Parcial 6 22/28 (F)

**Mecánica de Fluidos**
**Condiciones de aprobación:**

A. **Parte teórica:** al menos dos problemas correctamente resueltos.
B. **Parte práctica:** al menos dos problemas correctamente resueltos.
C. Duración del examen: 2: 30 hs reloj.

**Parte Teórica:**

**Problema 1:**
Las componentes de la velocidad u y v de un flujo bidimensional están dadas por:

$$u = ax + \frac{b}{xy^2}$$

$$v = -\left(ay + \frac{b}{x^2 y}\right)$$

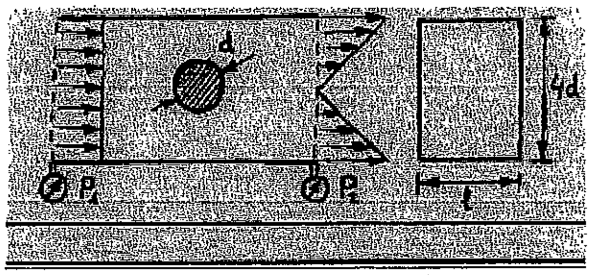
Siendo a y b constantes.

a) indicar si se trata de un flujo irrotacional. Justificar.
b) hallar la aceleración lineal.
c) hallar la función corriente.

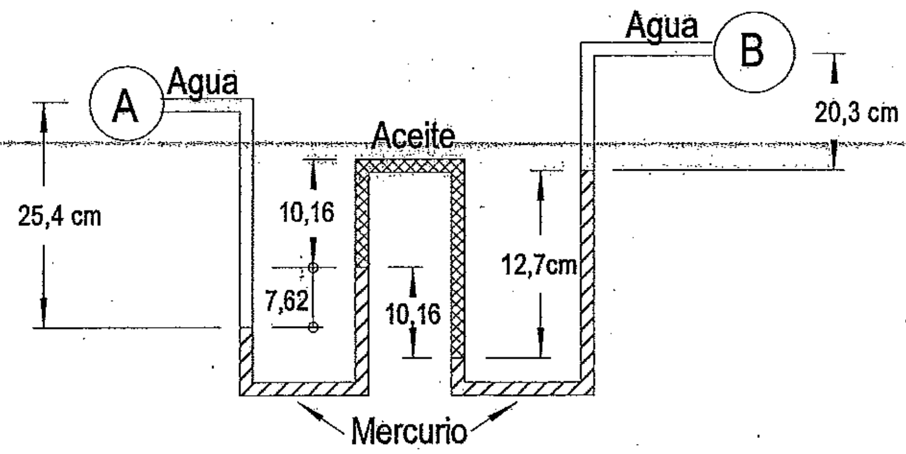
**Problema 2**
El campo de velocidades de un fluido viene definido por: $u = t/x$ ; $v = y^2t$.

a) Obtener la ecuación general de la línea de corriente en el instante $t_1$ que pasa por el punto $(x_1,y_1)$.
b) Obtener la ecuación general de la trayectoria de una partícula que a t0 se encuentra en (x0, y0).

**Problema 3**
Calcular la fuerza de arrastre a que es sometido un cilindro de diámetro d en el túnel de viento mostrado en la figura, a partir de las presiones y distribuciones de velocidad indicadas. El fluido es aire y puede considerarse incompresible.



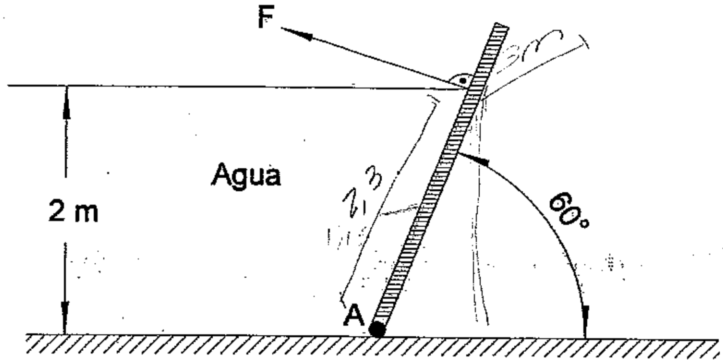

Parte práctica:
**Problema 1**
Para el manómetro de la figura con aceite de densidad relativa 0,8, mercurio de densidad relativa 13,6 y agua de densidad relativa 1, calcular la diferencia de presiones entre los puntos A y B. Las medidas están en centímetros.



