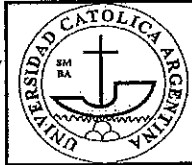


C

Parcial 4

24

D



Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería  
EXAMEN PARCIAL - INGENIERIA AMBIENTAL

Alumno/a: OTERO, LUCIA MARIA

Fecha: 27/09/11

TEMA 2

ANTES DE COMENZAR A RESPONDER PRESTE ATENCIÓN

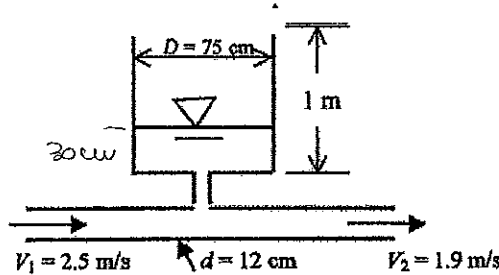
- Lea atentamente las consignas y responda claramente cada pregunta, detallando con la mayor precisión lo solicitado en cada ejercicio.
- Sea ordenado en el desarrollo de los temas.
- Se solicita prolijidad en la caligrafía a fin de no tener problemas en la corrección posterior.
- El tiempo estipulado para la resolución de los temas es de 2 1/4 HORAS COMO MAXIMO.

Parte teórica

CONDICION DE APROBACIÓN: DOS EJERCICIOS RESUELTOS CORRECTAMENTE

Problema 1

El flujo de una tubería, llena un tanque cilíndrico como muestra la figura. A un tiempo  $t = 0$  la profundidad de agua en el tanque es de 30cm. Estimar el tiempo requerido para llenar el remanente del tanque.



Problema 2

Un campo de velocidades bidimensional está dado (en unidades arbitrarias) por:

$$V = (x^2 - y^2 + x)i - (2xy + y)j$$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

En  $(x,y) = (1,2)$  hallar:

- a) El vector aceleración  $a_x$  y  $a_y$
- b) La componente de la velocidad en la dirección que forma  $40^\circ$  grados de la horizontal
- c) La máxima velocidad (módulo y dirección)
- d) la máxima aceleración (módulo y dirección)

