MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL- ABRIL 2012

Tema 1 TEORIA

PROBLEMA 1

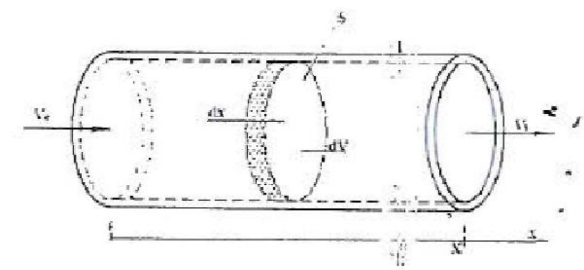
La densidad del gas que fluye a través de un conducto de sección constante S y longitud X varía de acuerdo con la ley:

$$\rho = \rho_1 \left(1 - \frac{x}{2X}\right) \operatorname{sen} \frac{V_1 t}{X} \qquad \frac{X}{V_1}\frac{\pi}{2} > t \geq 0$$

$$0 \leq x \leq X$$

Donde V_1 y ρ_1 son la velocidad y la densidad de referencia; por ejemplo, la velocidad y la densidad del fluido a la entrada del conducto.

Halle la diferencia de flujo másico que entra y sale del conducto en función del tiempo.



PROBLEMA 2

Sea el movimiento en régimen permanente definido en coordenadas eulerianas y dado por el campo de velocidades: $\mathbf{v} = (2x - 3y)\hat{i} + (3x - 2y)\hat{j}$

Se pide:

1. Demuestre que el fluido es incompresible.
2. Determine el campo de aceleración $\boldsymbol{a}$
3. Determine las líneas de corriente e identifique aquella que pasa por el punto $x = 1$; $y = 1$; $z = 0$.

PROBLEMA 3

La función potencial de un fluido bidimensional es $\Phi = 5x^3/3 - 5$[illegible]^2. Demostrar que se satisface la ecuación de continuidad y calcular la función de corriente correspondiente.

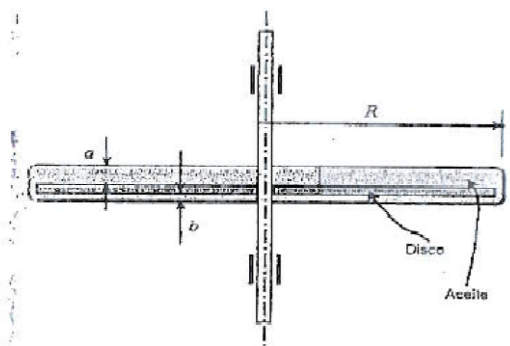
MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL- ABRIL 2012

Tema 1: PARTE PRÁCTICA

Problema 1:

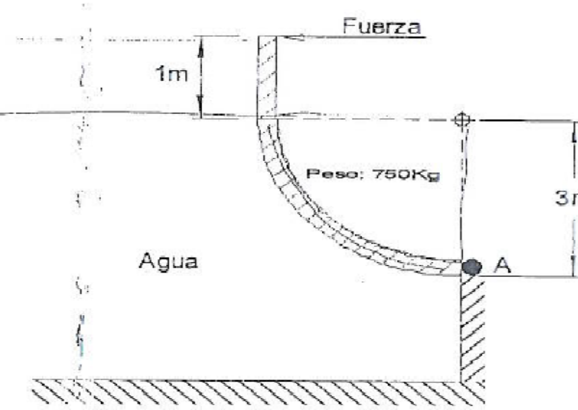
A fin de amortiguar un instrumento de medición se construye un amortiguador con un disco bañado en aceite de viscosidad μ, como se muestra en la figura. El radio del mismo es R y la separación superior entre el disco y la carcaza es a; la separación inferior es b. (Siendo $a \neq b$). Se puede despreciar el espesor del disco

a) Con los datos indicados desarrolle una fórmula que permita calcular el torque cuando el eje gira a una velocidad ω en función de las distancias a y b
b) ¿Cuál será el torque máximo si el instrumento gira a una velocidad de 1 RPM, el aceite tiene una viscosidad μ de 0,4 Pa . s, el radio del mismo es 1cm y las separaciones miden a = 1mm y b = 0,5 mm.



