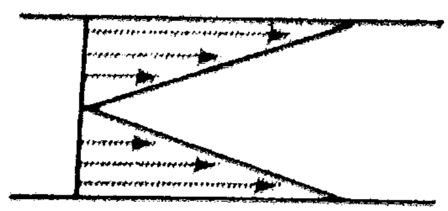
UCA
Ingeniería

MECANICA DE LOS FLUIDOS
PRIMER PARCIAL 8-10-2015
TEMA 2

PARA APROBAR ESTE EXAMEN TENDRÁN QUE RESOLVER CORRECTAMENTE, AL MENOS, <u>DOS EJERCICIOS</u> DE CADA UNA DE LAS PARTES

Problema 1 -PARTE TEÓRICA

a) Para la distribución de velocidad mostrada en una tubería circular de diámetro D, en la figura, y suponiendo que el valor de la velocidad en la pared del tubo es Vo; hallar el coeficiente "α" (factor de corrección de la energía cinética).
b) ¿Qué puede decir sobre el modo de fluir de este flujo? Justificar.



Problema 2- PARTE TEÓRICA

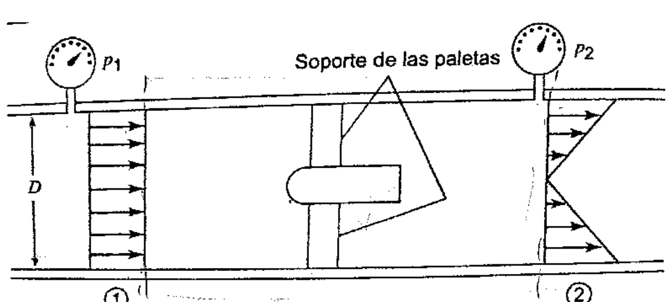
a) La descarga de una bomba centrífuga (caudal volumétrico) es función de la velocidad rotacional de la bomba, w; el diámetro del rotor D, la carga de la bomba, h_p; de la viscosidad del fluido, μ, de la densidad del fluido, ρ, de la aceleración de la gravedad, g. Hallar los parámetros adimensionales que representan a este problema.
b) Un modelo a escala 1:1 de un torpedo se probó en un túnel de viento. Si la velocidad del torpedo en agua es de 10m/s ¿Cuál debe ser la velocidad del aire en un túnel de viento? Las pruebas se realizan a la misma temperatura. Justificar la respuesta.

Ejercicio 3-PARTE TEÓRICA

Un aparato parecido a un torpedo se ensaya en un túnel de viento con una densidad de aire de 0.0026 slugs/ft^3. El túnel mide 3 ft de diámetro. La presión corriente arriba es de 0.24 psig y corriente abajo 0.10 psig. Si la velocidad V media del aire es de 100ft/s
a) ¿Cuáles son el flujo másico y la velocidad máxima en la sección corriente abajo en C?
b) Si se supone que la presión es uniforme en las seccion A y C ¿Cuál es el arrastre del aparato y en el soporte? Suponga que la resistencia viscosa de la pared es despreciable.

Datos adicionales:

1 psig = 6894,75 Pa = 6,895 kPa: (1 psi=1lbf/in^2)
1 m = 3,28 ft
1 slug= 14,59 kg.



Vc

MECÁNICA DE LOS FLUIDOS-1ER PARCIAL-PARTE PRÁCTICA-8-10-2015 TEMA 1

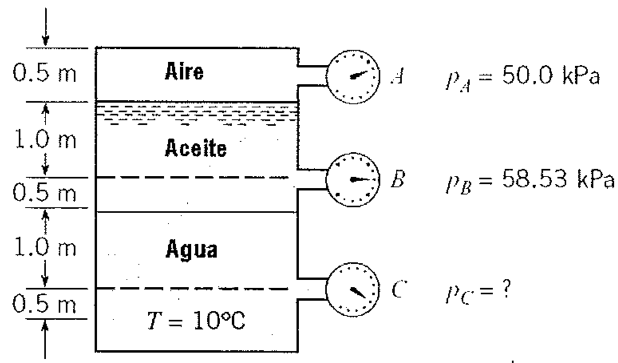
Ejercicio 1 - PARTE PRÁCTICA

Para el tanque cerrado de la figura, con los manómetros indicando presiones manométricas:

a) ¿Cuál será la densidad del aceite?

b) ¿Qué presión lee el manómetro C?

