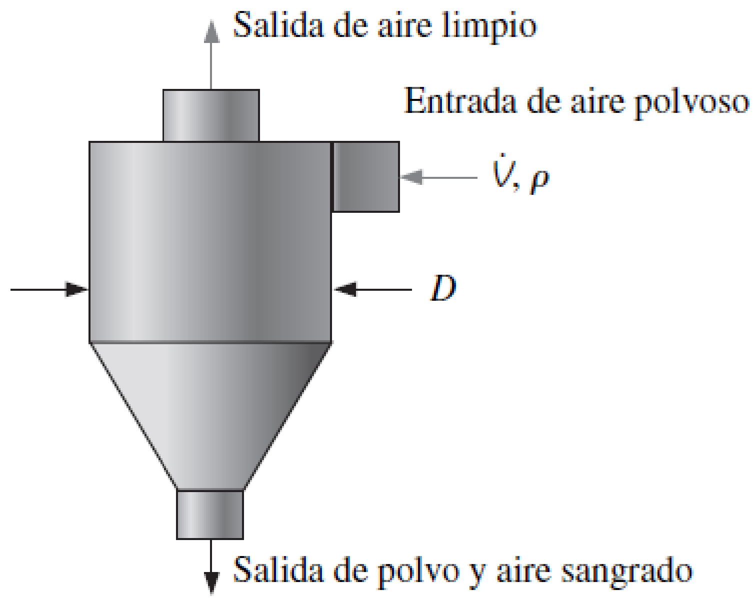
<u>Modelo Segundo Parcial</u>

Ejercicio 1

Un dispositivo común, que se usa en varias aplicaciones para limpiar aire lleno de polvo es el **ciclón de flujo inverso** (Fig. P7-104). El aire polvoso (flujo volumétrico e $\dot{V}$ y densidad ρ) entra tangencialmente a través de una abertura en el lado del ciclón y da vueltas en el tanque. Las partículas de polvo se arrojan hacia fuera y caen al fondo, mientras que el aire limpio se extrae hacia la parte superior. Los ciclones de flujo inverso que se estudian son todos geométricamente similares; por lo tanto, el diámetro D representa la única escala de longitud necesaria para especificar por completo la geometría total del ciclón. Los ingenieros se preocupan por la caída de presión dP a través del ciclón. *a*) Genere una relación adimensional entre la caída de presión a través del ciclón y los parámetros dados. Muestre todo el procedimiento. *b*) Si el tamaño del ciclón se duplica, y todo lo demás permanece igual, ¿en qué factor cambiará la caída de presión? *c*) Si el flujo volumétrico se duplica, y todo lo demás permanece igual, ¿en qué factor cambiará la caída de presión? *Respuestas: a*) $D^4 \delta P / \rho V^2$ = constante; *b*) 1/16; *c*) 4



Solution We are to find the functional relationship between the given parameters, and then answer some questions about scaling.

Assumptions **1** The given parameters are the only relevant ones in the problem.

Analysis

(*a*) The step-by-step method of repeating variables is employed to obtain the nondimensional parameters (the Πs).

Step 1 There are four parameters in this problem; $n = 4$,

List of relevant parameters: $$\delta P = f\left(\rho, \dot{V}, D\right) \qquad n = 4 \qquad (1)$$

Step 2 The primary dimensions of each parameter are listed,

$$\begin{array}{cccc} \delta P & \rho & \dot{V} & D \\ \{m^1L^{-1}t^{-2}\} & \{m^1L^{-3}\} & \{L^3t^{-1}\} & \{L^1\} \end{array}$$

Step 3 As a first guess, j is set equal to 3, the number of primary dimensions represented in the problem (m, L, and t).

Reduction: $$j = 3$$

If this value of j is correct, the expected number of Πs is

Number of expected Πs: $$k = n - j = 4 - 3 = 1$$

Step 4 We need to choose three repeating parameters since $j = 3$. We only have one choice in this problem, since there are only three independent parameters on the right-hand side of Eq. 1,

Repeating parameters: ρ, $\dot{V}$, and D

Step 5 The dependent Π is generated:

$$\Pi_1 = \delta P \rho^{a_1} \dot{V}^{b_1} D^{c_1} \qquad \{\Pi_1\} = \left\{\left(m^1L^{-1}t^{-2}\right)\left(m^1L^{-3}\right)^{a_1}\left(L^3t^{-1}\right)^{b_1}\left(L^1\right)^{c_1}\right\}$$

mass: $$\{m^0\} = \{m^{1+a_1}\} \qquad 0 = 1 + a_1 \qquad a_1 = -1$$

time: $$\{t^0\} = \{t^{-2-b_1}\} \qquad 0 = -2 - b_1 \qquad b_1 = -2$$

length: $$\{L^0\} = \{L^{-1}L^{-3a_1}L^{3b_1}L^{c_1}\} \qquad 0 = -1 - 3a_1 + 3b_1 + c_1 \qquad c_1 = 4$$

The dependent Π is thus

Π_1: $$\Pi_1 = \frac{D^4 \delta P}{\rho \dot{V}^2}$$

Step 6 Since there is only one Π, it is a function of nothing. This is only possible if we set the Π equal to a constant. We write the final functional relationship as

Relationship between Πs: $$\boxed{\Pi_1 = \frac{D^4 \delta P}{\rho \dot{V}^2} = \text{constant}} \qquad (2)$$

(*b*) We re-write Eq. 2 as

Equation for δP:

$$\delta P = \text{constant}\,\frac{\rho \dot{V}^2}{D^4} \qquad (3)$$

Thus, **if we double the size of the cyclone, the pressure drop will *decrease* by a factor of 2^4 = 16**.