**Problema 2:**

La compuerta de 3 m de ancho de la figura puede rotar sobre la bisagra A ¿Cuál será la fuerza F necesaria para mantener la compuerta en la posición indicada?

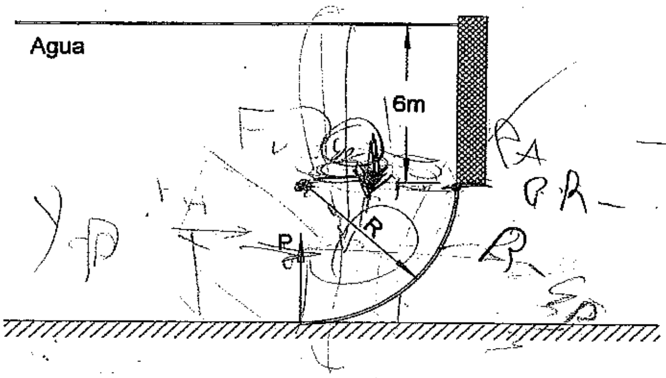
Densidad del agua 1000 Kg/m$^3$, momento de inercia del rectángulo $Jxx = \frac{b\,h^3}{12}$

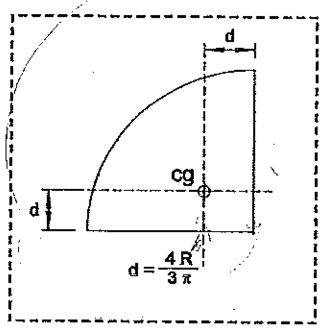



**Problema 3:**

¿Qué fuerza P aplicada a la compuerta comenzará a abrirla? El radio de la misma es de 2 m, el ancho es 4 m.

Densidad del agua 1000 kg/m$^3$, momento de inercia del rectángulo $Jxx = \frac{b\,h^3}{12}$



Matias Lonardi

HOJA Nº #1

FECHA

Teoría

9 (nueve)

(1)

$$V(x,y) = \left( ax + \frac{b}{xy^2} ; -ay - \frac{b}{x^2y} \right) \quad (a \text{ y } b \text{ ctes})$$

a) ¿Irrotacional?

$$\text{rot}.V = 0? \Rightarrow \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left(0 ; -(0) ; \underbrace{\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 2\frac{b}{yx^3} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -2\frac{b}{xy^3} \qquad \frac{2b}{yx^3} + \frac{2b}{xy^3}$$

$$\text{rot}.V = \left(0 ; 0 ; 2b\left(\frac{1}{yx^3} + \frac{1}{xy^3}\right)\right) \neq 0$$ por lo tanto no podemos asegurar que es un flujo irrotacional

b)

$$a(x) = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}}^{0} + u.\frac{\partial u}{\partial x} + v.\frac{\partial u}{\partial y} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}}^{0}$$

$$a(y) = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}}^{0} + u.\frac{\partial v}{\partial x} + v.\frac{\partial v}{\partial y} + \cancel{w\frac{\partial v}{\partial z}}^{0}$$

$$\frac{b}{y^2}.x^{-1} \quad (-1)\frac{b}{y^2x^2}$$

$$-\frac{b}{x^2}y^{-1} = \cancel{(-1)}\frac{b}{x^2y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = a - \frac{b}{y^2x^2} \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = -a + \frac{b}{x^2y^2}$$

$$a_x = \left(ax + \frac{b}{xy^2}\right)\left(a - \frac{b}{y^2x^2}\right) + \left(+ay + \frac{b}{x^2y}\right).(-2)\frac{b}{xy^3}$$

$$a_x = a^2x - \frac{axb}{y^2x^2} + \frac{ab}{xy^2} - \frac{b^2}{x^3y^4} + \frac{2aby}{xy^3} + \frac{2b^2}{x^3y^4}$$

$$\boxed{a_x} = a^2x - \cancel{\frac{ab}{y^2x}} + \cancel{\frac{ab}{xy^2}} - \frac{b^2}{x^3y^4} + \frac{2ab}{xy^2} + \frac{2b^2}{x^3y^4} = \boxed{a^2x + \frac{2ab}{xy^2} + \frac{b^2}{x^3y^4}}$$

