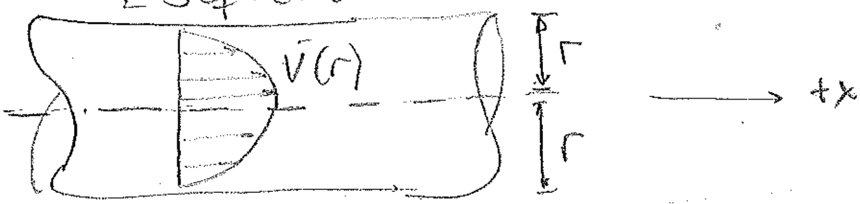
Primer Parcial 5-10-15 Tema 2

Problema 1: Parte teórica

a) Hallar α

Dado $\bar{V}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $\bar{V} = V_0\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)\hat{i}$

Esquema:



Por definición:

$$\boxed{\alpha = \frac{\int_A (\bar{V}\hat{n})^3 \, dA}{(\langle\bar{V}\rangle)^3 \cdot A}} \quad (1)$$

donde: $\langle\bar{V}\rangle$: velocidad media del flujo

A: área transversal al flujo

Si $\alpha = 2$; el flujo evaluado es laminar.

Calculo α con (1): debo calcular los 3 elementos de (1):

·) $\boxed{A = \pi r_0^2}$ (2) $\longrightarrow$ $dA = r\,d\theta\,dr$, $A \begin{cases} \theta \in [0, 2\pi] \\ r \in [0, r_0] \end{cases}$

·) $\langle\bar{V}\rangle = ?$ $\longrightarrow$ $Q = \langle V\rangle A \longrightarrow \boxed{\langle\bar{V}\rangle = \frac{Q}{A}}$ (3)

para calcular caudal Q debo integrar:

$$dQ = V \cdot dA \longrightarrow Q = \int_A V\,dA, \text{ queda:}$$

$$Q = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_0} V_0\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)\hat{i}\cdot\hat{i} \cdot r\,dr\,d\theta$$

$$Q=\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}\left(V_0 r - V_0\frac{r^3}{r_0^2}\right)dr\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_0} V_0 r\,dr\,d\theta -$$

$$-\frac{V_0}{r_0^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0} r^3\,dr\,d\theta$$

$$Q=\left(V_0\int^{2\pi}\frac{r^2}{2}\Big]_0^{r_0}d\theta\right)-\left(\frac{V_0}{r_0^2}\int^{2\pi}\frac{r^4}{4}\Big]_0^{r_0}d\theta\right)=$$

$$Q=V_0\cdot\frac{r_0^2}{2}\,\theta\Big]_0^{2\pi}-\frac{V_0}{r_0^2\,4}\,r_0^4\,\theta\Big]_0^{2\pi}$$

$$Q=\frac{V_0\cdot 2\pi\cdot r_0^2}{2}-\frac{V_0\cdot r_0^2\,2\pi}{4}\;;\quad Q=V_0 r_0^2\pi\left(1-\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{Q=\frac{1}{2}V_0 r_0^2\pi}\;(4)$$, de (4) y (2) en (3):

$$\langle V\rangle=\frac{Q}{A}=\frac{V_0 r_0^2\pi}{2\pi r_0^2}\;;\quad\boxed{\langle V\rangle=\frac{V_0}{2}}\;(3^*)$$

) de ec (1), calculamos:

$$\int_A\left(\bar V\cdot\hat n\right)^3 dA=\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}\left(\left[V_0\left(1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)\hat i\cdot\hat i\right)^3\cdot r\,dr\,d\theta=$$

$$=\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}V_0^3\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^3\cdot r\,dr\,d\theta=$$

$$=V_0^3\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^3\cdot r\,dr\,d\theta$$

$$= V_0{}^3 \int_0^{r_0} \left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^3 \cdot r \cdot \theta \Big]_0^{2\pi} dr$$

$$= 2\pi V_0{}^3 \int_0^{r_0} \left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^3 r\, dr \; ;$$

