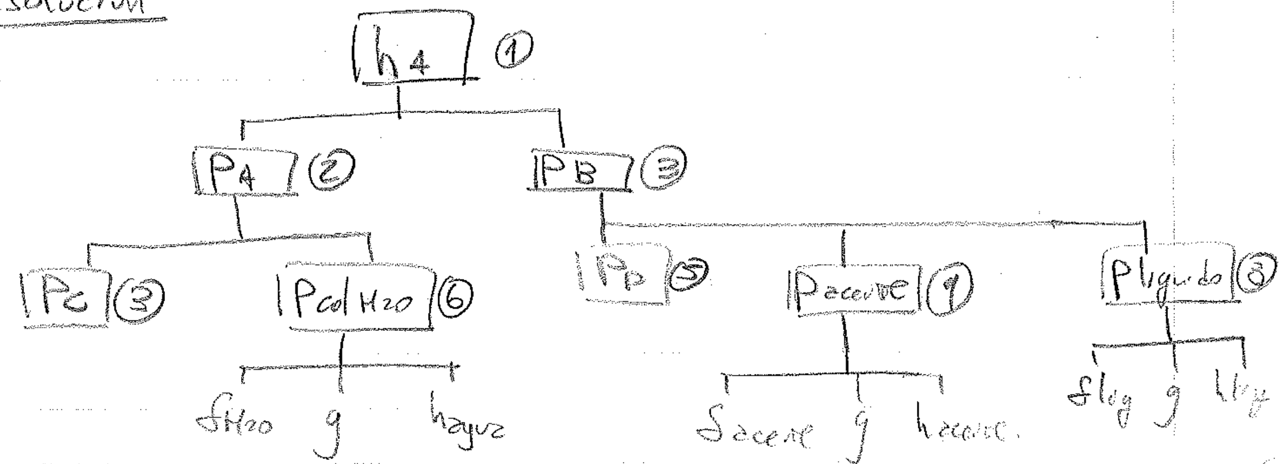
·) $P)_{\text{col liquido}} = \delta_{liquido} \cdot g \cdot h_{liq} \longrightarrow h_{liq} = 32m - h_B$ ⑧

donde $h_B = h_A$

(9)

$P_{col\ aceite} = \rho_{aceite}\ g\ h_{aceite} \longrightarrow h_{aceite} = (36-32)\,m = 4\,m$

Resolución



de (6): $P_{col\ agua} = 10^3\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (33{,}5 - h_4)\cdot m$

Unidades: $\frac{kg}{m^3}\cdot\frac{m}{s^2}\cdot m = \underbrace{kg\cdot\frac{m}{s^2}}_{N}\cdot\frac{1}{m^2}$

$\underbrace{N \cdot \frac{1}{m^2}}_{} \to \boxed{Pa}$

$\left[P_{col\ agua} = 9810\,(33{,}5 - h_4)\ Pa\right]$ (6)

de (2), (3) y (6): $P_A = [348255 - 9810\,h_4]\ Pa$

de (9): $P_{aceite} = 800\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 4\,m$; $\boxed{P_{aceite} = 31392\ Pa}$

de (8): $P_{líquido} = (32-h_4)\,m \cdot 1600\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$

$\boxed{P_{líq} = 15696\,(32-h_4)\ Pa}$ (8)

de (9), (8) y (5): $P_B = 31392 - 30263 + 15696(32-h_4)$

$\boxed{P_B = 503401 - 15696\,h_4}$; de (1):

$\boxed{P_A = P_B}$

$$503401 - 15696 h_4 = 348255 - 9810 h_4$$

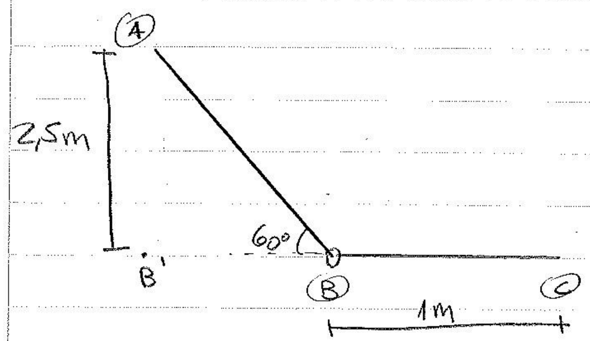
$$(503401 - 348255)\cancel{Pa} = (15696 - 9810)\frac{\cancel{Pa}}{m} \cdot h_4$$