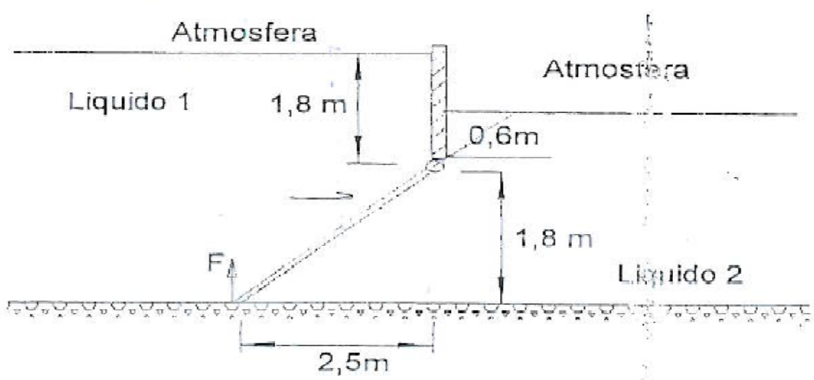
Problema 2:

La compuerta de la figura pesa 750 Kg, puede moverse en el punto A hacia los lados. Se pide calcular el valor de la fuerza que mantendrá en la posición dibujada la compuerta.
Datos: Fluido agua ρ = 1000 Kg/m^3; Radio de la compuerta 3m, recordar de lo visto en clase que el baricentro del cuarto de circulo se encuentra a una distancia $\dfrac{4R}{3\pi}$ de cada lado. El baricentro de un rectángulo es $Ixx = \dfrac{b\,h^3}{12}$ el ancho de la compuerta es de 2 m.



Problema 3:

Encontrar la magnitud de las fuerzas de cada lado de la compuerta, encontrar el centro de presión de las fuerzas de cada lado de la misma. Determinar la F necesaria para abrir la compuerta si esta pesa 1500 Kg.
Datos: Liquido 1 γ_1 = 1000 kg/m^3 - Liquido 2: γ_2 = 860 kg/m^3



Parte práctica

Problema 1

Diagrama:

Datos: R, μ, a, b, ω, τ. Hallar $\tau = f(R, \mu, a, b, \omega)$

Si el disco gira a ω = cte; $\boxed{\Sigma M = 0}$ (1)

ΣM = Maplicado − Mfluido = 0

$\boxed{M_{aplicado} = M_{fluido}}$ (2)

1) $\boxed{M_{fluido} = \int d\,M_{fluido}}$ (3)

Calculamos primero para superficie superior

$\boxed{d\,M_{fluido} = r \cdot dF}$ (4)

Por ser fluido newtoniano, $\boxed{\tau = \frac{\mu \cdot V}{a}}$ (5)

Con $\boxed{V = \omega \cdot r}$ (6)

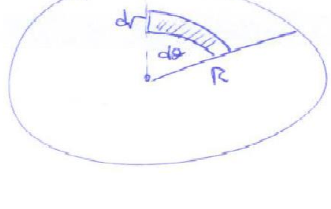
Reemplazo 5 en 6

$\boxed{\tau = \frac{\mu \cdot \omega \cdot r}{a}}$ (7)

Tenemos $\boxed{\tau = \frac{F}{A}} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{dF}{dA}} \Rightarrow \boxed{dF = \tau \cdot dA}$ (8)

Tomamos áreas infinitesimales en coordenadas polares;

$\boxed{dA = r \cdot d\theta \cdot dr}$ (9)



esquema:

$(9) \xrightarrow{dA} (8) \xrightarrow{dF} (4) \xrightarrow{\int} M_{fluido}$

$(7) \xrightarrow{\tau}$ (8)