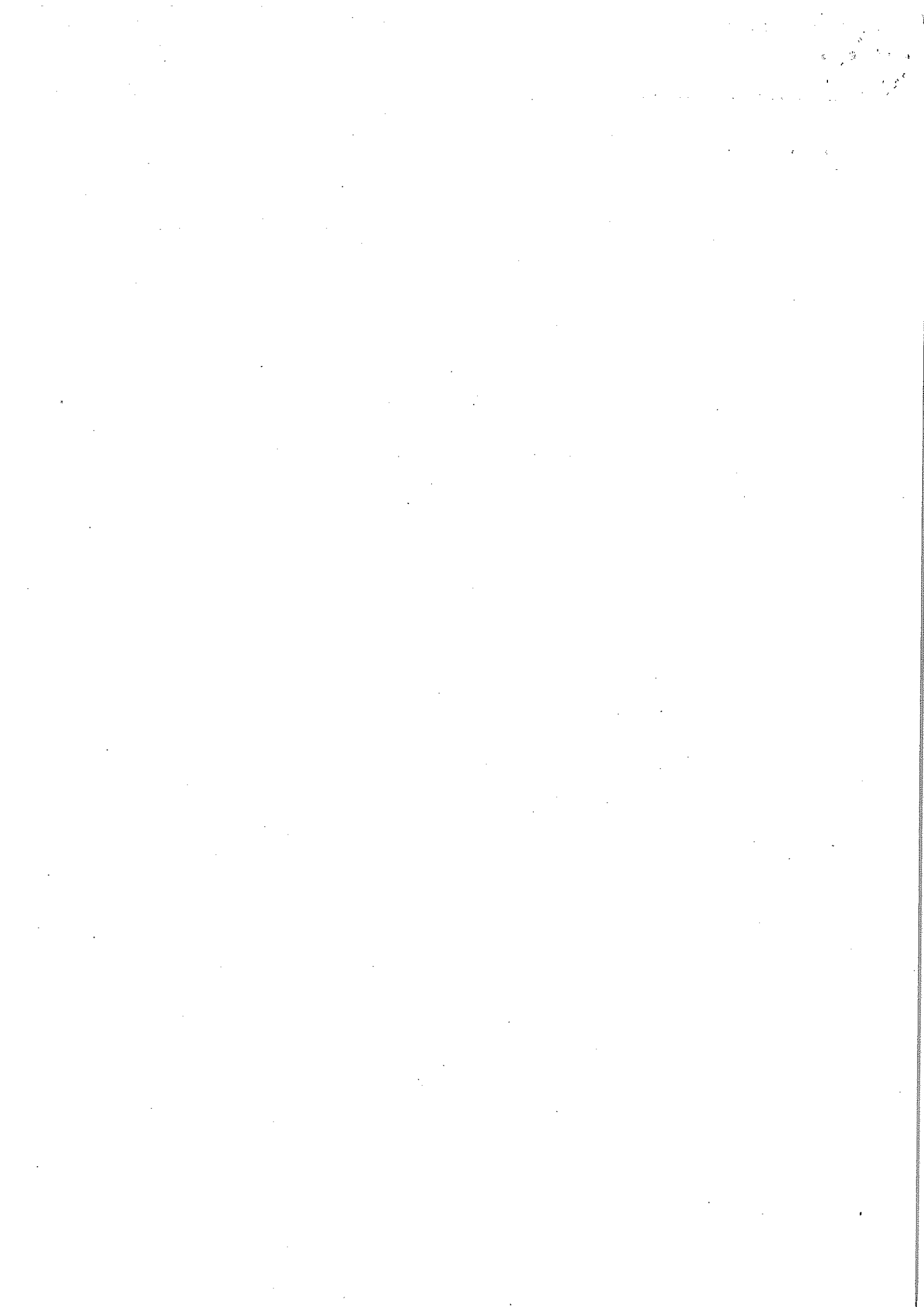
Problema 3

El diámetro  $d$  de las gotas producidas por un aerosol depende del tamaño de la boca de salida  $D$  del aerosol, la velocidad de salida  $U$  y las propiedades del líquido  $\rho$  y  $\mu$ . Hallar una expresión para  $d$  utilizando sus conocimientos de adimensionalidad

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r} = \text{gota}$$

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu}$$

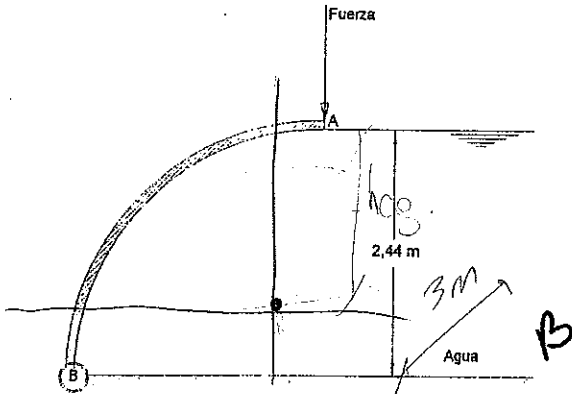
$$\frac{\Delta u}{L}$$



Parte Practica

CONDICION DE APROBACION: DOS EJERCICIOS RESUELTOS CORRECTAMENTE

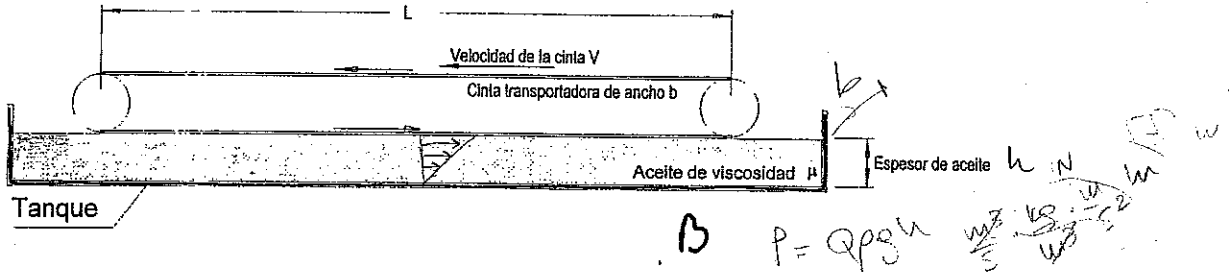
Ejercicio N° 1:



La compuerta BA mostrada en la figura puede girar en B. Se pide calcular la Fuerza que mantiene a la compuerta en la posición actual evitando que la misma ceda a la presión del agua debajo de ella.  $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$   
 Ancho de la compuerta 3 metros. Momento de inercia del rectángulo  $bh^3/12$ ; el centro de gravedad de la superficie curva se encuentra a  $4R/3\pi$  de cada uno de los lados.

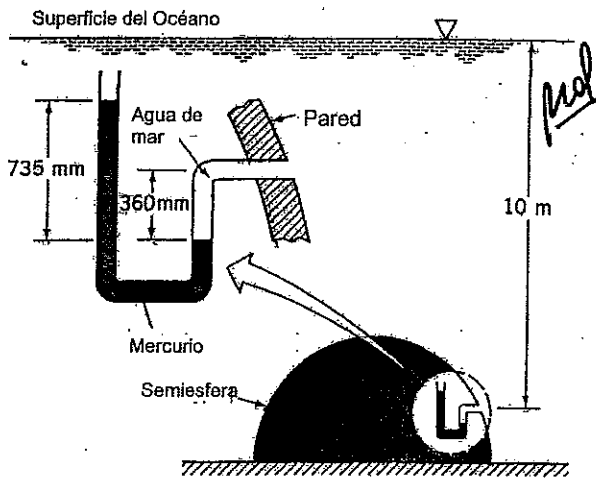
Ejercicio N° 2:

La cinta transportadora de longitud L y ancho b de la figura se mueve con una velocidad constante V sobre un depósito de aceite de viscosidad  $\mu$  y de espesor h.



- Asumiendo que el perfil de velocidad dentro del tanque es lineal, desarrolle una fórmula para conocer la potencia que se necesitaría para mover la cinta a una velocidad constante sobre el aceite y vencer los esfuerzos viscosos.
- ¿Qué potencia se necesitaría para mover la cinta transportadora a una velocidad de 2,5 m/s sobre un aceite de viscosidad  $\mu$  de 0,29 kg/m . s, si la longitud L es de 2m, el ancho b de 60 cm y el espesor h de 3 cm?