Datos: Agua a 10°C $\rho = 981$ Kg/m³.
Aire: en caso de necesitar la densidad puede tomar 1,293 Kg/m³.

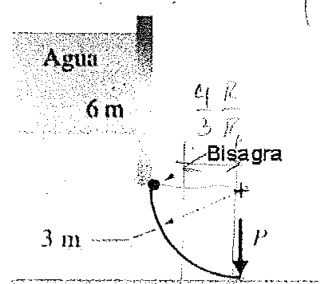


Ejercicio 2 - PARTE PRÁCTICA

¿Qué fuerza P se requiere para mantener cerrada la compuerta de 4 metros de ancho mostrada en la figura?
Agua: $\rho = 1000$ Kg/m³.

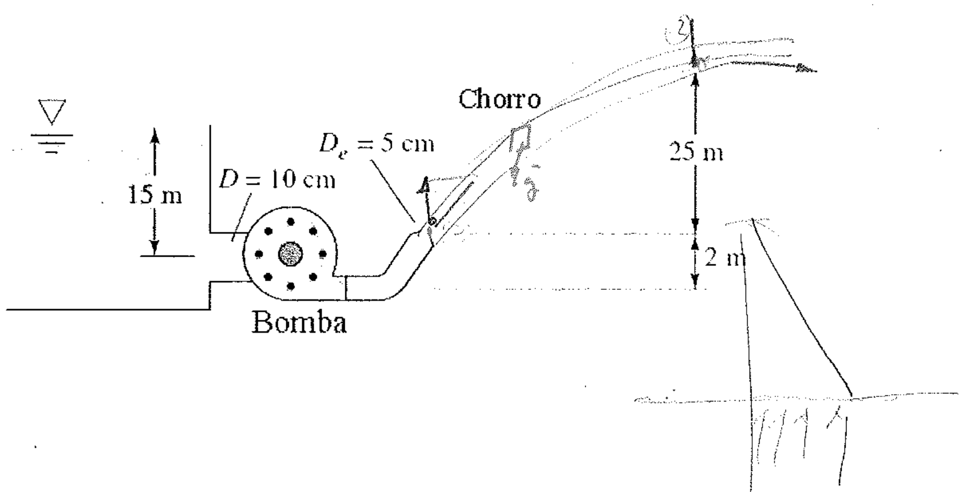
Centro de gravedad del cuarto de círculo: $\frac{4\,R}{3\,\pi}$

De cada lado, la compuerta no tiene peso



Ejercicio 3 - PARTE PRÁCTICA

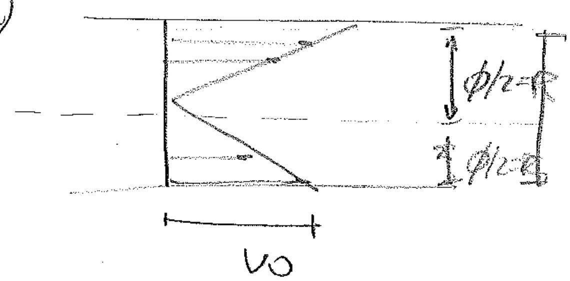
El sistema de la figura, tiene una bomba centrífuga que crea un chorro de agua, orientado para viajar a la máxima distancia horizontal ($\theta = 45°$). Las pérdidas del sistema son de 6,5 m de columna de liquido, el chorro puede aproximarse a la trayectoria de partículas sin fricción, ¿Qué potencia necesitara la bomba para que el sistema funcione? Fluido agua a 20°C $\rho = 998,4$ Kg/m³.



Primer Parcial 8/10/15 Tema 2

Problema 1: Teoría

a)



hallar $v = f(r)$

$V(r=R) = V_0$
$V(r=0) = 0$

$$V(r) = \frac{V_0}{R} \cdot r \rightarrow \boxed{V(r) = \frac{V_0}{\phi/2} \cdot r} \quad ①$$