Caux: $U = -\frac{r^2}{r_0^2} + 1$

$$\frac{dU}{dr} = \frac{-2r}{r_0^2}$$

$$\frac{-r_0^2}{2} dU = r\,dr$$

$$= 2\pi V_0{}^3 \int_0^{r_0} U^3 \left(\frac{-r_0^2}{2}\right) dU$$

$$= -\frac{2\pi V_0{}^3 r_0^2}{2} \int_0^{r_0} U^3 dU = -\pi V_0{}^3 r_0^2 \frac{U^4}{4}\Big]_0^{r_0} =$$

$$= \frac{-\pi V_0{}^3 r_0^2}{4} \left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^4 \Big]_0^{r_0} = \frac{-\pi V_0{}^3 r_0^2}{4}\left[\left(1-\left(\frac{r_0}{r_0}\right)^2\right)^4 - (1-0^2)^4\right]$$

$$= \frac{-\pi V_0{}^3 r_0^2}{4}\left[0^4 - 1^4\right] \Rightarrow \boxed{\int_A V^3 dA = \frac{\pi V_0{}^3 r_0^2}{4}} \quad (5)$$

de (5), (3'), (2) y (1):

$$\alpha = \frac{\frac{\pi V_0{}^3 r_0^2}{4}}{(\pi r_0^2)\cdot\left(\frac{V_0}{2}\right)^3} = \frac{\cancel{\pi}\, \cancel{V_0^3}\, \cancel{r_0^2}\, 2^3}{4\, \cancel{\pi}\, \cancel{r_0^2}\, \cancel{V_0^3}} = \frac{8}{4} = 2$$

$\therefore \boxed{\alpha = 2} \Longrightarrow$ Flujo laminar.

Problema 2: Parte teórica

a) Hallar parámetros Pi tales que: $F = f(g, L, \rho, \mu, V)$

<u>Resolución:</u> ¿números Pi a determinar (π_n)?

$$\pi_n = \text{Variables} - \text{Magnitudes} = 6 - 3 = 3$$

<u>Consideraciones</u>: •) <u>Cuerpo flotante</u>: ¿puede aparecer el número de Froude?

•) <u>Fluido en movimiento</u>: ¿Puede aparecer el nro de Reynolds?

π_1) ¿Froude? $\quad \pi_1: V^a \cdot L^b \cdot g^1$

$$[\pi_1] = \left(\frac{L}{T}\right)^a L^b \cdot \frac{L}{T^2} \longrightarrow \begin{cases} L) \ a + b + 1 = 0 \\ T) \ -a - 2 = 0 \\ M) \ \text{no hay en las variables} \end{cases}$$

$\boxed{a = -2}$, $\boxed{b = 1}$ ∴

$$\pi_1 = V^{-2} \cdot L^1 \cdot g \longrightarrow \pi_1 = \frac{L\,g}{V^2}, \text{ donde}$$

$$Fr = \frac{V^2}{gL} = \frac{1}{\pi_1} = \pi_1^* \quad (\text{llamo } \pi_1^* \text{ al } Fr)$$

$$\boxed{\pi_1^* = Fr = \frac{V^2}{gL}} \quad (1)$$

π_2) ¿Reynolds? $\pi_2 : \rho^a \cdot \mu^b \cdot V^c \cdot L^1$

$$[\pi_2] = [\rho]^a \cdot [\mu]^b \cdot [V]^c \cdot [L]^1$$

$$[\pi_2] = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \cdot \left(\frac{M}{LT}\right)^b \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^c \cdot L^1$$

$$\left.\begin{array}{ll} M) & a + b = 0 \\ L) & -3a - b + c + 1 = 0 \\ T) & -b - c = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = -b \\ -3(-b) - b + -b + 1 = 0 \\ c = -b \end{array} \left\{\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{array}\right.$$

$$\pi_2 = \rho^1 \mu^{-1} V^1 L \longrightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{\rho V L}{\mu} = Re} \quad (2)$$

