Carolina Delelis.

Parcial 2

27

2.30

B

MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL- ABRIL 2012

Tema 1 TEORIA

PROBLEMA 1

La densidad del gas que fluye a través de un conducto de sección constante S y longitud X varía de acuerdo con la ley:

$$\rho = \rho_1\left(1-\frac{x}{2X}\right)\operatorname{sen}\frac{V_1 t}{X} \qquad \frac{X}{V_1}\frac{\pi}{2} > t \geq 0$$

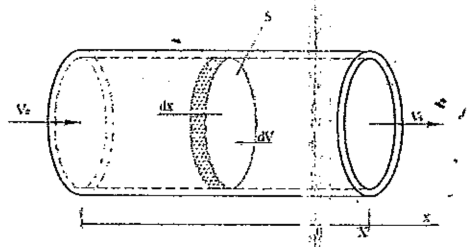
$$0 \leq x \leq X$$

Donde V_1 y ρ_1 son la velocidad y la densidad de referencia; por ejemplo, la velocidad y la densidad del fluido a la entrada del conducto.

Halle la diferencia de flujo másico que entra y sale del conducto en función del tiempo.

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

$$\tau = \mu \frac{V}{h}$$



PROBLEMA 2

Sea el movimiento en régimen permanente definido en coordenadas eulerianas y dado por el campo de velocidades: $v = (2x - 3y)\hat{i} + (3x - 2y)\hat{j}$

Se pide:

1. Demuestre que el fluido es incompresible.
2. Determine el campo de aceleración a
3. Determine las líneas de corriente e identifique aquella que pasa por el punto x =1; y =1; z =0.

Solo en el 1° Cuadrante.

PROBLEMA 3

La función potencial de un fluido bidimensional es $\Phi = 5x^3/3 - 5xy^2$. Demostrar que se satisface la ecuación de continuidad y calcular la función de corriente correspondiente.

4

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \ldots$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \ldots$$

Carolina Deleris.
020801703

No aplicat.

26/04/2012

1 2 3
R R M
B M B

TEORÍA.

Problema (1)

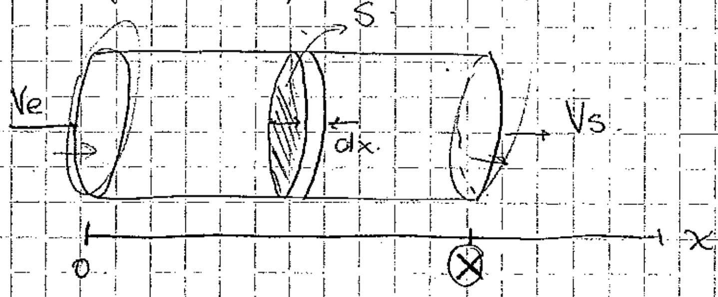
$A = S$ (ctte)

$L = X \longrightarrow 0 \leq x \leq X$

$$\rho = \rho_1 \left(1 - \frac{x}{2X}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right)$$

$$0 \leq t \leq \frac{X \pi}{V_1 2}$$

V_1 y ρ_1 velocidad y densidad de referencia.



Se debe hallar $\dot{m}_s - \dot{m}_e$

Llamo a X (grande) $\Rightarrow$ (X) para diferenciar de la variable x.

$$\frac{dm}{dt} = \iiint \rho \, dVol + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

Porque $\iint V \cdot \hat{n} \, dA$ ctte. aunque no sean = en 1 y 2.

$dVol = S \cdot dx$

$$\frac{dm}{dt} = \int_0^{X} \rho \, S \, dx + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S \int_0^{X} \left[\rho_1 \left(1 - \frac{x}{2X}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right)\right] dx + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S \rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right) \left[\int_0^{X} 1 \, dx - \int_0^{X} \frac{x}{2X}\right] + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S \rho_1 \operatorname{sen}\left(\frac{V_1 t}{X}\right) \left[X - \frac{X^2}{\ldots}\right] + (\dot{m}_s - \dot{m}_e)$$

$$\frac{dm}{dt} = S\rho_i \operatorname{sen}\left(\frac{v_1 t}{X}\right)\frac{3X}{4} + (\dot{m}_s - \dot{m}_e) = 0$$

$$\begin{cases} (\dot{m}_s - \dot{m}_e) = -\frac{3}{4} S X \rho_i \operatorname{sen}\left(\frac{v_1 t}{X}\right) \\ \text{para} \quad 0 \leq t \leq \frac{X\pi}{V_1 2} \end{cases}$$

Carolina Delelis.
020801708.

