Mecánica de Fluidos
SEGUNDO PARCIAL 16 – 06 – 2011

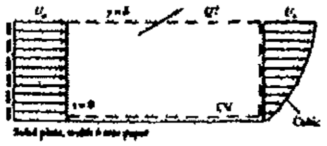
TEMA 2
Parte teórica

Ejercicio 1 3-16 White)

Un fluido incompresible pasa a través de una placa plana impermeable como muestra la figura, con un perfil de velocidades uniforme $u = U_o$ a la entrada y un perfil polinómico de grado 3 a la salida:

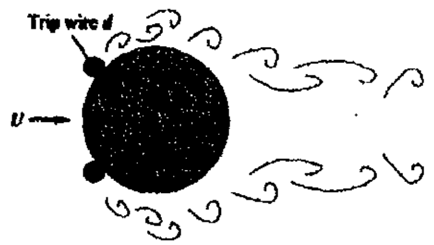
$$u \approx U_o\left(\frac{3\eta - \eta^3}{2}\right) \quad \text{where } \eta = \frac{y}{\delta}$$

Hallar el caudal (Q) a través de la superficie superior del volumen control



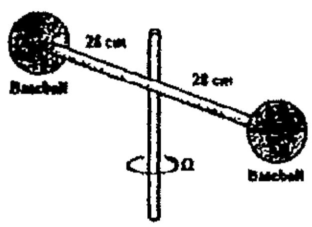
Ejercicio 2 (6.5 White)

En el flujo que rodea a un cuerpo se puede lograr pasar en la capa límite laminar a la turbulenta, colocando un cable (trip wire) como se muestra en la figura. Si la velocidad local del flujo en el cable es U y la turbulencia comienza cuando *Ud/ ν* = 850, (ν viscosidad cinemática) y d es el diámetro del alambre. Si el diámetro de la esfera es D = 20 cm y en transición se observa en Re_d = 90.000, ¿Cuál es el diámetro del alambre en mm?



Ejercicio 3

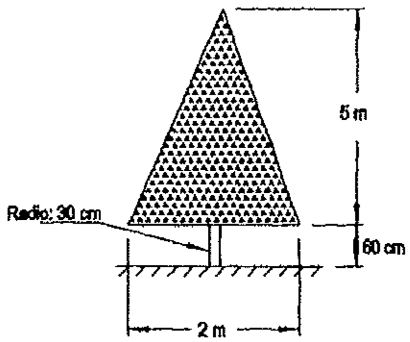
Dos bolas de billar están conectadas a una barra de 7 mm de diámetro y 56 cm de longitud, como se muestra en la figura. Qué potencia en Watts se requiere para mantener al sistema girando a 400 vueltas por minuto. Considerar que el drag de las barras es no despreciable.



Mecánica de Fluidos
SEGUNDO PARCIAL 16 – 06 – 2011
Parte práctica

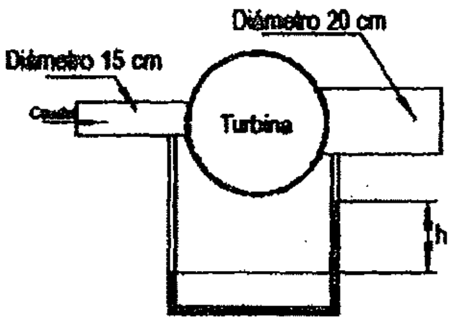
TEMA 1

EJERCICIO 1



Para el árbol recién plantado, la raíz puede resistir un momento de 5000 N m. Calcular la velocidad del viento que podría derribarlo. Utilizar para el tronco un Cd = 0.68 y para el árbol un Cd = 0,4. Considere que toda la carga está aplicada en el baricentro del cono. Tomar ρ_{aire} =1,23 Kg/m^3; ν_{aire} = 1,26 10^{-5} m^2/seg.