↳ Tmb. $\pi_2 = \frac{V L}{\nu}$

π_3) $\pi_3 = L^a \cdot V^b \cdot \rho^c \cdot F^1$

$$[\pi_3] = (L)^a \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \cdot \left(\frac{M \cdot L}{T^2}\right)^1$$

$$\left.\begin{array}{ll} M) & c + 1 = 0 \\ L) & a + b - 3c + 1 = 0 \\ T) & -b - 2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} c = -1 \\ a = -(-2) + 3(-1) - 1, \; a = -2 \\ b = -2 \end{array}$$

(3) $\boxed{\pi_3 = L^{-2} \cdot V^{-2} \cdot \rho^{-1} \cdot F}$. Si expreso $F = f(\pi_3)$,

$\boxed{F = \pi_3 \cdot \frac{L^2 \cdot V^2}{\rho}}$ (3'), Sabiendo que $\pi_3 = f(\pi_1, \pi_2)$, queda:

$$\boxed{F = \frac{L^2 V^2}{\rho} f(Re, Fr)} \quad (3^{bis})$$

b) Evaluar Semejanza entre modelo y prototipo con L, F y ν

De los nros pi encontrados previamente, π_3 satisface la relación para las 3 variables buscadas: F, L, ν, y Re para V, L, ν

En modelo y prototipo: $Re)_m = Re)_p$

$$\frac{V_m \cdot L_m}{\nu_m} = \frac{V_p \cdot L_p}{\nu_p}$$, Sabiendo $L_m = \frac{1}{4} L_p$;

$F_p = 10^3 \, kgF$

$V_p = 20 \, km/h$

datos ν_p, V_p, F_p

$$\left(\frac{V_m \cdot 1 \cdot \cancel{L_p}}{4 \cdot \nu_m}\right)^{-1} = \left(\frac{V_p \cdot \cancel{L_p}}{\nu_p}\right)^{-1}$$

$$\frac{4 \nu_m}{V_m} = \frac{\nu_p}{V_p} \rightarrow \boxed{\nu_m = \frac{V_m}{V_p} \cdot \frac{1}{4} \cdot \nu_p} \quad (4)$$

) $\pi_3)_m = \pi_3)_p$

$$\boxed{\frac{F_m}{\rho_m \cdot L_m^2 \cdot V_m^2} = \frac{F_p}{\rho_p \cdot L_p^2 \cdot V_p^2}} \quad (5)$$

de (5) $$\boxed{F_m = F_p \cdot \frac{\rho_m}{\rho_p} \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 \left(\frac{V_m}{V_p}\right)^2} \quad (5')$$

) $\pi_1)_m = \pi_1)_p$; $$\boxed{\frac{V_m^2}{\cancel{g} \cdot L_m} = \frac{V_p^2}{g \cdot L_p}} \quad (6)$$

$$V_m^2 = \underbrace{\left(\frac{L_m}{L_p}\right)}_{1/4} V_p^2 \rightarrow V_m = \sqrt{\frac{V_p^2}{4}}$$

4

$$V_m = \left[\left(\frac{20\,\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{10^3\,m}{\cancel{km}} \cdot \frac{\cancel{1h}}{3600\,s} \right)^2 \cdot \frac{1}{4} \right]^{1/2}$$

$\boxed{V_m = 2{,}78\ m/s}$ (6°), reemplazo en (4)

$$\nu_m = \frac{2{,}78\,\cancel{m} \cdot \cancel{h} \cdot \cancel{1km} \cdot 3600\,\cancel{s}}{\cancel{s} \cdot 20\,\cancel{km} \cdot 10^3\,\cancel{m} \cdot \cancel{1h}} \cdot \frac{1}{4} \cdot 0{,}0101\ 10^{-4}\ \frac{m^2}{s}$$