Problema 2.

$V = (2x - 3y)\,\hat{i} + (3x - 2y)\,\hat{j}$

a) Para que el fluido sea incompresible

$\nabla V = 0$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$2 - 2 = 0$

b) $\vec{a} = \frac{DV}{dt} + (\vec{V}\,\vec{\nabla})\,\vec{V}$

$a_x = u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} = (2x - 3y).2 + (3x - 2y)(-3)$

$a_y = u\,\frac{\partial v}{\partial x} + v\,\frac{\partial v}{\partial y} = (2x - 3y)(3) + (3x - 2y)(-2)$

$a_x = 4x - \cancel{6y} - 9x + \cancel{6y} = \boxed{-5x}$

$a_y = \cancel{6x} - 9y - \cancel{6x} + 4y = \boxed{-5y}$

c) $u = 2x - 3y \qquad v = 3x - 2y$

$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{2x - 3y} = \frac{dy}{3x - 2y}$

$\int (3x - 2y)\, dx = \int (2x - 3y)\, dy$

$\frac{3}{2}x^2 - 2yx = 2xy - \frac{3}{2}y^2 + C$

$\frac{3}{2}x^2 - 4yx + \frac{3}{2}y^2 = C$

para $x = 1,\ y = 1,\ z = 0$

$\frac{3}{2}(1)^2 - 4(1)(1) + \frac{3}{2}(1)^2 = C = -1$

Hoeffel!!!

Problema 3.

$10x$

$\phi = \frac{5}{3}x^3 - 5xy^2$

$u = \frac{d\phi}{dx} = 5x^2 - 5y^2 \longrightarrow \frac{d^2\phi}{dx\,dy} = -10y$

$v = \frac{d\phi}{dy} = -10xy \longrightarrow \frac{d^2\phi}{dy\,dx} = -10y$

$\frac{d^2\phi}{dx\,dy} = \frac{d^2\phi}{dy\,dx}$ $\therefore \exists$ fc corriente : ψ tal que

$u = \frac{d\psi}{dy} = 5x^2 - 5y^2$

$v = -\frac{d\psi}{dx} = -10xy$

$\psi = \int (5x^2 - 5y^2)\,dy$

$\psi = \int 5x^2\,dy + \int 5y^2\,dy$

$\psi = 5x^2y + \frac{5}{3}y^3 + f(x)$

$\frac{d\psi}{dx} = \cancel{10xy} + 5y^2 + \frac{f(x)}{dx} = \cancel{10xy}$

$\frac{f(x)}{dx} = -5y^2$

$f(x) = \int -5y^2\,dx$

$f(x) = -5y^2x + C$

$$\boxed{\psi = 5x^2y + \frac{5}{3}y^3 - 5y^2x + C}$$

$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 5x^2 + \frac{5}{3}3y^2 - 5y^3 \neq 5x^2 - 5y^2$

Carolina Delelis.

MECANICA DE LOS FUIDOS-PRIMER PARCIAL- ABRIL 2012

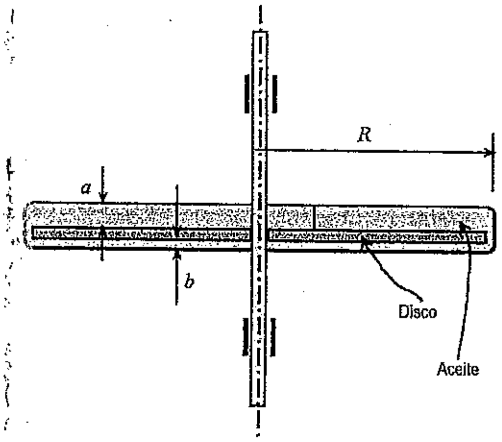
Tema 1: PARTE PRÁCTICA

Problema 1:

A fin de amortiguar un instrumento de medición se construye un amortiguador con un disco bañado en aceite de viscosidad μ, como se muestra en la figura. El radio del mismo es R y la separación superior entre el disco y la carcaza es a; la separación inferior es b. (Siendo $a \neq b$). Se puede despreciar el espesor del disco

a) Con los datos indicados desarrolle una fórmula que permita calcular el torque cuando el eje gira a una velocidad ω en función de las distancias a y b