EJERCICIO 2



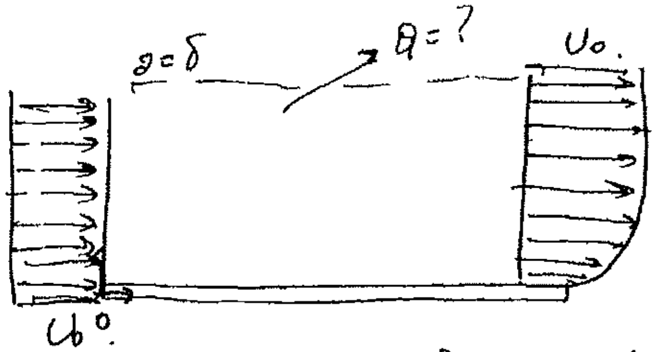
Una turbina se encuentra en una central hidráulica, la misma tiene una eficiencia del 90% y la atraviesa un caudal de 0,5 m/seg, la diferencia de presión entre la entrada y la salida está dada por el manómetro de mercurio el cual marca una altura h de 50,8 cm. Con estos datos se pide calcular que potencia está entregando la turbina.

Tomar: ρ_{agua} =1000 Kg/m^3; 10,33 metros de agua es 1 bar ó 1 Kg/cm^2; y para el manómetro recordar que 760 mm de mercurio es una presión de 1 bar.

EJERCICIO 3

Ciertas observaciones demuestran que el empuje lateral F, para una esfera que gira sin orden en un fluido, es función del diámetro D de la esfera, de la velocidad Vo de la corriente libre, de la densidad ρ, la viscosidad μ, la velocidad del liquido, k es la rugosidad en la esfera y la velocidad angular de giro ω. Determinar los parámetros adimensionales que se utilizarían para correlacionar los datos experimentales en un estudio en que aparezcan las variables mencionadas. (337)

$\boxed{\text{Ejercicio 1}}$



$$u \cong U_0 \cdot \left(\frac{3\eta - \eta^3}{2}\right) \qquad \eta = \frac{y}{\delta}$$

$$\frac{dm}{dt} = 0 = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho \cdot dv + \oint\!\!\oint_{SC} \rho(\vec{V}\cdot \check{n})\, da$$

El flujo es estacionario $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. $\rho = 1$.

$$\oint\!\!\oint_{SC} \rho\,(\vec{V}\cdot\check{n})\,da = \oint\!\!\oint_{SC} (\vec{V}\cdot \check{n})\,da = 0.$$

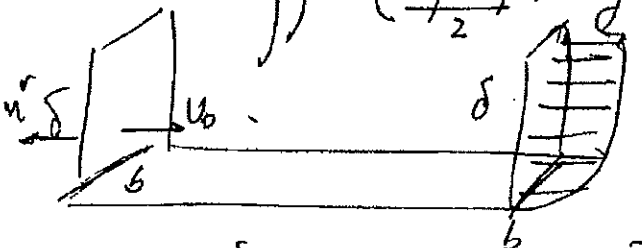
$$\iint_{s/placa} + \iint_{entrada} + \iint_{salida} + \iint_{arriba} = 0.$$

$$\iint_{arriba} = -\left[\iint_{s/placa} + \iint_{entrada} + \iint_{salida}\right]$$

$\iint_{s/placa} = 0.$ (no hay velocidad $\times$ la condición de contorno).

$$\iint_{\text{entrada}} \vec{v}\cdot\vec{n}\, da = \iint_{\text{entrada}} U_0 \cdot da = -U_0\, \delta b$$

$$\iint_{\text{saída}} = \iint U_0 \left(\frac{3\eta - \eta^3}{2}\right) dy\, b =$$



$$= bU_0 \left[\int_0^\delta \left[\frac{3\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^3}{2}\right]\right] dy =$$

$$= \frac{b\, U_0}{2} \left\{ \left[\frac{3}{\delta} \frac{y^2}{2}\Big|_0^\delta - \frac{y^4}{4\delta^3}\Big|_0^\delta \right] \right\}$$

$$\frac{b}{2} U_0 \left[\frac{3}{\delta} \cdot \frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^4}{4\delta^3} \right]$$

