

## 4 MEDICIÓN DE VARIABLES FUNDAMENTALES.

### 4.1 Flujos interiores y exteriores:

Ya dijimos que atendiendo a los flujos desarrollados, ellos se clasifican en “exteriores” e “interiores”.

Los flujos exteriores son los flujos alrededor de cuerpos tales como perfiles de ala, cohetes, y superficies sumergidas de navíos, automóviles, y en general flujos en torno a objetos en movimiento, bañados por una interfase fluida de líquido o gas, típicamente agua o aire.

Para el análisis se supone que no hay contornos en general para la masa fluida, que baña al cuerpo y que el mismo se desenvuelve en un entorno fluido infinito en relación relativa a su tamaño.

Por otra parte, los flujos interiores, son aquellos en que el movimiento del fluido está limitado por contornos próximos, por ejemplo, la conducción por tuberías, canales, conductos y toberas. Éstos últimos son de especial interés a los ingenieros ambientales, e industriales, mientras que los exteriores son el dominio de los ingenieros aeronáuticos y navales.

En el caso de los primeros, es importante la medición de velocidad, por ejemplo de la corriente libre; en el segundo, la medición del caudal en las tuberías, a partir de la cual el establecimiento de la velocidad media puede obtenerse fácilmente a través de la ecuación de continuidad. Comenzaremos por ésta última.

### 4.2 Medición del caudal en tuberías:

Entre los métodos tradicionales para medir el caudal en tuberías, están los dispositivos que miden el caudal a través de la caída de presión que se produce cuando un fluido pasa por un “tubo Venturi” que básicamente es un dispositivo que produce un estrechamiento con posterior ensanchamiento del conducto a su diámetro normal y con las salidas adecuadas para la medición de la presión estática interna en dos posiciones típicas una antes del estrechamiento y otra en la garganta, como se indica en la figura siguiente 4.2.1

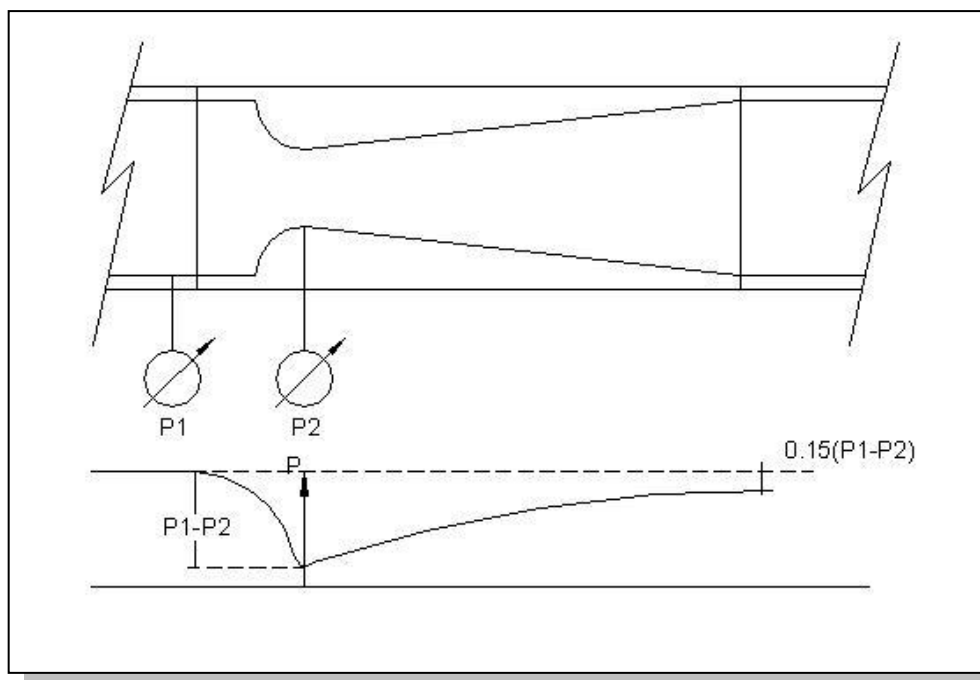


Fig.4.2.1

La relación de forma óptima para el Venturi es del orden de:

Diámetro Interior del tubo / Diámetro de garganta = 3 / 1

Longitud Tramo Divergente / Longitud Tramo Convergente = 9 / 1

Con estas dimensiones se obtienen pérdidas de carga o presión interior de conducción bajas, típicamente de un 10 a un 15%.