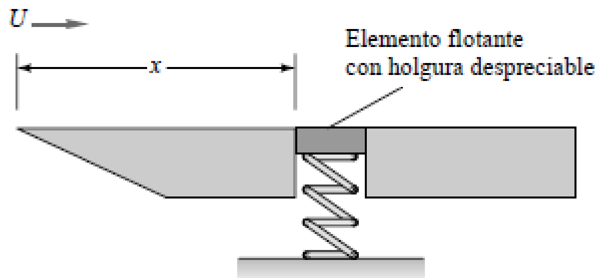
(c) Also from Eq. 3 we see that **if we double the volume flow rate, the pressure drop will increase by a factor of 2^2 = 4**.

Discussion The pressure drop would be smallest for the *largest* cyclone operating at the *smallest* volume flow rate. (This agrees with our intuition.)

Ejercicio 2

En el flujo de aire a 20 °C y 1 atm alrededor de la placa plana de la Figura P7.43, los esfuerzos cortantes en la pared en la posición x son medidos mediante un *elemento móvil* (una pieza conectada a un sensor de

fuerzas de presión). En $x = 2$ m, el sensor indica unos esfuerzos de cortadura de 2,1 Pa. Suponiendo flujo turbulento desde el borde de ataque, estime (*a*) la velocidad de la corriente U, (*b*) el espesor de la capa límite δ a la altura del sensor y (*c*) la velocidad de la capa límite u a 5 mm por encima del sensor.



Solution: For air at 20°C, take $\rho = 1.2$ kg/m^3 and $\mu = 1.8E{-}5$ kg/m·s. The shear stress is

$$\tau_w = 2.1\ \text{Pa} = C_f \frac{\rho}{2}U^2 = \frac{0.027}{(\rho Ux/\mu)^{1/7}}\left(\frac{\rho U^2}{2}\right) = \frac{0.027}{[1.2U(2)/1.8E{-}5]^{1/7}}\left(\frac{1.2U^2}{2}\right)$$

Solve for $U \approx \mathbf{34\ \frac{m}{s}}$ *Ans.* (a) Check $Re_x \approx 4.54E6$ (OK, turbulent)

With the local Reynolds number known, solve for local thickness:

$$\delta \approx \frac{0.16x}{Re_x^{1/7}} = \frac{0.16(2\ \text{m})}{(4.54E6)^{1/7}} \approx 0.036\ \text{m} \approx \mathbf{36\ mm} \quad \textit{Ans.}\ \text{(b)}$$

Normally, the log-law, Eq. (7.34), is probably best for estimating the velocity at y = 5 cm above the element. However, from Ans. (b) just above, we see that this point is <u>outside</u> the boundary layer. Therefore, the velocity must be **u = U ≈ 34 m/s**. *Ans.* (c).
[NOTE: Part (c) was supposed to state y = 5 **mm**, in which case the correct answer would have been u ≈ *26.5* m/s.]

Ejercicio 3

8-120 Se tiene agua a 15°C que se descargará de un depósito a una razón de 18 L/s con el uso de dos tuberías horizontales de hierro fundido conectadas en serie y una bomba entre ellas. La primera tubería mide 20 m de largo y 6 cm de diámetro, mientras que la segunda tubería mide 35 m de largo y 4 cm de diámetro. El nivel del agua en el depósito está 30 m sobre la línea central de la tubería. La entrada de la tubería tiene bordes agudos y las pérdidas relacionadas con la conexión de la bomba son despreciables. Ignore el efecto del factor de corrección de energía cinética y determine la carga de bombeo necesaria y la potencia de bombeo mínima para mantener la razón de flujo indicada.

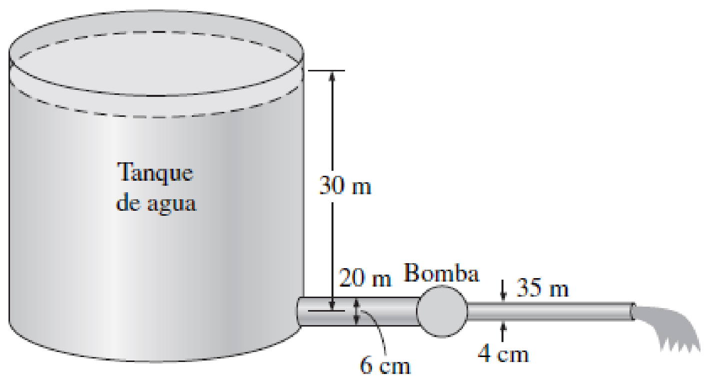


FIGURA P8-120

Solution Water is drained from a large reservoir through two pipes connected in series at a specified rate using a pump. The required pumping head and the minimum pumping power are to be determined.

Assumptions **1** The flow is steady and incompressible. **2** The pipes are horizontal. **3** The entrance effects are negligible, and thus the flow is fully developed. **4** The flow is turbulent so that the tabulated value of the loss coefficients can be used. **5** The pipes involve no components such as bends, valves, and other connectors that cause additional minor losses. **6** The reservoir is open to the atmosphere so that the pressure is atmospheric pressure at the free surface. **7** The water level in the reservoir remains constant. **8** The effect of the kinetic energy correction factor is negligible, $\alpha = 1$.

Properties The density and dynamic viscosity of water at 15°C are $\rho = 999.1$ kg/m^3 and $\mu = 1.138\times10^{-3}$ kg/m·s. The loss coefficient is $K_L = 0.5$ for a sharp-edged entrance. The roughness of cast iron pipes is $\varepsilon = 0.00026$ m.