(9) $\xrightarrow{dA}$ (8); $\quad dF = \tau \cdot r \cdot d\theta \, dr$

(7) $\xrightarrow{\tau}$ (8) $\quad dF = \frac{\mu \cdot \omega \cdot r}{a} r \, d\theta \cdot dr$

(8) $\xrightarrow{dF}$ (4) $\quad dM_{fluido} = \frac{\mu \cdot \omega}{a} \cdot r^3 \, d\theta \cdot dr$

Integramos, $\theta \in [0, 2\pi]$; $r \in [0, R]$

$$M_{fluido} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{\mu \cdot \omega}{a} \cdot r^3 \cdot dr \cdot d\theta = \frac{\mu \cdot \omega}{a} \cdot 2\pi \cdot \int_0^{r} r^3 dr$$

$$\boxed{M_{fluido} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot \pi \cdot R^4}{2 \cdot a}} \quad (10)$$

Dado que hay 2 superficies con espesores "a" y "b":

$$M_{fluido})_{TOTAL} = M_{fluido})_a + M_{fluido})_b$$

$$\boxed{M_{fluido})_{TOTAL} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot \pi \cdot R^4}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} \quad \text{ó tmb.}$$

$$\boxed{M_{fluido})_{TOTAL} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot \pi \cdot R^4}{2ab}(b+a)} \quad (11)$$

b) Datos:

.) $\omega = 1 \text{ rpm} = 1 \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{1 \cancel{min}}{60 s} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\cancel{rev}}$,

$\boxed{\omega = 0{,}105 \text{ rad/s}}$

.) $\boxed{\mu = 0{,}4 \text{ Pa} \cdot s}$ $\quad$.) $\boxed{R = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}}$

.) $\boxed{a = 1 \text{mm} = 10^{-3} \text{ m}}$ $\quad$.) $\boxed{b = 0{,}5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$

Reemplazo datos en (11):

$$M_{fluido} = \frac{0,4\ \cancel{N} \cdot \cancel{A}\ 0,105 \cdot \pi \cdot (1,5 \cdot 10^{-3})\ m \cdot (10^{-2})^4\ \cancel{m^4}}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{A} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m}}$$

$$M_{fluido} = 0,0063 \cdot \pi\ \cancel{10^{-3}} \cdot 10^{-8} \cdot \cancel{10^{3}} \cdot 10^{4}\ N.m$$

M fluido = 1,98*10^6 N.m

Problema 2

Diagrama

Hallar valor de la fuerza para la compuerta

$$\boxed{F_H = \gamma_{H_2O} \cdot h_{cg} \cdot Area_H} \quad (1)$$

$$\boxed{Area_H = R \cdot b} \quad (2);$$

b: ancho compuerta (2m)

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{xx}}{y_{cg} \cdot A} = y_{cg} + \frac{R^{\cancel{3}\,2} \cdot \cancel{b}}{12 \cdot y_{cg} \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{b}} \Rightarrow$$

$$\boxed{y_{cp} = y_{cg} + \frac{R^2}{12 \cdot y_{cg}}} \quad (3)$$

$$\boxed{F_V = Presión)_A \cdot A_v - Peso\ agua}$$

$$\Downarrow$$

$$F_V = \gamma_{H_2O} \cdot R^2 \cdot b - \gamma \cdot b \cdot (Area\ cuadrado - Area\ \tfrac{1}{4}\ circulo)$$

$$F_V = \gamma_{H_2O} \cdot R^2 \cdot b - \gamma \cdot b \cdot \left(R^2 - \frac{\pi \cdot R^2}{4}\right)$$

$$\boxed{F_V = \gamma \cdot b \cdot R^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \quad (4)$$

Para hallar F; consideramos $\boxed{\Sigma M_A = 0}$ con $\oplus$ ↻

$$\boxed{F \cdot 4m + W \cdot \frac{4R}{3\pi} - F_H \cdot \underbrace{1m}_{h_4 - y_{cp}} - F_V \cdot \frac{4R}{3\pi} = 0} \quad (5)$$

despejemos F de (5).

