Pregunta 1

Sean la curva C de ecuación $\vec{X} = (2^{-1}\cos(t)\,,\,2\,sen(t))$ con $0 \le t \le 2\pi$ y $\vec{f}(x,y) = (a\,b\,x^2 - a^2\,y - 2\,,\,b^2\,x + a\,y^2 + 3)$ con (a,b) sobre la circunferencia de radio 1 y centro en $(-1,0)$. Entonces, con C orientada según impone la parametrización dada, se puede afirmar que $\oint_C \vec{f}\cdot d\vec{s}$ es mínima cuando:

Seleccione una:

- a. $(a,b) = (-1,1)$
- b. $(a,b) = (-2,0)$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $(a,b) = (-1,-1)$
- e. $(a,b) = (0,0)$

Pregunta 2

Sea π_0 el plano normal en $(1,1,2)$ a la curva de ecuación $\vec{X} = (t^2\,,\,\cos(t-1)\,,\,t^2 - t^3 + 2)$ con $-2 \le t \le 2$. Entonces, dado $\vec{f}(x,y,z) = (x\,y^2 + 2\,,\,y\,x^2 - 2\,,\,x + e^{\cos(z)})$, la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva intersección de π_0 con el paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$, orientada de manera tal que el vector tangente en $(1,1,2)$ tiene su primera componente positiva, resulta igual a:

Seleccione una:

- a. 0
- b. 1
- c. π
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $-\pi$

Pregunta 3

Sea C una curva suave, cerrada y simple, que es frontera de la región simplemente conexa $D \subset \mathbb{R}^2$. Sabiendo que $\vec{f}(x,y) = (4\,y\,,\,a\,x)$ con a constante es tal que $\oint_{C^+} \vec{f}\cdot d\vec{s} = -3\,\pi$, entonces, para que área $(D) = \pi$ debe ser:

Seleccione una:

- a. $a = 1$
- b. $a = -3$
- c. Ninguna de las otras es correcta
- d. $a = -1$
- e. $a = 3$

Pregunta **4**

Sean el campo vectorial constante $\vec{f}(x,y,z) = (1\,,\,2\,,\,2)$ y el trozo de plano Σ de ecuación $x + 2\,y + 2\,z = 1$ en el primer octante. Entonces, si $A(\Sigma)$ es el área de Σ, se cumple que el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ orientado de manera que la normal tiene su primera componente positiva es:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta
- b. $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \breve{n}\, d\sigma = 0$
- c. $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \breve{n}\, d\sigma = -A(\Sigma)$
- d. $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \breve{n}\, d\sigma = 9\,A(\Sigma)$
- e. $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \breve{n}\, d\sigma = 3\,A(\Sigma)$

Pregunta **5**

Sea $\vec{f}(x,y) = (\frac{x}{x^2+y^2}\,,\,\frac{y}{x^2+y^2})$ definido en su dominio natural $H \subset \mathbb{R}^2$ y la circunferencia C de ecuación $x^2 + y^2 = 4$. Denotando $D\vec{f}$ a la matriz jacobiana de $\vec{f}$, es correcto afirmar que:

Seleccione una:

- a. $\vec{f}$ admite función potencial en H pues $D\vec{f}$ es continua y simétrica en H
- b. $\vec{f}$ admite función potencial en H pues $D\vec{f}$ es continua y simétrica en H y $\oint_C \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$
- c. $\vec{f}$ admite función potencial en H pues $D\vec{f}$ es simétrica en H
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. $\vec{f}$ no admite función potencial en H pues $\oint_C \vec{f} \cdot d\vec{s} \neq 0$

Pregunta **6**

Considere los cuerpos $V_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x^2 + y^2 \leq z \leq 2\}$ y $V_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq a \;\wedge\; a > 0\}$. Entonces, el valor de a para que ambos cuerpos tengan igual volumen es:

Seleccione una:

- a. $\sqrt[6]{6}$
- b. $\sqrt[6]{3}$
- c. $\sqrt[3]{6}$
- d. $6\sqrt{6}$
- e. Ninguna de las otras es correcta

Pregunta **7**

Considere el cuerpo $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, 3\,x^2 + 3\,y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\,,\, x \geq 0\,,\, y \geq 0\}$, cuya densidad en cada punto es $\delta(x,y,z) = k\,h(x,y,z)$ con $k > 0$ constante. Sabiendo que $\nabla h(x,y,z) = (2\,x\,y^2\,,\,2\,y\,x^2\,,\,0)$ y que la densidad se anula en el origen, la masa de D resulta igual a:

Seleccione una:

- a. $k\,\pi/24$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $2\,k\,\pi/35$
- d. $k\,\pi/70$
- e. $k\,\pi/96$

Pregunta **8**

Sea $\vec{F}(x,y,z) = (\,2\,x + z + f'_y(x,y)\,,\,3\,y - z - f'_x(x,y)\,,\,2\,x + y\,)$ con $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Sabiendo que la región Ω definida por $x^2 + y^2 \leq z \leq h$ con $h > 0$ es tal que el flujo de $\vec{F}$ a través de la frontera de Ω, orientada en forma saliente, es igual a $10\,\pi$, entonces:

Seleccione una:

- a. $h = 1/2$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $h = 2/3$
- d. $h = 1$
- e. $h = 2$

Pregunta **9**

Sean $\vec{f}(x,y,z) = (\,2\,y\,z\,,\,x\,z\,,\,g(y,z)\,)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ y la superficie *S* de ecuación $y = 5$ con $x + z \leq 2\,,\,x \geq 0\,,\,z \geq 0$. Entonces la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del borde de *S*, recorrido con orientación $(2,5,0) \to (0,5,0) \to (0,5,2) \to (2,5,0)$, resulta igual a:

Seleccione una:

- a. 0
- b. $2\,\pi$
- c. 1
- d. Ninguna de las otras es correcta
- e. 20

Pregunta **10**

Sea *D* una región simple del plano *xy*, limitada superiormente por la curva C de ecuación $y = 1 - x^2$ con $-1 \leq x \leq 1$ e inferiormente por la curva suave Γ que sólo comparte con C los puntos $A = (-1,0)$ y $B = (1,0)$. Sabiendo que para $\vec{f}(x,y) = (0,x)$, la circulación de $\vec{f}$ desde A hasta B a lo largo de Γ es igual a 2, entonces el área de *D* es:

Seleccione una:

- a. $2/3$
- b. Ninguna de las otras es correcta
- c. $4/3$
- d. $10/3$
- e. 2

HOJA N°

FECHA 15/9/20

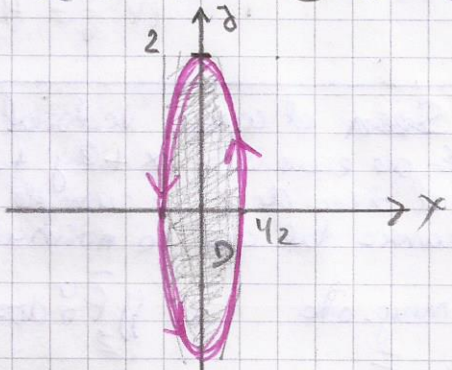
Final AM II FIUBA - 1° parte (cuestionario)

① Sean la curva C de ecuación $\bar{X} = (2^{-1}\cos(t), 2\,\text{sen}(t))$ con $0 \le t \le 2\pi$ y $\bar{F}(x,y) = (abx^2 - a^2 y - 2,\ b^2 x + ay^2 + 3)$ con (a,b) sobre la circunferencia de radio 1 y centro en $(-1,0)$.
Entonces, con C orientada según impone la parametrización dada, se puede afirmar que $\oint \bar{F}\,d\bar{s}$ es mínima cuando:

a) $(a,b) = (1,1)$ b) $(a,b) = (-2,0)$ c) ninguna otra d) $(a,b) = (-1,-1)$ e) $(a,b) = (0,0)$

$C: \bar{\gamma}(t) = \left(\frac{\cos(t)}{2}, 2\,\text{sen}(t)\right)$ $t \in [0, 2\pi]$

$a = \frac{1}{2}$ $b = 2$



$\underbrace{(a,b) \in \text{circ. } r=1 \text{ centro en } (-1,0)}$

$(a+1)^2 + b^2 = 1$

$\bar{F} = (P,Q) \in C^1$ (sus componentes son polinomios)

C es curva suave, orientada + y frontera de D, una región compacta de $\mathbb{R}^2$ $\rightarrow$ T. Green

$$\oint_C \bar{F}\,d\bar{s} = \iint_D Q'_x - P'_y \,dx\,dy.$$

$P = abx^2 - a^2 y - 2 \Rightarrow P'_y = -a^2$

$Q = b^2 x + ay^2 + 3 \Rightarrow Q'_x = b^2$

$\rightarrow Q'_x - P'_y = b^2 + a^2 = \overset{\ge 0}{\overbrace{a^2 + b^2}}$

es mínima cuando $(a,b) = (0,0)$

---

② Sea Π_0 el plano normal en $(1,1,2)$ a la curva de ecuación $\bar{X}$ → $\bar{X} = (t^2, \cos(t-1), t^2 - t^3 + 2)$ con $-2 \le t \le 2$. Entonces dado $\bar{F} = (xy^2 + 2,\ yx^2 \cdot 2,\ x + e^{\cos(z)})$ la circulación de $\bar{F}$ a lo largo de la curva intersección de Π_0 con el paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$, orientada de manera tal que el vector tangente en $(1,1,2)$ tiene su primera componente positiva, resulta igual a:

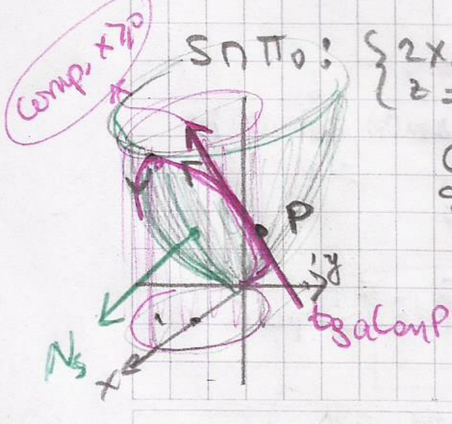
a) 0 b) 1 S c) π d) ninguna otra e) $-\pi$

$C: \bar{\gamma}(t) = (t^2, \cos(t-1), t^2 - t^3 + 2)$ $P = (1,1,2) = \bar{\gamma}(t_0) \Rightarrow \boxed{t_0 = 1}$

$\bar{\gamma}'(t) = (2t, -\text{sen}(t-1), 2t - 3t^2) \Rightarrow \bar{\gamma}'(1) = (2, 0, -1)$

$\Pi_0: (2,0,-1)\cdot(x,y,z) = (1,1,2)(2,0,-1) \Rightarrow \boxed{\Pi_0: 2x - z = 0} \rightarrow (N = 2,0,-1)$

$S \cap \Pi_0: \begin{cases} 2x = z \\ z = x^2 + y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ z = 2x \end{cases} \Rightarrow$ es una curva cerrada



C está contenida en el plano $z = 2x$ (además de $z = x^2 + y^2$)
Si S es la sup. del plano $z = 2x$ contenida por C entonces por T. Stokes $\iint_S \bar{F}\,d\bar{s} = \iint_T \bar{F}\,d\bar{s}$ pues $C = \partial T = \partial S$

$\text{rot}\,\bar{F} = (0, -1, 2xy - 2xy) = (0,-1,0)$

$$\Rightarrow \oint_{C^+} \bar{F}\,d\bar{s} = \iint_S \text{rot}\,\bar{F}\,d\bar{s} = \iint_T \text{rot}\,\bar{F}\,d\bar{s} = \iint_T (0,-1,0)\cdot\frac{(2,0,-1)}{\|N\|}\,ds = 0$$

NOTA

③ Sea C una curva suave, cerrada y simple, que es frontera de la región simplemente conexa $D \subseteq \mathbb{R}^2$. Sabiendo que $\bar{f}(x,y) = (4y, ax)$ con a constante es tal que $\oint_{C^+} \bar{f}\, d\bar{s} = -3\pi$, entonces, para que área de $D = \pi$, entonces:

(a) $a=1$ b) $a=-3$ c) ninguna otra d) $a=-1$ e) $a=3$

Se cumplen las hip. del T. Green : $\oint_{C^+} \bar{f}\, d\bar{s} = \iint_D Q'_x - P'_y \, dx\,dy \overset{\text{x enunc.}}{=} -3\pi$

$\bar{f}(x,y) = (\underset{P}{4y}, \underset{Q}{ax}) \Rightarrow \begin{cases} Q'_x = a \\ P'_y = 4 \end{cases} \rightarrow \oint_{C^+} \bar{f}\, d\bar{s} = (a-4) \underbrace{\iint_D dx\,dy}_{\text{área}_D = \pi} = (a-4)\pi = -3\pi \Rightarrow \boxed{a=1}$

---

④ Sean el campo vectorial constante $\bar{f}(x,y,z) = (1,2,2)$ y el trozo de plano Σ de ecuación $x+2y+2z=1$ en el primer octante. Entonces, si $A(\Sigma)$ es el área de Σ, se cumple que el flujo de $\bar{f}$ a través de Σ orientado de manera tal que la normal tiene su primera componente positiva es:

a) ning. otra b) $\iint_\Sigma \bar{f}\, \breve{n}\, d\sigma = 0$ c) $\iint_\Sigma \bar{f}\breve{n}\, d\sigma = -A(\Sigma)$ d) $\iint_\Sigma \bar{f}\breve{n}\, d\sigma = 9A(\Sigma)$ (e) $\iint_\Sigma \bar{f}\breve{n}\, d\sigma = 3A(\Sigma)$