Ejercicio N° 3:



Una semiesfera llena de aire se encuentra fija en el fondo del océano a 10 metros de profundidad. Dentro de la semiesfera un barómetro está marcando una presión absoluta 765 mm de Hg y el manómetro en U marca una diferencia de 735 mm de mercurio, como se muestra en la ilustración.

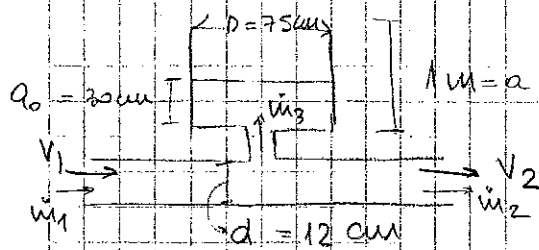
Con los datos indicados y conociendo que:

$\rho_{\text{mercurio}} = 13571 \text{ Kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{agua de mar}} = 1030,6 \text{ Kg/m}^3$  se solicita calcule cuál es el valor de la presión en la Superficie del Océano.

$$1,20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 101,3 \text{ kPa}$$



## TEORÍA (1)



Para llevar el tanque

$$\rightarrow V = \frac{\pi D^2}{4} \cdot a = \frac{\pi (0,075)^2 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m}}{4} = 0,44 \text{ m}^3$$

$$V_0 = \frac{\pi D^2}{4} q_0 = 0,133 \text{ m}^3 \text{ (en } t=0)$$

Por continuidad y dado  $\rho = \text{cte}$ 

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

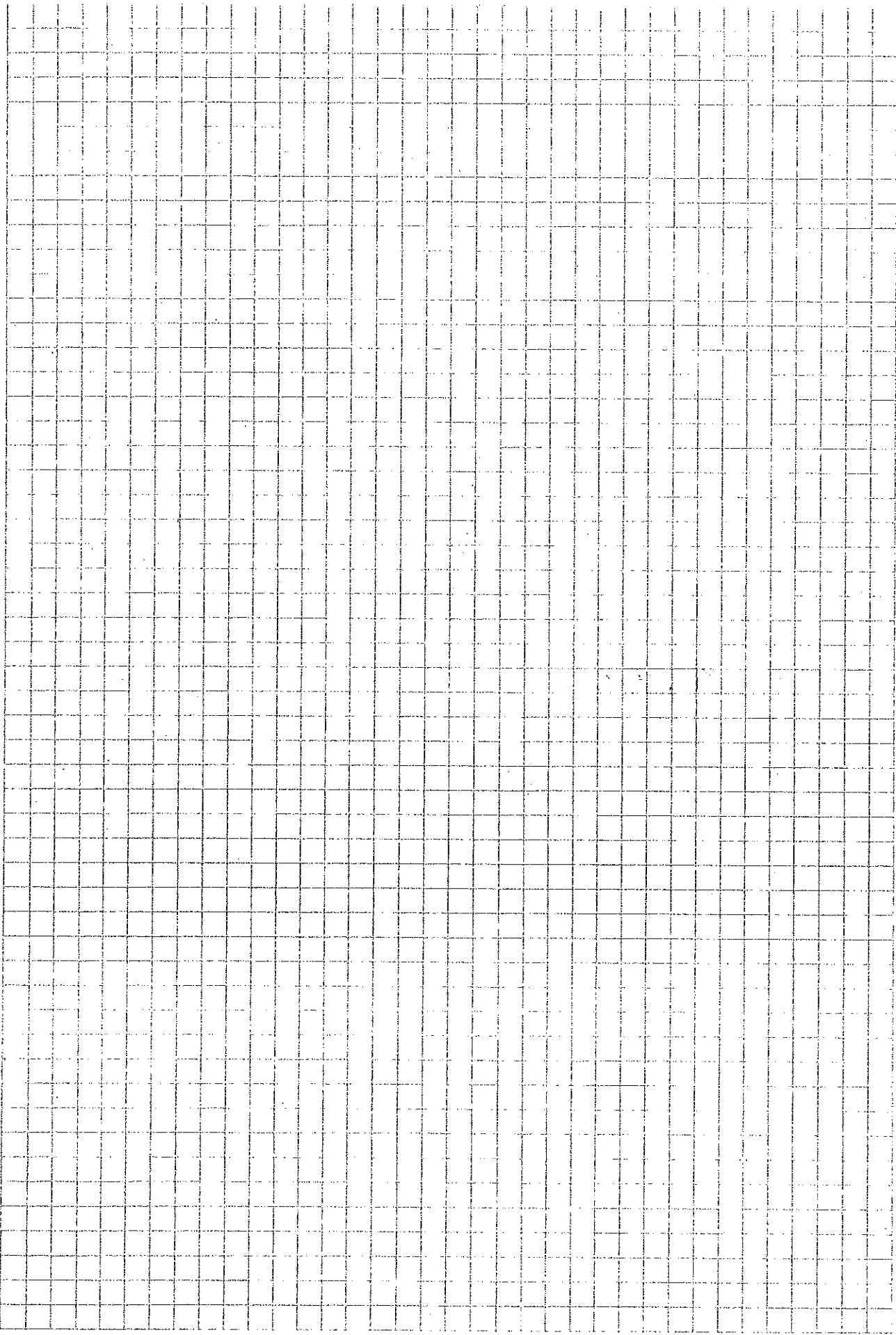
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + \frac{V_{\text{tanque}}}{t}$$