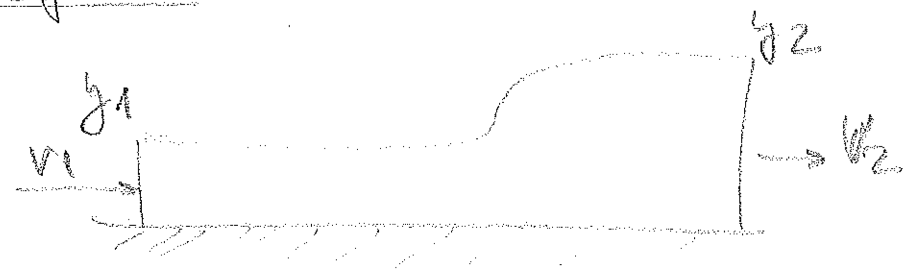
$\boxed{\nu_m = 1{,}26 \cdot 10^{-7}\ m^2/s}$ (7°) en (5): resta conocer ρ_m/ρ_p

no coincide con valores de tabla

Ejercicio 3: Parte teórica

Hallar $y_2 = f(y_1, V_1)$

Esquema:



Para el fluido circulante, calculo mediante el teorema de Reynolds, las variaciones de masa y cantidad de movimiento del sistema. Tomo como volumen control la sección considerada en la figura.

Teorema de Reynolds general:

$$\boxed{\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{VC} \beta \rho \, dvol\right] + \iint_{SC} \beta \rho (\bar{v} \cdot \hat{n}) \, dS} \quad (1)$$

Para masa:

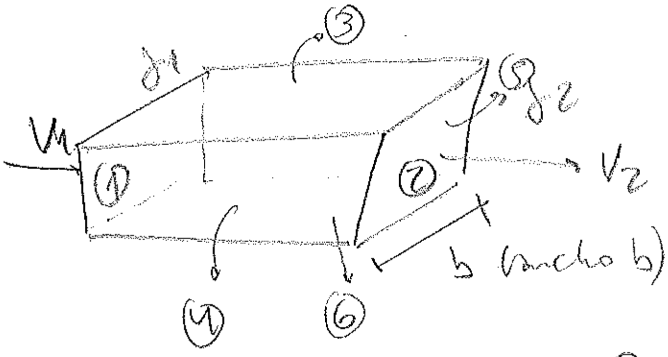
$B = m; \quad \beta = \frac{dB}{dm} \rightarrow \beta = \frac{dm}{dm} = 1, \therefore$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{VC} 1 \cdot \rho \, dvol\right] + \iint_{SC} 1 \cdot \rho (\bar{v} \cdot \hat{n}) \, dS$$

En el sistema, $\frac{dm}{dt} = 0$;

Por ser un volumen control rígido, $\frac{d}{dt}\left[\iiint_{VC} \rho \, dvol\right] = 0$

queda: $$\boxed{\frac{dm}{dt} = \iint_{SC} \rho (\bar{v} \cdot \hat{n}) \, dS = 0} \quad (2)$$; Identificamos las SC (superficies control) del sistema;

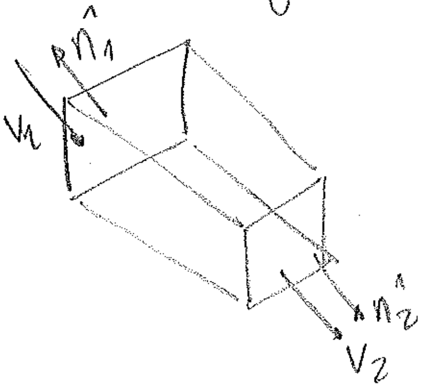


Por S_3, S_4, S_5 y S_6 no circula fluido

$$\frac{dm}{dt} = \iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \cancel{\iint_{S_3}}^{0} + \cancel{\iint_{S_4}}^{0} + \cancel{\iint_{S_5}}^{0} + \cancel{\iint_{S_6}}^{0} = 0$$

