Agustín Franko

$2

15

7 (sexto)

Blanco

Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e ingeniería

Mecanica de los Fluidos   Primer Parcial 15-10-2012

PARTE TEORICA

1- **a)** Sea un fluido de densidad constante que fluye en un canal convergente con una altura media Y y una velocidad longitudinal dada por u = u (y). Hallar v(x y y)= v. $v = ?$

B. V

$$u = V_0\left(1+\frac{x}{l}\right)\left(1-\left(\frac{y}{Y}\right)^2\right)$$ (V

$$Y = \left(\frac{Y_0}{1+(\frac{x}{l})}\right)$$

b) hallar la aceleración lineal.

Problema 2

Un flujo bidimensional tiene el siguiente campo de velocidad:

$$\mathbf{V} = (x^2 - y^2 + x)\mathbf{i} - (2xy + y)\mathbf{j}$$

En $(x, y) = (1, 2)$, calcular: V

B a) las aceleraciones a_x y a_y, proyec

R b) la componente de velocidad, en una dirección inclinada 40 ° respecto de la horizontal.

R c) suponer que el campo de temperatura T = 4 x2-3y3 ($4x^2-3y^3$), en unidades arbitrarias, está asociado con el campo de velocidades dado. Calcular la velocidad de cambio de la temperatura en el tiempo en el punto: (x, y) = (2, 1).

Problema 3:

Considere un flujo bidimensional cuya distribución de velocidades está dada por u = - By, v = + Bx, donde B es una constante.

B/M a) Halle la función corriente y la función potencial en caso que existan – Justifique

M b) Calcular la velocidad angular del flujo y describir que tipo de situación real podría representar.

PARTE PRÁCTICA

blanco

Ejercicio 1

Una bola de metal esta flotando por los efectos de la tensión superficial sobre el agua, está sumergida sólo una mitad mientras que la otra mitad se encuentra expuesta al aire. Considere que el agua es pura y que la bola de metal fue sumergida lentamente despreciando los efectos de cualquier tipo de aceleración y que la temperatura se mantiene constante

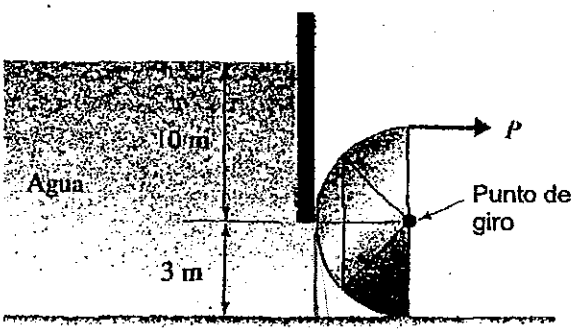
Los datos del agua son: Tensión superficial $\sigma = 0{,}073$ N/m – Densidad del agua $\rho = 1000$ Kg/m³ – Angulo de contacto puede suponerse cero.

$\frac{4}{3}\pi R^3$

Calcular cuál será el diámetro máximo que puede tener una esfera de aluminio y otra de acero para mantenerse a flote por efectos de la tensión superficial, siendo la densidad del aluminio 2700 Kg/m³ y la densidad del acero 7800 Kg/m³.

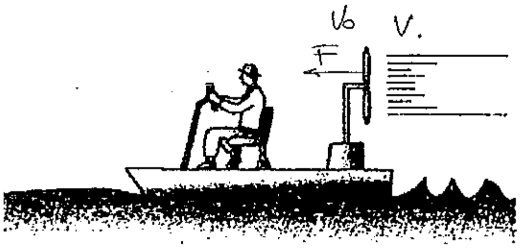
$F = E = \rho g V$

Ejercicio 2



La compuerta semicircular de la figura de 3 m de ancho puede girar como lo indica la figura, para esta configuración y sabiendo que el baricentro de la superficie curva de encuentra a una distancia $\frac{4R}{3\pi}$ a la izquierda del punto de giro, calcule la fuerza ***P*** necesaria para abrir la compuerta. Se puede despreciar el peso de la compuerta.