$$\rightarrow t = \frac{V_{\text{tanque}}}{A_1 v_1 - A_2 v_2} = \frac{0,307 \text{ m}^3}{\left( \frac{\pi (0,12)^2 \text{ m}^2}{4} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) - \left( \frac{\pi (0,12)^2 \text{ m}^2}{4} \cdot 1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}$$

$$t = 45,24 \text{ s}$$

6 (señ)

$$V_{\text{tanque}} = V - V_0 = 0,307 \text{ m}^3$$



NOTA

## TEORÍA (2)

$$\vec{V} = (x^2 - y^2 + x)\vec{i} - (2xy + y)\vec{j} = (u, v) = (x^2 - y^2 + x, -2xy + y)$$

Para  $(x, y) = (1, 2)$  busco

a)  $a_x$  y  $a_y$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$= 0 + (x^2 - y^2 + x)(2x + 1) + (-2xy + y)(-2y)$$

$$= (2x^3 + x^2) - 2xy^2 - y^2 + 2x^2 + x + (4xy^2 - 2y^2)$$

$$a_x = 2x^3 + 3x^2 - 3y^2 + 2xy^2 + x$$

para  $(x, y) = (1, 2)$

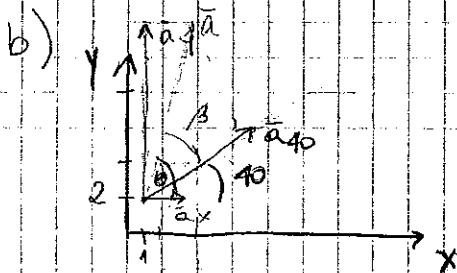
$$\boxed{a_x} = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2^2 + 1 = \cancel{24} 10$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$a_y = 0 + (x^2 - y^2 + x)(-2y) + (-2xy + y)(-2x + 1)$$

$$\text{para } (x, y) = (1, 2) \rightarrow a_y = (1^2 - 2^2 + 1)(-2 \cdot 2) + (-2 \cdot 1 \cdot 2 + 2)(-2 \cdot 1 + 1)$$

$$\boxed{a_y} = \cancel{104} 26$$



$$\beta = \theta - 40^\circ$$

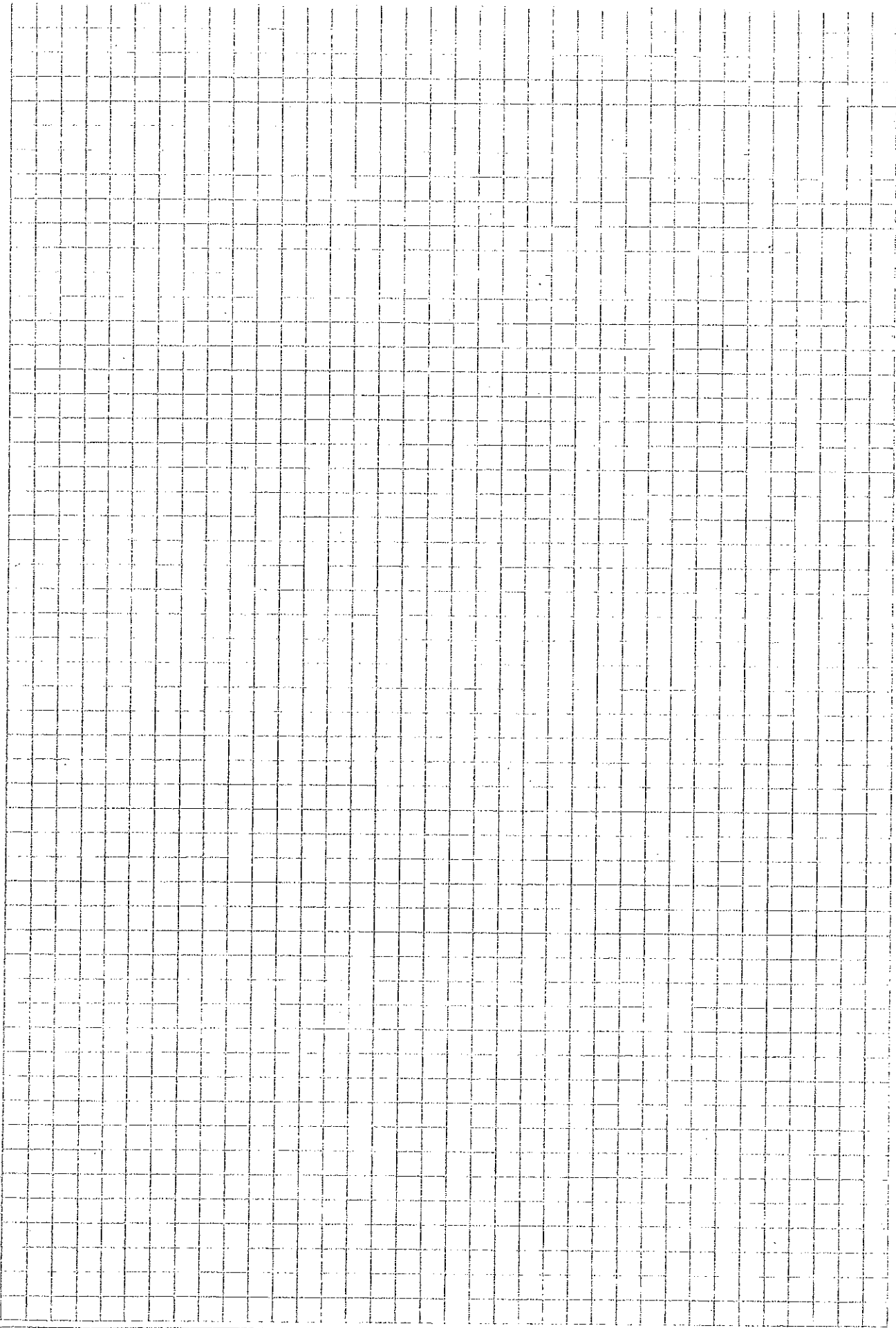
$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{26}{10} = 2.6 \rightarrow \theta = 78^\circ$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10,198$$