Se define $\boxed{\alpha = \frac{\iint (\bar{V}\hat{n})^3 dA}{A \cdot \langle v \rangle^3}}$ ② $\longrightarrow \langle V \rangle$ velocidad media

$$\langle v \rangle = \frac{Q}{A} = \frac{\iint \bar{V}\hat{n}\, dA}{A} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} \frac{V_0 r}{\phi/2} \cdot r\, dr\, d\theta}{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}}$$

$$= \frac{V_0 \cdot 2}{\phi} \cdot \frac{1 \cdot 4}{\pi \phi^2} \int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} r^2\, dr\, d\theta$$

$$= \frac{8 V_0}{\pi \phi^3} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{3} r^3 \Big]_0^{\phi/2} d\theta =$$

$$= \frac{8 V_0}{\pi \phi^3} \quad \frac{1}{3}\left(\frac{\phi}{2}\right)^3 \theta \Big]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{\cancel{8} \cdot V_0 \cdot \cancel{\phi^3} \cdot 2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi} \cancel{\phi^3}\, 3 \cdot \cancel{2^3}} \quad \boxed{\langle V \rangle = \frac{2}{3} V_0} \quad ③$$

$$(\langle v \rangle)^3 = \left(\frac{2}{3} v_0\right)^3 = \frac{8}{27} v_0^3$$

$$\iint v_n^3 \, dA = \int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} \left(\frac{v_0}{\phi/2} \cdot r\right)^3 r \, dr \, d\theta =$$

$$= \frac{v_0^3}{\phi^3} \cdot 2^3 \int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} r^4 \, dr \, d\theta =$$

$$= 8\left(\frac{v_0}{\phi}\right)^3 \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{5} r^5 \Big]_0^{\phi/2} \cdot d\theta$$

$$= \frac{8 \, v_0^3}{\phi^3} \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{\phi}{2}\right)^5$$

$$= \frac{8 \cdot v_0^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \phi^5}{5 \cdot \phi^3 \cdot 2^5} = \frac{\pi \cdot \phi^2 v_0^3}{5 \cdot 2}$$

$$\boxed{\iint \bar{v}^3 \hat{n} \, dA = \frac{\pi \cdot \phi^2 \cdot v_0^3}{10}} \quad (4)$$

$$\boxed{A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{\cancel{\pi} \cdot \cancel{\phi^2} \cdot \cancel{v_0^3} \, 4 \cdot 27}{10 \cdot \cancel{\pi} \cancel{\phi^2} \, 8 \, \cancel{v_0^3}} = 1,35$$

$\boxed{\alpha = 1,35}$

b) Si $\alpha = 2 \rightarrow$ flujo laminar
$\alpha < 2 \rightarrow$ turbulento

Problema 2: parte teórica

a) $Q = f(\omega, D, h_p, \mu, \rho, g)$

	M	L	T
Q	0	3	-1
ω	0	0	-1
D	0	1	0
h_p	0	1	0
μ	1	-1	-1
ρ	1	3	0
g	0	1	-2

$\pi_n = 7 - 3 = 4$

$\boxed{\pi_1 = h_p / D}$ ①

$\pi_2)$ $\pi_2 = D^a \omega^b \mu^c \rho^1$

$$[\pi_2] = L^a \left(\frac{1}{T}\right)^b \left(\frac{M}{LT}\right)^c \frac{M}{L^3} \rightarrow M^0 T^0 L^0$$

$$\left.\begin{array}{l} M)\ c + 1 = 0 \\ T)\ -b - c = 0 \\ L)\ a - c - 3 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} c = -1 \\ b = -(-1) - 1 \\ a - (-1) - 3 = 0,\ a = 2 \end{array}$$

$\pi_2 = \frac{D^2 \omega \rho}{\mu}$, Donde, $D\omega = V$ (velocidad)

$\boxed{\pi_2 = \frac{D V \cdot \rho}{\mu} = Re \text{ (nro de Reynolds)}}$ ②

$\pi_3)$ $\pi_3 = D^a \omega^b \cdot g^1$

$$[\pi_3] = L^a \left(\frac{1}{T}\right)^b \left(\frac{L}{T^2}\right)^1 \quad \begin{array}{l} L)\ a + 1 = 0 \rightarrow a = (-1) \\ T)\ -b - 2 = 0 \rightarrow b = -2 \end{array}$$

$\pi_3 = D^{-1} \omega^{-2} g = \frac{g}{D \omega^2}$; ← $D\omega = V$, $\omega = V/D$

$\pi_3 = \frac{g\, D^2}{D\, V^2} \rightarrow \boxed{\pi_3 = \frac{V^2}{g D}}$ → Froude²

$\boxed{\pi_3 = \frac{V}{\sqrt{g D}}}$ ③

$\pi_4)$ $\pi_4 = \rho^a D^b g^c Q$

$$\pi_4 = \left[\frac{M}{L^3}\right]^a [L]^b \left[\frac{L}{T^2}\right]^c \frac{L^3}{T}$$