NOTA

$$a_y = \left(ax + \frac{b}{xy^2}\right)\cdot\left(\frac{2b}{yx^3}\right) + \left(\cancel{-}ay - \frac{b}{x^2y}\right)\cdot\left(-a + \frac{b}{x^2y^2}\right)$$

$$a_y = \frac{a\cancel{x}2b}{yx^{\cancel{3}2}} + \frac{2b^2}{x^4y^3} + a^2y - \cancel{\frac{ayb}{x^2y^2}} + \cancel{\frac{ab}{x^2y}} - \frac{b^2}{x^4y^3}$$

$$\boxed{a_y = a^2y + \frac{b^2}{x^4y^3} + \frac{2ab}{yx^2}}$$

$$\boxed{a(x,y) = \left(a^2x + \frac{2ab}{xy^2} + \frac{b}{x^3y^4} ; a^2y + \frac{2ab}{yx^2} + \frac{b^2}{x^4y^3}\right)}$$

c)

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} \qquad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

Para que exista la función corriente la div. V debe ser $\overline{0}$. Chequeo que se cumpla esa condición.

$$\text{div. }V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \cancel{a} - \cancel{\frac{b}{y^2x^2}} + -\cancel{a} + \cancel{\frac{b}{x^2y^2}} = 0$$

cumple la condición entonces $\exists$ una $\psi(x,y)$.

$$ax + \frac{b}{xy^2} = \frac{\partial\psi}{\partial y}$$

$$axy - \frac{b}{xy} + \beta(x) = \psi(x,y)$$

$$\cancel{ay} + \cancel{\frac{b}{yx^2}} + \beta'(x) = \frac{\partial\psi(x,y)}{\partial x} = \cancel{ay} + \cancel{\frac{b}{x^2y}}$$

$$\beta'(x) = 0$$

$$\boxed{\beta(x) = \cancel{c}}$$

$$\boxed{\psi(x,y) = axy - \frac{b}{xy} + \cancel{c}}$$

Bien

NOTA

Matías Lonardi

HOJA N° # 2

FECHA

(2)

$V(x,y) = \left( \frac{t}{x} ; y^2 t \right)$

a)

$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ $\qquad \frac{x \, dx}{\cancel{t}} = \frac{dy}{y^2 \cancel{t}}$

$\int x \, dx = \int \frac{dy}{y^2}$ $\qquad y^{-2} = (-1) y^{-1}$

$\frac{x^2}{2} + c = -\frac{1}{y}$

$\boxed{y^1 = \left( -\frac{1}{\left(\frac{x^2}{2} + c\right)} \right)}$ ?

$t = t_1 \cdot \sim \left( \frac{t_1}{x} ; y^2 t_1 \right)$

$c = -\frac{1}{y} - \frac{x^2}{2} = -\frac{1}{y_1} - \frac{x_1^2}{2}$

$\boxed{y = -\frac{2}{x^2} - \left( \frac{1}{-\frac{1}{y_1} - \frac{x_1^2}{2}} \right)}$ ? B

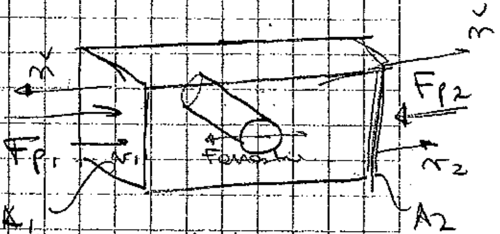
b) $\boxed{y = -\frac{2}{x^2} - \left( \frac{1}{-\frac{1}{y_0} - \frac{x_0^2}{2}} \right)}$ ?

no resuelve

NOTA

(3)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \Sigma F_{ext} = \cancel{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{VC} \rho V \cdot dV} + \oiint \rho V (V_r \cdot \hat{n})\, dA$$



