1 2

Matias White (2)

Mecánica de Fluidos

Condiciones de aprobación:

A. **Parte teórica**: al menos dos problemas correctamente resueltos.
B. **Parte práctica**: al menos dos problemas correctamente resueltos.
C. Duración del examen: 2:30 hs reloj.

Parte Teórica:

Problema 1:

Las componentes de la velocidad u y v de un flujo bidimensional están dadas por:

$$u = ax + \frac{b}{xy^2}$$

$$v = -\left(ay + \frac{b}{x^2 y}\right)$$

Flujo incompresible $\nabla \cdot V$

Flujo Irrotacional $\vec{\nabla} \times V = 0$

$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0$

Siendo a y b constantes.

a) indicar si se trata de un flujo irrotacional. Justificar.
b) hallar la aceleración lineal.
c) hallar la función corriente.

Problema 2

Preguntar

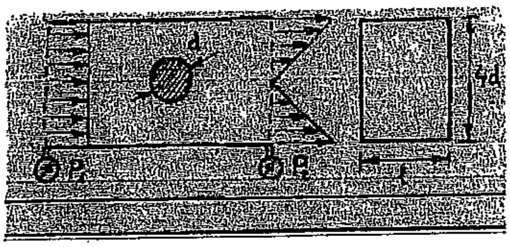
El campo de velocidades de un fluido viene definido por: $u = t/x$; $v = y^2 t$.

a) Obtener la ecuación general de la línea de corriente en el instante t_1 que pasa por el punto (x_1,y_1).
b) Obtener la ecuación general de la trayectoria de una partícula que a t0 se encuentra en (x0, y0).

Problema 3

Preguntar Vcc

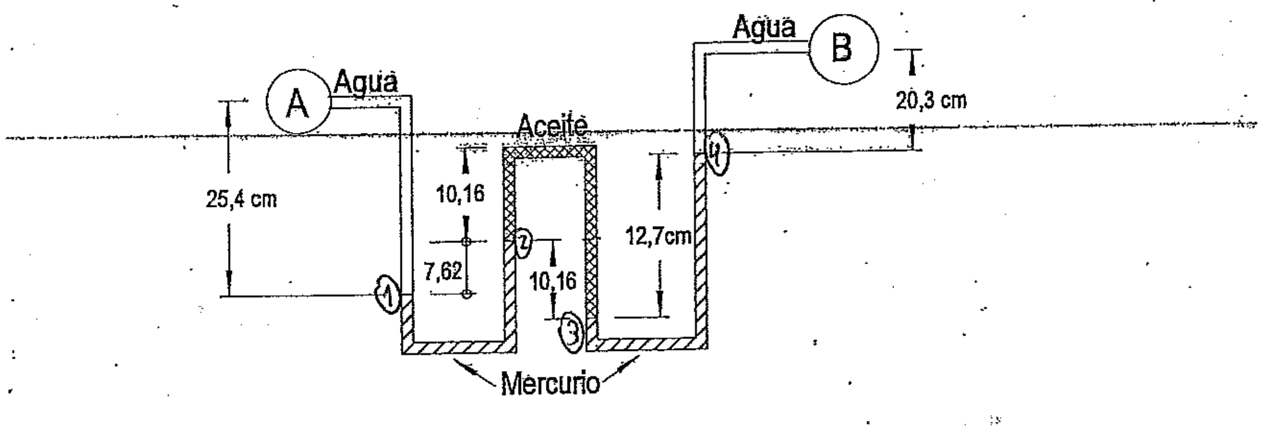
Calcular la fuerza de arrastre a que es sometido un cilindro de diámetro d en el túnel de viento mostrado en la figura, a partir de las presiones y distribuciones de velocidad indicadas. El fluido es aire y puede considerarse incompresible.



Parte práctica:

Problema 1

Para el manómetro de la figura con aceite de densidad relativa 0,8, mercurio de densidad relativa 13,6 y agua de densidad relativa 1, calcular la diferencia de presiones entre los puntos A y B. Las medidas están en centímetros.

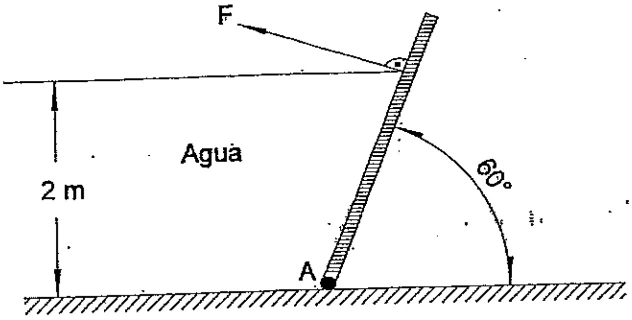


MATIAS WILLIAMS

Problema 2:

La compuerta de 3 m de ancho de la figura puede rotar sobre la bisagra A ¿Cuál será la fuerza F necesaria para mantener la compuerta en la posición indicada?