$$\frac{dm}{dt} = \iint_{S_1} \rho (\bar{V}_1 \hat{n}_1)\, dS_1 + \iint_{S_2} \rho (\bar{V}_2 \hat{n}_2)\, dS_2 = 0$$

orientación de S_1 y S_2 en el VC:



$$\bar{V}_1 \hat{n}_1 = |\bar{V}_1| |\hat{n}_1| \cdot \cos(180) = -|\bar{V}_1| \cdot 1$$

$$\bar{V}_2 \cdot \hat{n}_2 = |\bar{V}_2| |\hat{n}_2| \cdot \cos(0) = |\bar{V}_2|$$

Al no conocer perfiles de V_1 y V_2, Suponemos flujo uniforme

$$\frac{dm}{dt} = -\iint_{S_1} \rho V_1\, dS_1 + \iint_{S_2} \rho V_2\, dS_2 = 0$$

$$= -\rho V_1 \iint_{S_1} dS_1 + \rho V_2 \iint_{S_2} dS_2 = 0$$

$$-\cancel{\rho} V_1 S_1 + \cancel{\rho} V_2 S_2 = 0$$; Para ancho 'b'

$$-V_1 \cdot y_1 \cdot \cancel{b} + V_2 \cdot y_2 \cdot \cancel{b} = 0$$

$$\boxed{V_2 = V_1 \cdot \frac{y_1}{y_2}}$$ ⑤

Para cantidad de movimiento $\bar{P}$

$\bar{P} = m \cdot \bar{V}$, $B = m \cdot \bar{V}$, $\beta = \frac{d(m\bar{V})}{dm} = \bar{V}$

$$\boxed{\frac{d\bar{P}}{dt} = \dot{m}\bar{V}_2 - \dot{m}\bar{V}_1 = \dot{m}(\bar{V}_2 - \bar{V}_1)} \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\cancelto{0}{\iiint_{VC} \bar{V}\rho\, dvol}\right] + \iint_{SC} \bar{V}\rho(\bar{V}\hat{n})\, dA$$

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \iint_{S1} + \iint_{S2} + \iint_{S3} + \iint_{S4} + \iint_{S5} + \iint_{S6}$$ operando:

$\frac{d\bar{P}}{dt} = \rho V_1^2 A_1 - \rho V_2^2 A_2$, donde $\rho V A = \dot{m}$ (se llega a (4))

Tip! las unicas fuerzas se deben a presion hidrostatica!

$\boxed{P = \cancelto{0}{P_0} + \rho \cdot g \cdot h}$ (5), $P = \frac{F}{A} \rightarrow F = P \cdot A$

~~$dF = P \cdot dA$, para coord. rectangulares, $A = b \cdot y$~~

$dF = P \cdot b \cdot dy$

$\int_0^F dF = \int_0^y \rho g y\, dy$, $\rightarrow$ $\boxed{F = \frac{\rho g y^2 b}{2}}$ (6)

$$\Sigma F = \frac{d\bar{P}}{dt} = F_1 - F_2 = \frac{\rho g b y_1^2}{2} - \frac{\rho g b y_2^2}{2}$$

$$\boxed{\Sigma F = \frac{\rho g b}{2}(y_1^2 - y_2^2)} \quad (7)$$

de ⑦ = ④ ; ⑥

$$\frac{\rho g b}{2}(y_1^2 - y_2^2) = \dot{m}(V_2 - V_1)$$, de ③ :

$$\frac{\rho g b}{2}(y_1^2 - y_2^2) = \dot{m}\left(V_1 \frac{y_1}{y_2} - V_1\right)$$

