	Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería **EXAMEN PARCIAL – INGENIERIA AMBIENTAL**	
	Alumno/a:	Fecha:

TEMA 2

ANTES DE COMENZAR A RESPONDER PRESTE ATENCIÓN

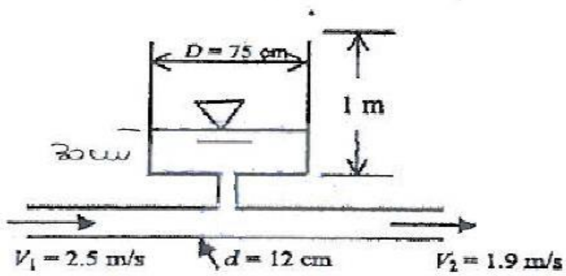
- Lea atentamente las consignas y responda claramente cada pregunta, detallando con la mayor precisión lo solicitado en cada ejercicio.
- Sea ordenado en el desarrollo de los temas.
- Se solicita prolijidad en la caligrafía a fin de no tener problemas en la corrección posterior.
- El tiempo estipulado para la resolución de los temas es de 2 1/4 HORAS COMO MAXIMO.

Parte teórica

CONDICION DE APROBACIÓN: DOS EJERCICIOS RESUELTOS CORRECTAMENTE

Problema 1

El flujo de una tubería, llena un tanque cilíndrico como muestra la figura. A un tiempo t = 0 la profundidad de agua en el tanque es de 30cm. Estimar el tiempo requerido para llenar el remanente del tanque.



Problema 2

Un campo de velocidades bidimensional está dado (en unidades arbitrarias) por:

$$V = \left(x^2 - y^2 + x\right)i - \left(2xy + y\right)j$$

En (x,y) = (1,2) hallar:

a) El vector aceleración a_x y a_y

b) La componente de la velocidad en la direcciòn que forma 40° grados de la horizontal

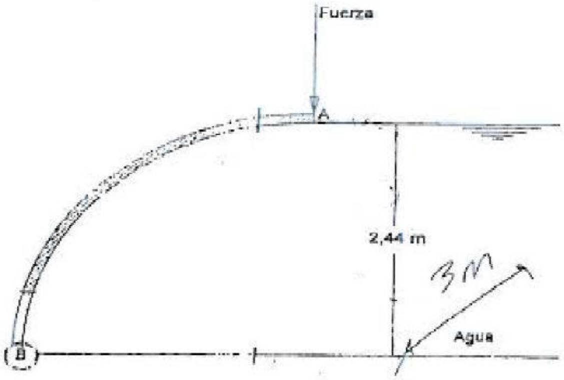
Problema 3

El diámetro d de las gotas producidas por un aerosol depende del tamaño de la boca de salida D del aerosol, la velocidad de salida U y las propiedades del líquido ρ y μ. Hallar una expresión para d utilizando sus conocimientos de adimensionalidad

Parte Práctica

CONDICION DE APROBACIÓN: DOS EJERCICIOS RESUELTOS CORRECTAMENTE

Ejercicio N° 1:



La compuerta BA mostrada en la figura puede girar en B. Se pide calcular la Fuerza que mantiene a la compuerta en la posición actual evitando que la misma ceda a la presión del agua debajo de ella. ρ_{agua}=1000 Kg/m³

Ancho de la compuerta 3 metros. Momento de inercia del rectángulo $bh^3/12$; el centro de gravedad de la superficie curva se encuentra a $4R/3\pi$ de cada uno de los lados.

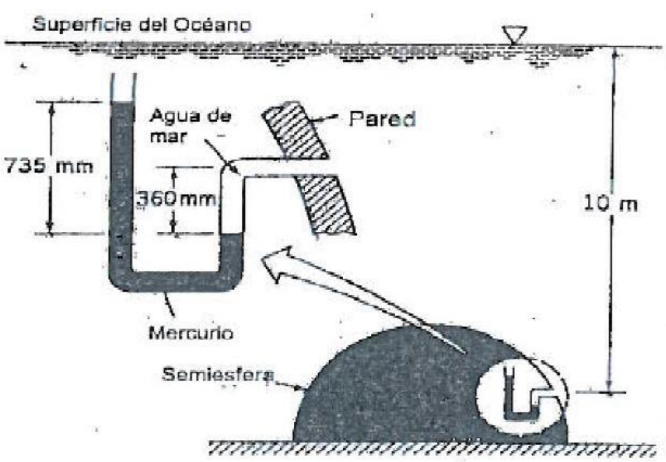
Ejercicio N° 2:

La cinta transportadora de longitud L y ancho b de la figura se mueve con una velocidad constante V sobre un depósito de aceite de viscosidad μ y de espesor h.

a) Asumiendo que el perfil de velocidad dentro del tanque es lineal, desarrolle una fórmula para conocer la potencia que se necesitaría para mover la cinta a una velocidad constante sobre el aceite y vencer los esfuerzos viscosos.

b) ¿Qué potencia se necesitaría para mover la cinta transportadora a una velocidad de 2,5 m/s sobre un aceite de viscosidad μ de 0,29 kg/m . s, si la longitud L es de 2m, el ancho b de 60 cm y el espesor h de 3 cm?

Ejercicio N° 3:



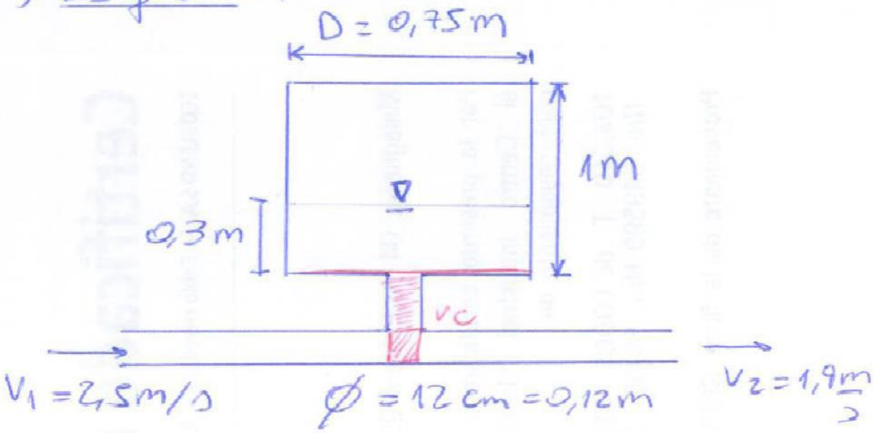
Una semiesfera llena de aire se encuentra fija en el fondo del océano a 10 metros de profundidad. Dentro de la semiesfera un barómetro está marcando una presión absoluta 765 mm de Hg y el manómetro en U marca una diferencia de 735 mm de mercurio, como se muestra en la ilustración.

Con los datos indicados y conociendo que:
$\rho_{mercurio}$ = 13571 Kg/m³; $\rho_{agua\ de\ mar}$ = 1030,6 Kg/m³ se solicita calcule cuál es el valor de la presión en la Superficie del Océano.

Parte teórica   Problema 1

) Hallar tiempo "t" para llenar tanque

) Esquema:



Datos:
-) $h_i = 0,3 \ m$ (inicial)
-) $h_f = 1m$ (final)
-) $V_1 = 2,5 m/s$
-) $V_2 = 1,9 m/s$
-) $\varnothing_{12} = 0,12 m$
-) $\rho = cte$

) Para llenar el tanque requiero una masa "$m_f - m_i$":

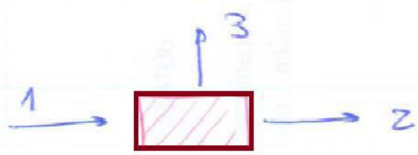
$$\boxed{m_i = \rho \cdot \forall = \rho \cdot h_i \cdot Area = \rho \cdot h_i \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}} \quad (1)$$

$$\boxed{m_f = \rho \cdot h_f \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}} \quad (2)$$

La masa que ingresará en el tanque será:

$$\boxed{\Delta m = m_f - m_i = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (h_f - h_i)} \quad (3)$$

) Seleccionamos un volumen control (en este caso, en rojo)



) Aplicamos la ecuación de Reynolds.

$$\boxed{\frac{dB}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{VC} \beta \, \rho \cdot d\forall\right] + \oint\!\!\!\oint_{SC} \beta \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{n} \cdot dA} \quad (4)$$