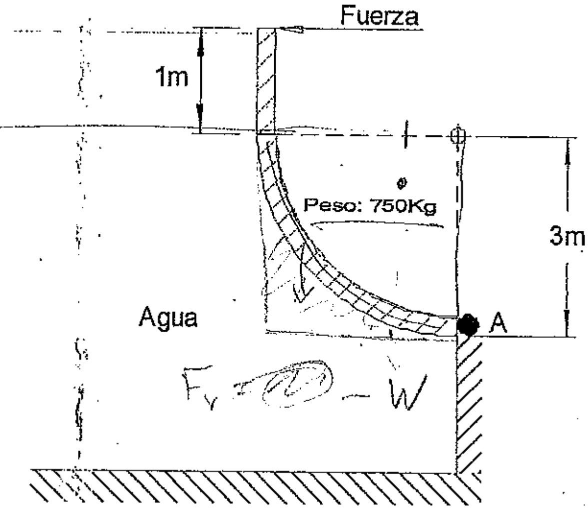
b) ¿Cuál será el torque máximo si el instrumento gira a una velocidad de 1 RPM, el aceite tiene una viscosidad μ de 0,4 Pa . s, el radio del mismo es 1cm y las separaciones miden a = 1mm y b = 0,5 mm.



Problema 2:

La compuerta de la figura pesa 750 Kg, puede moverse en el punto A hacia los lados. Se pide calcular el valor de la fuerza que mantendrá en la posición dibujada la compuerta.

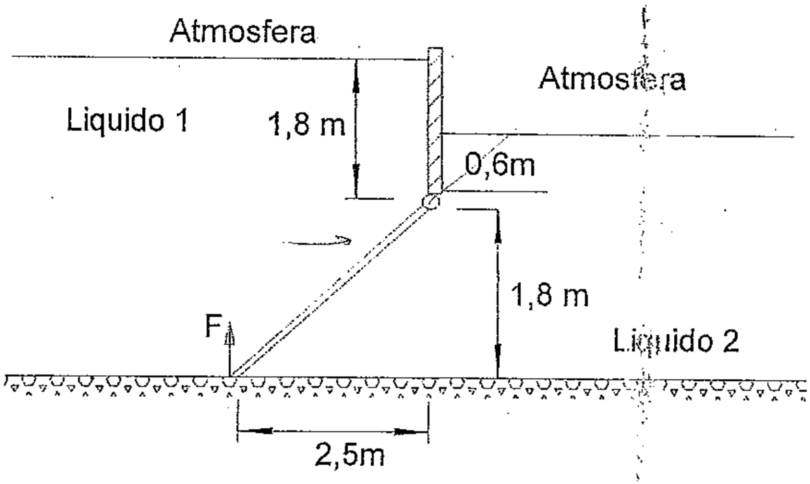
Datos: Fluido agua ρ = 1000 Kg/m³; Radio de la compuerta 3m, recordar de lo visto en clase que el baricentro del cuarto de círculo se encuentra a una distancia $\frac{4R}{3\pi}$ de cada lado. El baricentro de un rectángulo es $Ixx = \frac{b\,h^3}{12}$ el ancho de la compuerta es de 2 m.



Problema 3:

Encontrar la magnitud de las fuerzas de cada lado de la compuerta, encontrar el centro de presión de las fuerzas de cada lado de la misma. Determinar la F necesaria para abrir la compuerta si esta pesa 1500 Kg.

Datos: Líquido 1 γ_1 = 1000 kg/m³ - Líquido 2: γ_2 = 860 kg/m³

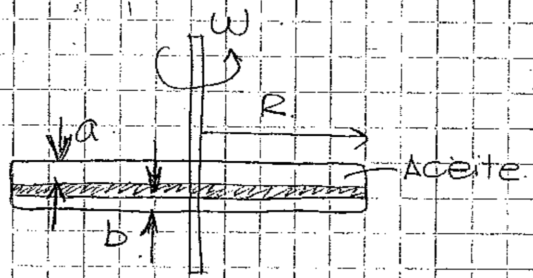


020801708.
Delelis Carolina.

Mecanica de los Fluidos 26/04/2012.

Practica.