$M)$ $a = 0$

$T)$ $-2c - 1 = 0 \rightarrow c = -1/2$

$L)$ $-3a + b + c = 0$; $b - \frac{1}{2} = 0$; $b = 1/2$

$$\boxed{\pi_4 = D^{1/2}\, g^{-1/2}\, Q} \rightarrow \pi_4 = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$$

$$Q = \frac{\pi_4}{\sqrt{D/g}} \Rightarrow \boxed{\frac{Q}{\sqrt{g/D}} = f(Re, Fr, h_0/D)}$$

b) Dada $V_p = 10\ m/s$ a agua, hallar velocidad en túnel de viento

P): prototipo → agua, → V_p M): modelo → aire, → V_m

Escala 1:1, longitud característica del prototipo L.

Para este flujo, conjunto con nro de Reynolds Re:

$$Re)_m = Re)_p$$

$$\frac{D_m \cdot V_m\, \rho_m}{\mu_m} = \frac{D_p\, V_p\, \rho_p}{\mu_p}, \quad \text{vemos que } \rho_m = \rho_p$$

$$\boxed{V_m = V_p \frac{\rho_p\, \mu_m}{\rho_m\, \mu_p}}$$

$$\boxed{V_m = \left(\frac{D_m}{D_p}\right) V_p}$$

Parte 3 teoría

a) ¿Flujo másico? $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$

Con Reynolds   V: velocidad $\forall$: volumen

$$\boxed{\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{VC} \beta \cdot \rho \, d\forall\right] + \iint_{SC} \beta \cdot \rho \cdot \bar{V} \cdot \hat{n} \, dA} \quad (1)$$

Como $B = m$; $\beta = \frac{dB}{dm} = \frac{dm}{dm} = 1$

Vol. control — rígido → $\frac{d}{dt}\iiint_{VC} \beta \rho \, d\forall = 0$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = 0 = \iint_{S1} 1 \cdot \rho \cdot \bar{V}_1 \cdot \hat{n} \, dA + \iint_{S2} 1 \cdot \rho \langle \bar{V}_2 \rangle \hat{n} \, dA} \quad (2)$$

P/ 1 y 2 → $Q_1 = Q_2$

$$\langle V_1 \rangle \cdot A_1 = \langle V_2 \rangle \cdot A_2 \quad ; \quad A_1 = A_2$$

$$\langle V_1 \rangle = \langle V_2 \rangle$$

Flujo másico: $\dot{m} = \iint_{S_1} \rho \langle V_1 \rangle \hat{n} \, dA$

$$\dot{m} = \rho \cdot V \cdot A$$

$$\boxed{\dot{m} = \frac{\rho \cdot V_1 \cdot \pi \cdot \phi^2}{4}} \quad (3)$$

Corriente en c, del ej (1), para esa distribución de velocidades, $\langle V_2 \rangle = \frac{2}{3} V_0 \longrightarrow V_0 = \frac{3}{2}\langle V_2 \rangle = \frac{3}{2}\langle V_1 \rangle$

$$\boxed{V_0 = \frac{3}{2}\langle V_1 \rangle} \quad (4)$$

b) ΣF sobre el fluido ? → pared ? → no
↳ drag ? → si
↳ $p_2 \neq p_1$

Reynolds, de ec (1). $\Sigma F = \frac{d\bar{P}}{dt}$

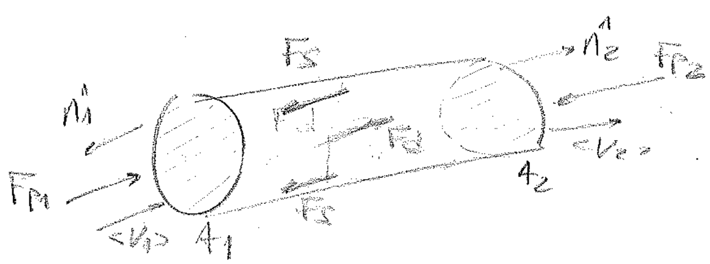
$B = \bar{P} = m \cdot \bar{V}$

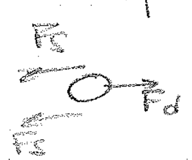
$\beta = \frac{dB}{dm} = \frac{d(m \cdot \bar{V})}{dm} = \bar{V}$ } reemplazo en (1)

$$\Sigma F = \frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\cancel{\iiint_{VC} \bar{V} \rho \, d\forall}\right]^{\to 0} + \iint_{SC} \bar{V} \rho \bar{V} \hat{n} \, dA$$

$$\boxed{\Sigma F = F_{ext} = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2 - 2F_s} \quad (5)$$