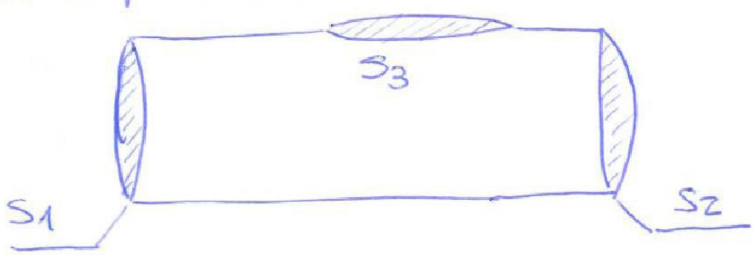
) En este caso, $B = m$ ∴ $\beta = \frac{dB}{dm} = \frac{dm}{dm} = 1$

Por otro lado, el volumen control tiene dimensiones fijas, por lo que el primer término se anula. Queda la ecuación

$$\frac{dm}{dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{VC} 1 \cdot \rho \cdot dV\right]}_{=0} + \oiint_{SC} 1 \cdot \rho \cdot \bar{V} \cdot \bar{n} \cdot dA$$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \oiint_{SC} \rho \cdot \bar{V} \cdot \bar{n} \cdot dA} \quad (5)$$

La superficie control está compuesta:



S_1, S_2, S_3: Secciones circulares,

$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$; $\boxed{D = \phi}$

Queda ec. (5):

$$\frac{dm}{dt} = \iint_{S_1} \rho \cdot \bar{V_1} \cdot \bar{n} \cdot dA_1 + \left(-\iint_{S_2} \rho \cdot \bar{V_2} \cdot \bar{n} \cdot dA_2\right) + \left(-\iint_{S_3} \rho \cdot \bar{V_3} \cdot \bar{n}\, dA_3\right)$$

Tenemos; $\rho = cte$, $\bar{v} \parallel \bar{n}$;

$$\boxed{\iint_S \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{n} \cdot dA = \rho \cdot v \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = \dot{m}} \quad (6)$$

; por el volumen control $\frac{dm}{d\tau} = 0$;

queda:

$$0 = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3 \implies \boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3} \quad (7)$$

de (3); $\Delta m = \dot{m} \cdot \Delta\tau$; $\boxed{\dot{m}_3 = \frac{\Delta m}{\Delta\tau} \quad \text{con} \quad \Delta\tau = \tau_f - 0}$

Aplicamos (8) y (7) $\dot{m}_3 = \dot{m}_1 - \dot{m}_2$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\phi^2 \pi}{4} (v_1 - v_2) \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta m \cdot 4}{\rho \cdot \phi^2 \cdot \pi \cdot (v_1 - v_2)}$$

$$t_f - 0 = \frac{\cancel{\rho} \cdot \cancel{\pi} \cdot \phi_3^2 (h_f - h_i) \cdot \cancel{4}}{\cancel{\rho} \cdot \cancel{\pi} \cdot \phi_1^2 \cdot (v_1 - v_2) \cdot \cancel{4}}$$

$$t_f = \frac{(0,75\,m)^2 \cdot (1 - 0,3)\,\cancel{m} \cdot s}{(0,12\,m)^2 \cdot (2,5 - 1,9)\,\cancel{m}}$$

$$\boxed{t_f = 45,57\,s}$$

Campo de velocidades $V: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$$\bar{V}(x,y) = (x^2 - y^2 + x)\,\hat{i} - (2xy + y)\,\hat{j}$$

a) ¿$\bar{a}(x,y)$ en $(1,2)$?

por nomenclatura: $\bar{V}(x,y) = u(x,y)\,\hat{i} + v(x,y)\,\hat{j}$

con $u(x,y) = x^2 - y^2 + x$

$v(x,y) = -2xy - y$

por Ecuación Euler-Lagrange:

$$\boxed{\bar{a} = \frac{D\bar{V}}{DT} = \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{V}\cdot(\bar{\nabla}\bar{V})} \quad (1)$$

$$\boxed{\bar{a} = \begin{cases} a_x = \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\cdot\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\cdot\dfrac{\partial u}{\partial y} \\[2ex] a_y = \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\cdot\dfrac{\partial v}{\partial x} + v\cdot\dfrac{\partial v}{\partial y} \end{cases}}$$

donde ·) $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ ·) $\frac{\partial u}{\partial x} = 2x+1$ ·) $\frac{\partial v}{\partial y} = -2x-1$