(1) Viscosidad = μ.
Radio Disco = R.
Espesores = a, b c/ $a \neq b$.



a)

Torque en superficie superior

$$|T| = |F| \cdot r \qquad dF = \tau \cdot dA \longrightarrow dA = r\,dr\,d\theta$$

$$dT = r \cdot dF \qquad \tau = \mu \cdot \frac{V}{a} = \mu \frac{\omega \cdot r}{a}$$

$$dT = r\,\tau\,dA$$

$$dT = r\,\mu \frac{\omega \cdot r}{a} \cdot r\,dr\,d\theta$$

$$T = \int_0^R\int_0^{2\pi} \frac{\mu \omega r^3}{a}\,dr\,d\theta = \frac{\mu \cdot \omega}{a}\,2\pi \int_0^R r^3\,dr = \frac{\mu \omega 2\pi}{a}\left[\frac{r^4}{4}\Big|_0^R\right]$$

$$T = \frac{\mu \omega \cancel{2}\pi \cdot R^4}{a \cdot \cancel{4}_2} = \mu \frac{\omega \pi R^4}{2a}.$$

Analogamente para la parte inferior

$$T = \mu \frac{\omega \pi R^4}{2b}.$$

Por lo tanto el T total sera.

$$\boxed{T = \mu \omega \pi R^4 \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right)}$$

b) $\omega = \frac{1\,rev}{\cancel{min}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} \cdot \frac{2\pi\,rad}{\cancel{rev}} = 0{,}105 \frac{rad}{s}.$

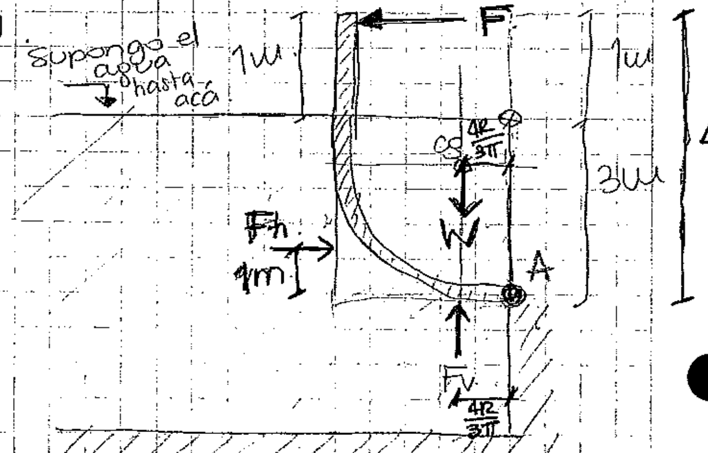
$$\tau = 0{,}4\,Pa\ \cancel{8} \times 0{,}105\,\frac{rad}{\cancel{8}} \times \pi \times (0{,}01\,m)^4 \left(\frac{1}{2\times(0{,}001\,m)} + \frac{1}{2\times(0{,}0005\,m)}\right)$$

$$\boxed{\tau = 1{,}98\times 10^{-6}\ Nm}$$

(2) $W = 750\ KgF = 7350\ N$

$\rho = 1000\ \frac{Kg}{m^3}$

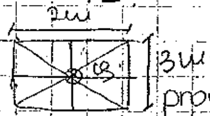
$R = 3m$



$\text{Baricentro} = \frac{4R}{3\pi}$

$\text{momento de inercia } \square = I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12}$

$\text{ancho} = 2m$



$F_h = \gamma_{H_2O} \cdot h_{cg} \cdot \text{Area}$

$F_h = 9800\ \frac{N}{m^3} \times 1{,}5m \times 3m \times 2m$

$$\boxed{F_h = 88200\ N}$$

$$Y_{cp} = Y_{cg} + \frac{I_{xx}}{Y_{cg} \cdot A}$$

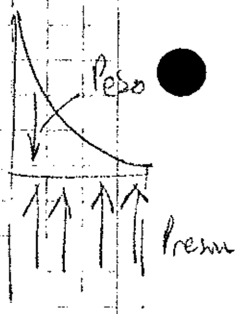
$$Y_{cp} = 1{,}5m + \frac{2m\,(3m)^3}{12 \times 1{,}5m \cdot 3m \cdot 2m}$$

$$\boxed{Y_{cp} = 2\ m}$$

F_v = fuerza del volumen desplazado

$$F_v = \gamma_{H_2O} \cdot 2m \cdot \left[\frac{\pi \cdot (3m)^2}{4}\right]$$

$$F_v = 9800\ \frac{N}{m^3} \cdot 2m \cdot \frac{\pi\,(3m)^2}{4} = \boxed{138544.24\ N}$$



