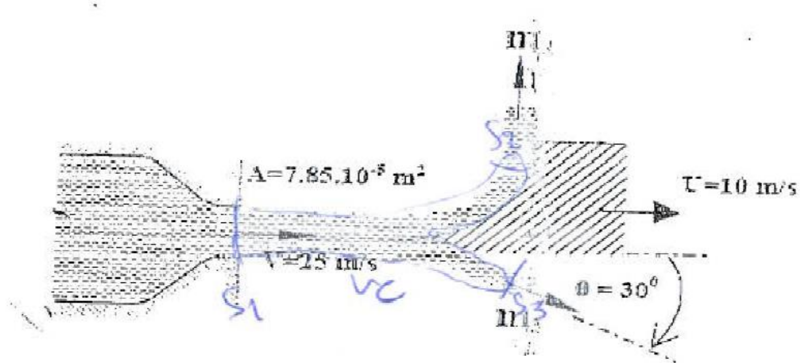
Ver Problema 1 de Teoría

MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL ABRIL 2012
PARTE TEORICA Tema 2

Problema 1

Un chorro plano de agua incide sobre un álabe divisor y se parte en dos corrientes planas en la forma que se indica en la figura. Encuentre la relación del flujo másico m2/m1, requerida para producir una fuerza vertical neta igual a cero sobre el álabe divisor. Obtenga la fuerza horizontal que se debe aplicar bajo estas condiciones para mantener el movimiento del alabe a una velocidad uniforme.



PROBLEMA 2

Sea un flujo definido por una distribución de velocidades tal como:

$$u = \frac{x}{1+t}\ ;\ v = \frac{y}{1+2t}\ ;\ w = 0$$

Halle la linea de corriente, EN (Xo, yo, zo).

PROBLEMA 3

La función potencial de un flujo bidimensional está dada por:

$$\phi = xy + x^2 - y^2$$

Encontrar la función corriente ψ para este flujo y analizar si el campo de velocidad cumple la ecuación de continuidad.

1 ft = 0,305 m
1 lb = 4,45 N
1 HP = 745,7 W
1 kcal = 4186,8 J
1 ft² = 0,093 m³

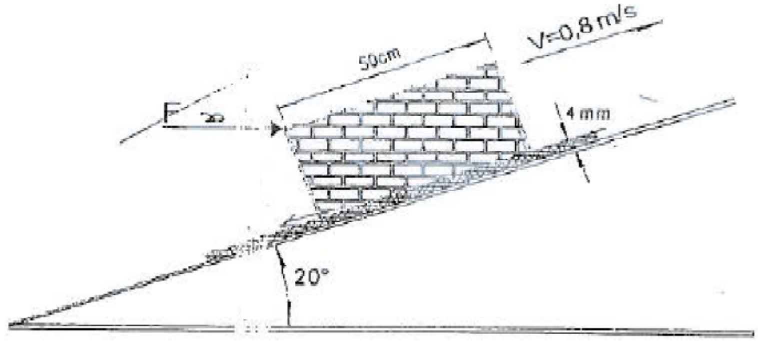
MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL- ABRIL 2012

Tema 2: PARTE PRACTICA

Problema 1

Un bloque de 50 cm de lado pesa 150 N, es movido sobre la superficie de un plano inclinado a una velocidad constante de 0,8 m/s.

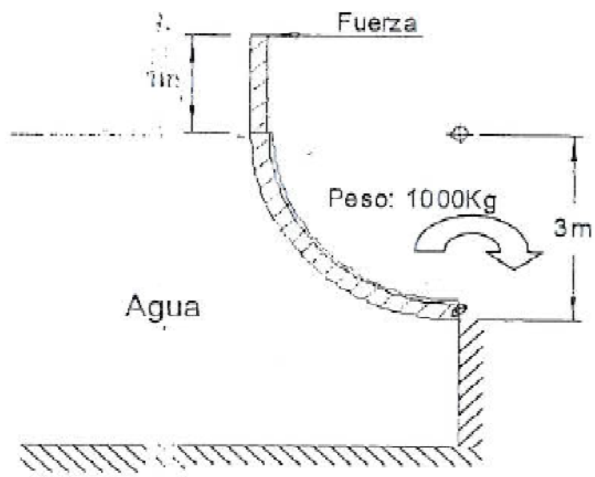
La separación entre el bloque y la superficie del plano inclinado es de 4 mm, ahí se ha colocado un aceite de viscosidad 0,012N.s/m². ¿Cuál será el valor de la fuerza F que se aplica al bloque?