F_s: Fuerza de soporte
Hay 2 Fuerzas de soporte equivalentes aplicadas al cuerpo





$\boxed{F_d = 2F_s}$

F_d: Fuerza de drag

de (1): (1')
$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \iint_{S_1} \rho \cdot \bar{V}_1 (\bar{V}_1 \hat{n}_1) \, dS_1 + \iint_{S_2} \rho \cdot \bar{V}_2 (\bar{V}_2 \hat{n}_2) \, dS_2 = \Sigma F$$

Para S_1: $\bar{V}_1 = \langle V_1 \rangle \hat{i}$, $\bar{V}_1 \hat{n}_1 = -V_1$

Para S_2: $\bar{V}_2$ sigue la misma distribución de velocidades que el ej 1 de teoría.

$$\bar{V}_2(r) = \frac{V_0}{\phi/2} r \hat{i}. \text{ de } (4). \quad \bar{V}_2(r) = \frac{3\langle V_2 \rangle}{2\,\phi/2} r \hat{i}$$

$$\boxed{\bar{V}_2(r) = \frac{3\langle V_1\rangle}{\phi} r\, \hat{i}} \quad (6)$$

Para integrar S_1 y S_2 lo hacemos en coordenadas polares;

$$\bar{V}_2 \cdot \vec{n}_2 = +V_2$$

$$dS_1 = r\, d\theta\, dr \quad , \quad dS_2 = r\, d\theta\, dr$$

$$S_1 \begin{cases} r \in [0, \phi/2] \\ \theta \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad ; \quad S_2 \begin{cases} r \in [0, \phi/2] \\ \theta \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

Integro ec (1):

$$\sum \bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt} = \underbrace{-\int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} \rho \langle V_1\rangle\langle V_1\rangle \cdot r\, dr\, d\theta}_{1*} \underbrace{+\iint_0 \rho\, V_2^2\, r\, dr\, d\theta}_{1**}$$

de (1*): $-\rho \int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} V_1^2\, r\, dr\, d\theta = -\rho V_1^2 \int_0\int_0^{\phi/2} r\, dr\, d\theta =$

$$= -\rho V_1^2 \int_0^{2\pi} \left.\frac{r^2}{2}\right]_0^{\phi/2} d\theta = -\rho V_1^2\, 2\pi \frac{1}{2} (\phi/2)^2 =$$

$$\left. = -\frac{\rho V_1^2 \pi \phi^2}{4} \right]$$

de (1**) $\int_0^{2\pi}\int_0^{\phi/2} \rho \frac{3^2}{\phi^2} \langle V_1\rangle^2 r^2\, r\, dr\, d\theta =$

$$= \left(\frac{3V_1}{\phi}\right)^2 \rho \int^{2\pi} \left.\frac{r^4}{4}\right]_0^{\phi/2} d\theta = \left(\frac{3V_1}{\phi}\right)^2 \rho \frac{1}{4} \frac{\phi^4}{2^4} 2\pi$$

$$\left. = \frac{3^2 V_1^2 \rho\, \phi^4\, 2\pi}{\phi^2 \cdot 4 \cdot 2^4} = \frac{\rho V_1^2 \pi \phi^2\, 9}{32} \right]$$

de (1ª) , (1ª) e (1º)

$$\Sigma \bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{\rho V_1^2 \pi \phi^2}{4} + \rho V_1^2 \pi \phi^2 \frac{9}{32}$$

$$\boxed{\Sigma \bar{F} = \frac{1}{32} \rho V_1^2 \pi \phi^2} \quad (9)$$

dado que (7) = (5),

$$\frac{1}{32} \rho V_1^2 \pi \phi^2 = p_1 A_1 - p_2 A_2 - 2F_S$$

$$\frac{1}{32} \rho V_1^2 \pi \phi^2 = \frac{\pi \phi^2}{4} (p_1 - p_2) - 2F_S$$

$$F_S = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \phi^2}{4} (p_1 - p_2) - \frac{1}{32} \rho V_1^2 \pi \phi^2 \right]$$

$$\boxed{F_S = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \phi^2}{4} \left(p_1 - p_2 - \frac{1}{8} \rho V_1^2 \right) \right]} \quad (I) \text{ reemplazo valores:}$$