Esquema

$$(2) \xrightarrow{A_H} (1) \longrightarrow F_H \quad (3) \to (5)$$

$$(4) \longrightarrow F_V \quad \to (5)$$

) De (1); $F_H = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5\cancel{m} \cdot 3\cancel{m} \cdot 2m$, $\boxed{F_H = 88290\, N}$

De (2): $\boxed{A_H = 3m \cdot 2m = 6m^2}$

de (4); $F_V = \gamma \cdot b \cdot R^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 2\cancel{m}\, 3^2 m^2 \cdot \frac{\pi}{4}$

$$\boxed{F_V = 138686\, N}$$

De (3); $y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_C}{y_{cg}}$

$$y_{cp} = 1{,}5\,m + \frac{3^2 m^{\cancel{2}}}{12 \cdot 1{,}5\,\cancel{m}} \quad , \quad \boxed{y_{cp} = 2m}$$

De (5); $F \cdot 4m = F_V \cdot \frac{4R}{3\pi} + F_H \cdot 1m - W \cdot \frac{4R}{3\pi}$

con $W = 750\, kgf \cdot \frac{10N}{kgf}$. $\boxed{W = 7500\, N}$

$$F = \frac{\left[138686\,N \cdot \frac{4}{3\pi} \cdot 3m + 88290\,N \cdot 1m - 7500\,N \cdot \frac{4}{3\pi} \cdot 3m\right]}{4m}$$

$$\boxed{F = 63830\, N}$$

Problema 3   Diagrama   Hallar F

Datos: γ_1, γ_2, W_{puerta}, $b = 1\,m$ (ancho supuesto 1m)

Hallar F_1, F_2, F, y_{cp_1}, y_{cp_2}

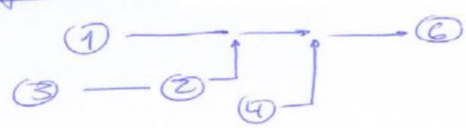
Ecuaciones: $\boxed{F_H = \gamma \cdot h_{cg} \cdot Area}$ (1)

$\boxed{y_{cp} = y_{cg} + \dfrac{I_{xx}}{y_{cg} \cdot A}}$ (2) $\boxed{I_{xx} = \dfrac{b \cdot h^3}{12}}$ (3)

$\boxed{F_V = \text{F. volumen desplazado}}$ (4) $\boxed{F_{total} = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}}$ (5)

$\boxed{\Sigma M = 0}$ (6)

Esquema



Liquido 1

) $F_{H1} = \gamma_1 \cdot h_{cg1} \cdot A_1 = 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1{,}8 + \frac{1{,}8}{2}\right) \cancel{m} \cdot 1{,}8 \cdot 1\, \cancel{m^2}$

$\boxed{F_{H1} = 47676\ N}$

) $F_{V1} = \text{Peso liquido}_1 = \gamma \cdot [\,1{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 1 + 1{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2})\ m^3$

$\boxed{F_{V1} = 66217\ N}$

) $y_{cp1} = y_{cg1} + \dfrac{\cancel{b} \cdot h^{\cancel{3}\,2}}{y_{cg} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{h}}$, $y_{cp1} = y_{cg1} + \dfrac{h^2}{y_{cg}}$

$y_{cp1} = 1{,}8\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \dfrac{(1{,}8)^{\cancel{2}}}{\cancel{(1{,}8)}\left(1+\frac{1}{2}\right)}$ $\boxed{y_{cp1} = 3{,}4\ m}$

.) $F_1 = \sqrt{F_{H1}^2 + F_{V1}^2}$ $\boxed{F_1 = 81594\ N}$

Idem con L2

) $F_{H2} = \gamma_2 \cdot h_{cg2} \cdot A_2 = 860 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \left(0{,}6 + \frac{1{,}8}{2}\right) \cancel{m} \cdot 1{,}8 \cdot 1\ m^2$