$$|\vec{a}_{40}| = |\vec{a}| \cdot \cos \beta = |\vec{a}| \cdot \cos(\theta - 40^\circ)$$

$$|\vec{a}_{40}| = 10,198 \cdot \cos(38^\circ)$$

$$|\vec{a}_{40}| = 8,036$$



NOTA

## Teoría ③

$$d = f(D, U, \rho, \mu)$$

Variables relevantes  $\rightarrow n = 5$

Analizo las dimensiones

$$[d] = L$$

$$[U] = L/t$$

$$[\mu] = m/(L \cdot t)$$

$$[D] = L$$

$$[\rho] = m/L^3$$

$$\rightarrow K = 3$$

Cantidad de números  $\pi \rightarrow n - K = 2$

Defino  $\pi_1$  y  $\pi_2$ , considerando las  $K=3$  variables comunes  $\leftarrow \begin{matrix} D \\ \rho \\ \mu \end{matrix}$

$$\pi_1 = D^{\alpha_1} \rho^{\alpha_2} \mu^{\alpha_3} d$$

$$\pi_2 = D^{\beta_1} \rho^{\beta_2} \mu^{\beta_3} U \rightarrow \pi_1 = f(\pi_2)$$

Analizo las dimensiones para encontrar exponentes

$$[\pi_1] = L = L^{\alpha_1} \left(\frac{m}{L^3}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{m}{L \cdot t}\right)^{\alpha_3} L$$

$$L: \alpha_1 - 3\alpha_2 - \alpha_3 + 1 = 0 \rightarrow \alpha_1 = -1$$

$$t: -\alpha_3 = 0 \rightarrow \alpha_3 = 0$$

$$m: \alpha_2 + \alpha_3 = 0 \rightarrow \alpha_2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi_1 = \frac{d}{D} \\ d = \pi_1 D \end{array} \right\}$$

$$[\pi_2] = 1 = L^{\beta_1} \left(\frac{m}{L^3}\right)^{\beta_2} \left(\frac{m}{L \cdot t}\right)^{\beta_3} \frac{L}{t}$$