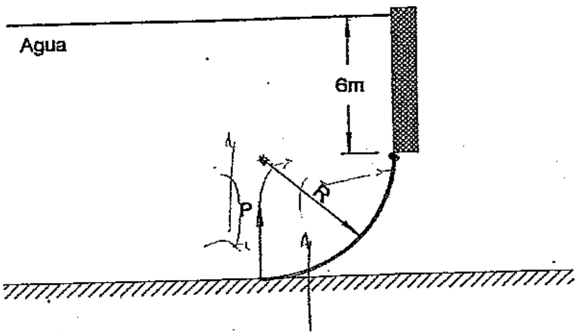
Densidad del agua 1000 Kg/m^3, momento de inercia del rectángulo $Jxx = \frac{b\,h^3}{12}$

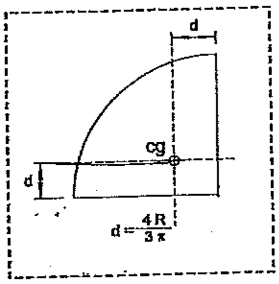


Problema 3:

¿Qué fuerza P aplicada a la compuerta comenzará a abrirla? El radio de la misma es de 2 m, el ancho es 4 m.

Densidad del agua 1000 kg/m^3, momento de inercia del rectángulo $Jxx = \frac{b\,h^3}{12}$





Matias White - 020701854 Kensa 1/4

Parcial de Mec. Fluidos

Prob. 1) $u = ax + \frac{b}{xy^2}$ $v = -\left(ay + \frac{b}{x^2y}\right)$

A) Flujo irrotacional

$\nabla \times \vec{V} = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{pmatrix} = (0,0,0) =$

¿ si es irrotacional

$= \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, -\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right), \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$

Como $w=0 \longrightarrow \neq \left(0, 0, \frac{\partial\left(-\left(ay + \frac{b}{x^2y}\right)\right)}{\partial x} - \frac{\partial\left(ax + \frac{b}{xy^2}\right)}{\partial y}\right) = (0,0,0)$

$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{b}{y} \cdot \frac{-2}{x^3}$ $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{b}{x} \cdot \frac{-2}{y^3}$

$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2b}{yx^3} + \frac{2b}{xy^3} \neq 0$ es rotacional

b) $a = \frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{V})\vec{V}$

$a_x = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}}$

$a_y = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \cancel{w\frac{\partial v}{\partial z}}$

$\frac{\partial u}{\partial x} = a - \frac{b}{x^2y^2}$

$\frac{\partial v}{\partial y} = -\left(a - \frac{b}{x^2y^2}\right)$

$\frac{1}{x^2}$ $(x^{-2})' = -2x^{-1} = \frac{-2}{x}$

$x^3 = 3x^2$

$x^{-2} = -2x^{-3}$

$$a_x = \left(ax + \frac{b}{xy^2}\right)\left(a - \frac{b}{x^2y^2}\right) + \left(-\left(ay + \frac{b}{x^2y}\right)\right)\left(-\frac{2b}{xy^3}\right)$$

$$= a^2x - \cancel{\frac{ab}{xy^2}} + \cancel{\frac{ab}{xy^2}} - \frac{b^2}{x^3y^4} + \left(\frac{2ab}{xy^2} + \frac{2b^2}{x^3y^4}\right)$$

$$\boxed{a_x = a^2x + \frac{2ab}{xy^2} + \frac{b^2}{x^3y^4}}$$

$$a_y = \left(ax + \frac{b}{xy^2}\right)\left(\frac{2b}{yx^3}\right) + \left(-\left(ay + \frac{b}{x^2y}\right)\right)\left(-\left(a - \frac{b}{x^2y^2}\right)\right)$$

$$= \frac{2ab}{yx^2} + \frac{2b^2}{x^4y^3} + a^2y - \cancel{\frac{ab}{x^2y}} + \cancel{\frac{ab}{x^2y}} - \frac{b^2}{x^4y^3}$$

$$\boxed{a_y = a^2y + \frac{2ab}{yx^2} + \frac{b^2}{y^3x^4}}$$

$\int \frac{1}{y^2}$

$\int y^{-2}$

c) $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ $\quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

$$\psi = \int u\, dy = \int \left(ax + \frac{b}{xy^2}\right) dy = ayx + \frac{b}{xy} + f(x)$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} = -ay + \frac{b}{yx^2} + f'(x)$$