Problema 2:

La compuerta de la figura pesa 1000 Kg, puede moverse en el punto inferior del cuarto de circulo hacia los lados. Se pide calcular el valor de la fuerza resultante sobre la compuerta y el valor de la fuerza que mantendrá en la posición dibujada la compuerta.

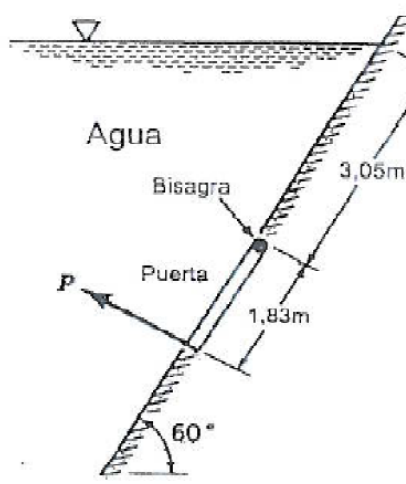
Datos: Fluido agua ρ = 1000 Kg/m³; Radio de la compuerta 3m, recordar de lo visto en clase que el baricentro del cuarto de circulo se encuentra a una distancia $\frac{4R}{3\pi}$ de cada lado. El baricentro de un rectángulo es $Ixx = \frac{b\,h^3}{12}$ el ancho de la compuerta es de 3 m.



Problema 3

Una puerta rectangular tiene 5m de ancho y se encuentra colocada a un lado de un tanque como indica la figura, la puerta tiene en la parte superior una bisagra que permite su giro. La puerta puede moverse para descargar el tanque por la acción de la fuerza P. Determine el valor de la fuerza P sin tener en cuenta el rozamiento en la bisagra y el peso de la puerta.

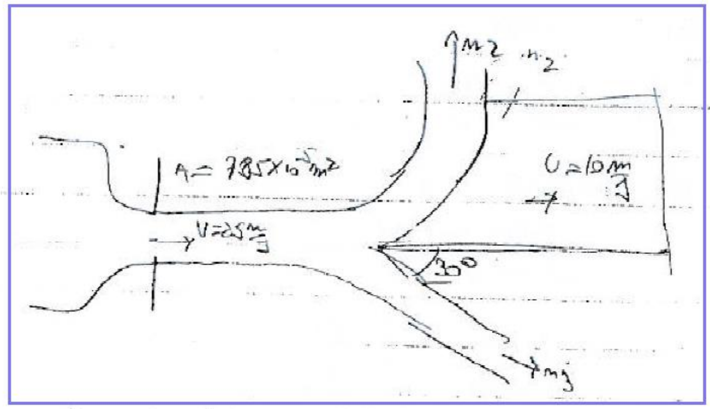
Datos: Fluido agua ρ = 1000 Kg/m³; el Momento de inercia de un rectángulo es $Ixx = \frac{b\,h^3}{12}$.



Teoría

Problema 1

Flujo másico $\frac{\dot m_1}{\dot m_2} \Rightarrow F_y = 0$



- $\frac{dm}{dt} = 0 = \cancel{\iiint_{VC} \rho\, dv}^{\text{permanente}} + \iint \rho\, \bar V\, \hat n\, dA$

$\dot m_1 = \dot m_2 + \dot m_3$

$\cancel{\rho}\, Q_1 = \cancel{\rho}\, Q_2 + \cancel{\rho}\, Q_3$ — incompresible $\rho = Cte$

$Q_1 = Q_2 + Q_3$

$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$

$\dot m_1 = \dot m_2 + \dot m_3$

$\dot m_1 = \dot m_2 + \dot m_3 = \dot m_2 \; \dot m_2 \frac{V_2}{V_3 \operatorname{sen}30}$ (1)

- $\frac{dP}{dt} = F_{ext} = \cancel{\iiint_{VC} V \rho\, dv}^{\text{permanente}} + \iint \bar V \rho\, \bar V\, \hat n\, dA$