con $\dot{m} = \rho V_1 y_1 b = \rho V_2 y_2 b$

$$\frac{\cancel{\rho} g \cancel{b}}{2}(y_1^2 - y_2^2) = \cancel{\rho} V_1 y_1 \cancel{b} V_1\left(\frac{y_1}{y_2} - 1\right)$$

$$\frac{g}{2}(y_1^2 - y_2^2) = V_1^2 y_1\left(\frac{y_1}{y_2} - 1\right)$$

Factorizo

$$\frac{g}{2}\cancel{(y_1 - y_2)}(y_1 + y_2) = V_1^2 \frac{y_1}{y_2}\cancel{(y_1 - y_2)}$$

divido por y_1

$$\frac{\frac{g}{2}\frac{y_2(y_1+y_2)}{y_1}}{y_1} = \frac{V_1^2}{y_1}$$

$$\frac{g}{2}\frac{y_2}{y_1}\left(1 + \frac{y_2}{y_1}\right) = \frac{V_1^2}{y_1}$$

$$\frac{g}{2}\frac{y_2}{y_1} + \frac{g}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 = V_1^2/y_1$$

$$\frac{g}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \frac{g}{2}(y_2/y_1) - V_1^2/y_1 = 0$$, busco raíces con $x = y_2/y_1$

$$\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$\frac{-\frac{g}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2 - 4\cdot\frac{g}{2}\left(\frac{-v_1^2}{y_1}\right)}}{2\,(g/2)} = \frac{-\frac{g}{2}}{2(g/2)} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2 + \frac{2g}{y_1}v_1^2}}{2\,(g/2)} =$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2\left(1 + \frac{2v_1^2\,2^2}{y_1 g}\right)}}{2(g/2)} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\frac{g}{2}\sqrt{1+\frac{8v_1^2}{g y_1}}}{2(g/2)}$$

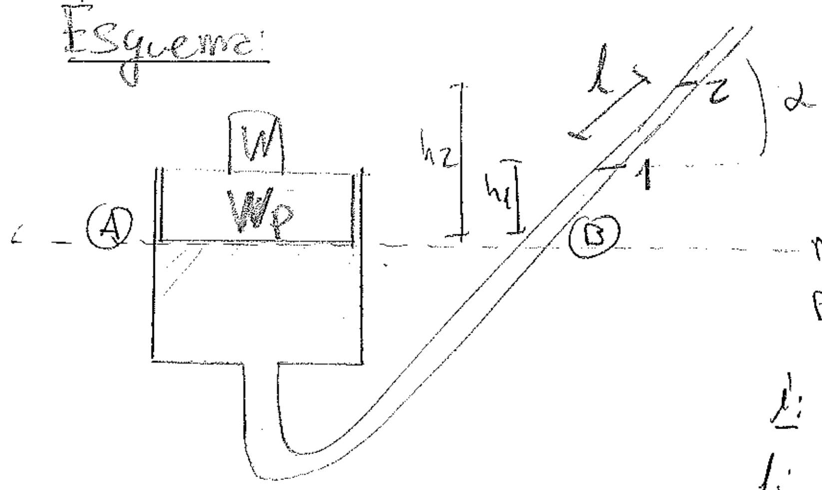
Fr2: $$\boxed{\frac{y_2}{y_1} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{8v_1^2}{g y_1}}}$$

Ejercicio 1 Parte práctica

a) Hallar W

Consideraciones: el cambio de posición en el pistón no implica.

Esquema:



$l = 6\,in$
$\alpha = 30^\circ$

nivel de referencia respecto del pistón (inmóvil)

i: instante inicial (sólo el pistón)
f: instante final (pistón + W)
A: Área pistón
h_1, h_2: alturas del tubo respecto al pistón.