$$L: \beta_1 - 3\beta_2 - \beta_3 + 1 = 0 \rightarrow \beta_1 = 1$$

$$t: -\beta_3 - 1 = 0 \rightarrow \beta_3 = -1$$

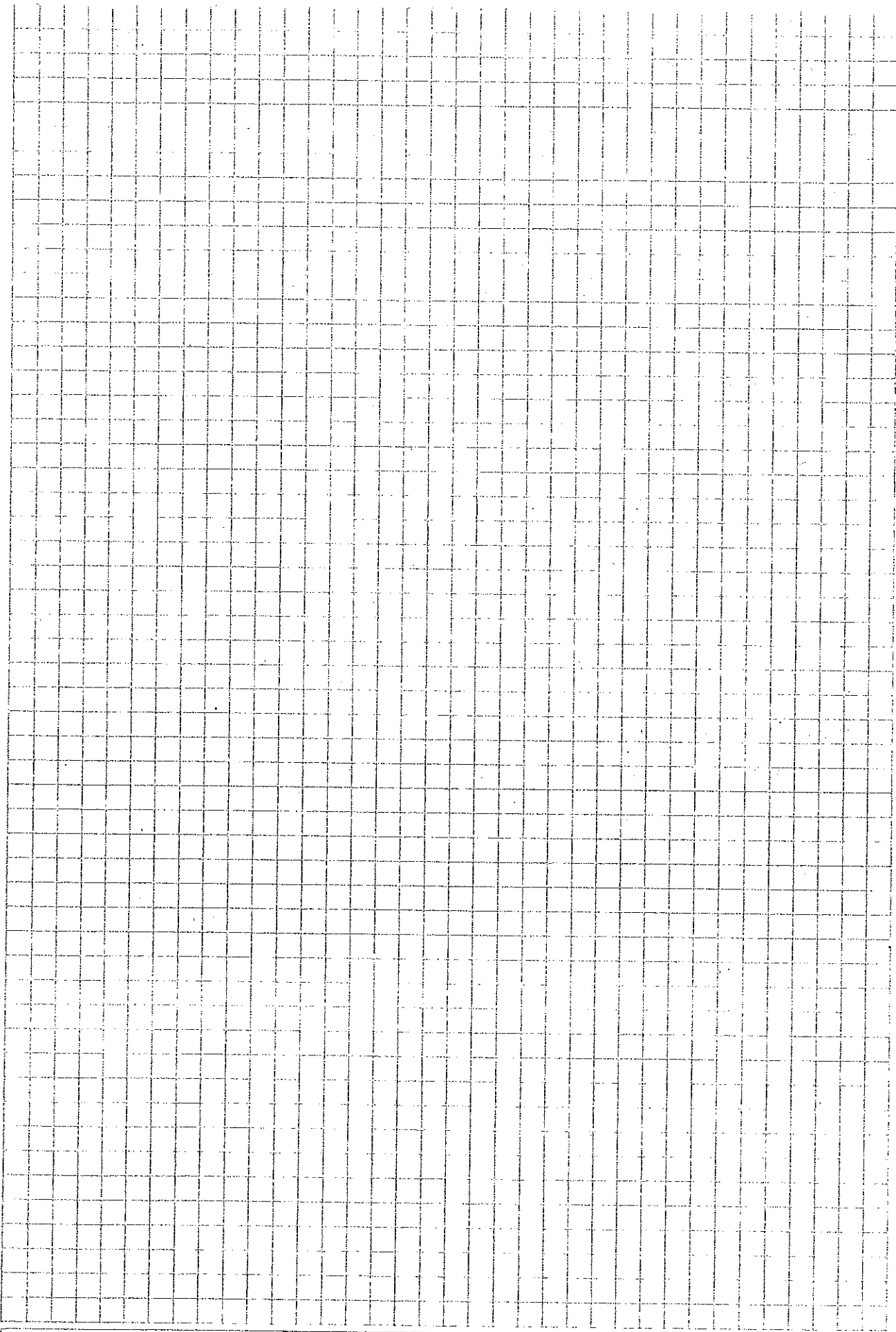
$$m: \beta_2 + \beta_3 = 0 \rightarrow \beta_2 = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi_2 = \frac{D \rho U}{\mu} \\ D = \frac{\pi_2 \mu}{\rho U} \end{array} \right\}$$

$$d = \pi_1 D = D f\left(\frac{D \rho U}{\mu}\right) = D f(\text{Re})$$

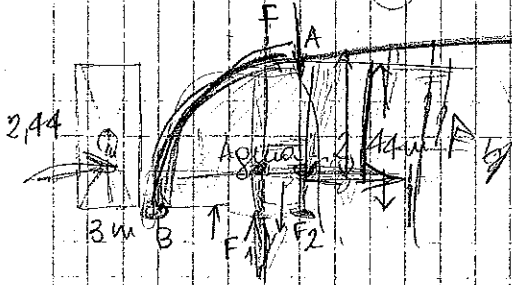
$\rightarrow$  Número de Reynolds

$$= \frac{\pi_1 \pi_2 \mu}{\rho U} = \phi \frac{\mu}{\rho U} \quad | \quad \phi = \text{cte}$$



NOTA

## PRACTICA (1)



$$p_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad R = 2,44 \text{ m}$$

$$a = 3 \text{ m} \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

$$y_{cg} = \frac{4R}{3\pi}$$

$$y_{cg} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4}{3\pi} \cdot 2,44 \text{ m} = 1,036 \text{ m}$$

Horizontalmente

$$\rightarrow F_H = p_{H_2O} \int y_{cg} (R \cdot a)$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,036 \text{ m} \cdot (2,44 \text{ m} \cdot 3 \text{ m})$$

$$= 74287,52 \text{ N}$$

Vertical mente

$$\rightarrow F_T = F_1 - F_2$$

$$= p_{H_2O} g R (R \cdot a) - p_{H_2O} g \frac{\pi R^2}{4} \cdot a$$

$$= p_{H_2O} g R^2 \left( a - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,44 \text{ m})^2 \cdot 3 \text{ m} \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