$$F_S = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} \left(\frac{3\,\cancel{ft} \cdot 1\,m}{3{,}28\,\cancel{ft}} \right)^2 \cdot \left\{ \left[(0{,}24 - 0{,}10)\,\cancel{psig} \cdot \frac{6894{,}7\,\cancel{Pa}}{\cancel{psig}} \cdot \frac{1\,N}{m^2 \cdot \cancel{Pa}} \right] - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{1}{8} \cdot 0{,}0026 \frac{slugs}{\cancel{ft^3}} \cdot \frac{14{,}54\,kg}{\cancel{slug}} \cdot \left(\frac{3{,}28\,\cancel{ft}}{m} \right)^3 \cdot \left(\frac{100\,\cancel{ft}}{s} \right)^2 \left(\frac{1\,m}{3{,}28\,ft} \right)^2 \right\} \right)$$

$$F_S = \frac{1}{2} \frac{\pi}{4} \left(\frac{3}{3{,}28} \right)^2 m^2 \cdot \left\{ \left(965{,}26 \frac{N}{m^2} \right) - 1155 \frac{kg \cdot m^2}{m^3 \cdot s^2} \right\} ; \quad \boxed{F_S = 266\,N}$$

$$\boxed{F_D = 532\,N}$$

de (3): $$\dot{m} = \frac{0{,}0026\,\cancel{slug} \cdot 100\,\cancel{ft} \cdot \pi \cdot 3\,\cancel{ft}}{\cancel{ft^4} \cdot s \cdot 4} \cdot \frac{14{,}59\,kg}{\cancel{slug}} \cdot \frac{3{,}28\,\cancel{ft}}{m}$$

$$\boxed{\dot{m} = 29{,}32\,kg/s}$$

Ejercicio 1: practica

a) δ_{oil}? $\boxed{P_{aire} + \delta_{oil}\, g\, h_{oil} = P_B}$ reemplazo valores

$$\delta_{oil} = \frac{P_B - P_{aire}}{h_{oil}\, g}$$

$$\delta_{oil} = \frac{(88,53 - 50)\,kPa}{1m \cdot 9,81\, \frac{m}{s^2}} \cdot \frac{10^3 Pa}{kPa} \cdot \frac{1N}{m^2\, Pa} \cdot \frac{kg\, m}{s^2\, N}$$

$$\boxed{\delta_{oil} = 870\ kg/m^3}$$

b) $P_C = P_{aire} + \delta_{oil}\, g\, h_{oil} + \delta_{H_2O}\, g\, h_{H_2O}$

$$P_C = 50\,kPa + 870\frac{kg}{m^3}\, 9,81\frac{m}{s^2}\,(1+0,5)\,m + 981\frac{kg}{m^3}\, 9,81\frac{m}{s^2}\, 1m$$

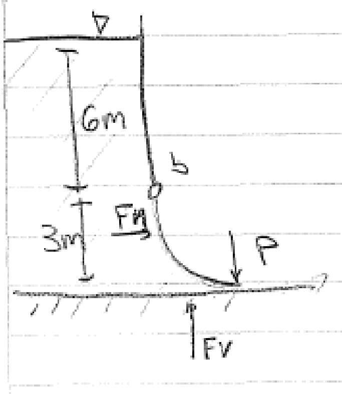
$$P_C = 50\,kPa + 12802\, \frac{kg\, m}{m^2\, s^2} \cdot \frac{1\,kPa}{10^3\,Pa} + 9623,6\, \frac{kg\, m}{m^2\, s^2} \cdot \frac{1\,kPa}{10^3\,Pa}$$

$$P_C = 50\,kPa + 12,8\,kPa + 9,6\,kPa$$

$$\boxed{P_C = 72,4\,kPa}$$

Ejercicio 2: practica

Hallar P: Para compuerta en equilibrio $\boxed{\sum M_b = 0}$ (1)
de las fuerzas.



$\boxed{F_H = \delta\, g\, h_c \cdot Area}$ (2)

donde $h_c = 6\,m + \frac{3}{2}\,m = 7,5\,m$

queda

$$F_H = 10^3\frac{kg}{m^3}\, 9,81\frac{m}{s^2}\, 7,5\,m\; 4\,m\; 3\,m$$

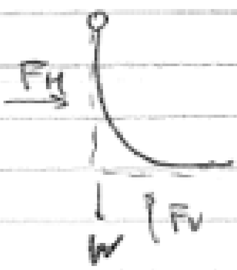
$$\boxed{F_H = 8,82\ 10^5\ N}$$ (2)