A partir de la ecuación de Bernuolli para la línea de corriente central, en la cual hemos asumido que no se extrae ni se cede trabajo y calor, y que no aumenta la energía interna del fluido, al menos en el tramo entre los puntos 1 y 2 queda:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 = cte$$

Dividiendo m.a.m. por  $g$  (la aceleración de la gravedad) y considerando que  $\rho \cdot g = \gamma$  (pero específico), queda reemplazando:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Como el nivel en la línea de corriente central es cte.,  $Z_1 = Z_2$  :  
entonces:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

Como por la Ecuación de Continuidad dentro del venturi y en la tubería el caudal es constante:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

como asumimos fluido incompresible, cosa que es cierta para agua en conducción general y aire a velocidades inferiores a  $M < 0.3$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q \rightarrow V_1 = \frac{Q}{A_1} \text{ y } V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\gamma} &= \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) \rightarrow Q^2 = \frac{2g}{\gamma} (p_1 - p_2) \left( \frac{A_1^2 A_2^2}{A_1^2 - A_2^2} \right) \\ Q &= \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_1 - p_2) \left( \frac{A_1^2 A_2^2}{A_1^2 - A_2^2} \right)} \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Como vimos al estudiar la Ecuación de Continuidad, cuando hay una disminución de presión entre dos puntos se produce un aumento de velocidad y recíprocamente, fenómeno que utilizamos para medir el caudal.

En algunas aplicaciones, los manómetro en 1 y 2 se reemplazan por un tubo en U, conteniendo mercurio. Como la presión en A es mayor que en B, el mercurio desciende en la columna A y asciende en la B, creando un desnivel "h". Considerando la diferencia de líquidos en el desnivel "h", se establece la siguiente ecuación de equilibrio para los puntos A' y B', en referencia a la Fig. 4.2.2.

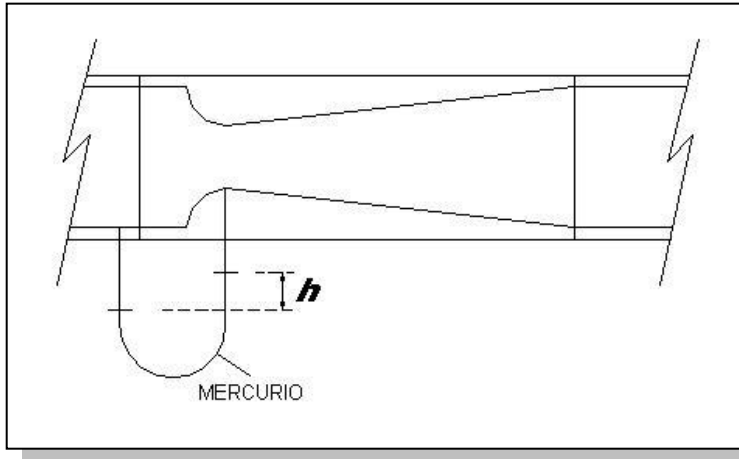


Fig. 4.2.2

$$p_1 + \gamma h = p_2 + \gamma_M h \rightarrow p_1 - p_2 = h(\gamma_M - \gamma)$$

Lo que reemplazando en el resultado (1.1) queda para la medición de caudal:

$$Q = \sqrt{2g h \left(\frac{\gamma_M}{\gamma} - 1\right) \left(\frac{A_1^2 A_2^2}{A_1^2 - A_2^2}\right)} \tag{4.2.2}$$