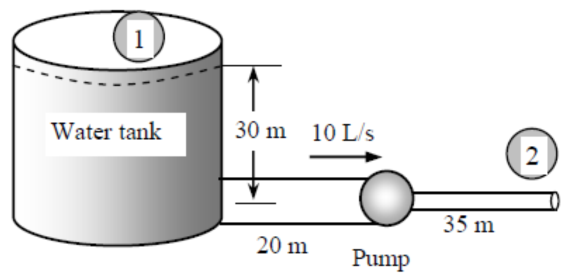
Analysis We take point 1 at the free surface of the tank, and point 2 and the reference level at the centerline of the pipe ($z_2 = 0$). Noting that the fluid at both points is open to the atmosphere (and thus $P_1 = P_2 = P_{atm}$) and that the fluid velocity at the free surface of the tank is very low ($V_1 \cong 0$), the energy equation for a control volume between these two points (in terms of heads) simplifies to

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{\text{pump, u}}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{\text{turbine, e}}+h_L \quad\rightarrow\quad z_1+h_{\text{pump, u}}=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+h_L$$

where $\alpha_2 = 1$ and

$$h_L = h_{L,\text{total}} = h_{L,\text{major}} + h_{L,\text{minor}} = \sum\left(f\frac{L}{D}+\sum K_L\right)\frac{V^2}{2g}$$

and the summation is over two pipes. Noting that the two pipes are connected in series and thus the flow rate through each of them is the same, the head loss for each pipe is determined as follows (we designate the first pipe by 1 and the second one by 2):



Pipe 1: $$V_1=\frac{\dot V}{A_{c1}}=\frac{\dot V}{\pi D_1^2/4}=\frac{0.018\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(0.06\ \text{m})^2/4}=6.366\ \text{m/s}$$

$$\text{Re}_1=\frac{\rho V_1 D_1}{\mu}=\frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(6.366\ \text{m/s})(0.06\ \text{m})}{1.138\times10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}}=335{,}300$$

which is greater than 4000. Therefore, the flow is turbulent. The relative roughness of the pipe is

$$\varepsilon/D_1=\frac{0.00026\ \text{m}}{0.06\ \text{m}}=0.00433$$

The friction factor corresponding to this relative roughness and the Reynolds number is, from the Colebrook equation,

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}}=-2.0\log\left(\frac{\varepsilon/D_1}{3.7}+\frac{2.51}{\text{Re}_1\sqrt{f_1}}\right)\ \rightarrow\ \frac{1}{\sqrt{f_1}}=-2.0\log\left(\frac{0.00433}{3.7}+\frac{2.51}{335{,}300\sqrt{f_1}}\right)$$

It gives $f_1 = 0.02941$. The only minor loss is the entrance loss, which is $K_L = 0.5$. Then the total head loss of the first pipe becomes

$$h_{L1}=\left(f_1\frac{L_1}{D_1}+\sum K_L\right)\frac{V_1^2}{2g}=\left((0.02941)\frac{20\ \text{m}}{0.06\ \text{m}}+0.5\right)\frac{(6.366\ \text{m/s})^2}{2(9.81\ \text{m/s}^2)}=21.3\ \text{m}$$

Pipe 2: $$V_2=\frac{\dot V}{A_{c2}}=\frac{\dot V}{\pi D_2^2/4}=\frac{0.018\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(0.04\ \text{m})^2/4}=14.32\ \text{m/s}$$

$$\text{Re}_2=\frac{\rho V_2 D_2}{\mu}=\frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(14.32\ \text{m/s})(0.04\ \text{m})}{1.138\times10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}}=502{,}900$$

which is greater than 4000. Therefore, the flow is turbulent. The relative roughness of the pipe is

$$\varepsilon/D_2=\frac{0.00026\ \text{m}}{0.04\ \text{m}}=0.0065$$

The friction factor corresponding to this relative roughness and the Reynolds number is, from the Colebrook equation,

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0\log\left(\frac{\varepsilon / D_2}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_2\sqrt{f_2}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0\log\left(\frac{0.0065}{3.7} + \frac{2.51}{502{,}900\sqrt{f_2}}\right)$$

It gives $f_2 = 0.03309$. The second pipe involves no minor losses. Note that we do not consider the exit loss unless the exit velocity is dissipated within the system considered (in this case it is not). Then the head loss for the second pipe becomes

$$h_{L2} = f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} = (0.03309)\frac{35\text{ m}}{0.04\text{ m}}\frac{(14.32\text{ m/s})^2}{2(9.81\text{ m/s}^2)} = 302.6\text{ m}$$

The total head loss for two pipes connected in series is the sum of the head losses of the two pipes,

$$h_L = h_{L,\text{total}} = h_{L1} + h_{L2} = 21.3 + 302.6 = 323.9\text{ m}$$

Then the pumping head and the minimum pumping power required (the pumping power in the absence of any inefficiencies of the pump and the motor, which is equivalent to the useful pumping power) become

$$h_{\text{pump, u}} = \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + h_L - z_1 = (1)\frac{(14.32\text{ m/s})^2}{2(9.81\text{ m/s}^2)} + 323.9 - 30 = 304.4\text{ m}$$

$$\dot{W}_{\text{pump, u}} = \dot{V}\Delta P = \rho\dot{V}gh_{\text{pump, u}}$$

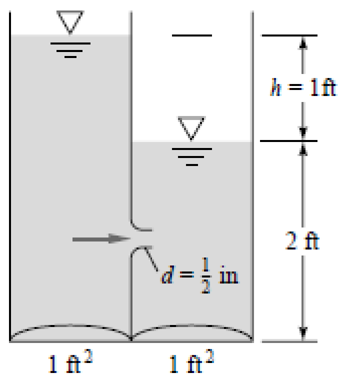
$$= (999.1\text{ kg/m}^3)(0.018\text{ m}^3\text{/s})(9.81\text{ m/s}^2)(304.4\text{ m})\left(\frac{1\text{ kN}}{1000\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\text{ kW}}{1\text{ kN}\cdot\text{m/s}}\right) = \mathbf{53.7\ kW}$$

Therefore, the pump must supply a minimum of 53.7 kW of useful mechanical energy to water.