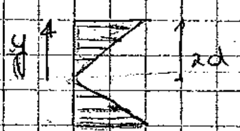
$$\dot{m}_{ent} = \dot{m}_{sal} = \rho A V$$

$$\Sigma F_{ext} = -F_{arrastre} + F_{p_1} - F_{p_2}$$

$A_2 = A_1 = 4d \cdot l$

$$\oiint_{SC} \rho V (V \cdot \hat{n})\, dA = \underbrace{\iint_{A_1} \rho V \cdot (\underset{(-)}{V \cdot \hat{n}})\, dA}_{-\rho V_{ent}^2 A_1} + \underbrace{\iint_{A_2} \rho V \cdot (V \cdot \hat{n})\, dA}$$

- Calculo el perfil de velocidades para la V salida



$y = 0 \quad v = 0$

$y = 2d \quad v = V_{max}$

$v(y) = m y + b$

$$v(y=0) = \cancel{\frac{V_{max}}{2d}} \cdot 0 + b = 0$$

$$\boxed{b = 0}$$

$$m = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{V_{max} - 0}{2d - 0}$$

$$\boxed{m = \frac{V_{max}}{2d}}$$

$$\boxed{V(y) = V_{max}\left(\frac{y}{2d}\right)}$$

a continuación

NOTA

Matias Loraldi

HOJA N° #3

$$\begin{cases} P_1\, 4d\ell - P_2 4d\ell - F_{on} = -\rho V_{ent}^2 (4d\ell) \\ 4d\ell(P_1 - P_2) - F_{on} = -\rho \underbrace{V_{ent}^2}_{V_{max}} (4d\ell) + \underbrace{\iint_{A_2} \rho V (V \cdot \check{n})\, dA} \end{cases}$$

$$2V_{max}^2 \rho \int_0^{\ell} \int_0^{2d} \left(\frac{y^2}{4d^2}\right) dy\, d\ell = 2V_{max}^2 \rho \frac{\ell}{4d^2}\left(\frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_0^{2d}$$

$$= 2V_{max}^2 \rho \frac{\ell}{\cancel{4}\,\cancel{d^2}} \frac{\cancel{8}\,2\, d^{\cancel{3}}}{3} = \boxed{\frac{4}{3} V_{max}^2 \rho\, \ell\, d}$$

$$4d\ell(P_1 - P_2) - F_{on} = -\rho V_{max}^2\, 4d\ell + \frac{4}{3} V_{max}^2 \rho\, \ell\, d$$