$\Sigma M_A = 0 \quad (+)$

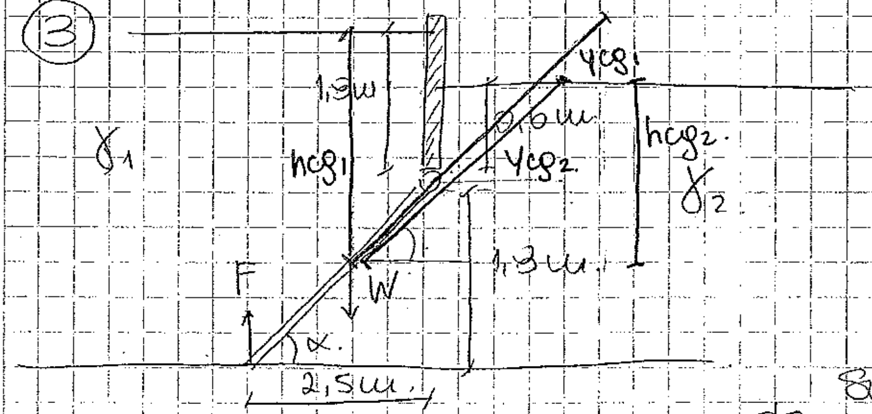
$$F \cdot 4m + W \cdot \frac{4R}{3\pi} - F_h \cdot \underbrace{1m}_{3m - 2m} - F_v \cdot \frac{4R}{3\pi} = 0$$

$$F = \frac{F_h \cdot 1m + \frac{4R}{3\pi}\,(F_v - W)}{4m} = \frac{88200\ Nm + \frac{4 \cdot 3m}{3 \cdot \pi}\,(131186{,}24\ N)}{4m}$$

$$\boxed{F = 63810.4\ N}$$

Carolina Delelis.
0208017708.

(13)



W = 14700 N

$\gamma_1 = 9300 \frac{N}{m^3}$

$\gamma_2 = 8428 \frac{N}{m^3}$

Suponemos ancho de compuerta = 1m.

$tg\alpha = \frac{1,8m}{2,5m} \Rightarrow \boxed{35,75° = \alpha}$

$L = \frac{2,5m}{\cos(35,75)} = 3,08\ m.$

$F_{f_1} = \gamma_1 \cdot h_{cg_1} \cdot \text{Area}$

$F_{f_1} = 9300 \frac{N}{m^3} \cdot (0,9m + 1,8m) \cdot (3,03m \times 1m)$

$\boxed{F_{f_1} = 81496,8\ N}$

$\cancel{y_{cg_1} = \frac{h_{cg_1}}{sen\alpha}} = 4,62m$ NO

$y_{cp_1} = y_{cg_1} + \frac{I_{xx}}{y_{cg_1} \cdot A} = 4,62m + \frac{1m\,(3,03m)^3}{12 \times 4,62m \times 1m \times 3,03m}$

$\boxed{y_{cp_1} = 4,79m}$

$F_{f_2} = \gamma_2 \cdot h_{cg_2} \cdot \text{Area}$

$F_{f_2} = 8423 \frac{N}{m^3} \cdot (0,9m + 0,6m) \cdot (3,03m \times 1m)$

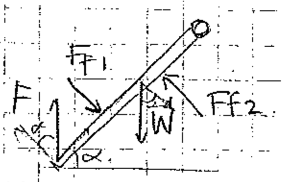
$\boxed{F_{f_2} = 38937,4N}$

$y_{cg_2} = \frac{h_{cg_2}}{sen\alpha} = 2,57\ m$

$y_{cp_2} = y_{cg_2} + \frac{I_{xx}}{y_{cg_2} \cdot A} = 2,57m + \frac{1m\,(3,03m)^3}{12 \times 2,57m \times 1m \times 3,03m}$

$\boxed{y_{cp_2} = 2,88m}$

$\Sigma \Pi_A = 0 \quad (+)$



$W \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{3{,}03m}{2}\right) - F \cdot \cos\alpha\,(3{,}03\,m)$

$+ F_{f1} \cdot \underbrace{(1{,}71\,m)}_{y_{cp1} - \frac{1{,}3}{sen\alpha}} - F_{f2}\,\underbrace{(1{,}35\,m)}_{y_{cp2} - \frac{0{,}6}{sen\alpha}} = 0$

$$F = \frac{14700\,N \cdot \cos(35{,}75)\left(\frac{3{,}03\,m}{2}\right) + 81496{,}8\,N\,(1{,}71\,m) - 33937{,}4\,N\,(1{,}35\,m)}{\cos(35{,}75) \cdot 3{,}03\,m}$$

$\boxed{F = 34283{,}93\,N}$