$\boxed{F_{H2} = 22778\ N}$ VER

) $F_{V2} =$ Presión -

Teoría

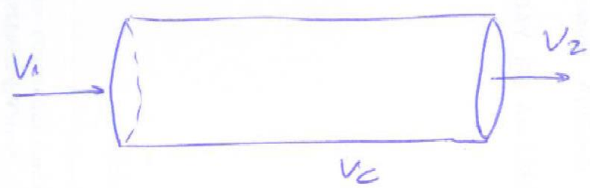
Problema 1 Hallar $\Delta \dot{m}$

Aplicamos ecuación de Reynolds

$$\boxed{\frac{dB}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{VC} \beta \cdot \rho \cdot dV\right] + \oiint_{SC} \beta \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{n} \cdot dA} \quad (1)$$

Buscamos $B = m$; $\beta = \frac{dB}{dm} = \frac{dm}{dm} = 1$;

Diagrama:



nomenclatura

) V: volumen

) v: velocidad

) $A \equiv cte$,

$$\left[\oiint_{SC} \beta \cdot \rho \, \bar{v} \cdot \bar{n} \cdot dA = \oiint_{SC} \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{n} \cdot dA = \overbrace{\rho_s \cdot V_s \cdot A}^{\dot{m}_s} - \overbrace{\rho_e \cdot V_e \cdot A}^{\dot{m}_e}\right] (2)$$

$$) \left[\iiint_{VC} \overbrace{\beta}^{1} \cdot \rho \cdot \overbrace{dV}^{= S\,dx} = \iiint_{VC} \rho \cdot S\,dx = \int_0^x \rho \cdot S \cdot dx\right] (3)$$

reemplazo; $\left.\begin{matrix}(3)\\(2)\end{matrix}\right] \rightarrow (1)$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\int_0^x \rho \cdot S \cdot dx\right] + \dot{m}_s - \dot{m}_e} \quad (4)$$

de (4) resolvemos primer término.

$$\cdot)\ \int_0^{X} p\cdot S\cdot dx = S\int_0 p_1\left(1-\frac{x}{2X}\right)\cdot \mathrm{sen}\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right) dx =$$

$$= \left[S\cdot p_1\cdot \mathrm{sen}\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)\right]\left[\int_0^{X} dx - \frac{1}{2X}\cdot\int_0^{X} x\,dx\right] =$$

$$= \left(S\cdot p_1\cdot \mathrm{sen}\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)\right)\left[X - \frac{1}{2\cancel{X}}\cdot\frac{1}{2}X^{2}\right]$$

$$= S\cdot p_1\cdot \mathrm{sen}\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)\cdot\left[X - \frac{X}{4}\right]$$

$$= S\cdot p_1\cdot \mathrm{sen}\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)\cdot \frac{3}{4}X\Big]$$

luego derivo respecto al tiempo:

$$\frac{d}{dt}\left[\int_0^{X} p\cdot S\cdot dx\right] = \frac{3}{4}\cancel{X}\cdot S\cdot p_1\cdot\frac{v_1}{\cancel{X}}\cdot\cos\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right) = \frac{3}{4}\cdot S\cdot p_1\cdot v_1\cdot\cos\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)$$

Tenemos; $\frac{dm}{dt}=0$, reemplazo en (4):

$$0 = \frac{3}{4}\cdot S\cdot p_1\cdot v_1\cdot\cos\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right) + \dot{m}s - \dot{m}e$$

$$\boxed{\dot{m}e - \dot{m}s = \frac{3}{4}\cdot S\cdot p_1\cdot v_1\cdot\cos\left(\frac{v_1\cdot t}{X}\right)}\ ;\quad \forall\ t\in\left(0,\frac{X\cdot\pi}{v_1\cdot 2}\right)$$

... ver!