$$= \frac{b}{2} U_0 \left[\frac{3}{2}\delta - \frac{\delta}{4} \right]$$

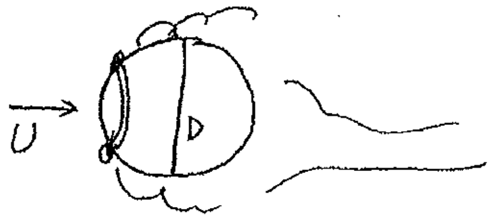
$$= \frac{b}{2} U_0 \cdot \delta \cdot \left[\frac{6-1}{4} \right]$$

$$= \frac{5}{4} \cdot \frac{b}{2} U_0\, \delta = \frac{5 \cdot b U_0 \delta}{8}.$$

$$\Rightarrow Q_{\text{acima}} = -\left[\frac{5 b U_0 \delta}{8} - U_0 \delta b\right] = -U_0 \delta b \left[\frac{5}{8} - 1\right]$$

$\boxed{+\frac{3}{8} U_0 \delta b}$ saliente

Ejercicio 2



$$\frac{Ud}{\nu} = 850.$$

$$Re = \frac{UD}{\nu} = 90.000.$$

$$\frac{U}{\nu} = \frac{90.000}{D} = \frac{90.000}{0,2}$$

$$\frac{U}{\nu} = 450.000.$$

$$d = \frac{850.}{450.000} = 1,8 \times 10^{-3} m = \boxed{0,18\ mm}$$

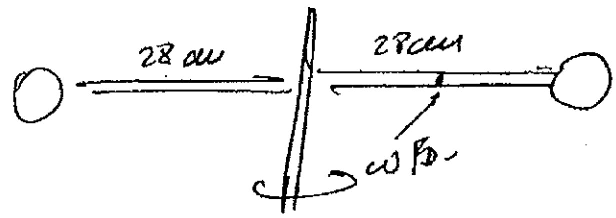
Debido a lo delgado de la capa límite es muy sensible a condiciones exteriores. El alambre fuerza a que la capa límite se vuelva turbulenta a Re mas bajos que para el cilindro creando una turbulencia anormal en el flujo de aproximación.

Con un Re de 90.000 ≃ 10^5 la capa límite de cualquier cilindro se vuelve turbulenta. un fluido de velocidad + alta y mezcla en la zona cercana a la pared del cilindro. En consecuencia, si no interviene el anillo el flujo avanza + lejos corriente abajo a lo largo de la sup. del cilindro contra la presión adversa antes q' se presente la separación

Con el anillo
las líneas de corriente divergen un poco antes de la separación con lo que la velocidad baja antes de la separación ⇒ aumento de presión en el punto de separación y alta presión de entre la zona corriente arriba y abajo es mucho menor!

Sin el anillo; o Valor alto del Ke.
Lo cual puede ser avanzar + bajo dado q' el crecimiento.

Ejercicio 2. (9-76 White)



$$P = 2F_b \cdot V_b + 2F_{cil} \cdot V_{cil} \quad (1).$$

Si se supone aire: $\rho = 1.225 \ kg/m^3$
$\mu: 1{,}78 \times 10^{-5} \ kg/m \cdot s$

$f = 400 \ r/min \Rightarrow \omega = \frac{2\pi f}{60} = \frac{2\pi \cdot 400}{60} = \boxed{41{,}9 \ \frac{rad}{s}}$

La velocidad de las bolas: $V_b = \omega \cdot r_b = 41{,}9 \ (0{,}28 cm + r_b)$

$$\boxed{F_{bola} = C_D \frac{\rho}{2} V_b^2 \cdot \frac{\pi D^2}{4}}$$

Si se asume flujo laminar $C_D \simeq 0{,}47$.