$$4d\ell(P_1 - P_2) - F_{on} = \frac{8 V_{max}^2\, d\, \ell}{3} \rho$$

$$\boxed{F_{on} = 4d\ell(P_1 - P_2) + \frac{8 V_{max}^2\, d\, \ell}{3} \rho}$$

NOTA

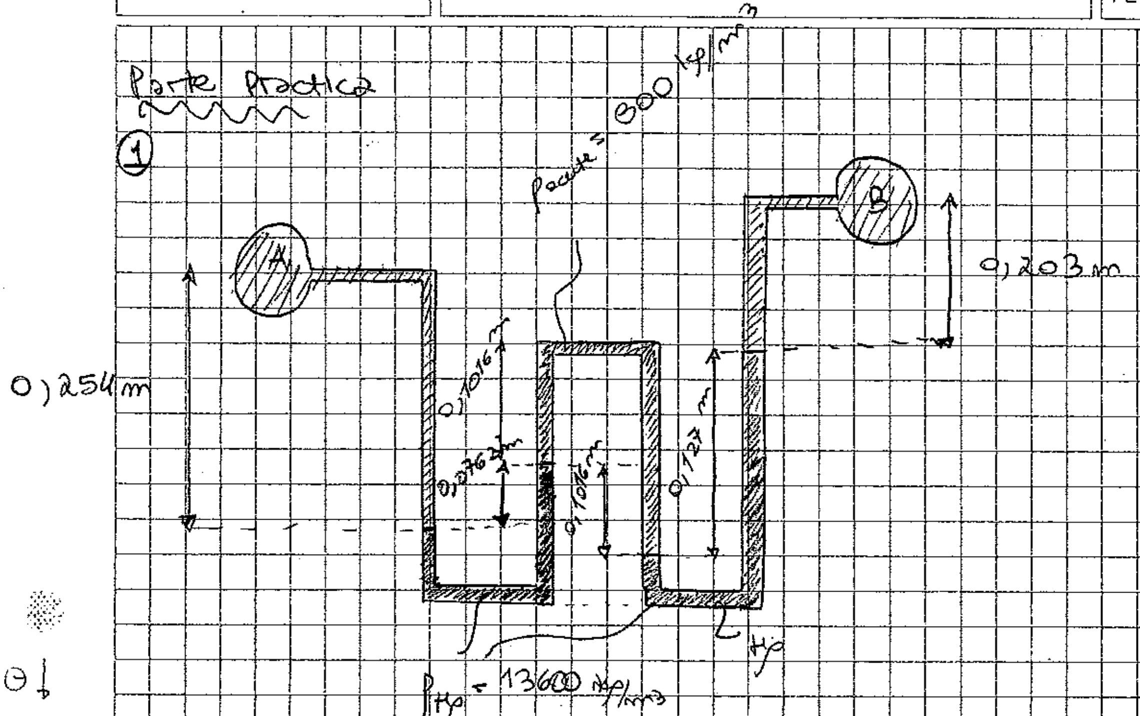
Matías Lorandi

HOJA N° #11

FECHA

Parte Practica

(1)



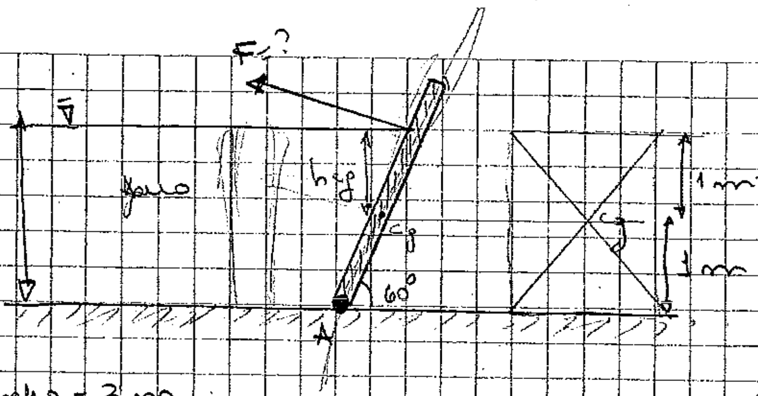

$$P_A = \overbrace{-\rho_w\, g\,(0{,}254\ m)}^{-2489{,}2\ N} + \overbrace{\rho_{Hg}\, g\,(0{,}0762\ m)}^{10155{,}936\ N} - \overbrace{\rho_{aceite}\, g\,(0{,}1016\ m)}^{-796{,}544\ N} +$$

$$\underbrace{\rho_{Hg}\, g\,(0{,}127\ m)}_{16926{,}56\ N} + \underbrace{\rho_w\, g\,(0{,}203\ m)}_{1989{,}4\ N} + P_B$$

$$\boxed{P_A - P_B = 25786{,}152\ Pa} \checkmark$$

NOTA

2

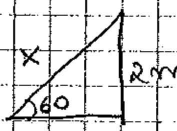



Ancho = 3 m

Area = 2,309 m . 3 m = $\boxed{6,928\ m^2}$

$F_x = \rho\, g\, h_{cg}\, Area$

SOH CAH TOA




$F_x = 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 1m \cdot 6,928\ m^2$

$\boxed{F_x = 67894,4\ N}$

$sen\ 60 = \frac{2m}{X}$

$X = \frac{2m}{sen\ 60} = 2,309\ m$

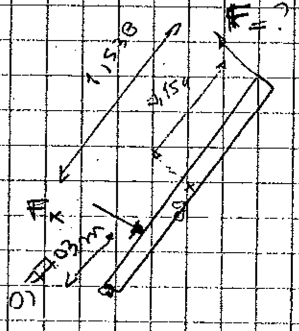
$y_{cp} = \underbrace{y_{cg}}_{\underbrace{\frac{h_{cg}}{sen\theta}}_{1,154}} + \frac{J_{xx}}{y_{cg}\ Area}$