Fuerza vertical Fv: → tomo la fuerza de presión inferior y el peso del líquido remanente:

$$F_V = \left((\delta \cdot g \cdot h)_{fondo} \cdot A\right) - \underbrace{\delta g \left(r^2 - \frac{\pi r^2}{4}\right)}_{\text{peso sobre sup. vert.}} \cdot b$$

ancho compuerta

F presión



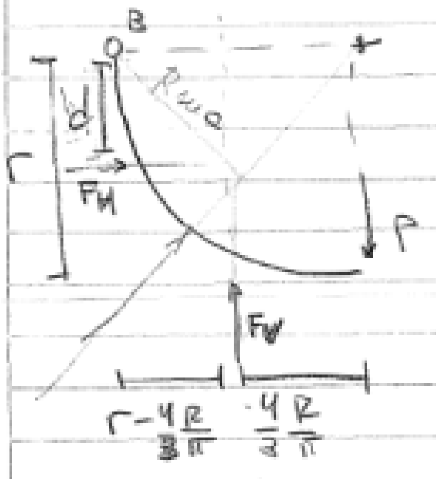
$$F_V = \delta g h_F \cdot b \cdot l_{total} - \delta g r^2 b \left(1 - \pi/4\right)$$

$$F_V = \delta g b \left[h_F l_{TOT} - r^2 \left(1 - \pi/4\right)\right]$$, reemplazo:

$$F_V = \frac{10^3 kg}{m^3} \cdot \frac{9{,}81 m}{s^2} \cdot 4m \left[(6+3)m \cdot 3m - (3m)^2 \left(1 - \pi/4\right)\right]$$

$$[F_V] = kg \frac{m}{s^2} = N; \quad \boxed{F_V = 9{,}84 \cdot 10^5 N}$$ (3)

Aplicando ec (1): $\Sigma M = 0$ (+) (-)



$$\boxed{\Sigma M_B = 0}$$

$$- F_H \cdot d_H - F_V \cdot d_V + P \cdot r = 0$$

$$\boxed{P = \frac{F_H d_H + F_V d_V}{r}}$$ (4)

donde $d_H = h_{cp} - 6m$

$$h_{cp} = 7{,}5m + \frac{4 \cdot 3^3/12}{7{,}5 \cdot 12} m = 7{,}6m, \quad d = 1{,}6m$$

$$d_V = r - \frac{4r}{3\pi} = r\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right); \quad d_V = 1{,}72m$$

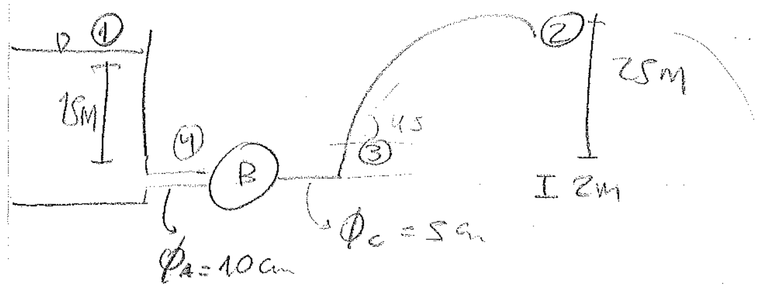
$$\boxed{P = 1{,}03 \cdot 10^6 N}$$, comprobación, $R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 1{,}32 \cdot 10^6 N$

$\theta = 48{,}13°$; $P \cdot r - R\, r\, sc(\theta) = 0$ → $P = 9{,}8 \cdot 10^5 N$.

error ≈ 5%

Ejercicio 3; Parte práctica

Esquema del problema:



-) Hallar potencia L_b (potencia de bomba)

Consideraciones previas a resolución:

-) Pérdidas (calor, fricción, etc) se consideran en conjunto.

-) Aplico ec. de Bernoulli incluyendo pérdidas y adiciones (bomba)

-) Considero trayecto del fluido desde ① a ②

Resolución: Entre ① y ②; queda ec. Bernoulli:

$$\boxed{\frac{(P_2 - P_1)}{\gamma} + \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (z_2 - z_1) + (e_2 - e_1) = h_{ad} - h_p} \quad (1)$$

donde: $h_{ad} \rightarrow$ energía adicionada al sistema (bomba)

$\therefore h_{ad} = h_b$ (bomba)

$h_p \rightarrow$ energía de pérdidas

En esta forma de ec (1), se consideran en conjunto las adiciones y sustracciones al sistema (líquido)