Discussion Note that the shaft power of the pump must be greater than this to account for the pump inefficiency, and the electrical power supplied must be even greater to account for the motor inefficiency.

Ejercicio 4

Dos depósitos de agua, con áreas iguales a 1 ft², están conectados con una tobera de curvatura suave de 0,5 in de diámetro, como se muestra en la Figura P6.153. Si h = 1ft en t = 0, estime el tiempo necesario para que $h(t)$ caiga a 0,25 ft.



6.153 Two water tanks, each with base area of 1 ft², are connected by a 0.5-in-diameter long-radius nozzle as in Fig. P6.153. If h = 1 ft as shown for t = 0, estimate the time for h(t) to drop to 0.25 ft.

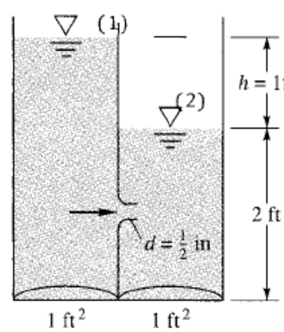


Fig. P6.153

Solution: For water at 20°C, take ρ = 1.94 slug/ft³ and μ = 2.09E−5 slug/ft·s. For a long-radius nozzle with $\beta \approx 0$, guess $C_d \approx$ 0.98 and $K_{loss} \approx$ 0.9 from Fig. 6.44. The elevation difference h must balance the head losses in the nozzle and submerged exit:

$$\Delta z = \sum h_{loss} = \frac{V_t^2}{2g}\sum K = \frac{V_t^2}{2(32.2)}(0.9_{nozzle} + 1.0_{exit}) = h, \quad \text{solve } V_t = 5.82\sqrt{h}$$

$$\text{hence} \quad Q = V_t\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{1/2}{12}\right)^2 \approx 0.00794\sqrt{h} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}A_{tank}\frac{dh}{dt} = -0.5\frac{dh}{dt}$$

The boldface factor **1/2** accounts for the fact that, as the left tank falls by dh, the right tank rises by the same amount, hence dh/dt changes twice as fast as for one tank alone. We can separate and integrate and find the time for h to drop from 1 ft to 0.25 ft:

$$\int_{0.25}^{1.0}\frac{dh}{\sqrt{h}} = 0.0159\int_0^{t_{final}} dt, \quad \text{or:} \quad t_{final} = \frac{2\left(\sqrt{1}-\sqrt{0.25}\right)}{0.0159} \approx \mathbf{63\ s} \quad \textit{Ans.}$$

Ejercicio 5

Calcular para bombas y turbinas (*a*) el factor de velocidad ϕ, (*b*) la velocidad unitaria N_u, (*c*) el caudal unitario Q_u, (*d*) la potencia unitaria P_u y (*e*) la velocidad específica.

Solución:

(*a*) Por definición, $\phi = \dfrac{u}{\sqrt{2gH}}$. Pero $u = r\omega = r\dfrac{2\pi N}{60} = \dfrac{\pi D N}{60} = \dfrac{\pi D_1 N}{6000}$, donde D_1 es el diámetro en cm y N la velocidad en revoluciones por minuto. Finalmente,

$$\phi = \frac{\pi D_1 N}{6000} \times \frac{1}{\sqrt{2gH}} = \frac{D_1 N}{8.460\sqrt{H}} \tag{1a}$$

(*b*) Si $D_1 = 1$ cm y $H = 1$ m, obtenemos de la ecuación (*1a*) anterior la velocidad unitaria N_u. Así, pues,

$$N_u = 8.460\,\phi \tag{1b}$$

que es constante para todas las ruedas de diseño semejante si ϕ se refiere a la velocidad óptima. También, de la (*1a*) anterior,

$$N_u = \frac{D_1 N}{\sqrt{H}} \quad \text{en rpm} \tag{2}$$

Así, pues, para rodetes homólogos, la velocidad óptima N varía inversamente al diámetro y directamente a la raíz cuadrada de H.

(*c*) Para la turbina tangencial, el caudal Q puede expresarse como

$$Q = cA\sqrt{2gH} = c\frac{\pi d_1^2}{4 \times 10.000}\sqrt{2gH} = \frac{c\pi\sqrt{2g}}{40.000}(\frac{d_1}{D_1})^2 D_1^2\sqrt{H}$$

$$= (\text{factor})\, D_1^2\sqrt{H} = Q_u D_1^2\sqrt{H} \qquad (3)$$

Para $D_1 = 1$ cm y $H = 1$ m, el factor se define como caudal unitario Q_u.
Para turbinas de reacción y bombas, el caudal Q puede expresarse como el producto de

$$(c)(A)(\text{componente de velocidad})$$

La componente de velocidad depende de la raíz cuadrada de H y el seno del ángulo α_1 (véase Fig. 12-1 del Problema 1). Por consiguiente, el caudal Q puede escribirse en la forma de la ecuación (*3*) anterior.