Para las barras:

$V = \omega \left(\frac{L}{2}\right) = 5.86 \ m/s.$

$Re = \frac{1.225 \ (5.86)(0.007)}{1{,}78 \times 10^{-5}} = \boxed{2800}$ $\Rightarrow C_D \simeq 1{,}2$

Tabla de C_D vs Reynolds de cilindros

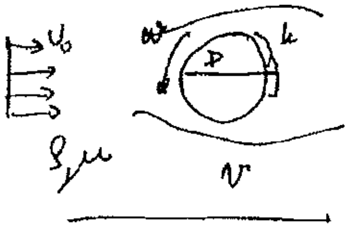
$F_{barras} = C_D \cdot \left(\frac{\rho}{2}\right) V_{barra}^2 \ D \cdot L.$

$= 0{,}0495 \ N.$

$\Rightarrow \boxed{P = 2(0{,}0495) + 2 \cdot \left[C_D \frac{\rho}{2} V_b^2 \frac{\pi D^2}{4} \right]}$

Problema 3 Valores prácticos

$$F = f(D, V_0, \rho, \mu, v, k, \omega)$$



$n = 8$

$k = 3$ $\Rightarrow$ $\Pi_1 \; \Pi_2 \; \Pi_3 \; \Pi_4 \; \Pi_5$.

Coloco como variables repetidas:

$D;\ V_0 .\ \rho .\ \mu\ \omega$

$$\Pi_1 = D^{a_1} V_0^{a_2} \rho^{a_3} \cancel{\ \ }^{a_4} F \qquad (1)$$

$$\Pi_2 : D^{b_1} V_0^{b_2} \rho^{b_3} . \mu . \qquad (2)$$

$$\Pi_3 : D^{c_1} V_0^{c_2} \rho^{c_3} . v . \qquad (3).$$

$$\Pi_4 : D^{d_1} V_0^{d_2} \rho^{d_3} . k \qquad (4).$$

$$\Pi_5 . D^{f_1} V_0^{f_2} \rho^{f_3} . \omega . \qquad (5).$$

$$[\Pi_1] : L^{a_1} . \left[\frac{L}{t}\right]^{a_2} . \left(\frac{m}{L^3}\right)^{a_3} . \left(m \frac{L}{t^2}\right)^{1}.$$

L: $a_1 + a_2 - 3a_3 + 1 = 0$.

t: $-a_2 - 2 = 0$. $\qquad a_1 - 2 + 3 + 1 = 0$.

m: $a_3 + 1 = 0$. $\qquad a_1 + 2 = 0$

$\boxed{a_3 = -1}$ $\qquad \boxed{a_1 = -2}$

$\boxed{a_2 = -2}$

$a_1 + (-2) - 3.(-1) + 1 = 0$. $\Rightarrow$

$\Pi_1: \; D^{-2} \, U_0^{-2} \cdot \rho^{-1} \cdot F \;\; = \boxed{\dfrac{F}{D^2 U_0^2 \rho}}$

$\Pi_2: \; D^{b_1} \; U_0^{b_2} \; \rho^{b_3} \; \mu$

$\cancel{E}\; L^{b_1} \left(\dfrac{L}{t}\right)^{b_2} \left(\dfrac{m}{L^3}\right)^{b_3} \left(\dfrac{m}{L \cdot t}\right)$

$L: \; b_1 + b_2 - 3b_3 - 1 = 0 \,.\; b_1 = 1 + 3b_3 - b_2 =$
$\qquad\qquad = 1 + 3\cdot(-1) - (-1)$
$t: \; -b_2 - 1 = 0 \,.\; b_2 = \boxed{-1}$
$\qquad\qquad = 1 - 3 + 1$
$m: \; b_3 + 1 = 0 \,.\; b_3 = \boxed{-1}$
$\qquad\qquad = 2 - 3 = \boxed{-1}$

$\Pi_2: \; D^{-1} \cdot U_0^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot \mu = \dfrac{\mu}{D U_0 \rho} \Rightarrow \dfrac{1}{Re} \Rightarrow$