Por otro lado $\rightarrow$ $-\frac{\partial \psi}{\partial x} = v = -ay - \frac{b}{x^2y}$

entonces $f'(x) = 0$

$f(x) = Cte$

$$\boxed{\psi = ayx + \frac{b}{xy} + Cte}$$

x^2 $\quad \frac{x^{2+1}}{2+1} = \frac{x^3}{3}$ $\quad 3\frac{x^2}{3}$

y^{-1-1} $\quad \frac{1}{y}$ $\quad y^2$ $\quad \frac{y^{-2+1}}{-2+1}$

Matías White 020701951 Nota 2/4

Problema 2)

a) $u = t/x \quad v = y^2 t$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

$$\int \frac{1}{t/x}\, dx = \int \frac{1}{y^2 t}\, dy$$

$$\frac{1}{t} \int x\, dx = \frac{1}{t} \int \frac{1}{y^2}\, dy$$

$$\frac{x^2}{2} + cte = -\frac{1}{y}$$

$$\underline{cte} = -\frac{1}{y} - \frac{x^2}{2} = \left(-\frac{1}{y_1} - \frac{x_1^2}{2}\right) \quad \text{a } (x_1, y_1)$$

$$\boxed{y = -\frac{2}{x^2} - \left(\frac{1}{-\frac{1}{y_1} - \frac{x_1^2}{2}}\right)}$$

b) La ecuación de la línea de corriente es la de la trayectoria de la partícula y se llega gracias a que (ds) siendo línea de corriente es // a la velocidad $\Rightarrow ds \times \vec{v} = 0$

$$\boxed{y = -\frac{2}{x^2} - \left(\frac{1}{-\frac{1}{y_0} - \frac{x_0^2}{2}}\right)}$$

Matías White   Teoría

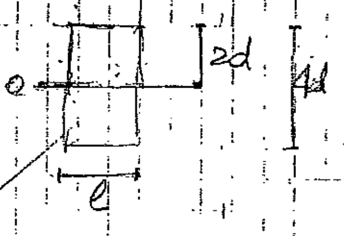
Problema 3) $\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{VC} \beta\,\rho\, dV + \oiint_{SC} \beta\,\rho(\vec{V}_r\,\check{n})\,dA$ $\beta = \frac{P}{m} = \vec{V}$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{VC} \vec{V}\rho\, dV}^{\,0} + \oiint_{SC} \vec{V}\rho(\vec{V}_r\check{n})\,dA = 0$$

$$\iint_{A_1} \vec{V}_1\,\rho\,(\vec{V}_r\,\check{n})\,dA = \iint_{A_1} -V_1^2\,\rho\,dA = -V_1^2\,\rho\,A_1$$

$V_r = V_{fluido}$, $V_c = 0$

$A = 4d\,\ell$

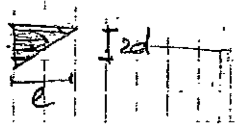


$$\iint_{A_2} \vec{V}_2\,\rho\,(\vec{V}_r\check{n})\,dA = \iint_{A_2} V_2^2\,\rho\,dA =$$

$V_r = V_{fluido}$, $V_c = 0$

$$V_2 = V_{2\,m\acute{a}x}\left(\frac{y}{2d}\right)$$

$$= 2\int_0^{\ell}\int_0^{2d} V_{m\acute{a}x}^2\left(\frac{y^2}{4d^2}\right)\rho\,dy\,d\ell$$ → valor ex



$$= 2\rho\,\ell\,\frac{V_{2\,m\acute{a}x}^2}{4d^2}\left(\frac{y^3}{3}\Big|_0^{2d}\right)$$

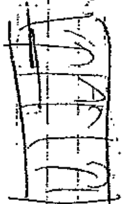
$$= 2\rho\,\ell\,\frac{V_{2\,m\acute{a}x}^2}{4d^2}\,\frac{(2d)^3}{3} = \frac{4}{3}\rho\,\ell\,V_{2\,m\acute{a}x}^2\,d$$