$J_{xx} = 3 \cdot (2,309)^3 / 12$

$J_{xx} = 3,077\ m^4$

$\boxed{y_{cp}} = 1,154 + \frac{3,077}{1,154 \cdot 6,928} = \boxed{1,538\ m}$

$\Sigma M(A) = 0$




$-F_x \cdot 0,7703m + F \cdot 2,309\ m = 0$

$F = \frac{67894,4\ N \cdot 0,7703\ m}{2,309\ m}$

$\boxed{F = 22651,962\ N}$

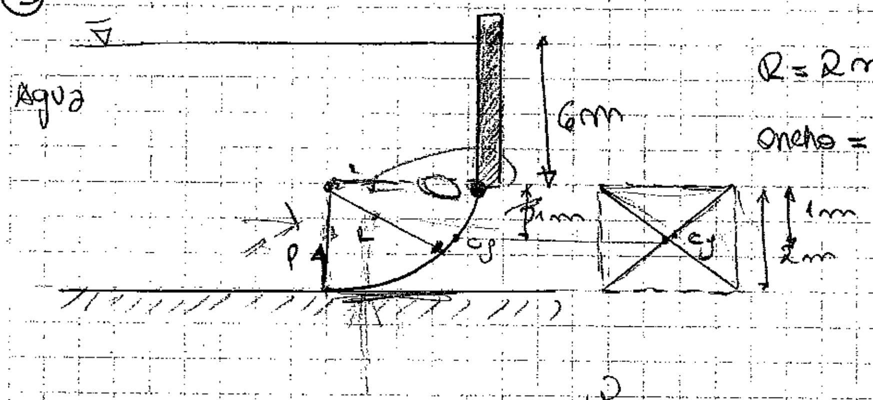
NOTA

Matías Lorardi

HOJA N° ~~4~~ 5

FECHA

③




$R = 2m$

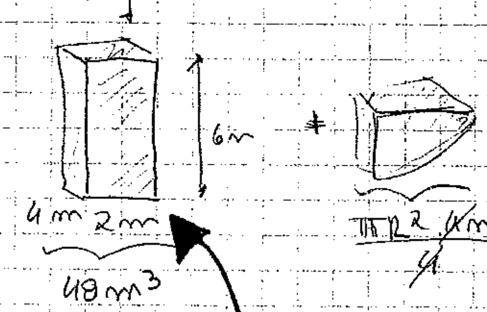
ancho $= 4m$

$F_x = \rho g\, h_{cp} \cdot \underbrace{Area}_{mayor} = 1000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 7m \cdot (2\cdot 4)\ m^2$

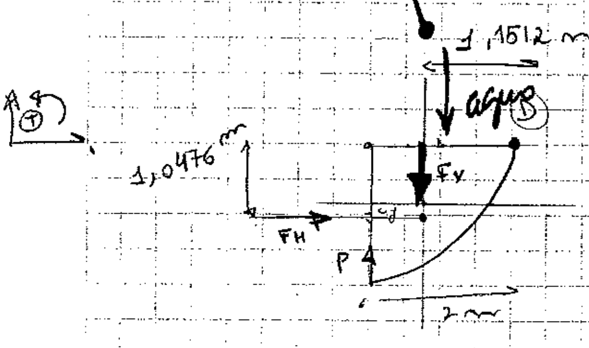
$\boxed{F_x = 548800\ N}$

$y_{cp} = h_{cp} + \dfrac{I_{xx}}{h_{cp} \cdot Area} = 7m + \dfrac{4 \cdot (2)^3 / 12}{7 \cdot 8m^2} = \boxed{7{,}0476\ m}$

$\boxed{F_V} = \rho g\, Vol = 1000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 60{,}56\ m^3 = \boxed{593550{,}432\ N}$




$\dfrac{\pi R^2 \cdot 4m}{4} = 12{,}56\ m^3$




$d = \dfrac{4(2)}{3\pi} = 0{,}8488\ m$

$\Sigma M_{(D)} = 0 \qquad \dfrac{F_H \cdot 1{,}0476m + F_V \cdot 1{,}1512m}{2m} = P$

$\boxed{629109{,}0687\ N = P}$ (Rt)

NOTA