Ejercicio 3:



Un bote propulsado por una hélice viaja a 50 Km/hora, la hélice tiene 2 metros de diámetro y requiere para esto un motor de 20 kW. Si la densidad del aire puede suponerse constante e igual a 1,23 Kg/m³, se pide calcular cual es la fuerza de empuje sobre el bote, el caudal másico a través de la hélice y la potencia que se transmite al mismo.

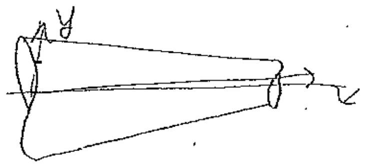
$P = 20$ kW

$$L R^2 - \left(\frac{\pi . R^2}{4} . L\right)$$

Blanco,
María Agustina
02-100144-2

TEORÍA:

1 a) $\rho = cte \Rightarrow$ Incompresible



$$u = V_0\left(1+\frac{x}{\ell}\right)\left(1-\left(\frac{y}{Y}\right)^2\right)$$

$v = ?$

$$u = V_0\left(1+\frac{x}{\ell}\right)\left[1-\left(\frac{y}{y_0}\cdot\left(1+\left(\frac{x}{\ell}\right)\right)\right)^2\right]$$

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}}^{\,0} + \bar{\nabla}(\rho\vec{V}) = 0 \Rightarrow \bar{\nabla}\vec{V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = V_0\left(\frac{1}{\ell}\right)\left(1-\left(\frac{y\cdot\left(1+(x/\ell)\right)}{y_0}\right)^2\right) + V_0\left(1+\frac{x}{\ell}\right)\left[-2\frac{y}{y_0}\left(1+\left(\frac{x}{\ell}\right)\right)\cdot\frac{y}{y_0}\cdot\frac{1}{\ell}\right]$$

$$= \frac{V_0}{\ell}\left(1-\left(\frac{y\left(1+(x/\ell)\right)}{y_0}\right)^2\right) - \frac{V_0\left(1+\frac{x}{\ell}\right)^2 2y^2}{\ell\, y_0^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{V_0}{\ell} - 3\frac{V_0\, y^2\,(1+x/\ell)^2}{\ell\, y_0^2} = -\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\int \partial v = \int\left[\frac{3V_0\, y^2\,(1+x/\ell)^2}{\ell\, y_0^2} - \frac{V_0}{\ell}\right]\partial y$$

$$\boxed{v = \frac{3V_0}{\ell\, y_0^2}\left(1+\frac{x}{\ell}\right)\frac{y^3}{3} - \frac{V_0}{\ell}y + \cancel{\phi}}$$

b) $\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\bar{\nabla})\vec{V}$

?

$a_x =$

no
resuelto

2) $\vec{V} = (x^2 - y^2 + x)\hat{\imath} - (2xy + y)\hat{\jmath}$

a) $a_x = ?$ $a_y = ?$ en $(x,y) = (1,2)$

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\,\vec{\nabla})\,\vec{V}$$

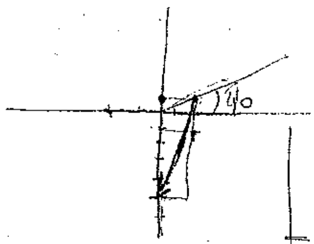
$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = 0 + \overbrace{(x^2 - y^2 + x)}^{-2}\overbrace{(2x+1)}^{3} + \overbrace{(2xy+y)}^{6}\overbrace{(+2y)}^{4} + 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = 0 + \underbrace{\overbrace{(x^2 - y^2 + x)}^{-2}\overbrace{(-2y)}^{-4}}_{8} + \underbrace{\overbrace{(-2xy - y)}^{-6}\overbrace{(-2x - 1)}^{-3}}_{18}$$