(*d*) Aplicando la expresión (*3*) anterior,

$$\text{potencia } P = \frac{wQH}{75} = \frac{w(Q_u D_1^2\sqrt{H})H}{75}$$

Para $D_1 = 1$ cm y $H = 1$ m, la potencia $= wQ_u/75 =$ (factor).. Cuando el rendimiento se incluye en la potencia de salida para turbinas y la potencia del agua para bombas, el factor se transforma en la potencia unitaria P_u. Luego,

$$\text{potencia } P = P_u D_1^2 H^{3/2} \qquad (4)$$

(*e*) En la ecuación (*4*) podemos sustituir D_1 por su valor dado en la expresión (*2*) anterior, obteniendo

$$\text{potencia } P = P_u \frac{N_u^2 H}{N^2} H^{3/2}$$

También $$P_u N_u^2 = \frac{PN^2}{H^{5/2}} \quad \text{o} \quad N_u\sqrt{P_u} = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} \qquad (5)$$

El término $N_u\sqrt{P_u}$ se llama velocidad específica N_S. La expresión (*5*) se convierte entonces en

$$N_S = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} \quad \text{(para turbinas)} \qquad (6)$$

Si P se sustituye por Q, eliminando D_1 en las ecuaciones (*2*) y (*3*), obtenemos

$$N_u^2 Q_u = \frac{QN^2}{H^{3/2}}$$

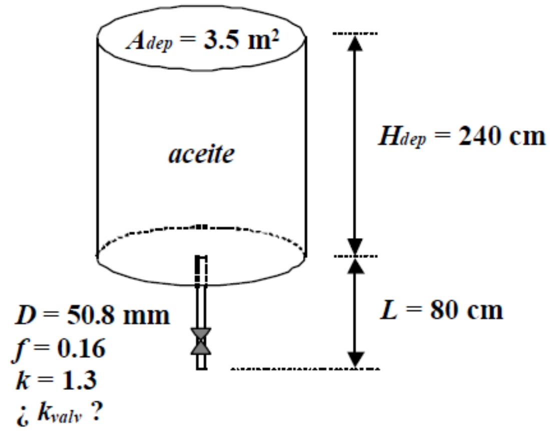
y $$N_S = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad \text{(para bombas)} \qquad (7)$$

donde esta velocidad específica indica la velocidad a la que circularía 1 m³/seg bajo 1 m de carga.

Estas son las expresiones comunes para bombas y ruedas de agua. Para rodetes homólogos en los que pueden emplearse diferentes fluidos, véanse las expresiones (*9b*), (*11a*) y (*12a*) al comienzo de este capítulo.

Ejercicio 6

Un depósito abierto de sección A_{dep} = 3.5 m^2 y altura H_{dep} = 240 cm contiene aceite de densidad ρ = 840 Kg/m^3 y viscosidad μ = 165 centipoises. Dicho depósito se vacía mediante una tubería de D = 50.8 mm, longitud L = 80 cm y coeficiente de pérdidas menores k = 1.3. Para controlar la descarga se tiene una válvula cuyo coeficiente de pérdidas es k_{valv}.



a) Suponiendo que el aceite se mueve en el interior de la tubería en flujo laminar con factor de fricción constante f = 0.16, y despreciando el término de inercia, determinar la posición de la k_{valv}) para que el depósito se vacíe completamente en 45 minutos.

b) Con la válvula en la posición del apartado anterior, ¿qué nivel constante habría que mantener en el depósito para que la velocidad media en la sección de salida fuera 1.54 m/s?

c) Comprobar si efectivamente se trata de flujo laminar o no.

d) Deducir la expresión del campo de velocidades en una sección recta de la tubería de descarga.

$$\left(k + k_{valv}\right)\frac{v^2}{2g}$$

ⓐ **BERNOULLI**

$$z(t) + L = \alpha \frac{v(t)^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v(t)^2}{2g} + k \frac{v(t)^2}{2g} + K_{valv} \frac{v(t)^2}{2g}$$

CONTINUIDAD

$$A_{dep} \cdot \frac{dz(t)}{dt} = - v(t) \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

Tenemos 2 ecuaciones con 2 incógnitas $\longrightarrow$ $z(t)$ y $v(t)$

$$z(t) + L = \left(\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv} \right) \cdot \frac{v(t)^2}{2g}$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{2g\,(z(t) + L)}{\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv}}}$$

Sustituyendo en la ecuación de continuidad:

$$A_{dep} \cdot \frac{dz(t)}{dt} = - \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2g}{\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv}}} \cdot \sqrt{z(t) + L}$$

Ecuación diferencial de variables separables:

$$\int_{H_{dep}}^{0} \frac{dz}{\sqrt{z + L}} = - \frac{\pi D^2}{4 A_{dep}} \sqrt{\frac{2g}{\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv}}} \cdot \int_0^T dt$$

$$2\sqrt{z + L} \Big|_{z = H_{dep}}^{z = 0} = - \frac{\pi D^2}{4 A_{dep}} \sqrt{\frac{2g}{\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv}}} \cdot t \Big|_{t=0}^{t=T}$$

$$\boxed{2\sqrt{L} - 2\sqrt{H_{dep} + L} = - \frac{\pi D^2}{4 A_{dep}} \sqrt{\frac{2g}{\alpha + f \frac{L}{D} + k + K_{valv}}} \cdot T}$$

$$1{,}78885 - 3{,}57771 = -5{,}79094 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{19{,}62}{5{,}81969 + K_{valv}}} \cdot 2700$$

$$\boxed{K_{valv} = 9{,}17}$$

(b) Régimen permanente

$$z + L = \left(\alpha + f\frac{L}{D} + k + k_{valv}\right) \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$z + 0{,}8 = 15{,}98969 \cdot \frac{1{,}54^2}{2g}$$