$$155146 = 5886 \frac{h_4}{m}$$

$$\boxed{h_4 = 26{,}36\ m}$$

Problema 1: Practica

a) Hallar Fuerzas sobre AB y BC . b: profundidad



Para AB

$$\boxed{F_H)_{AB} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg} \cdot \text{Area}} \ ①$$

donde $\boxed{\text{Area} = b \cdot h}$ ②

de ① y ②: $F_H)_{AB} = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{2{,}5\,\cancel{m}}{2} \cdot \frac{2{,}5}{\operatorname{sen}(60)}\,\cancel{m} \cdot 1{,}2\,\cancel{m}$

$$\boxed{F_H)_{AB} = 36787{,}5\ N} \ ①$$

para $F_V)_{AB}$ → Presión a proy AB vertical − Peso liquido

donde Peso liquido = $\delta_{H_2O} \cdot g$. Volumen

$$F_V)_{AB} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot b \cdot l_{BB'} \cdot h_{AB'} - \delta_{H_2O} \cdot g \cdot \underbrace{\left(h_{AB'} \cdot \frac{h_{AB'}}{\operatorname{Tan}(60)} \cdot \frac{b}{2}\right)}_{\text{vol } \Delta}$$

$$F_{VAB} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot \left(b \cdot l_{BB'} \cdot h_{AB'} - \frac{h_{AB'}^2\, b}{2 \operatorname{Tan}(60)}\right)$$

$$F_{VAB} = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \left(1{,}2 \cdot \frac{2{,}5}{\operatorname{Tan}(60)} \cdot 2{,}5 - \frac{(2{,}5)^2 \cdot 1{,}2}{2 \operatorname{Tan}(60)}\right) \cancel{m^3}$$

$\boxed{F_V)_{AB} = 21239{,}27\ N}$ (3)

Para localizar el centro de presión: $\boxed{h_{cp} = h_{cg} + \frac{I_{xx}}{h_{cg} \cdot Area}}$ (4)

Tomo como coordenada "h": recta AB (opcional)

$h_{cg} = \frac{2{,}5}{\operatorname{sen}(60)} \cdot \frac{1}{2}\ m \longrightarrow \boxed{h_{cg} = 1{,}44\ m}$ (5)

$I_{xx} = \frac{b \cdot (l_{AB})^3}{12} = \frac{1{,}2\ m}{12} \cdot \left(\frac{2{,}5}{\operatorname{sen}(60)}\right)^3 \quad \boxed{I_{xx} = 2{,}40\ m^4}$ (6)

$Area = b \cdot l_{AB} = \frac{2{,}5}{\operatorname{sen}(60)}\ m \cdot 1{,}2\ m \quad \boxed{Area = 3{,}46\ m^2}$ (7)

de (4), (5), (6), (7):

$h_{cp} = 1{,}44\ m + \frac{2{,}40\ m^4}{1{,}44\ m \cdot 3{,}46\ m^2} \quad \boxed{h_{cp} = 1{,}92\ m}$ (8)

Para $F_{total})_{AB} = \sqrt{F_{H\,AB}^2 + F_{V\,AB}^2}$

(9) $\boxed{F_{AB} = 42478{,}54\ N}$ → aplicado en hcp.