Problema 2

$$\bar{V} = (\underbrace{2x-3y}_{u(x,y)})\,\hat{i} + (\underbrace{3x-2y}_{v(x,y)})\,\hat{j}$$

Para que el fluido sea incompresible;

$\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right) \cdot (u, v) = 0 \; ; \quad \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$2 + -2 = 0 \; ; \quad \boxed{0 = 0} \checkmark$$

b) $\bar{a} = \frac{D\bar{v}}{DT} + (\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) \cdot \bar{v}$

$$a_y = u \cdot \frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} = (2x-3y)(3) + (3x-2y)\cdot(-2)$$

$$\boxed{a_y = -5y}$$

$$a_x = u\frac{du}{dx} + v\frac{dv}{dy} = (2x-3y)\cdot 2 + (3x-2y)(-3)$$

$$\boxed{a_x = -5x}$$

c) $u = 2x - 3y \; , \quad v = 3x - 2y$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \underbrace{\int \frac{dx}{2x-3y}}_{①} = \underbrace{\int \frac{dy}{-2y+3x}}_{②}$$

①; $u = 2x - 3y$, $du = 2dx$; $dx = \frac{du}{2}$

$$\left[\int \frac{dx}{2x-3y} = \int \frac{du}{2 \cdot u} = \frac{1}{2} \cdot \ln|v| = \frac{1}{2} \ln|2x-3y|\right]$$

② $\left[\begin{array}{l} u = -2y+3x \\ du = -2dx \\ dx = -\frac{1}{2}du \end{array}\right\} \Rightarrow \int \frac{dy}{-2x+3y} = \frac{-1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{-1}{2}\ln|-2y+3x|$

de ① y ②; $\cancel{\frac{1}{2}}\ln|2x-3y| = -\cancel{\frac{1}{2}}\ln|-2y+3x|$

$\ln|2x-3y| + \ln|-2y+3x| = \ln|C|$

$e^{\ln|(2x-3y)\cdot(-2y+3x)|} = e^{\ln|C|}$

$|(2x-3y)\cdot(-2y+3x)| = C$

$|6x^2-4xy+6y^2-9xy| = C$

$|6x^2-13xy+6y^2| = C$ → hiperbola

Problema 3

$\boxed{\phi = \frac{5x^3}{3} - 5xy^2}$ ① Función potencial

Por ecuación de continuidad; $\boxed{\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} = \frac{d^2\phi}{dy\,dx}}$

derivamos;

•) $\frac{d\phi}{dx} = \frac{5}{3}3\cdot x^2 - 5y^2$; $\frac{d\phi}{dx} = 5x^2-5y^2$

•) $\frac{d^2\phi}{dx\,dy} = -10y$ •) $\frac{d\phi}{dy} = -10xy$

$$\cdot)\ \frac{d\phi}{dy\,dx} = -10x$$

Vemos que $\dfrac{d^2\phi}{dx\,dy} = \dfrac{d^2\phi}{dy\,dx}$

$\cdot)$ Hallar Función de corrientes, ψ

$$\boxed{u = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}}\ (2) \qquad \boxed{v = \frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{-\partial\psi}{\partial x}}\ (3)$$

$\cdot)$ de (2), $d\psi = u \cdot dy$

$$\boxed{\psi = \int u\, dy + f(x)}\ (4)$$ integramos,

$$\psi = \int \frac{d\phi}{dx} \cdot dy + f(x) = \int (5x^2 - 5y^2)\, dy + f(x)$$

$$\Psi = 5x^2y - \frac{5}{3}y^3 + f(x)$$

Derivamos (5) conforme (3),

$$-\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\cancel{10xy} - f'(x) = -\cancel{10xy}$$

$$\boxed{f'(x) = C} \quad C \in \mathbb{R}$$

Finalmente,

$$\boxed{\psi = 5x^2y - \frac{5}{3}y^3 + f(x)}$$

Carolina Deleiris.
020801708

No aplicaste.

26/04/2012

1	2	3
R	R-	M
B	M	B

TEORÍA.