HORIZONTAL $B_x = -V_1(\rho V_1 A) + V_3(\rho V_3 A)\cdot \cos\theta$

$B_x = -V_1\, \dot m_1 + V_3\, \dot m_3 \cos\theta$

$B_x = -\left(25\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s}\right)\dot m_1 + V_3\, \dot m_3 \cos 30$

$B_x = -15\frac{m}{s}\, \dot m_1 + V_3\, \dot m_3 \cos 30$

VERTICAL $B_y = \dot m_2 V_2 + \dot m_3 V_3$

$0 = \dot m_2 V_2 + \dot m_3 V_3 \operatorname{sen}30$

$\dot m_2 V_2 = -\dot m_3 V_3 \operatorname{sen}30$

$\boxed{\dot m_3 = -\dot m_2 \frac{V_2}{V_3 \operatorname{sen}30}}$

A IGUAL AREA
$V_1 = V_2 + V_3$
$V_1 = V_3 \cdot \cos 30$
$V_2 = -V_3 \operatorname{sen}30$

$B_x = 15\frac{m}{s}\, \dot m_1 + \dot m_2 \frac{V_2}{V_3 \operatorname{sen}30} \cos 30$ (2)

(1) $\boxed{\frac{\dot m_1}{\dot m_2} = 1 - \frac{V_2}{V_3 \operatorname{sen}30}}$

$\boxed{\frac{\dot m_1}{\dot m_2} = 1 - \frac{V_2}{\frac{V_2}{2}} = 2}$

(2) $B_x = -15\frac{m}{s}\, \dot m_1 + \cancel{V_3}\, \dot m_2 \frac{V_2}{\cancel{V_3}\operatorname{sen}30} \cos 30$

$\boxed{B_x = -15\frac{m}{s}\, \dot m_1 + \dot m_2 V_2 \frac{\cos 30}{\operatorname{sen}30}}$

$$Rx = -15\,m/s \quad \dot{m}_1 \quad + \frac{\dot{m}_1}{2} V_2 \;\cos 30 / \text{sen}\,30$$

$$Rx = -15\,m/s \quad \dot{m}_1 \quad + \frac{\dot{m}_1}{2} \cdot V_2 \;\frac{\cos 30}{\text{sen}\,30}$$

$$Rx = \left(7{,}85 \times 10^{-5}\,m^2 \cdot 25\,\frac{m}{s} \cdot \rho\right) \cdot \left(-15\,\frac{m}{s} + \frac{V_2}{2} \cdot \frac{\cos 30}{\text{sen}\,30}\right)$$

$$Rx = \left(7{,}85 \times 10^{-5}\,m^2\; 25\,\frac{m}{s} \cdot \rho\right) \cdot \left(-15\,\frac{m}{s} - \frac{V_3\,\cancel{\text{sen}\,30}}{2}\,\frac{\cos 30}{\cancel{\text{sen}\,30}}\right)$$

$$Rx = \left(7{,}85 \times 10^{-5}\,m^2\; 25\,\frac{m}{s}\; \rho\right) \cdot \left(-15\,\frac{m}{s} - \frac{(-V_1)}{2}\right)$$

$$Rx = \left(7{,}85 \times 10^{-5}\,m^2 \cdot 25\,\frac{m}{s} \cdot \rho\right) \cdot \left(-15\,\frac{m}{s} + 12{,}5\,\frac{m}{s}\right)$$

$$Rx = 7{,}85 \times 10^{-5}\,m^2\; 25\,\frac{m}{s}\; \rho \cdot \left(-2{,}5\,\frac{m}{s}\right)$$

$$Rx = 4{,}90 \times 10^{-3}\,\frac{m^4}{s^2} \cdot 1000\,\frac{kg}{\cancel{m^3}}$$

$$\boxed{Rx = 4{,}9\,N}$$

Problema 2

$$\boxed{\bar{V}(x,y,z) = \left(\frac{x}{1+t};\frac{y}{1+2t};0\right)}\ (1)$$

Hallar linea de corriente por (x_0, y_0, z_0)

$$\boxed{\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}}\ (2) \longrightarrow \text{integro.}$$