$\boxed{a_x = 18}$ ✓ $\boxed{a_y = 26}$ ✓

b) $\vec{V}_{(1,2)} = -2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$ ✓

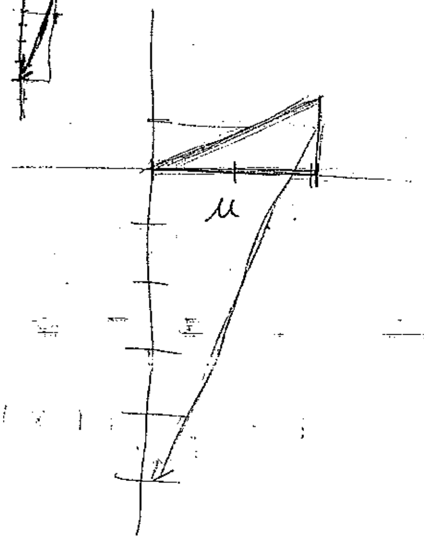
$|\vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 6{,}32$



La componente de la velocidad en 1 dirección a 40° respecto de la horizontales:

$\vec{V}_{40}$ $(|V|\cos 40\,\hat{\imath} + |V|\,\mathrm{sen}\,40\,\hat{\jmath})$

$\boxed{\vec{V}_{40} = 27{,}82\hat{\imath} + 4{,}06\hat{\jmath}}$



c) $T = 4x^2 - 3y^3$ $\frac{DT}{Dt} = ?$ $\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})\,T$

$$\frac{DT}{Dt} = \cancel{\frac{\partial T}{\partial t}}^{0} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + \cancel{w\frac{\partial T}{\partial z}}^{0} = \underbrace{(x^2 - y^2 + x)}_{4}\cdot\underbrace{8x}_{16} + \underbrace{(2xy + y)}_{(+5)}\underbrace{(-9y^2)}_{(-9)}$$

$\boxed{\frac{DT}{Dt}_{(2;1)} = 109}$

64 + 45 = 109

×

regular

Blanco,
M. Agustina.
02-10014-2

③ $u = -By$ $\quad B = cte$
$v = +Bx$

a) Dado que el flujo es bidimencional, existe una función corriente. La calculo:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad \partial\psi = u\,\partial y \Rightarrow \psi = \int -By\,dy = -B\frac{y^2}{2} + f(x)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \longrightarrow \quad +Bx = -\frac{df}{dx} \Rightarrow df = -Bx\,dx$$

$$f(x) = -B\int x\,dx = -B\frac{x^2}{2} + \cancel{c}$$

$$\boxed{\psi = -\frac{By^2}{2} - \frac{Bx^2}{2} + \cancel{c}}$$

Veo si el flujo es ideal para ver si $\exists\,\phi$. Como el flujo es estacionario, verifico que sea incompresible.

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \nabla(\rho\vec{v}) = 0 \Rightarrow \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 + 0 = 0 \Rightarrow \text{Incompresible}$$

veo si es irrotacional

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \rightarrow \nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = (0; 0; B - B) = (0;0;0)$$

$\Rightarrow$ es irrotacional MAL

Dado que el flujo es ideal, entonces $\exists\,\phi$ y $\vec{V} = \nabla\phi$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad \phi = \int u\,dx = \int -By\,dx = -Byx + f(y)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \qquad Bx = -Bx + \frac{df}{dy} \Rightarrow \frac{df}{dy} = 2Bx \qquad f = \int 2Bx\,dy$$

$$f(y) = 2Bxy + \cancel{c}$$

$$\phi = -Byx + 2Bxy + \cancel{c} \Rightarrow \boxed{\phi = 2Bxy + \cancel{c}}$$

No

MAL

b) $\cancel{\vec{v} = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \quad \omega = \left(\frac{-By}{r}; \frac{+Bx}{r}\right)}$

$$\omega = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{v} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(0; 0, B+B) = \frac{1}{2}(0; 0; 2B)$$

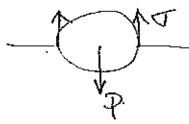
$$\boxed{\omega = (0; 0, B)}$$

y?

se continua
auto anterior

① PRÁCTICA: Dado que el enunciado dice que la esfera se mantiene a flote por efectos de la tensión superficial, no considero del empuje.