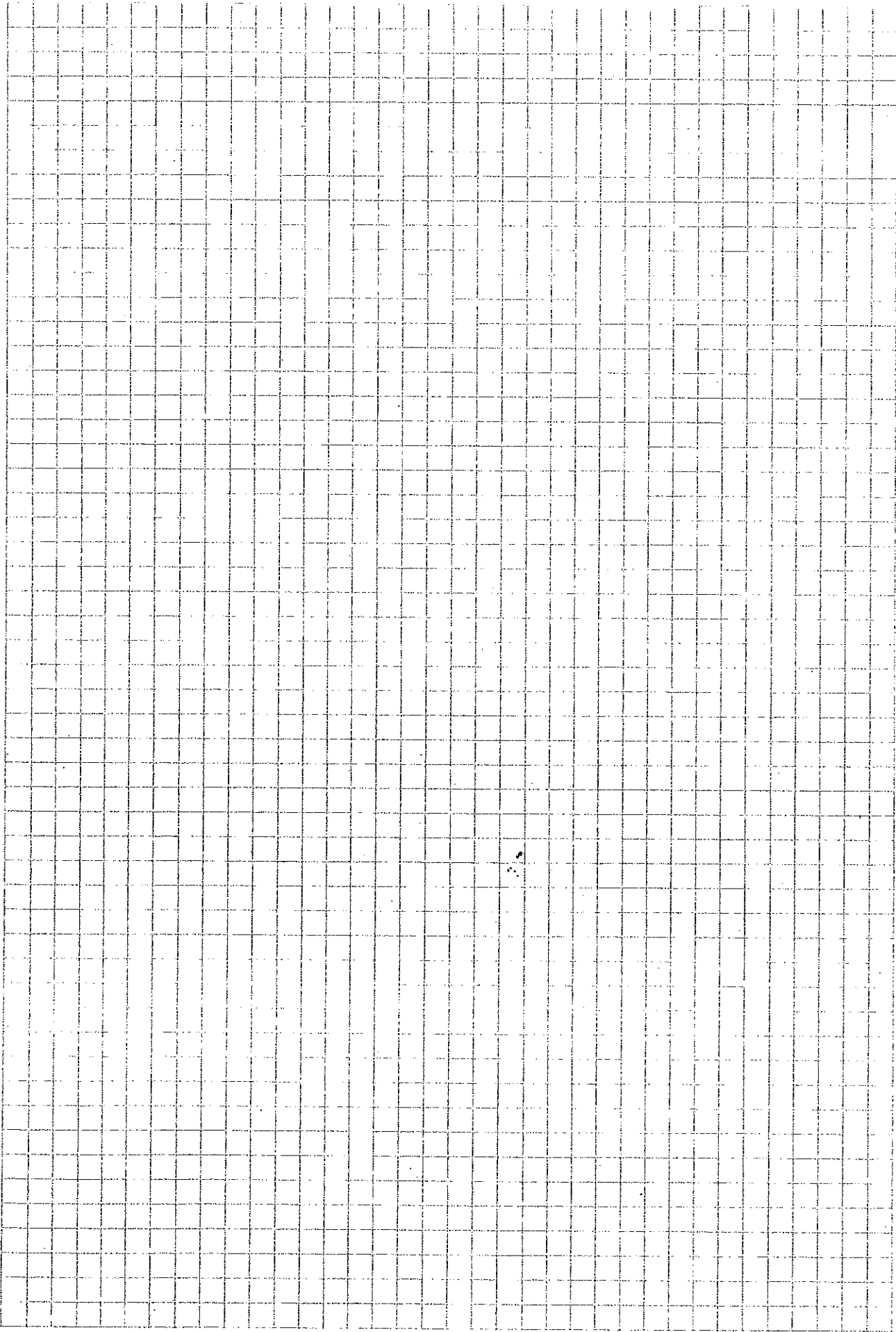
$$= 37563 \text{ N}$$

Busco F

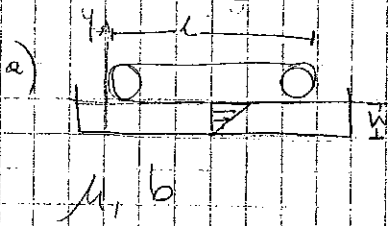
$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I}{y_{cg} \cdot A} = 1,036 \text{ m}$$

$$\sum M_B = F \cdot R - F_T \cdot (R - 1,036 \text{ m}) - F_H \cdot 1,036 \text{ m} = 0$$

$$F = 53155,87 \text{ N} \quad \checkmark$$



PRÁCTICA (2)



$$v(y) = \mu y + b$$

$$v(y=0) = 0$$

$$v(y=h) = V_{max}$$

$$v(y) = V_{max} \frac{y}{h}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{V_{max}}{h}$$

$$F_p = \tau \cdot A = \mu \frac{V_{max}}{h} \cdot L \cdot b$$

$V_{max} = V_{vento} \rightarrow$  Por principio

$$P = F_p \cdot V_{vento} = \frac{\mu L b}{h} \cdot V_{max} \cdot V_{vento} = \frac{\mu L b}{h} V_{max}^2$$