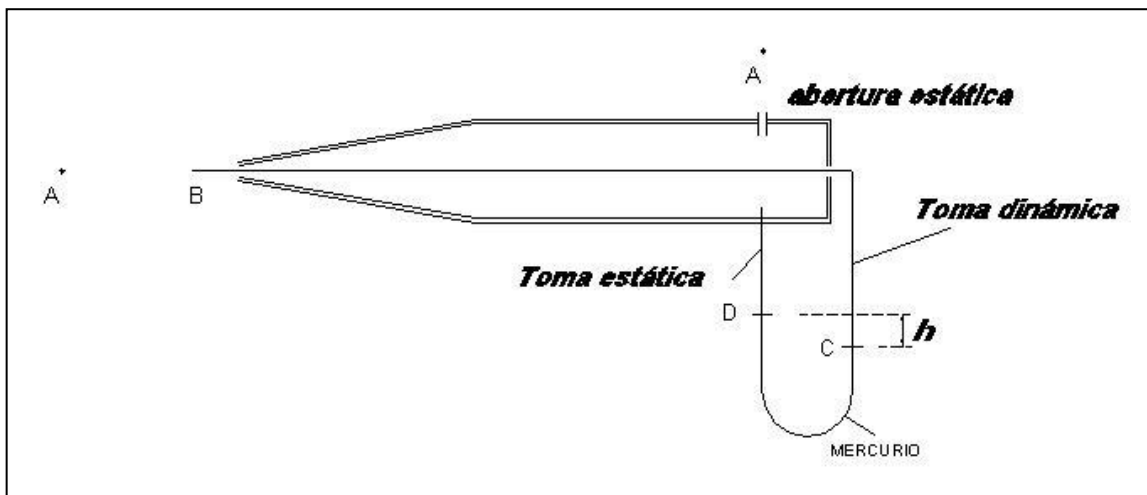
Problema Propuesto:

En el manómetro de vidrio instalado según las condiciones de la figura se lee un desnivel de 4 cm. El líquido que circula tiene un peso específico  $\gamma = 0,8 \text{KgF} / \text{dm}^3$  y las secciones  $A_1$  y  $A_2$  son de  $12 \text{cm}^2$  y  $6 \text{cm}^2$  respectivamente.

Calcular el caudal que circula en la tubería, y la velocidad a la entrada del tubo venturi.

4.3 Mediciones de Velocidad en Flujos Abiertos:

Vimos en el ejemplo anterior que en conductos, conociendo el caudal, es simple el cálculo de la velocidad media máxima en la tubería, ya que  $Q = \rho \bar{V} A \rightarrow \bar{V}$ .



Sin embargo, éste no es el caso de los flujos abiertos, donde el concepto de caudal no es aplicable, pero sí es necesaria la medición de velocidad de la corriente libre. Para este fin se usa el tubo “Pitot-Darey” que con pocas modificaciones se usa actualmente, y cuyo esquema se da en la Fig. 4.3.1 anterior.

La sonda posee una rama dinámica expuesta a la entrada de la corriente a velocidad, y una rama estática que sensa la presión actual del entorno en el remanso creado por el cuerpo de la sonda.

La presión dinámica, impulsa la columna de mercurio hacia abajo creando un desnivel “ $h$ ”. Para la línea de corriente  $ABC$ , los puntos B y C están a la misma presión que es la de estancamiento de flujo, tomando Bernuolli para esta línea de corriente entre A y B será:

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

Como:  $Z_A=Z_B$     y:     $V_B=0$      $\rightarrow$      $\frac{p_B}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$      $\rightarrow$      $p_B = p_A + \frac{1}{2}\rho V^2$     (4.3.1)

Siendo para este caso  $\rho$  la densidad del fluido a sensar.

Si estamos usando el tubo en un avión será, a su vez,  $p_B = p_{at} + \frac{1}{2}\rho_a V^2$  siendo  $\rho_a$  la densidad del aire.