Blanco, María Agustina 02-10014-2



$\sigma = 0{,}073 \frac{N}{m}$

$\rho = 1000\ kg/m^3$

$vol = \frac{4}{3}\pi R^3$

$D_{max} = ?$

$\rho_{al} = 2700\ kg/m^3$

$\rho_{ac} = 7800\ kg/m^3$

ALUMINIO:

$P_{al} = \sigma . 2\pi R$

$P = \rho_{al} g\ vol = \rho_{al}\, g\, \frac{4}{3}\cancel{\pi} R^{\cancel{3}\,2} = \sigma . 2\cancel{\pi} \cancel{R} \Rightarrow R_{al} = \sqrt{\frac{3\sigma}{2\rho_{al}\, g}} = \quad R_{al} = 2{,}03 \cdot 10^{-3} m$

$D = 2R$

$\boxed{D_{al} = 4{,}07 \cdot 10^{-3} m}$ ✓

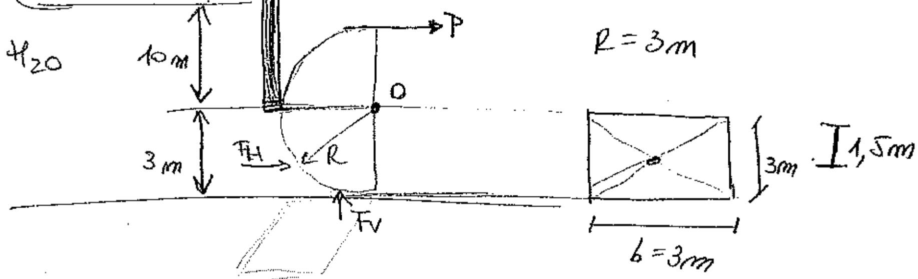
ACERO:

$P_{acero} = \rho_{ac.}\, g\, \frac{4}{3}\cancel{\pi} R^{\cancel{3}\,2} = \sigma\, 2\cancel{\pi}\cancel{R} \Rightarrow R_{ac} = \sqrt{\frac{3\sigma}{\rho_{ac}\, g\, 2}} = 1{,}196 . 10^{-3} m$

$\boxed{D_{acero} = 2{,}39 . 10^{-3} m}$ ✓

②

$b = 3m \quad : \quad P = ?$



$F_H = \rho g . h_{cg} . A = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 m/s^2 \cdot (11{,}5 m).(3m)^2 \Rightarrow \boxed{F_H = 1\,015\ 335 N}$

$F_V = \rho g\ 13m . 3m . 3m - \rho g\, 3m \left[R^2 - \frac{\pi R^2}{4} \right] \Rightarrow \boxed{F_V = 1\,090\,928{,}41 N}$

FH aplicado en el centro de presión:

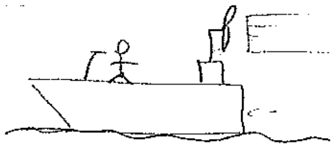
$h_{cp} = h_{cg} + \frac{I_{xx}}{h_{cg} A} = 11{,}5 m + \frac{\cancel{3m}.\ 3m^{\cancel{3}\,2}/12}{11{,}5 m .\ \cancel{3m}.\ \cancel{3m}} \Rightarrow \boxed{h_{cp} = 11{,}57 m}$

Busco por donde pasa la Fuerza vertical: por el centro de gravedad de la superficie, es decir a $\frac{4R}{3\pi}$ de O.

$\Sigma M^O = 0 \quad PR - F_H . (h_{cp} - 10m) + F_V . \frac{4R}{3\pi} = 0$

$P = \frac{F_H . 1{,}57 m - F_V \frac{4R}{3\pi}}{R} \Rightarrow \boxed{P = 68354{,}25 N}$ ✓

3)



$\vec{V} = 50 km/h = 13,89 m/s$

$D = 2m$

$Pot = 20 kW$

$\rho_{aire} = 1,23 kg/m^3$

$E = ?$

$\dot{m} = ?$

$Pot = ?$

$Q = A \cdot V$

$Pot = F \cdot V$

$F = \frac{Pot}{V} = \frac{20 kW}{13,89 m/s}$

$\boxed{F = 1439,88 N}$

$\Sigma F = \Delta \dot{P}$

$F = \dot{m}(V_s - V_e) = \rho A V^2 = 745,52$

$\dot{m} = \rho_{aire} A \cdot V \Rightarrow \boxed{\dot{m} = 53,67 kg/s}$

$P = m \cdot V$