$$\int \frac{dx}{u} = \int \frac{dy}{v} \quad ; \text{ con } u = \frac{x}{1+t}; \quad v = \frac{y}{1+2t}$$

$$\int \frac{dx}{x}(1+t) = \int (1+2t) \cdot \frac{dy}{y}$$

$$(1+t) \cdot \int \frac{dx}{x} = (1+2t) \int \frac{dy}{y}$$

$$(1+t) \cdot \ln|x| = (1+2t) \cdot \left[\ln|y| + \ln|C| \right]$$

$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$

$\log a^b = b \cdot \log a$

$$e^{\left[\ln\left(|x|^{(1+t)}\right)\right]} = e^{\left[\ln\left(|y \cdot c|^{(1+2t)}\right)\right]}$$

$$|x|^{(1+t)} = |y \cdot c|^{(1+2t)}$$

$$|x|^{\frac{1+t}{1+2t}} = |y \cdot c| \quad C_1 = \frac{1}{C}$$

$|y| = C_1 \cdot |x|^{1+2\tau}$

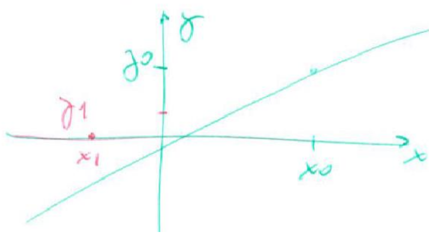
Para un (x_0, y_0), $\quad C_1 = \dfrac{|y|}{|x|^{\frac{1+\tau}{1+2\tau}}}$; $\quad \boxed{C_1 = \dfrac{|y_0|}{|x_0|^{\frac{1+\tau}{1+2\tau}}}}$

quedando,
$$\boxed{|y| = \frac{|y_0|}{|x_0|^{1+\tau/1+2\tau}} \cdot |x|^{\frac{1+\tau}{1+2\tau}}}$$

Con $\tau \to 0$ $\quad \lim_{\tau \to 0} \dfrac{1+\tau}{1+2\tau} = \dfrac{1+0}{1+2\cdot 0} = \dfrac{1}{1} = 1$

reemplazo, $|y| = \dfrac{|y_0|}{|x_0|} \cdot |x|^1 \to |y| = |x| \cdot \underbrace{\left|\dfrac{y_0}{x_0}\right|}_{C_2}$

$\boxed{y = \pm\ x \cdot C_2}$ → Flia de curvas según x_0, y_0



Problema 3 $\quad \boxed{\phi = xy + x^2 - y^2}$ (1)

·) Hallar ψ

dado $\bar{V}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\quad \bar{V} = (u, v)$, $\quad u = f(x,y)$, $v = f(x,y)$

Para Función potencial se cumple,

$\boxed{u = \dfrac{\partial \phi}{\partial x} = \dfrac{\partial \psi}{\partial y}}$ (2) $\quad \boxed{v = \dfrac{\partial \phi}{\partial y} = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}}$ (3)

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Rightarrow \quad \partial \psi = u \, \partial y \Rightarrow \quad \psi = \int u \, dy$$

$$\psi = \int \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial x}}_{y+2x} \cdot dy = \int (y + 2x) \, dy$$

$$\boxed{\psi = \frac{y^2}{2} + 2xy + f(x)} \quad (4)$$

$f(x)$ depende sólo de x.

·) Aplico ec. 3

$$V = -\frac{d\psi}{\partial x} \Rightarrow \qquad -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{(-1) \cdot \partial \left(\frac{y^2}{2} + 2xy + f(x) \right)}{\partial x}$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2y - f'(x)$$

También; $V = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \left(xy + x^2 - y^2 \right)}{\partial y} = x - 2y$

obtenemos,

$$x - \cancel{2y} = -\cancel{2y} - f'(x)$$

$$-f'(x) = x \Rightarrow f(x) = (-1) \int x \, dx$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-x^2}{2}}$$

Finalmente queda:

$$\boxed{\psi = \frac{y^2}{2} + 2xy - \frac{x^2}{2}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x}}$$ Derivadas parciales cruzadas iguales.