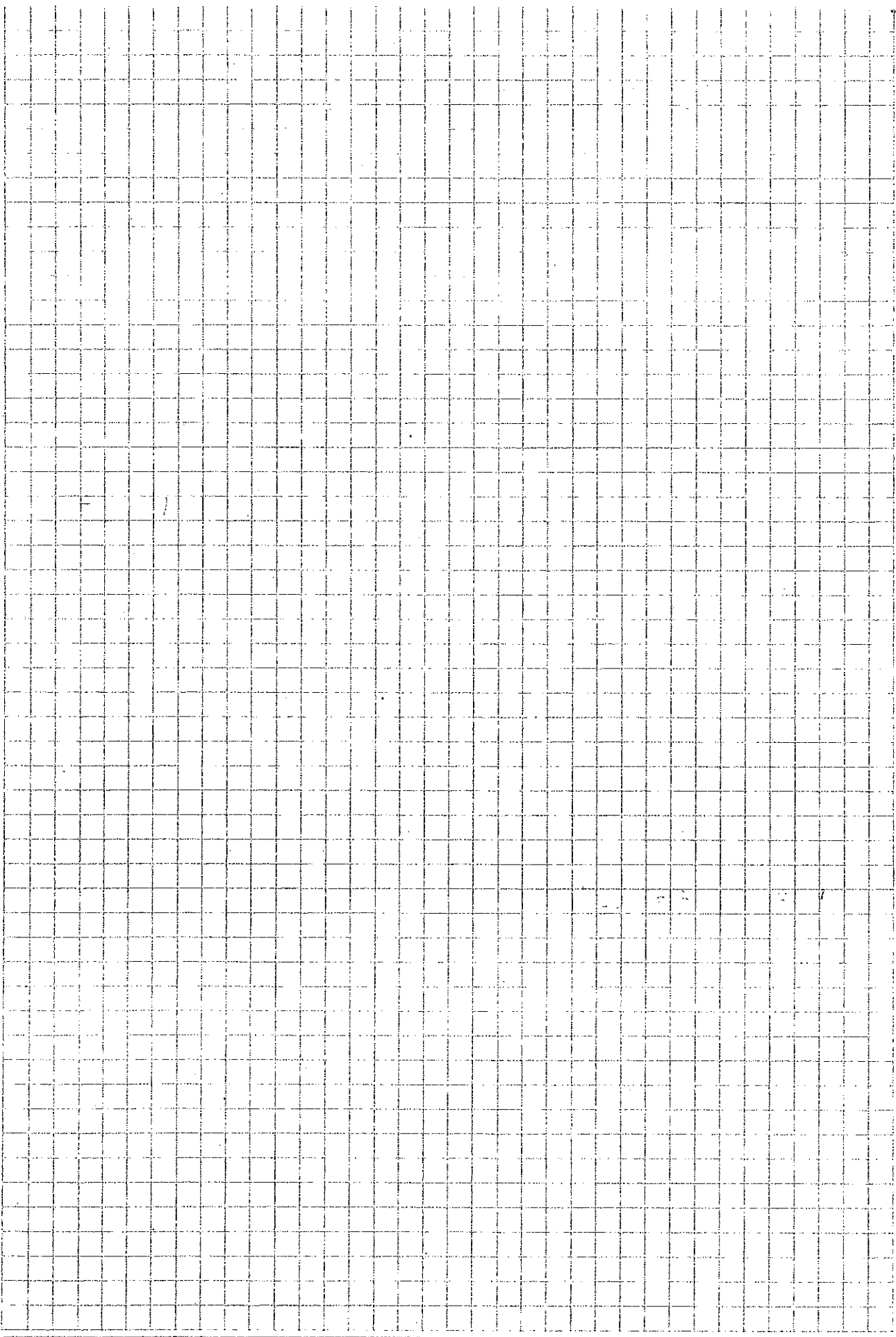
- b)  $P = ?$
- $\rightarrow$   $V_{vento} = 2,5 \text{ m/s}$
  - $\rightarrow$   $\mu = 0,29 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$
  - $\rightarrow$   $L = 2 \text{ m}$
  - $\rightarrow$   $b = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$
  - $\rightarrow$   $h = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$

$$P = \frac{\mu L b}{h} \cdot V_{max}^2$$

$$= 0,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \cdot \frac{2 \text{ m} \cdot 0,6 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} \cdot (2,5)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

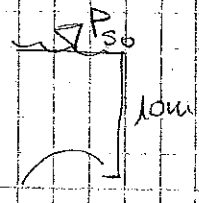
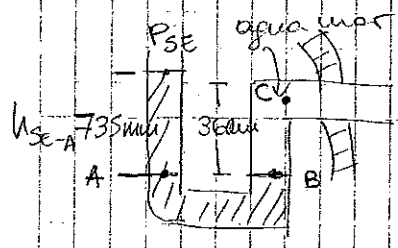
$0 \rightarrow \text{N}$   
 $0,29 \rightarrow \text{kg}$   
 $0,03 \rightarrow \text{m}$

$$P = 72,499 \text{ W}$$



NOTA

Práctica (B)



$$P_{abs} = 765 \text{ mm Hg} = 101,966 \text{ kPa}$$

$$P_{Hg} = 13571 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{H_2O \text{ mar}} = 1030,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{so} = ?$$

$$P_A = P_{se} + \rho_{Hg} g h_{se-A} = P_B = P_C + \rho_{H_2O} g h_{CB}$$

$$P_C = P_{so} + \rho_{H_2O} g h_{C-so}$$

$$\Rightarrow P_{so} = (P_C) - \rho_{H_2O} g h_{C-so}$$

$$= (P_B) - \rho_{H_2O} g h_{CB} - \rho_{H_2O} g h_{C-so}$$

$$= (P_{se} + \rho_{Hg} g h_{se-A}) - \rho_{H_2O} g h_{CB} - \rho_{H_2O} g h_{C-so}$$

$$P_{se} = \frac{101,966 \text{ kPa}}{101,3 \text{ kPa}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{1 \text{ cm}^2}{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = \frac{10065,75 \text{ kg}}{9,8 \text{ m/s}^2} \cdot \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1027,12 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_{so} = P_{se} + \rho_{Hg} g h_{se-A} - \rho_{H_2O} g (h_{CB} + h_{C-so})$$

$$= 1027,12 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 13571 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,735 \text{ m} - 1030,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0,36 + 10) \text{ m}$$

Debería dar  $\approx$  101,3 kPa NO 94,85 kPa  
mal

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$\vec{u} =$

$$u = \frac{d\psi}{dy} = \frac{d\phi}{dx}$$

$$v = -\frac{d\psi}{dx} = \frac{d\phi}{dy}$$