Problema (1)

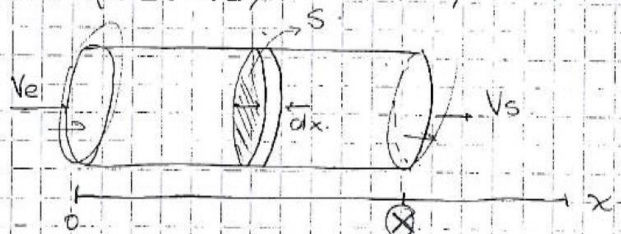
$A = S$ (cte)

$L = X \longrightarrow 0 \leq x \leq X.$

$\rho = \rho_1 \left(1 - \frac{x}{2X}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right)$

V_1 y ρ_1 velocidad y densidad de referencia

$0 \leq t \leq \frac{X}{V_1}\frac{\pi}{2}$



Se debe hallar $\dot{m}_s - \dot{m}_e$

Llamo a X (grande) $\Rightarrow$ X para diferenciar de la variable x.

$$\frac{dm}{dt} = \iiint \rho \, dVol + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

Porque $\int$ V1 t/X cte. aunq. no sean = en 1 y 2.

$dVol = S \cdot dx$

$$\frac{dm}{dt} = \int_0^{X} \rho \, S \cdot dx + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S \int_0^{X} \rho_1 \left(1 - \frac{x}{2X}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right) dx + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S\rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right)\left[\int_0^{X} 1 \, dx - \int_0^{X} \frac{x}{2X}\right] + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S\rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{\ldots}\right)\left[X - X^2 \ldots\right] + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S\rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{\otimes}\right)\frac{3\otimes}{4} + (\dot{m}_s - \dot{m}_e) = 0$$

$$\begin{cases} (\dot{m}_s - \dot{m}_e) = -\frac{3}{4} S \otimes \rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{\otimes}\right) \\ \text{para} \quad 0 \leq t \leq \frac{X\pi}{V_1 2}. \end{cases}$$

Carolina Delelis.
0208301708.

Problema 2.

$V = (2x-3y)\hat{i} + (3x-2y)\hat{j}$

a) Para que el fluido sea incompresible

$\nabla V = 0$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$2 - 2 = 0$

b) $\bar{a} = \frac{DV}{dt} + (\vec{V}\,\vec{\nabla})\vec{V}$

$a_x = u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} = (2x-3y)\,2 + (3x-2y)(-3)$

$a_y = u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} = (2x-3y)(3) + (3x-2y)(-2)$

$a_x = 4x - \cancel{6y} - 9x + \cancel{6y} = \boxed{-5x}$

$a_y = \cancel{6x} - 9y - \cancel{6x} + 4y = \boxed{-5y}$

c) $u = 2x-3y \quad v = 3x-2y$

$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{2x-3y} = \frac{dy}{3x-2y}$

$\int (3x-2y)\,dx = \int (2x-3y)\,dy$

$\frac{3}{2}x^2 - 2yx = 2xy - \frac{3}{2}y^2 + C$

$\frac{3}{2}x^2 - 4yx + \frac{3}{2}y^2 = C$

para $x=1,\ y=1,\ z=0.$

$3(1)^2 - 4(1)(1) + 3(1)^2 = C = -1$

Horrible!!!

Problema 3.

$\phi = \frac{5}{3}x^3 - 5xy^2$ $\qquad$ $\cancel{3}\ 10x$

$u = \frac{d\phi}{dx} = 5x^2 - 5y^2 \longrightarrow \frac{d^2\phi}{dx\,dy} = -10y$

$v = \frac{d\phi}{dy} = -10xy \longrightarrow \frac{d^2\phi}{dy\,dx} = -10y$

$\frac{d^2\phi}{dx\,dy} = \frac{d^2\phi}{dy\,dx}$ $\therefore$ $\exists$ fc corriente : ψ tal que:

$u = \frac{d\psi}{dy} = 5x^2 - 5y^2$

$v = -\frac{d\psi}{dx} = -10xy$

$\psi = \int (5x^2 - 5y^2)\,dy$

$\psi = \int 5x^2\,dy + \int 5y^2\,dy$

$\psi = 5x^2y + \frac{5}{3}y^3 + f(x)$

$\frac{d\psi}{dx} = 10\cancel{x}y + 5y^2 + \frac{f(x)}{dx} = 10\cancel{x}y$

$\frac{F(x)}{dx} = -5y^2$

$f(x) = \int -5y^2\,dx$

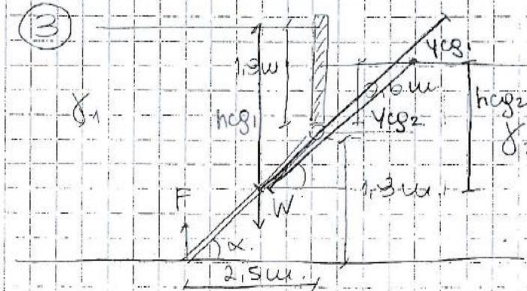
$f(x) = -5y^2x + C$

$\boxed{\psi = 5x^2y + \frac{5}{3}y^3 - 5y^2x + C}$

$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 5x^2 + \frac{5}{\cancel{3}}\cancel{3}y^2 - 5y^3 + 5x^2 \cancel{f}\ y$

Carolina Delelis.
020801708.

(3)



$W = 14700\ N$

$\gamma_1 = 9300\ \frac{N}{m^3}$

$\gamma_2 = 8428\ \frac{N}{m^3}$

Suponemos ancho de compuerta = 1m.

$tg\,\alpha = \frac{1{,}8m}{2{,}5m} \Rightarrow \boxed{35{,}75° = \alpha}$ $\quad L = \frac{2{,}5m}{\cos(35{,}75)} = 3{,}08\ m.$

$F_{f_1} = \gamma_1 \cdot hcg_1 \cdot Area$

$F_{f_1} = 9300\ \frac{N}{m^3} \cdot (0{,}9m + 1{,}8m) \cdot (3{,}03m \times 1m)$

$\boxed{F_{f_1} = 81496{,}8N}$ $\quad Ycg_1 = \frac{hcg_1}{sen\,\alpha} = 4{,}62m$

$Ycp_1 = Ycg_1 + \frac{I_{xx}}{Ycg_1 \cdot A} = 4{,}62m + \frac{1m\,(3{,}03m)^3}{12 \times 4{,}62m \times 1m \times 3{,}03m}$

$\boxed{Ycp_1 = 4{,}79m}$

$F_{f_2} = \gamma_2 \cdot hcg_2 \cdot Area$

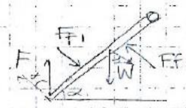
$F_{f_2} = 8428\ \frac{N}{m^3} \cdot (0{,}9m + 0{,}6m) \cdot (3{,}03m \times 1m)$

$\boxed{F_{f_2} = 38937{,}4N}$ $\quad Ycg_2 = \frac{hcg_2}{sen\,\alpha} = 2{,}57\ m$

$Ycp_2 = Ycg_2 + \frac{I_{xx}}{Ycg_2 \cdot A} = 2{,}57m + \frac{1m\,(3{,}03m)^3}{12 \times 2{,}57m \times 1m \times 3{,}03m}$

$\boxed{Ycp_2 = 2{,}88m}$

$$\Sigma M_A = 0 \quad (+\circlearrowleft)$$



$$W \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{3{,}03\,m}{2}\right) - F \cdot \cos\alpha\,(3{,}03\,m)$$

$$+\, F_{F1} \cdot \underbrace{(1{,}71\,m)}_{Y_{cp1} - \frac{1{,}3}{sen\,\alpha}} - F_{F2}\,\underbrace{(1{,}35\,m)}_{Y_{cp2} - \frac{0{,}8}{sen\,\alpha}} = 0$$

$$F = \frac{14700\,N \cdot \cos(35{,}75)\left(\frac{3{,}03\,m}{2}\right) + 81496{,}8\,N\,(1{,}71\,m) - 33937{,}9\,N\,(1{,}35\,m)}{\cos(35{,}75) \cdot 3{,}03\,m}$$

$$\boxed{F = 34283{,}93\,N}$$