Resolución: $\boxed{P_{Ai} = \frac{W_p}{A}}$ (1)

$\boxed{P_{Af} = \frac{W + W_p}{A}}$ (2)

Cálculos de Presión, $P = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área}}$

$\boxed{P_{Bi} = P_0 + \delta g h_1}$ (3) $\boxed{P_{Bf} = P_0 + \delta g h_2}$ (4)

A mismo nivel, $P_A = P_B$; $P_{Af} - P_{Ai} = P_{Bf} - P_{Bi}$

$$\frac{W + W_p}{A} - \frac{W_p}{A} = P_0 + \delta g h_2 - (P_0 + \delta g h_1)$$

$$\frac{W}{A} + \cancel{\frac{W_p}{A}} - \cancel{\frac{W_p}{A}} = \cancel{P_0} + \delta g h_2 \cancel{- P_0} - \delta g h_1$$

$$W = A\,\delta g (h_2 - h_1); \quad \text{donde } h_2 - h_1 = l \operatorname{sen}(\alpha)$$

$\boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi_p^2}{4}}$ (5), ϕ_p: diámetro del pistón

queda: $\boxed{W = \frac{\pi \phi_p^2}{4} \delta g \cdot l \cdot \operatorname{sen}(\alpha)}$ (6)

Verificamos las unidades:

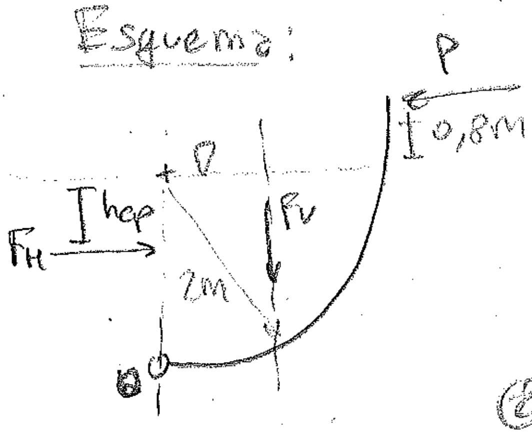
$$[W] = M \cdot \frac{L}{T^2}$$

$$[W] = \left[\frac{\pi}{4}\right] \cdot [\phi_P]^2 \cdot [\delta] \cdot [g] \cdot [l] \cdot [\sin(\theta)] = 1 \cdot \cancel{L^2} \cdot \frac{M}{\cancel{L^3}} \cdot \frac{\cancel{L}}{T^2} \cdot L \checkmark$$

Ejercicio 2: Parte Práctica

Hallar P

Esquema:



Para compuerta en equilibrio:

$$\boxed{\sum M_O = 0} \quad (1) \quad \text{con } \circlearrowleft(+)\ \circlearrowright(-)$$

$$(1') \quad \boxed{P(0{,}8m + 2m) - F_H \cdot (r - h_{cp}) - F_V \cdot \frac{4r}{3\pi} = 0}$$

Calculo F_H, h_{cp}, F_V:

$$(2) \quad \boxed{F_H = \delta \cdot g \cdot h_{cg} \cdot A} \quad \text{donde } \boxed{A = r \cdot b}$$

b: ancho (5m)

$$F_H = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{2m}{2} \cdot 2m \cdot 5m \; ; \quad \boxed{F_H = 98100\ N} \quad (2')$$

·) F_V = Peso de liquido por encima de compuerta:

$$\left[F_V = \delta \cdot g \cdot Vol = \delta \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{4} \pi r^2\right] \text{; reemplazo valores:}$$

$$F_V = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 5m \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (2m)^2 \; , \quad \boxed{F_V = 154095\ N} \quad (3)$$

·) $$h_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{xx}}{y_{cg} \cdot A} = 1m + \frac{5 \cdot 2^3/12\ m^4}{1m \cdot 10m^2} \; ; \quad \boxed{h_{cp} = 1{,}33m} \quad (4)$$