⟹ entonces

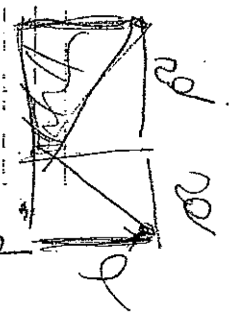
$$\Sigma F_x = -V_1^2\,\rho_{aire}\,(4d\,\ell) + \frac{4}{3}\rho_{aire}\,V_{2\,m\acute{a}x}^2\,d\,\ell$$

$$P_1A - P_2A - R = -V_1^2\,\rho_{aire}\,(4d\,\ell) + \frac{4}{3}\rho_{aire}\,V_{2\,m\acute{a}x}^2\,d\,\ell$$

- $R = (P_1 - P_2 + V_1^2\rho_{aire})(4d\,\ell) - \frac{4}{3}\rho_{aire}\,V_{2\,m\acute{a}x}^2\,d\,\ell$



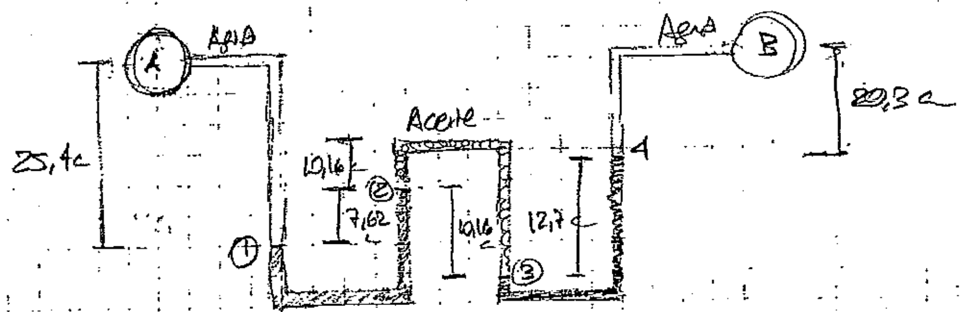
$2\left(V_{m\acute{a}x}\,\frac{y}{2d}\right)$



Matias White - 020701251

Práctica

Problema 1)



$P_1 = P_A + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}254\,m$

$P_2 = P_1 - 13{,}6\, \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}0762\,m$

$P_3 = P_2 + 0{,}8\, \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}1016\,m$

$P_4 = P_3 - 13{,}6\, \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}127\,m$

$P_B = P_4 - \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}203\,m$

$P_B = P_A + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 0{,}254 - 13{,}6\, \rho_{H_2O}\, g \cdot 0{,}0762 + 0{,}8\, \rho_{H_2O}\, g \cdot 0{,}1016 - 13{,}6\, \rho_{H_2O}\, g \cdot 0{,}127\,m - \rho_{H_2O}\, g \cdot 0{,}203$

SIN UNIDADES

$P_B = P_A + \rho_{H_2O} \cdot g\,(0{,}254 - 1{,}03632 + 0{,}08128 - 1{,}7272 - 0{,}203)$

$P_B = P_A + \rho_{H_2O} \cdot g\,(-2{,}63124)$

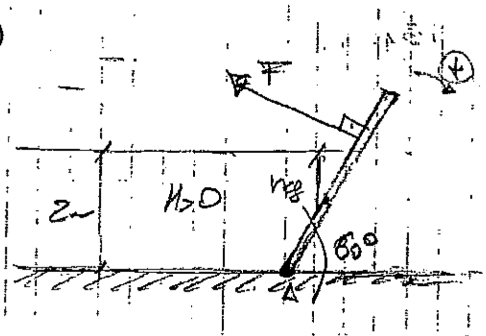
$\boxed{P_B - P_A = -25786{,}152\ Pa}$ En la consigna se pide A-B

B -

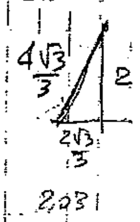
Problema 2)

$\rho = 1000\, kg/m^3$

$I_{xx} = \dfrac{bh^3}{12}$



3m de ancho



$F_r = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg} \cdot Area$

$= \rho_{H_2O} \cdot g \cdot 1m \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} m \cdot 3m\right)$

$F_r = 67896,39\ N$

Centro de presión

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{xx}}{y_{cg} \cdot Area} = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\frac{3 \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^3}{12}}{\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot 3\right)} = \frac{8\sqrt{3}}{9} = \boxed{1,5396\, m}$$

$\Sigma M^A = 0$

$$\Rightarrow -F \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} + F_r \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} - 1,5396\right) = 0$$

$$F = \frac{F_r \left(\frac{4\sqrt{3}}{9}\right)}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = F_r \cdot \frac{1}{3} = \boxed{22632,13\, N}$$

La fuerza necesaria para mantener la compuerta en la posición indicada será de $\boxed{F = 22632,13\, N}$ ✓