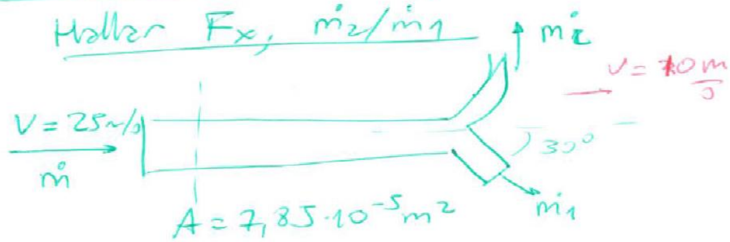
·) $\frac{\partial \phi}{\partial x} = y + 2x$ ·) $\frac{\partial \phi}{\partial y} = x - 2y$

·) $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 1$ ·) $\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = 1$

Se cumple la ec. cont.

Problema 1   Diagrama

Hallar F_x, $\dot m_2/\dot m_1$



Aplico ec. Reynolds con $B = m$; $\beta = \frac{dB}{dm} = 1$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{VC} \rho \cdot d\forall\right] + \oiint_{SC} \rho \, \bar v \cdot \bar n \cdot dA} \quad (1)$$

$\forall$: volumen, V: velocidad

Vol. control: Seccion de caño dibujados; $\boxed{\frac{d}{dt}\iiint_{VC} \rho \, d\forall \to 0}$ (2)

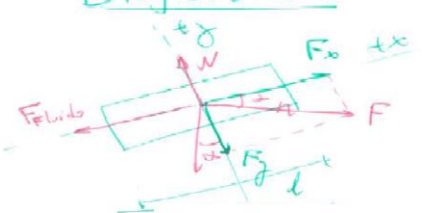
Se cumple $\boxed{\frac{dm}{dt} = 0}$ (3)

(VER!)

Practica

Problema 1   Hallar F   Datos: l, h, α, $V = cte$, μ

Diagrama C.L



Dado que $V = cte$,

$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$$\sum F_x = F\cos(\alpha) - F_{fluido} - W \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$\boxed{F = \frac{F_{fluido} + W \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}$$

$$F_{fluido} = \tau \cdot A = \frac{\mu \cdot V}{h} \cdot \ell^2 \; ; \quad \boxed{F_{fluido} = \frac{\mu \cdot V \cdot \ell^2}{h}}$$

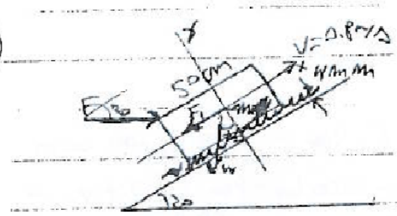
$$F = \frac{\mu \cdot V \cdot \ell^2}{h^* \cos(\alpha)} + W \tan(\alpha) \Rightarrow$$

$$F = 0{,}016 \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot \frac{0{,}3\,m\,(0{,}5)\,m}{0{,}004\,m \cdot \cos(20^{\circ})} + 150\,N \cdot \tan(20)$$

$$\boxed{F = 55{,}23\ N}$$

Práctica

1)



$W = 150N \quad V = 0{,}8 \frac{m}{s^2} \quad e = 4\ mm \quad \mu = 0{,}012 \frac{N.s}{m^2}$

$\sum Fx = -F_1 - W\ sen20 + F\ cos20 = 0 \qquad \tau = \mu \cdot \frac{dv}{de}$

$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dV}{de}$

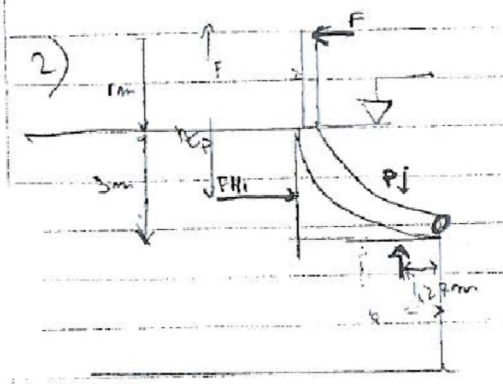
$-0{,}6N - 150N \cdot sen20 + F \cdot cos20 = 0$