·) $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ ·) $\frac{\partial v}{\partial x} = -2y$ ·) $\frac{\partial u}{\partial y} = -2y$

reemplazamos:

·) $a_x = 0 + (2x+1)(x^2-y^2+x) + (-2y)\cdot(-2xy-y)$

$$a_x = 2x^3 - 2xy^2 + 2x^2 + x^2 - y^2 + x + 4xy^2 + 2y^2$$

$$\boxed{a_x = 2x^3 + 3x^2 + y^2 + 2xy^2 + x}$$

$$a_x(1,2) = 2\cdot 1^3 + 3\cdot 1^2 + 2^2 + 2\cdot 1\cdot 2^2 + 1$$

$$= 2 + 3 + 4 + 8 + 1 = 18 \quad \therefore \boxed{a_x = 18}$$

$$a_y = 0 + (x^2-y^2+x)\cdot(-2y) + (-2xy-y)\cdot(-2x-1)$$

$$a_y = -2x^2y + 2y^3 - 2xy + 4x^2y + 2yx + 2xy + y$$

$$a_y = 2y^3 + 2x^2y + 2xy + y$$

$$a_y(1,2) = 2\cdot 2^3 + 2\cdot 1^2\cdot 2 + 2\cdot 1\cdot 2 + 2$$

$$= 16 + 4 + 4 + 2 \quad \therefore a_y(1,2) = 2$$

$$a_y(1,2) = (1^2 - 2^2 + 1) \cdot (-2 \cdot 1) + (-2 \cdot 1 \cdot 2 - 2) \cdot (-2 \cdot 1 - 1)$$

$$= (1 - 4 + 1) \cdot (-2) + (-4 - 2) \cdot (-2 - 1)$$

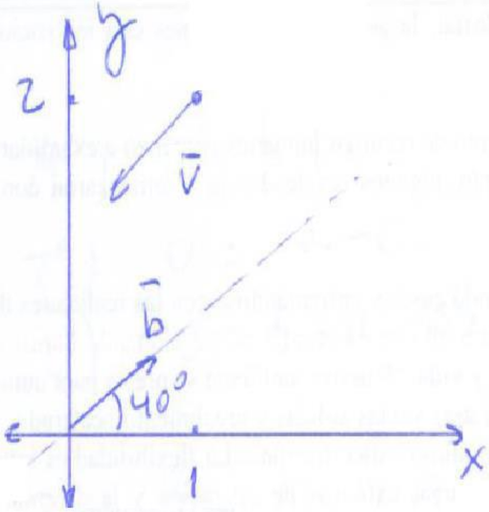
$$= (-2) \cdot (-2) + (-6) \cdot (-2)$$

$$= 4 + 12 \quad ; \boxed{a_y(1,2) = 16}$$

b). Componente de velocidad a 40° de horizontal?

Se puede calcular proyectando este vector sobre otro vector "b", situado a 40° del semieje positivo "x" en sentido antihorario.

Defino $\bar{b}$ como unitario, $|\bar{b}| = 1$ $\boxed{\bar{b} = (\cos(40^\circ); \operatorname{sen}(40^\circ))}$



Por fórmula (álgebra)

$$\boxed{Proy_{\bar{b}}\,\bar{v} = \frac{\bar{v} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|}} \quad (1)$$

$$\bar{v}(1,2) = (1^2 - 2^2 + 1, \; -2 \cdot 2 \cdot 1 - 2)$$

$$\bar{v}(1,2) = (1 - 4 + 1; \; -4 - 2), \qquad \boxed{\bar{v}(1,2) = (-2, -6)}$$

$$\boxed{\bar{b} = (0{,}76; \; 0{,}64)}$$ de (1),

$$Proy_{\bar{b}}\,\bar{v} = \left| \frac{(-2, -6) \cdot (0{,}76; 0{,}64)}{|1|} \right| = 5{,}36$$

Problema 3

Buscamos unidades de las variables en sistema MTL:
son 5 variables vs. 3 magnitudes fundamentales.