$\boxed{\Pi_2 = Re}$

$\Pi_3: \; D^{c_1} \, U_0^{c_2} \cdot \rho^{c_3} \cdot \nu$

$= L^{c_1} \, \cancel{E} \left(\dfrac{L}{t}\right)^{c_2} \cdot \left(\dfrac{m}{L^3}\right)^{c_3} \left(\dfrac{L}{t}\right)$

$L: \; c_1 + c_2 - 3c_3 + 1 = 0 \,.\; c_1 = -c_2 + 3c_3 - 1$
$\qquad\qquad = +1 + 3\cdot\cancel{0} \cdot -1$
$t: \; -c_2 - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{c_2 = -1}$
$\qquad\qquad = 0$
$m: \; \boxed{c_3 = 0}$

$\Pi_3: \; D^0 \cdot U_0^{-1} \cdot \rho^0 \cdot \nu^1 = \left(\dfrac{\nu}{U_0}\right) \Rightarrow \boxed{\Pi_3: \dfrac{\nu}{U_0}}$

$\Pi_4: \; D^{d_1} \, U_0^{d_2} \, \rho^{d_3} \, k.$

$L^{d_1} \left(\dfrac{L}{t}\right)^{d_2} \cdot \left(\dfrac{m}{L^3}\right)^{d_3} L$

$t: \; -d_2 = 0$
$m: \; d_3 = 0.$

$\boxed{\Pi_4: \dfrac{k}{D}}$

$L: \; d_1 + d_2 + 1 = 0 \,.\; d_1 = -1 - d_2 = \boxed{-1}$

$$\Pi_5: \; D^{f_1} \, U_0^{f_2} \, \rho^{f_3} \, \omega$$

$$L^{f_1} \left(\frac{L}{t}\right)^{f_2} \left(\frac{m}{L^3}\right)^{f_3} \left(\frac{1}{t}\right)$$

$L: \quad f_1 + f_2 - 3f_3 = 0$

$t: \quad -f_2 - 1 = 0 \Rightarrow \underline{f_2 = -1}$

$m: \quad \underline{f_3 = 0}$

$$f_1 - 1 - \cancel{3(0)} = 0$$

$$\underline{f_1 = 1}$$

$$\Pi_5: \quad D \cdot U_0^{-1} \cdot \rho^0 \cdot \omega = \boxed{\frac{D\,\omega}{U_0}}$$

$$\Pi_1 = f(\Pi_2; \Pi_3; \Pi_4; \Pi_5)$$

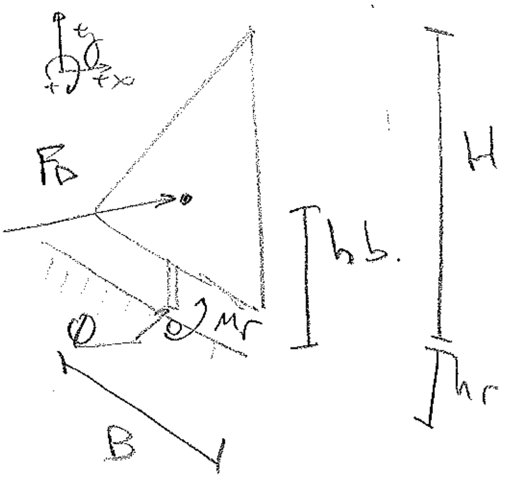
$$\frac{F}{D^2 U_0^2 \rho} = f\left(\frac{V}{U_0}; Re, \frac{k}{D}; \frac{D\omega}{U_0}\right)$$

$$F = D^2 U_0^2 \rho \; f\left(\frac{V}{U_0}; Re; \frac{k}{D}; \frac{D\omega}{U_0}\right)$$

$f \rightarrow$ se determina en forma experimental.

Parte practica: Ejercicio 1

Esquema



h_b: altura del baricentro
h_r: altura de raiz } supuesta cilindrica.
ϕ: radio de raiz
F_D: Fuerza de Drag
H: altura del arbol
B: Base del arbol
M_r: momento generado por raiz
o: union raiz-suelo.