$\boxed{F = 55{,}79\ N}$ ✓

$F_1 = 0{,}012 \frac{N.s}{m^2} \cdot \frac{0{,}8\ m/s}{4 \times 10^{-3} m} \cdot \left(50 \times 10^{-2} m\right)^2$

$\boxed{F = 0{,}6N}$

2)



$F_{H1} = \rho \cdot g \cdot h_{cg} \cdot Area \quad 1{,}5m$

$F_{H1} = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (2{,}5m) \cdot (3m\ 3m)$

$\boxed{F_{H1} = 220{,}5\ KN}$ hol

$h_{cp} = Y_{cp} = h_{cg} + \frac{Ixx}{Area \cdot h_{cg}} = 2{,}5m + \frac{3m \cdot (3m)^3}{12 \cdot (3 \cdot 3) m^2 \cdot 2{,}5m}$

$\boxed{h_{cp} = 2{,}8\ m}$ hol

$FV = \rho \cdot g \cdot h\ Area$

$FV = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 4m \cdot (3m\ 3m)$

$\boxed{FV = 352{,}8\ KN}$

$PESO\ AGUA = \rho \cdot g \cdot V$

$= 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3m \left(9m^2 - \frac{\pi (3m)^2}{4}\right)$

$\boxed{PESO\ AGUA = 56{,}78\ KN}$

$F_{VTOT} = FV - PESO\ AGUA = 352{,}8\ KN - 56{,}78\ KN = \boxed{296{,}02\ KN = FV}$

$POSICION\ x = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 3m}{3 \cdot \pi} = 1{,}27m$

$$|F| = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(220{,}5\ KN)^2 + (276{,}02\ KN)^2}$$

$$\boxed{|F| = 369{,}11\ KN}$$

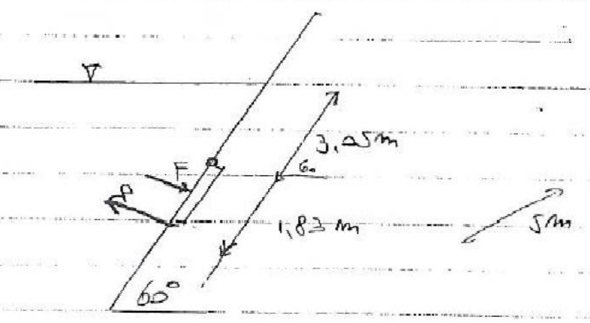
$$\Sigma M_O = F_H \cdot (4m - 2{,}8m) + F_V \cdot 1{,}27m - F \cdot 4m - W \cdot 1{,}27m = 0$$

$$220{,}5\ KN\,(1{,}2m) + \left(296{,}02\ KN - 1000\ kg\ 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\right) 1{,}27m - F\,4m = 0$$

$$264{,}6\ KNm + 363{,}49\ KNm - F \cdot 4m = 0$$

$$\boxed{F_{\text{apertura}} = 157{,}02\ KN}$$

3)



$$\operatorname{sen} 60 = \frac{OP}{hyp}$$

$$F = \rho \cdot g \cdot h_{cp} \cdot \text{Area}$$

$$= 1000\ \frac{kg}{m^3}\ 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot (\operatorname{sen} 60) \left(3{,}05m + \frac{1{,}83}{2}\right) \cdot (1{,}83\ m \cdot 5m)$$

$$\boxed{F = 307{,}70\ KN}\ \checkmark$$

$$Y_{cp} = Y_{cg} + \frac{I_{xx}}{Y_{cg} \cdot \text{area}} = \left(3{,}05m + \frac{1{,}83}{2}\right) + \frac{5m \cdot (1{,}83)^3}{12 \cdot (1{,}83 \cdot 5m) \cdot \left(3{,}05m + \frac{1{,}83\,m}{2}\right)}$$

$$\boxed{Y_{cp} = 4{,}03m}\ \checkmark$$

$$h_{cp} = Y_{cp} \cdot \operatorname{sen} 60 = 3{,}47m$$

$$\Sigma M_O = P \cdot 1{,}83m - F \cdot (4{,}03m - 3{,}05m)$$

$$\boxed{P = \frac{307{,}70\ KN\,(0{,}98\ m)}{1{,}83\ m} = 164{,}88\ KN}\ \checkmark$$

Notas