	d	D	U	ρ	μ
MTL	L	L	$\frac{L}{T}$	$\frac{M}{L^3}$	$\frac{M}{L\cdot T}$

[Nros pi = 5 - 3 = 2]

$$\Pi_1: \quad M^0 \cdot L^0 T^0 = d^a \cdot D^b$$
$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 = (L)^a \cdot (L)^b$$
$$\Rightarrow \begin{cases} M^0 \Rightarrow 0 = 0 \\ T^0 \Rightarrow 0 = 0 \\ L^0 \Rightarrow 0 = a + b \end{cases}$$

$$\boxed{\Pi_1 = \frac{d}{D}} \ (1)$$

$$\Pi_2 = D \cdot U^a \cdot \rho^b \cdot \mu^c$$

$$M^0 \cdot T^0 \cdot L^0 = L^1 \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^a \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot T}\right)^c$$

$$\begin{array}{l} M^0) \\ T^0) \\ L^0) \end{array} \begin{cases} 0 = b + c \\ 0 = -a - c \\ 0 = 1 + a - 3b - c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ a + c = 0 \\ a - 3b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = (-c) \\ a = (-c) \\ -c - -3c - c = -1 \end{cases}$$

$$-c + 3c - c = -1$$

$$\boxed{c = -1}$$

$$\boxed{a = 1} \quad \boxed{b = 1}$$

$$\boxed{\Pi_2 = D \cdot U \cdot \rho \frac{1}{\mu}} \ (2)$$

de Π_1; $\quad d = D \cdot \Pi_1$; $\quad d = D \cdot f\left(\frac{D \cdot U \cdot \rho}{\mu}\right)$

$$\boxed{d = D \cdot f(\mathrm{Re})}$$

2.83 Gate AB is a quarter-circle 10 ft wide and hinged at B. Find the force F just sufficient to keep the gate from opening. The gate is uniform and weighs 3000 lbf.

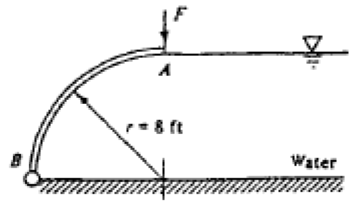
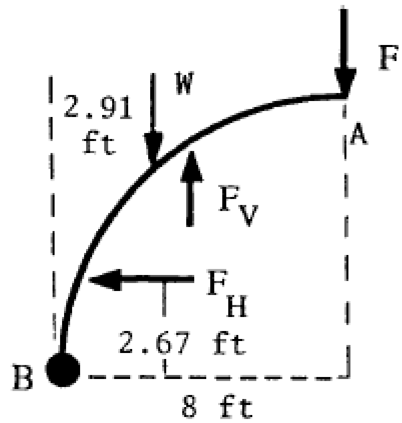


Fig. P2.83

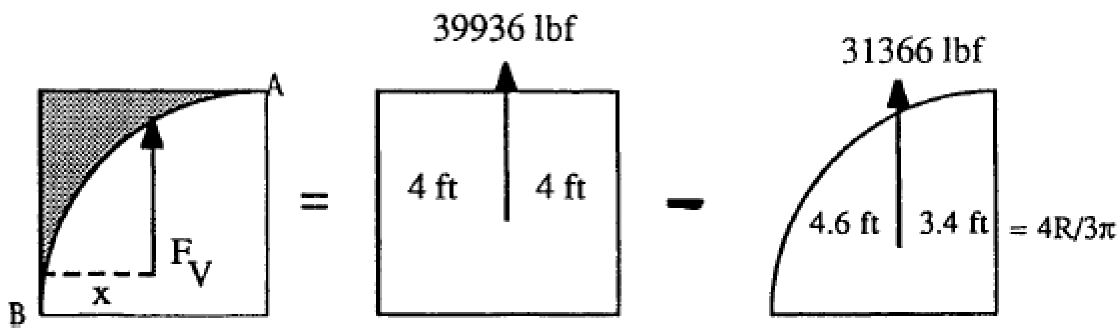
Solution: The horizontal force is computed as if AB were vertical:

$$F_H = \gamma h_{CG} A_{vert} = (62.4)(4\text{ ft})(8\times 10\text{ ft}^2)$$
$$= 19968\text{ lbf} \quad \text{acting 5.33 ft below A}$$



The vertical force equals the weight of the missing piece of water above the gate, as shown below.

$$F_V = (62.4)(8)(8\times 10) - (62.4)(\pi/4)(8)^2(10)$$
$$= 39936 - 31366 = 8570\text{ lbf}$$



The line of action x for this 8570-lbf force is found by summing moments from above:

$$\sum M_B(\text{of } F_V) = 8570x = 39936(4.0) - 31366(4.605), \quad \text{or} \quad x = 1.787\text{ ft}$$