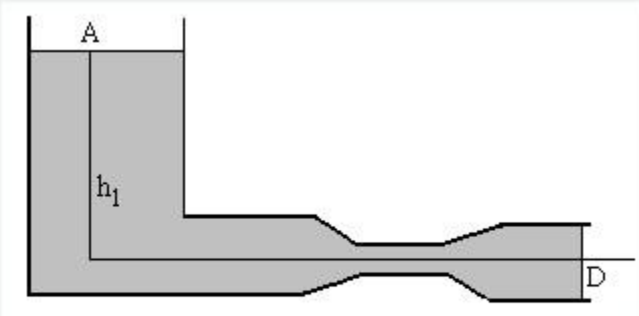
Placa BC $[F_{V\,BC} = \delta_{H_2O} \cdot g \cdot h_c \cdot l_{BC} \cdot b = 29430\ N]$ aplicado a 0,5 m de B a la derecha

b) $\Sigma M_B = F_{AB} \cdot (l_{AB} - h_{cp})_{AB}) - F_{VBC} \cdot 0{,}5\ m$

$42478{,}5\ N \left(\frac{2{,}5\ m}{\operatorname{sen}(60)} - 1{,}92\right) m - 29430\ N \cdot 0{,}5\ m$

$\boxed{\Sigma M_B = 26351\ N \cdot m}$

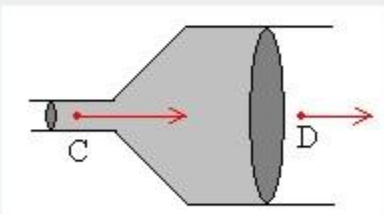
Problema 1: Teoría



Comparamos los puntos A y D del fluido. Como el depósito es muy grande $v_A \approx 0$

$$p_A + \rho g y_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_D + \rho g y_D + \frac{1}{2}\rho v_D^2$$

$$p_a + \rho g \cdot h_1 + 0 = p_a + 0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2 \qquad v_D = \sqrt{2gh_1}$$

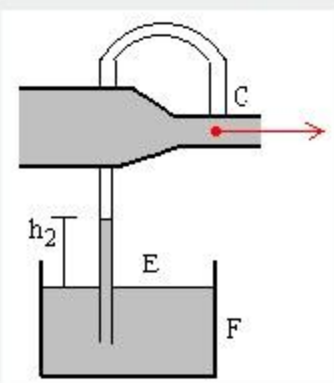


Comparamos los puntos C y D del fluido. Los puntos C y D están en el mismo nivel $y_C = y_D$

$$A_C v_C = A_D v_D \qquad v_C = 2v_D$$

$$p_C + \rho g y_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 = p_D + \rho g y_D + \frac{1}{2}\rho v_D^2$$

$$p_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho v_D^2 \qquad p_C = p_a - 3\rho g h_1$$



Comparamos los puntos E y C. La presión en E es la atmosférica p_a.

$p_a = p_C + \rho g h_2$

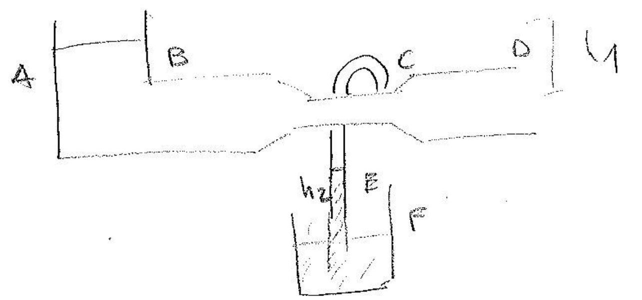
$h_2 = 3h_1$

Problema 1: Teoría

Datos: ·) $A_C = \frac{A_D}{2}$

·) h_1, h_2

Hallar h_2



Suposiciones: ·) Presión en A y D = Patm

·) Ecuación de Bernoulli.

Ec. Bernoulli entre "A y D"

$$(1)\ \boxed{P_A + \frac{1}{2}\rho \cdot V_A^2 + \rho \cdot g \cdot h_A = P_D + \frac{1}{2}\rho V_D^2 + \rho}$$

Tenemos: $P_A = P_D = P_{atm}$

$h_A - h_d = h_1$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho}(V_D^2 - V_A^2) = \cancel{\rho} \cdot g \cdot h_1$$

$$\boxed{h_1 = \frac{V_D^2 - V_A^2}{2g}}\ (2)$$

Dado que el depósito es grande, $V_A \to 0$

$$\boxed{h_1 = \frac{V_D^2}{2g}}\ (6)$$

Ec. Bernoulli entre "C" y "D"

$$P_C + \frac{1}{2}\rho \cdot V_C^2 + \cancel{h_C g \rho} = P_D + \frac{1}{2}\rho \cdot V_D^2 + \cancel{h_D \rho g} \qquad \boxed{h_c = h_d}\ (3)$$