Resolución: para el árbol: $\boxed{\sum M_o = 0}$ ①

de ①: $-M_r + F_d \cdot h_b = 0$; $\boxed{F_D = \frac{M_r}{h_b}}$ ②

de ②: $\boxed{h_b = h_r + \underbrace{H \cdot \frac{1}{3}}}$ ③

el baricentro se encuentra a $\frac{H}{3}$ de la base p/triángulo.

de ②. $\boxed{F_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A}$ ④

Como indica el enunciado, toda la carga está aplicada en el baricentro, la FD se toma como única:

$\boxed{F_D = F_D)_{arbol} + F_D)_{raiz}}$ ⑤

de ⑤ y ④ para arbol: $F_D)_{arbol} = \frac{1}{2} \cdot C_D)_{arbol}\, \rho\, V^2\, \frac{B \cdot H}{2}$ area proyectada de superficie

$\boxed{F_D)_{arbol} = \frac{1}{4} \cdot C_d)_a \cdot \rho\, V^2 \cdot B \cdot H}$ ⑥

de ⑤ y ④ para raiz; $\boxed{F_d)_{raiz} = \frac{1}{2} \cdot C_d)_{raiz} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \phi_r h_r}$ ⑦

de ecs. (1) y (7),

$$\frac{1}{4} \cdot Cd|a \cdot \rho \cdot V^2 \cdot B \cdot H + \frac{1}{2} Cd|r \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \phi r \cdot hr = \frac{Mr}{hr + H/3}$$

despejo V:

$$V^2 \rho \left[\frac{Cd|a}{4} \cdot B \cdot H + \frac{\phi r \cdot hr \cdot Cd|r}{2} \right] = \frac{Mr}{hr + H/3}$$

$$V^2 \rho = Mr \cdot \left[\left(hr + \frac{H}{3}\right) \cdot \left(\frac{Cd|a \cdot B \cdot H}{4} + \frac{\phi r \, hr \, Cd|r}{2} \right) \right]^{-1}$$

$$V = \left[\frac{Mr}{\rho}\right]^{1/2} \cdot \left[(hr + H/3) \left(\frac{Cd|a \cdot B \cdot H}{4} + \frac{\phi r \cdot hr \cdot Cd|r}{2} \right) \right]^{-1/2}$$

reemplazo valores:

$$[V] = \left(\frac{L^3}{\cancel{M}} \cdot \frac{\cancel{M} \cdot L}{T^2} \cdot L \right)^{1/2} \cdot \left(L \cdot L^2 \right)^{-1/2} = \frac{1}{T} \cdot L^{5/2} \cdot L^{-3/2} = \frac{L^{5/2 - 3/2}}{T} = \frac{L}{T}$$

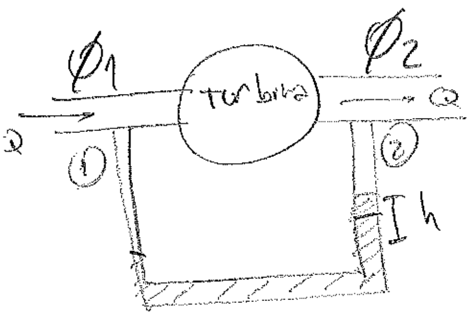
$$V = \left[\frac{5000 \cancel{N} \cdot m \cdot m^3 \, \cancel{kg} \cdot m}{1{,}23 \, \cancel{kg} \, s^2 \cdot \cancel{N}} \right]^{1/2} \cdot \left[\left(0{,}6 + \frac{5}{3}\right) m \cdot \left(\frac{0{,}4 \cdot 5m \cdot 2m}{4} + \frac{0{,}3m \, 0{,}6m \, 0{,}68}{2} \right) \right]^{-1/2}$$

$$V = 63{,}76 \, \frac{m^{5/2}}{s} \cdot \left[2{,}27 m \cdot 1{,}06 \, m^2 \right]^{-1/2}$$

$$V = 63{,}76 \, \frac{m^{5/2}}{s} \cdot 0{,}64 \, m^{-3/2} ; \qquad \boxed{V = 41{,}08 \, m/s}$$

Ejercicio 2

Esquema:



Datos: $\phi_1, \phi_2, \eta, Q, \delta_{agua}, h$ → δ_w

Hallar $\dot{L}_T$ (potencia de turbina)

Consideraciones previas:

) La turbina actúa como pérdida, extrae energía del sistema.