Por otra parte, dentro del tubo en V, la comparación de las presiones en C y D, que son iguales, ya que hay equilibrio, nos da, comparando, los tramos enrasados por  $h$ , uno con mercurio y otro con aire:

$$p_C = p_B = p_{at} + \frac{1}{2}\rho_a V^2$$

Restando m.a.m.

$$p_C = p_d = p_B = p_{at} + \rho_M gh$$

$$0 = 0 + \frac{1}{2}\rho_a V^2 - \rho_M gh \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho_a V^2 = \rho_M gh$$

$$V = \sqrt{2gh \frac{\rho_M}{\rho_a}} \quad (4.3.2)$$

En los modernos tubos pitot, que se usan en aeronaves, se sensa partiendo de la (4.3.1):

$$V = \sqrt{\frac{2g}{\gamma_a}(p_B - p_A)}$$

Por supuesto no se usa tubo con mercurio,  $p_B$  y  $p_A$  se miden separadamente a través de captosres o sensores eléctricos de presión y se procesa la fórmula convertida en señales eléctricas a distancia.

#### Problema Propuesto:

Calcular la velocidad de un avión, suponiendo que usamos un dispositivo básico Pilot-Darey, en el que el desnivel de Mercurio es de 8 cm; sabiendo que el avión vuela a 1500m de altura tomando como valores de peso específico del Mercurio  $\gamma_M = 13,6 \text{KgF} / \text{dm}^3$  y para el aire  $\gamma_A = 1,29 \text{KgF} / \text{m}^3$  a nivel del mar, y 15°C.

#### Resolución:

$$\text{Tomando: } \rho = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\text{densidad actual del aire}}{\text{densidad a nivel del mar}}$$

y la fórmula empírica:  $\rho = \frac{132-H}{132+H}$  con H: altura (en miles de pies)

En nuestro caso,  $h=1500 \text{ m} \rightarrow H=4,935 \rightarrow V=0,927 \rightarrow \rho = 1,206 \frac{\text{KgF}}{\text{m}^3}$

Aplicando la fórmula (3.2):  $V = \sqrt{2gh\left(\frac{\gamma_M}{\gamma_2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,08 \cdot \left(\frac{13.600}{1.206}\right)}$

Por lo tanto:  $V=133 \text{ m/seg} = 478^8 \text{ km/h}$ ; como 1kts (nudo)= 1,853 km/h  $\rightarrow V=258 \text{ kts}$ .

Esta velocidad corregida por densidad se denomina velocidad verdadera o TAS (True Air Speed).

Resolución de problemas aplicando la fórmula Torricelli:

La fórmula de Torricelli, permitía el cálculo de la velocidad de salida del fluido por un orificio, ubicado a una distancia  $h$  debajo del nivel del mismo, y como vimos es un corolario de la Ecuación de Bernuolli.

Damos aquí un ejemplo de aplicación de la fórmula de Torricelli, para el caso más complicado que se puede presentar, esto es, se desea calcular la velocidad de salida por un orificio puntual en el fondo de un recipiente en el cual hay tres fluidos inmiscibles con alturas respectivas de columna  $h$ ,  $h'$  y  $h''$  y densidades  $\gamma$ ,  $\gamma'$  y  $\gamma''$  y además considerando que es un recipiente cerrado y con presión interior  $p_i$

Un recipiente a presión, fluidos inmiscibles, recipiente cerrado, presión interior  $p_i \neq p_{at}$ .

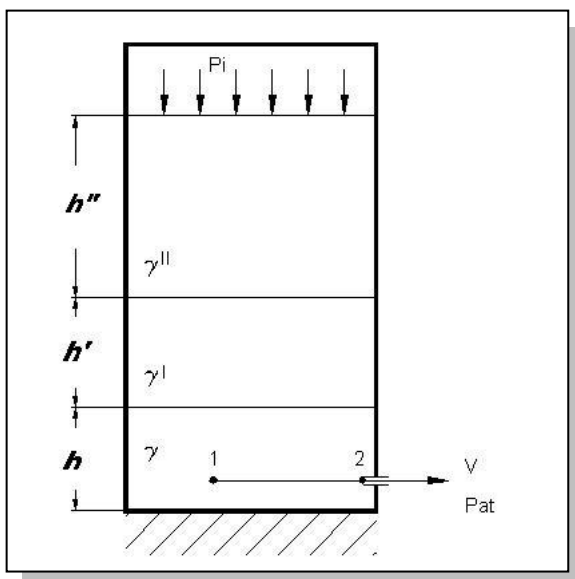


Fig. 4.3.2

Resolución:

Tomamos una línea de corriente en el centro del orificio de salida, la partícula del punto 2 sometida a velocidad  $\bar{V}$  y la del punto 1 aún en reposo; la línea de corriente está ubicada en el nivel  $Z=0$  y sumergida en el líquido de densidad  $\gamma$ . Aplicando Bernuolli a esta línea:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\text{Con: } V_1 = 0 \quad Z_1 = Z_2 \quad p_a = p_{at}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_{at}}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$\text{Y como: } p_1 = (\gamma h + \gamma' h' + \gamma'' h'' + p_i)$$

$$\text{Reemplazando: } \frac{\gamma h + \gamma' h' + \gamma'' h'' + p_i}{\gamma} = \frac{p_{at}}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \rightarrow \left\{ h + \left(\frac{\gamma'}{\gamma}\right)h' + \left(\frac{\gamma''}{\gamma}\right)h'' \right\} + \frac{(p_i - p_{at})}{\gamma} = \frac{V^2}{2g}$$

Al paréntesis llave lo llamamos altura equivalente  $H_e \rightarrow$  entonces:

$$V = \sqrt{2g \left( H_e + \frac{p_i - p_{at}}{\gamma} \right)}$$

$$\text{Si } p_i = p_{at} \text{ y hay un solo líquido } H_e = h \rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

Con lo cual reducimos la expresión a la fórmula de Torricelli conocida.

Los resultados de los problemas de velocidad de salida por orificios aplicando el teorema de Torricelli son bastante precisos para salidas con formas de bordes de agujero redondeados.

Para orificios que no tengan formas fluido dinámicas, (bordes redondeados), el chorro sufre una contracción al salir del depósito, formándose una “vena contraída”. El área de dicha sección se determina experimentalmente, el coeficiente de contracción  $C_C$  se utiliza con este propósito y se define con la expresión  $C_C = A_C / A$ . Este coeficiente depende de las siguientes variables:

- La forma de los bordes
- El área seccional menor del orificio.
- La altura de nivel del líquido.

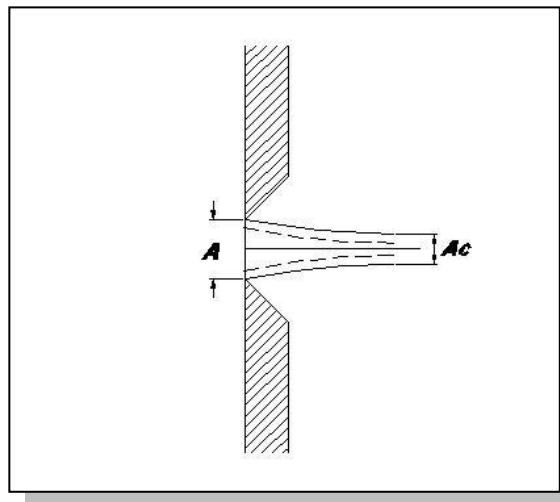


Fig. 4.3.3

Los coeficientes de contracción, varían desde  $C_C = 0,60$  para bordes agudos, a  $0,98$  para las salida fluido-dinámicas. Si también tomamos en cuenta el coeficiente de fricción del orificio:  $C_V$ , el caudal de desagote es:

$$q = C_V C_C \sqrt{2gh} \cdot A = C_d \sqrt{2gh} \cdot A$$

A  $C_d$  que es el coeficiente combinado, se lo denomina coeficiente de descarga  $C_d = C_V C_C$  y es el que se da en tablas.

**Bibliografía complementaria para consulta:**

FRANK M. WHITE, Mecánica de Fluidos, Ed. Mc Graw Hill

ROBERT FOX – ALAN MAC DONALD, Introducción a la Mecánica de Fluidos, 4ta Edición, Mc Graw Hill

IRWIN SHAMES, Mecánica de Fluidos, 6ta Ed. Editorial Mc Graw Hill

MATAIX CLAUDE, Mecánica de los fluidos y Máquinas Hidráulicas, Ed. Oxford