Para caudal; $\boxed{Q = A \cdot V}$ (4) $\longrightarrow$ $A_C \cdot V_C = A_D \cdot V_D$, de $A_C = \frac{A_D}{2}$

$$\frac{\cancel{A_D}}{2} \cdot V_C = \cancel{A_D} \cdot V_D, \qquad \boxed{V_C = 2V_D}\ (5)$$

$$P_C + \frac{1}{2}\rho \cdot 4V_D^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot V_D^2 + P_D \quad ;; \quad P_C = P_D - \frac{3}{2}\rho V_D^2$$

de (6): $P_C = P_D - \frac{3}{2}\rho \cdot 2gh_1 \longrightarrow \boxed{P_C = P_D - 3\rho g h_1}$ (7)

Bernoulli entre C y E, donde $P_E = P_D = P_{at}$

$$P_E + \cancel{\frac{1}{2}\rho V_E^2 + \rho g h_E} = P_C + \cancel{\frac{1}{2}\rho V_C^2} + \rho g \underbrace{h_C}_{=h_2}$$

$$\cancel{P_{at}} = \cancel{P_{at}} - 3g\rho h_1 + \rho g h_2 \longrightarrow \boxed{h_2 = 3h_1}$$

Problema 2: Teoría

$$\boxed{\bar{\mu} = V_0\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\cdot\left(1-e^{-c\cdot\tau}\right)} \quad (1) \quad \begin{matrix} \to \mu(x) \\ \to v = w = 0 \end{matrix}$$

a) ¿aceleración?

$$\bar{a} = \frac{D\bar{\mu}}{DT} = \begin{cases} \frac{\partial \mu}{\partial \tau} + \mu\cdot\frac{\partial \mu}{\partial x} + \cancel{v\cdot\frac{\partial \mu}{\partial y}} + \cancel{w\cdot\frac{\partial \mu}{\partial z}} \\ \cancel{\frac{\partial v}{\partial \tau}} + \cancel{\mu\cdot\frac{\partial v}{\partial x}} + \cancel{v\cdot\frac{\partial v}{\partial y}} + \cancel{w\cdot\frac{\partial v}{\partial z}} \\ \cancel{\frac{\partial w}{\partial \tau}} + \cancel{\mu\cdot\frac{\partial w}{\partial x}} + \cancel{v\cdot\frac{\partial w}{\partial y}} + w\cdot\frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$$

queda: $\boxed{\bar{a} = \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \tau} + \bar{\mu}\cdot\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x}}$ (2)

$$\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \tau} = V_0\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\cdot\left(0 - -c\cdot e^{-c\tau}\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \tau} = V_0\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\cdot c\cdot e^{-c\tau}} \quad (3)$$

$$\boxed{\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x} = V_0\left(0-\frac{1}{\ell}\right)\cdot\left(1-e^{-c\tau}\right) = -\frac{V_0}{\ell}\left(1-e^{-c\tau}\right)} \quad (4)$$

$$\bar{\mu}\cdot\frac{d\bar{\mu}}{dx} = V_0\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\cdot\left(1-e^{-c\tau}\right)\cdot\left(\frac{-V_0}{\ell}\right)\cdot\left(1-e^{-c\tau}\right)$$

$$\boxed{\bar{\mu}\cdot\frac{d\bar{\mu}}{dx} = \frac{-V_0^2}{\ell}\cdot\left(1-e^{-c\tau}\right)^2\cdot\left(1-\frac{x}{\ell}\right)} \quad (5)$$

de (5), (3) y (2):

$$\bar{a} = V_0 \cdot \left(1-\frac{x}{\ell}\right) c \cdot e^{-ct} + \left(-\frac{V_0^2}{\ell}\right)\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\left(1-e^{-ct}\right)^2$$

$$\boxed{\bar{a} = V_0 \cdot \left(1-\frac{x}{\ell}\right)\cdot\left[c e^{-ct} - \frac{V_0}{\ell}\left(1-e^{-ct}\right)^2\right]} \quad ⑥$$