) Sistema adiabático

Resolución: $\boxed{(\dot{L}_T)_{ideal} = \delta_w g\, Q \cdot h_T}$ (1) (Por definición de potencia)

Aplico ec. de energía entre (1) y (2):

$$\boxed{\frac{(P_2 - P_1)}{\delta_w \cdot g} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + h_2 - h_1 = (-h_T)} \quad (2)$$

donde:) $h_2 = h_1$ (Tubería horizontal)

) $Q = V \cdot A = \frac{V \cdot \pi \cdot \phi^2}{4} \longrightarrow V = \frac{4Q}{\pi \phi^2}$, $\boxed{V^2 = \frac{16 Q^2}{\pi^2 \phi^4}}$ (3)

) Por el manómetro (fluido en reposo), es válido:

Por (2): $P_h = P_2 + \delta_{Hg} \cdot g \cdot h$ $\Rightarrow$ $P_2 = P_h - \delta_{Hg}\, g\, h$

$P_h = P_1 + \delta_w \cdot g \cdot h$ $\qquad P_1 = P_h + \delta_w \cdot g \cdot h$

$$\boxed{P_2 - P_1 = -g \cdot h \cdot (\delta_{Hg} + \delta_w)} \quad (4)$$

Tomo $\boxed{\delta_{Hg} = 13{,}6\, \delta_w}$ (5)

) de ecs (5), (4), (3) en (2):

$$\frac{-g\cdot h\cdot(13{,}6\cdot\delta w+\delta w)}{\delta w\cdot g}+\frac{1}{2g}\frac{16Q^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{\phi_2^4}-\frac{1}{\phi_1^4}\right)+0=-h_T$$

operando:

$$h_T=\frac{14{,}6\cdot\cancel{\delta w}\cdot h}{\cancel{\delta w}}+\frac{8Q^2}{g\,\pi^2}\left(\frac{1}{\phi_1^4}-\frac{1}{\phi_2^4}\right)$$

reemplazo datos:

$$h_T=14{,}6\cdot 50{,}8\cdot 10^{-2}\,m+\frac{8\cdot 0{,}5^2\,m^6\cdot s^2}{9{,}81\,m\cdot\pi^2\,s^2}\left(\frac{1}{(15\cdot 10^{-2})^4\,m^4}-\frac{1}{(20\cdot 10^{-2})^4\,m^4}\right)$$

$$h_T=7{,}42\,m+27{,}89\,m$$

$$\boxed{h_T=35{,}3\,m}\text{ ; en ec (1):}$$

$$\dot{L}_T)_{id}=10^3\frac{kg}{\cancel{m^3}}\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}5\frac{m^3}{s}\cdot 35{,}3m\;,\quad \overbrace{\underbrace{\frac{kg\cdot m}{s^2}\cdot m\cdot\frac{1}{s}}_{J\cdot\frac{1}{s}=W}}^{N\cdot m}$$

$$\dot{L}_T)_{id}=173146{,}5\,\cancel{W}\cdot\frac{1\,kW}{10^3\,\cancel{W}}\quad\boxed{\dot{L}_T)_{id}=173{,}15\,kW}$$

) En turbinas, $\dot{L}_T)_{id}>\dot{L}_T)_{real}$ (se extrae en realidad menos potencia que en condiciones ideales)

$$\dot{L}_T)_{real}<\dot{L}_T)_{id}\longrightarrow\frac{\dot{L}_T)_{real}}{\dot{L}_T)_{id}}<1;\quad\eta\in(0,1);$$

$$\eta=\frac{\dot{L}_T)_{real}}{\dot{L}_T)_{id}}\longrightarrow\dot{L}_T)_{real}=\eta\cdot\dot{L}_T)_{id}$$

$$\dot{L}_T)_{real}=0{,}9\cdot 173{,}15\,kW$$

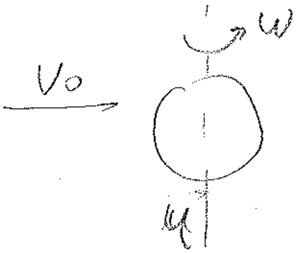
$$\boxed{\dot{L}_T)_{real}=155{,}84\,kW}$$