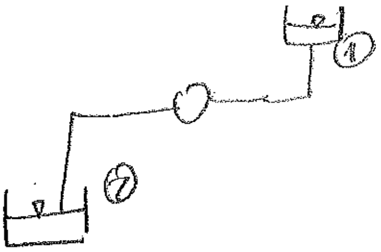
de (2'), (3), (4) en (1'):

$$P = \frac{\frac{F_V \cdot 4r}{3\pi} + F_H(r - h_{cp})}{(0{,}8 + 2)m} \text{ ; reemplazo valores}$$

$$P = \frac{\left(\frac{154095 \cdot 4 \cdot 2 N \cdot m}{3\pi} + 98100\,N(2 - 1.33)m\right)}{2{,}8\ m} \; ; \quad \boxed{P = 70188\ N}$$

Ejercicio 3: Práctica

a) Hallar potencia para trabajo como turbina ($\dot{L}_T$)



Aplico ec. Energía entre ① y ②: la altura de turbina h_T se extrae del sistema,

Flujo de 1 a 2

1: Inicial
2: Final

$$\boxed{\frac{(P_1 - P_2)}{\delta g} + \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2g} + (z_1 - z_2) = h_T + h_p} \quad ①$$

de ①: $P_1 = P_2 = P_{atm}$, $V_1 \to 0$ (superficie libre)

$V_2 \to 0$ (sup. libre)

queda: $$\cancel{\frac{(P_1 - P_2)}{\delta g}} + \cancel{\frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2g}} + (z_1 - z_2) = h_T + h_p$$

$$\therefore \quad h_T = (z_1 - z_2) - h_p$$

$$h_T = (45{,}75 - 7{,}62)\,m - 5{,}2\,m$$

$$\boxed{h_T = 32{,}93\ m} \quad ②$$

por definición de potencia; $\dot{L}_T = h_T \cdot \delta \cdot g \cdot Q$

$$\dot{L}_T = 32{,}93\,m \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{946\,\ell}{s} \cdot \frac{1\,m^3}{10^3\,\ell}$$

$$\dot{L}_T = 3{,}056 \cdot 10^5 \underbrace{\underbrace{\underbrace{kg \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{W} \cdot \frac{1\,kW}{10^3\,W}$$

③ $$\boxed{\dot{L}_T = 305{,}6\ kW}$$

b) Hallar potencia para trabajo como bomba ($\dot{L}_b$)

Aplico ec. de energía entre 1 y 2; hb se adiciona al sistema. Flujo de 2 (inicial) a 1 (final).

(4) $$\boxed{\frac{(P_2 - P_1)}{\delta g} + \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (Z_2 - Z_1) = hb - hp}$$

la hp se sustrae del sist.

de (4): $P_2 = P_1 = P_{atm}$

$\left.\begin{array}{l} V_1 \to 0 \\ V_2 \to 0 \end{array}\right\}$ superficie libre, queda ec (4):

$$\frac{\cancel{P_2} - \cancel{P_1}}{\delta g} + \frac{\cancel{V_2^2} - \cancel{V_1^2}}{2g} + Z_2 - Z_1 = hb - hp$$

$$hb = (Z_2 - Z_1) + hp$$

$$hb = (45{,}75 - 7{,}62 + 5{,}2)\ m \quad ; \quad \boxed{hb = 43{,}33\ m} \ (5)$$

Aplico ec. de potencia: $\dot{L}_b = hb \cdot \delta \cdot g \cdot Q$

$$\dot{L}_b = 43{,}33\ m \cdot \cancel{10^3}\ \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot \frac{946\ \cancel{l}}{s} \cdot \frac{1\ \cancel{m^3}}{\cancel{10^3\ l}}$$

$$\dot{L}_b = 4{,}021 \cdot 10^5\ \underbrace{\underbrace{\underbrace{\frac{kg \cdot m}{s^2}}_{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{W} \cdot \frac{1\ kW}{10^3\ W}$$

$$\boxed{\dot{L}_b = 402{,}1\ kW}$$