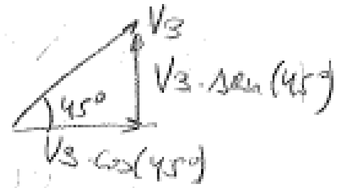
-) $e_2 - e_1 \rightarrow 0$, $P_2 = P_1 = P_{atm}$, $V_1 \rightarrow 0$

$$\cancel{\frac{P_2 - P_1}{\gamma}}^{0} + \frac{V_2^2 - \cancel{V_1^2}^{0}}{2g} + (z_2 - z_1) + \cancel{(e_2 - e_1)}^{0} = h_b - h_p$$

$$\boxed{\frac{V_2^2}{2g} + (z_2 - z_1) = h_b - h_p} \quad (2)$$

de (2): datos: z_2, z_1, h_p, incógnitas: V_2, h_b

En el punto 3   en punto 2



$$v_2 = V_3 \cdot cos(45°)$$

Por accion del peso: $\boxed{a = -g\hat{j}}$ → $V_x = cte$ → $V_2)_x = V_3)_x$

$$\begin{cases} \bar{V}_3 = |V_3|\, sen(45)\, \hat{i} + |V_3|\, cos(45)\, \hat{j} \\ \bar{V}_2 = V_2\, \hat{i} \end{cases}$$

$|V_3| = \sqrt{V_3^2 (sen(45)^2 + cos(45)^2)}$

$|V_3| = v_3$

Aplico Bernoulli entre 3 y 2

$$\frac{\cancel{P_3}}{\delta g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{\cancel{P_2}^{=P_3}}{\delta g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \cancel{h_p}^{0}$$

$$\boxed{\frac{V_3^2 - V_2^2}{2g} = (z_2 - z_3)} \quad (3)$$

Entre 3 y 2

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{dv}{dt} \longrightarrow dt = \dfrac{dv}{a} \\ v = \dfrac{dx}{dt} \longrightarrow dt = \dfrac{dx}{v} \end{array}\right] \rightarrow \frac{dv}{a} = \frac{dx}{v} \rightarrow \boxed{a\,dx = v\,dv} \quad (1)$$

donde: $\bar{a} = 0\hat{i} + g\hat{j}$; $y \in [0; 25]m$; $v \in [v_{3y}; 0]$

$$\int_0^{25} -g\, dy = \frac{1}{2} v^2 \Big]_{V_{3y}}^{0}$$

$$-g\, 25m = \frac{1}{2}(0^2 - V_{3y}^2)$$

$$V_{3y} = \sqrt{2g\, 25m} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81\, m}{s^2} \cdot 25m}$$

$$V_{3y} = 22{,}15\, m/s$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = V_{3x} = |V_3| \cos(45) \\ V_{3y} = |V_3| \sin(45) \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{V_2 = 22{,}15\, m/s} \; (5)$$

reemplazando en ec (2):

$$h_b = \frac{V_2^2}{2g} + (z_2 - z_1) + h_p$$

$$h_b = \frac{(22{,}15)^2\, m^2 s^2}{2 \cdot 9{,}81\, m s^2} + (25 + 2 - 15)\, m + 6{,}5\, m$$

$\boxed{h_b = 43{,}5\,m}$ (6)

- La potencia $\dot{L}_b$ se define: $\boxed{\dot{L}_b = h_b \cdot \gamma \cdot Q}$ (7)

- calculo Q; $Q = V \cdot A$ en sección (3)

$$Q = V_3 \cdot A_3 = \frac{V_2}{\operatorname{sen}(45)} \cdot \frac{\pi\, \phi_3^2}{4}$$

unidades $\frac{m \cdot m^2}{s} = \frac{m^3}{s}$ ✓

$$Q = \frac{22{,}15\,m}{\operatorname{sen}(45) \cdot s} \cdot \frac{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-2}\,m)^2}{4}$$

$$\boxed{Q = 6{,}15\ 10^{-2}\ m^3/s}\ (8)$$

reemplazo (8) y (6) en (7):

$$\dot{L}_b = 43{,}5\,m \cdot \frac{998\,kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 6{,}15 \cdot 10^{-2}\,\frac{m^3}{s}$$

$$[\dot{L}_b] = \underbrace{\underbrace{\overbrace{kg\,\frac{m}{s^2}}^{N} \cdot m}_{J} \cdot \frac{1}{s}}_{W}$$

$$\boxed{\dot{L}_b = 26191\ W}$$