Ejercicio 3

$$F = f(D, V_0, \rho, \mu, u', k, w)$$

Para esfera: u': velocidad del líquido

V_0: velocidad de corriente libre



Números pi = Variables - magnitudes = 8 - 3 = 5

Preguntas previas; ¿pueden aparecer...

) ... número de Reynolds? sí

) ... coeficiente de drag? sí

) ... número de Froude? → no tengo gravedad, NO

) ¿Hay variables con magnitudes repetidas? D y k, V_0 y u'

Resolución:

·) $\pi_1 = D^a \cdot \rho^b \cdot \mu^c \cdot u'^1$

$$[\pi_1] = [L]^a \left[\frac{M}{L^3}\right]^b \left[\frac{M}{LT}\right]^c \left(\frac{L}{T}\right)^1$$

L) $a - 3b - c + 1 = 0$

T) $-c - 1 = 0$, $\boxed{c = -1}$

M) $b + c = 0$, $b = -c$, $\boxed{b = 1}$

$$a - 3(1) - (-1) + 1 = 0$$

$$a - 3 + 1 + 1 = 0, \quad a = 1$$

$$\pi_1 = D^1 \cdot \rho^1 \cdot \mu^{-1} \cdot u'^1 \rightarrow \boxed{Re = \pi_1 = \frac{D \cdot \rho \cdot u'}{\mu}} \quad (1)$$

) $\pi_2 = F^a \cdot D^b \cdot u'^c \cdot \rho^1$

$$[\pi_2] = \left(\frac{ML}{T^2}\right)^a \cdot (L)^b \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^c \left(\frac{M}{L^3}\right)^1$$

M) $a + 1 = 0$, $a = -1$

T) $-2a - c = 0$, $c = 2$

L) $a + b + c - 3 = 0$, $b = 1 - 2 + 3$, $b = 2$

$$\pi_2 = F^{-1} \cdot D^2 \cdot u'^2 \cdot \rho^1, \quad \text{reordenando}, \quad \pi_2^* = 1/\pi_2$$

$$(2) \quad \boxed{F = \pi_2^* \cdot \rho \cdot u'^2 \cdot D^2}$$ → Similar a Fuerza de drag

ojo! Area $\neq D^2$, aquí, $A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

·) $\boxed{\Pi_3 = \frac{V_0}{u'}}$ (3) $[V_0] = [u'] = L/T$ proporción entre velocidades

·) $\boxed{\Pi_4 = \frac{k}{D}}$ (4), $[k] = L$; $[D] = L$

·) $\Pi_5 = D^a \cdot \omega^b \cdot u'^1$; $[\Pi_5] = (L)^a \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^b \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^1$

L) $a + 1 = 0$; $a = -1$

T) $-b - 1 = 0$, $b = -1$; $\boxed{\Pi_5 = \frac{u'}{D \cdot \omega}}$ (5)

Tip! dado que $V = \omega \cdot r \rightarrow$ radio. $V = \frac{\omega \cdot D}{2}$,

↳ velocidad periférica de esfera,

$\omega \cdot D = 2 \cdot V$, $\therefore \Pi_5 = \frac{u'}{2 \cdot V}$ ⟶ velocidad del fluido

queda; $\Pi_2' = f(\Pi_1, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5)$

$$\boxed{F = \rho \cdot u'^2 \cdot D^2 \cdot f\left(Re, \frac{V_0}{u'}, \frac{k}{D}, \frac{u'}{D\omega}\right)} \quad (6)$$