$$\boxed{z = 1{,}012 \text{ m}}$$

$$1{,}78885 - 3{,}57771 = -5{,}79094 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{19{,}62}{5{,}81969 + K_{valv}}} \cdot 2700$$

$$\boxed{K_{valv} = 9{,}17}$$

(b) Régimen permanente

$$z + L = \left(\alpha + f\frac{L}{D} + k + k_{valv} \right) \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$z + 0{,}8 = 14{,}98969 \cdot \frac{1{,}54^2}{2g}$$

$$\boxed{z = 1{,}012 \text{ m}}$$

ⓒ $\rho = 840 \ \mathrm{Kg/m^3}$

$\mu = 165 \ \mathrm{cp} = 0{,}165 \ \text{poiseuille}$

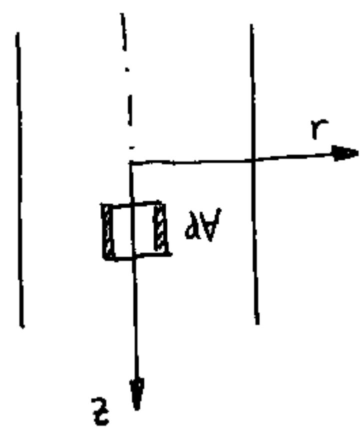
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}165}{840} = 1{,}96 \cdot 10^{-4} \ \mathrm{m^2/s}$$

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{1{,}54 \cdot 0{,}0508}{1{,}96 \cdot 10^{-4}} = 399{,}1$$

$$\boxed{\text{FLUJO LAMINAR}}$$

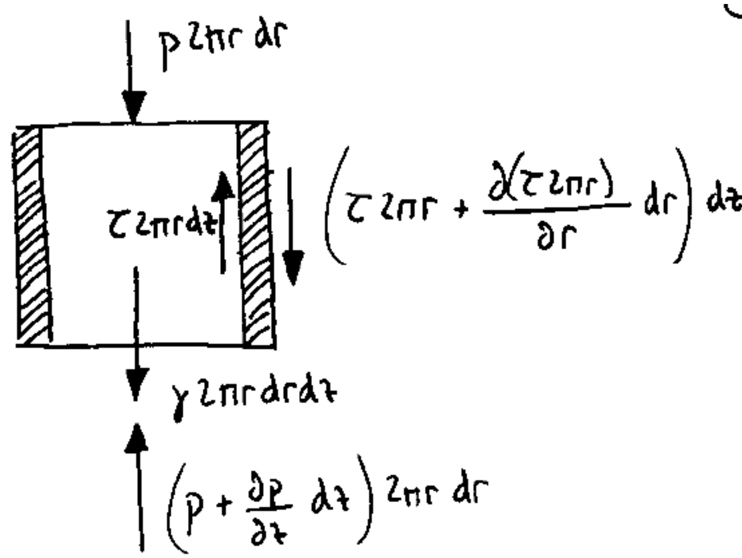
donde lógicamente $f = \dfrac{64}{Re} = \dfrac{64}{399{,}1} = 0{,}16$

ⓓ



$$\boxed{\vec{V} = u(r)\,\vec{k}}$$

Balance de fuerzas:



$$p \cdot 2\pi r dr - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) 2\pi r dr + \left(\tau 2\pi r + \frac{\partial(\tau 2\pi r)}{\partial r} dr\right) dz - \tau 2\pi r dz + \gamma 2\pi r dr dz = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau)}{\partial r} + \gamma = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau)}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma = cte$$

$$\frac{\partial(r\tau)}{\partial r} = \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \cdot r$$

$$r \cdot \tau = \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \cdot \frac{r^2}{2} + A$$