Finally, there is the 3000-lbf gate weight W, whose centroid is $2R/\pi = 5.093$ ft from force F, or $8.0 - 5.093 = 2.907$ ft from point B. Then we may sum moments about hinge B to find the force F, using the freebody of the gate as sketched at the top-right of this page:

$$\sum M_B(\text{clockwise}) = 0 = F(8.0) + (3000)(2.907) - (8570)(1.787) - (19968)(2.667),$$

$$\text{or} \quad F = \frac{59840}{8.0} = \mathbf{7480\ lbf} \quad \textit{Ans.}$$

Ejercicio n° 2

a) Hallar potencia $\dot{L}$ para mover cinta a velocidad cte

Datos; l, v, μ, h, b.

$$\boxed{\dot{L} = F \cdot v} \quad (1)$$

F: Fuerza para vencer esfuerzos viscosos

v: velocidad

Por Newton:

$$\boxed{\tau = \frac{\mu \cdot v}{e}} \longrightarrow \boxed{F = \frac{\mu \cdot A \cdot v}{e}} \quad (2)$$

μ: viscosidad

A: área

v: velocidad

e: espesor (h)

$$\boxed{A = l \cdot b} \quad (3) \quad \text{(rectángulo)}$$

Tenemos, $(3) \xrightarrow{A} (2) \xrightarrow{F} (1)\ \dot{L}$

(3) — (2):

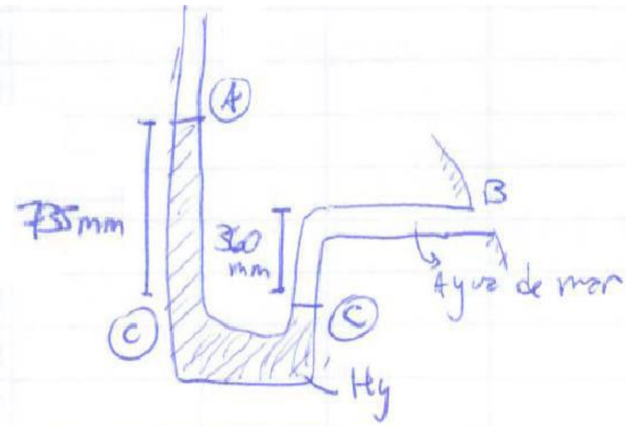
$$\boxed{F = \frac{\mu \cdot l \cdot b \cdot v}{h}} \longrightarrow (1) \longrightarrow \boxed{\dot{L} = \frac{\mu \cdot l \cdot b \cdot v^2}{h}}$$

b) reemplazo datos.

Ejercicio nº 3

① $\boxed{P_B = P_{superficial} + \rho_{H2O} \cdot g \cdot h_B}$

$\boxed{P_A = 765 \, mmHg}$



② $\boxed{P_C = P_A + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{AC}}$

③ $\boxed{P_C = P_B + \rho_{H2O} \cdot g \cdot h_{BC}}$

③, ② $\rightarrow P_C \rightarrow$ ① $\rightarrow P_B$

de (3) = (2), $P_C = P_C$;

$$P_A + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{AC} = P_B + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{BC} \quad ; \text{ de (1) } P_B$$

$$P_A + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{AC} = P_{sup} + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_B + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{BC}$$

despejo P_{sup}:

$$P_{sup} = P_A + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{AC} - \rho_{H_2O} \cdot g \cdot (h_B + h_{BC})$$

Expresamos las presiones en pascales, con $1\,mmHg = 133\,Pa$

$$P_A = 765\,\cancel{mmHg}\,\frac{133\,Pa}{\cancel{mmHg}} \quad ; \quad \boxed{P_A = 101745\,Pa}$$

$$P_{sup} = 101745\,Pa + 13571\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 735\,\cancel{mm} \cdot \frac{1\,m}{10^3\,\cancel{mm}} -$$

$$- 1030{,}6\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(10\,m + 360\,mm \cdot \frac{1\,m}{10^3\,mm}\right)$$

unidades, $\underbrace{\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} / m^2}_{Pa}$

$$P_{sup} = 101745\,Pa + 97754\,Pa - 104634\,Pa$$

$$\boxed{P_{sup} = 94{,}86\ kPa}$$