b) para $t=1$, $\bar{a} = \cancel{10\left(1-\frac{x}{5}\right)}\left[ce^{-c} - \frac{10}{5}\left(1-e^{-c}\right)^2\right] = 0$

$$ce^{-c} - 2\left(1-e^{-c}\right)^2 = 0$$

$$ce^{-c} - 2\left(1 - 2e^{-c} + e^{-2c}\right) = 0$$

$$-2e^{-2c} + (4+c)e^{-c} - 2 = 0$$

$$e^{-2c} - \frac{(4-c)}{2} e^{-c} + 1 = 0$$

llamo $a = e^{-c}$; $\quad a^2 - \left(\frac{4-c}{2}\right) a + 1 = 0$

$$a^2 - \left(\frac{4-c}{2}\right) * a + 1 = 0$$

Por tanteo, $c = 0{,}5$

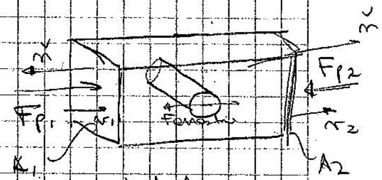
c) $\bar{a}$ puede ser nulo incluso si $\frac{du}{dt} \neq 0$, ya que la expresión completa (en efecto), es:

$$\boxed{\bar{a} = \frac{d\bar{u}}{dt} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}}$$

Problema 3: Teoría

(3)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\oint_{VC} \rho\, V \cdot dV + \oint \rho V (V_r \cdot \vec{n})\, dA$$



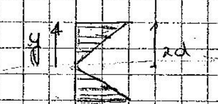
$$\dot{m}_{ent} = \dot{m}_{sal} = \rho A v$$

$$\sum F_{ext} = -F_{cuerpo} + F_{p_1} - F_{p_2}$$

$$A_2 = A_1 = 4d \cdot l$$

$$\oint_{SC} \rho V (V \cdot \vec{n})\, dA = \underbrace{\iint_{A_1} \rho V (V \cdot \vec{n})\, dA}_{-\rho V_{ent}^2 A_1} + \underbrace{\iint_{A_2} \rho V (V \cdot \vec{n})\, dA}$$

- Calculo el perfil de velocidades para la V salida



$y = 0 \quad v = 0$

$y = 2d \quad v = v_{max}$

$v(y) = m y + b$

$$m = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{V_{max} - 0}{2d - 0}$$

$$\boxed{m = \frac{V_{max}}{2d}}$$

$$v(y=0) = \frac{V_{max}}{2d} \cdot 0 + b = 0$$

$$\boxed{b = 0}$$

$$\boxed{V(y) = V_{max}\left(\frac{y}{2d}\right)}$$

a continuación

NOTA

Matías Lorardi

HOJA N° #3

FECHA

$$\begin{cases} P_1 \cdot 4dl - P_2 4dl - F_{on} = -\rho V_{ent}^2 (4dl) \\ 4dl(P_1 - P_2) - F_{on} = -\rho \underbrace{V_{ent}^2}_{V_{max}} (4dl) + \underbrace{\iint_{A_2} \rho V (V \cdot \check{n})\, dA} \end{cases}$$

$$2V_{max}^2 \rho \int_0^{l} \int_0^{2d} \left(\frac{y^2}{4d^2}\right) dy\, dl = 2V_{max}^2 \rho \frac{l}{4d^2} \left(\frac{y^3}{3}\right) \Bigg|_0^{2d}$$

$$= 2V_{max}^2 \rho \frac{l}{\cancel{4d^2}} \frac{\cancel{8d^3}}{3} = \boxed{\frac{4}{3} V_{max}^2 \rho\, l\, d}$$

$$4dl(P_1 - P_2) - F_{on} = -\rho V_{max}^2\, 4dl + \frac{4}{3} V_{max}^2 \rho\, l\, d$$

$$4dl(P_1 - P_2) - F_{on} = \frac{8 V_{max}^2\, d\, l}{3} \rho$$

$$\boxed{F_{on} = 4dl(P_1 - P_2) + \frac{8 V_{max}^2\, d\, l}{3} \rho}$$

B