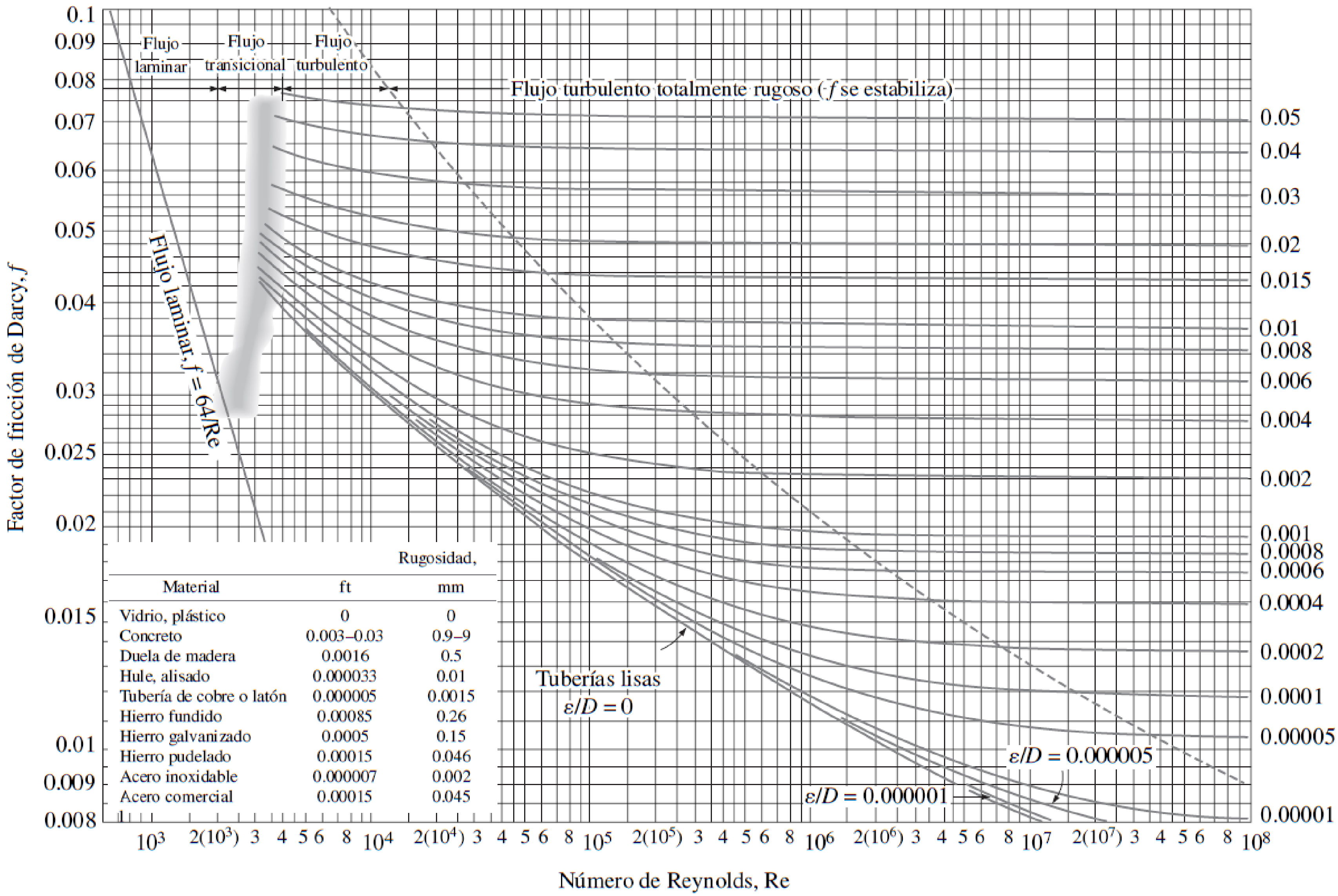
$$\frac{du}{dr} = \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \cdot \frac{r}{2\mu} + \frac{A}{\mu r}$$

$$\boxed{u(r) = \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \cdot \frac{r^2}{4\mu} + \frac{A}{\mu} \ln r + B}$$

Condiciones de contorno $\longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u(r)\big|_{r=0} = V_{max} \longrightarrow A = 0 \\ u(r)\big|_{r=R} = 0 \longrightarrow B = -\left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \frac{R^2}{4\mu} \end{array} \right.$

$$\boxed{u(r) = \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma\right) \frac{r^2 - R^2}{4\mu}}$$

con $\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma < 0$



Material	Rugosidad, ft	mm
Vidrio, plástico	0	0
Concreto	0.003–0.03	0.9–9
Duela de madera	0.0016	0.5
Hule, alisado	0.000033	0.01
Tubería de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro pudelado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

FIGURA A-12

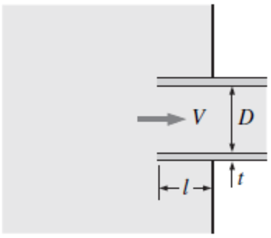
El diagrama de Moody para el factor fricción para flujo totalmente desarrollado en tuberías circulares para usar en la relación de pérdida de carga $h_L = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$. Los factores de fricción en el flujo turbulento se evalúan a partir de la ecuación de Colebrook $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$.

TABLA 8-4

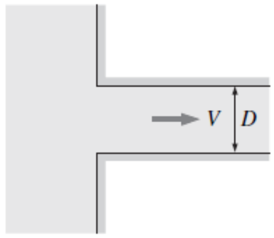
Coeficientes de pérdida K_L de varios accesorios de tubería para flujo turbulento (para usar en la relación $h_L = K_L V^2/(2g)$, donde V es la velocidad promedio en la tubería que contiene el accesorio)*

Entrada de la tubería

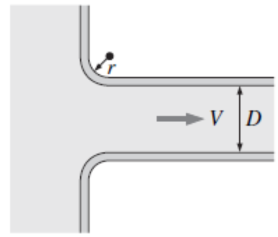
Reentrante: $K_L = 0.80$
($t \ll D$ e $l \approx 0.1D$)



De borde agudo: $K_L = 0.50$

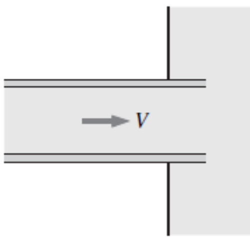


Redondeada ($r/D > 0.2$): $K_L = 0.03$
Ligeramente redondeada ($r/D = 0.1$): $K_L = 0.12$
(*véase figura* 8-36)

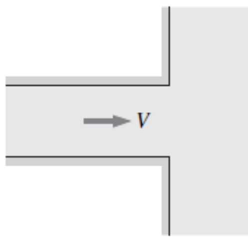


Salida de la tubería

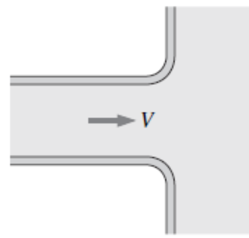
Reentrante: $K_L = \alpha$



De borde agudo: $K_L = \alpha$



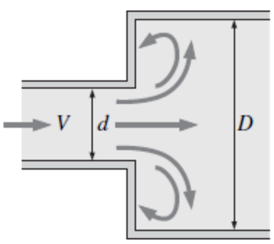
Redondeada: $K_L = \alpha$



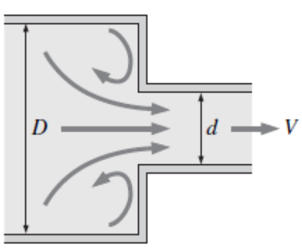
Nota: el factor de corrección de energía cinética es $\alpha = 2$ para flujo laminar totalmente desarrollado, y $\alpha \approx 1$ para flujo turbulento totalmente desarrollado.

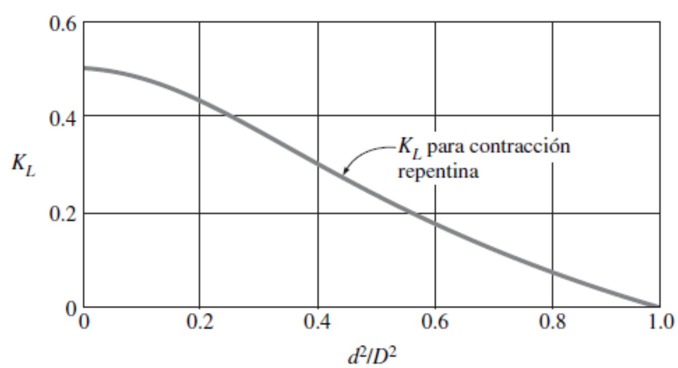
Expansión y contracción repentina (con base en la velocidad en la tubería de diámetro más pequeño)

Expansión repentina: $K_L = \left(1 - \dfrac{d^2}{D^2}\right)^2$



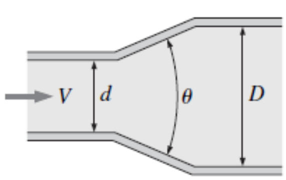
Contracción repentina: ver gráfica.





Expansión y contracción gradual (con base en la velocidad en la tubería de diámetro más pequeño)

Expansión:
$K_L = 0.02$ para $\theta = 30°$
$K_L = 0.04$ para $\theta = 45°$
$K_L = 0.07$ para $\theta = 60°$



Contracción (para $\theta = 20°$):
$K_L = 0.30$ para $d/D = 0.2$
$K_L = 0.25$ para $d/D = 0.4$
$K_L = 0.15$ para $d/D = 0.6$
$K_L = 0.10$ para $d/D = 0.8$

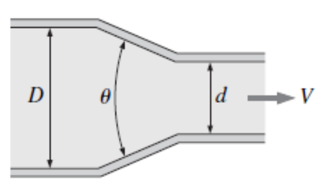
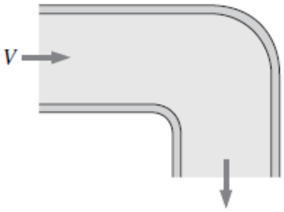
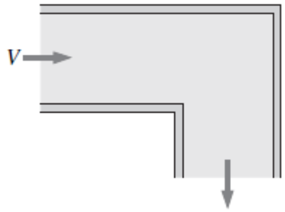
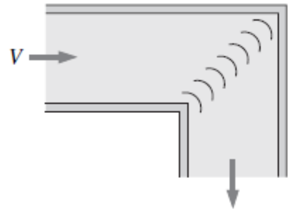
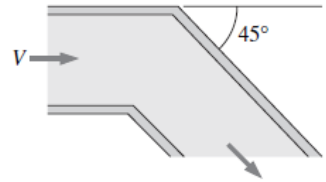
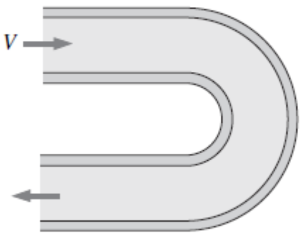
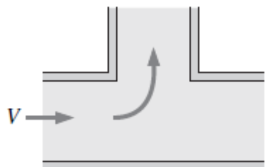
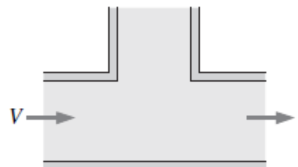
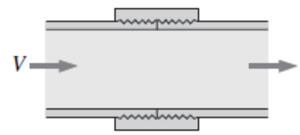


TABLA 8-4 (CONCLUSIÓN)

Codos y ramificaciones *Codo suave de 90°:* Embridado: $K_L = 0.3$ Roscado: $K_L = 0.9$ 	*Codo esquinado de 90°* (sin álabes directores): $K_L = 1.1$ 	*Codo esquinado de 90°* (con álabes directores): $K_L = 0.2$ 	*Codo roscado de 45°:* $K_L = 0.4$ 
Codo de retorno de 180°: Embridado: $K_L = 0.2$ Roscado: $K_L = 1.5$ 	*Conexión en T* (flujo deriv.): Embridado: $K_L = 1.0$ Roscado: $K_L = 2.0$ 	*Conexión en T* (flujo en línea): Embridado: $K_L = 0.2$ Roscado: $K_L = 0.9$ 	*Unión roscada:* $K_L = 0.08$ 

Válvulas

Válvula de globo, totalmente abierta: $K_L = 10$
Válvula de ángulo, totalmente abierta: $K_L = 5$
Válvula de bola, totalmente abierta: $K_L = 0.05$
Válvula de charnela: $K_L = 2$

Válvula de compuerta, totalmente abierta: $K_L = 0.2$
$\frac{1}{4}$ cerrada: $K_L = 0.3$
$\frac{1}{2}$ cerrada: $K_L = 2.1$
$\frac{3}{4}$ cerrada: $K_L = 17$

* Ésos son valores representativos para coeficientes de pérdida. Los valores reales dependen principalmente del diseño y la fabricación de los accesorios y pueden diferir considerablemente de los valores dados (en especial para las válvulas). En el diseño final se deben usar los datos reales del fabricante.