$\Sigma : \bar{\sigma}_{(x,y)} = \left(x, y, \frac{1-x-2y}{2}\right) \Rightarrow N = \left(\underset{>0\,✓}{\frac{1}{2}}, 1, 1\right) \Rightarrow \|N\| = 3/2 \Rightarrow \frac{1}{\|N\|} = 2/3$

$\iint_\Sigma \bar{f}\, \breve{n}\, d\sigma = \iint_\Sigma (1,2,2)(1/2,1,1) \frac{d\sigma}{\|N\|} = \iint_\Sigma \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\, d\sigma = 3 \underbrace{\iint_\Sigma d\sigma}_{=A(\Sigma)} = \boxed{3A(\Sigma) = \iint_\Sigma \bar{f}\breve{n}\, d\sigma}$

---

⑤ Sea $\bar{f}(x,y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$ definido en su dom. natural $H \subset \mathbb{R}^2$ y la circunferencia C de ecuación $x^2+y^2=4$. Denotando $D\bar{f}$ a la matriz jacobiana de $\bar{f}$, es correcto afirmar que:

a) $\bar{f}$ admite función potencial en H pues $D\bar{f}$ es continua y simétrica en H

(b) $\bar{f}$ " " " H pues $D\bar{f}$ es cont. y simétr. en H y $\oint_C \bar{f}\, d\bar{s} = 0$

c) $\bar{f}$ " " " H pues $D\bar{f}$ es simétrica en H

d) Ninguna de las otras es correcta

e) $\bar{f}$ no admite función potencial en H pues $\oint_C \bar{f}\, d\bar{s} \neq 0$

• En a) y c) NO es suficiente pues $D\bar{f}$ NO es un conj. abierto simplemente conexo!

• Las opciones a analizar son b y e.

$C : \bar{\gamma}(t) = (a\cos(t), a\,\text{sen}(t)) \quad t \in [0, 2\pi] \Rightarrow \bar{\gamma}'(t) = (-a\,\text{sen}(t), a\cos(t))$

$\oint_C \bar{f}\, d\bar{s} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cancel{a}\cos(t)}{a^{\cancel{2}}}, \frac{\cancel{a}\,\text{sen}(t)}{a^{\cancel{2}}}\right)(-a\,\text{sen}(t), a\cos(t))\, dt =$

$= \int_0^{2\pi} -\cancel{\text{sen}(t)\cos(t)} + \cancel{\text{sen}(t)\cos(t)}\, dt = \boxed{0 = \oint_C \bar{f}\, d\bar{s}} \rightarrow$ opción b

NOTA

Final AM II Fiuba – 1° parte (cuestionario)

HOJA N°

FECHA 15-9-20

(6) Considere los cuerpos $V_1 = \{(xyz)\in\mathbb{R}^3 \,/\, x^2+y^2 \le z \le 2\}$ y $V_2=\{(xyz)\in\mathbb{R}^2 \,/\, \sqrt{x^2+y^2}\le z\le a \quad a>0\}$. Entonces el valor de 'a' para que ambos cuerpos tengan igual volumen es:

a) $\sqrt[6]{6}$ b) $\sqrt[6]{3}$ c) $\sqrt[3]{6}$ d) $6\sqrt{6}$ e) ning. otra

$$Vol_{V_1} = \iiint_{V_1} dvol \overset{C.V}{=} \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{2}}\int_{r^2}^{2} \overset{Jac}{r}\, dz\,dr\,dt = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{2}} 2r - r^3\, dr\,dt = \boxed{2\pi = Vol_{V_1}}$$

$$Vol_{V_2} = \iiint_{V_2} dvol \overset{C.V}{=} \int_0^{2\pi}\int_0^{a}\int_{r}^{a} r\, dz\,dr\,dt = \int_0^{2\pi}\int_0^{a} ar - r^2\, dr\,dt = \int_0^{2\pi} \frac{ar^2}{2} - \frac{r^3}{3}\Big|_0^a dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3}\, dt = \frac{a^3}{6}\cdot 2\pi = \boxed{\frac{a^3}{3}\pi = Vol_{V_2}}$$

$$Vol_{V_1} = Vol_{V_2} \Rightarrow 2\cancel{\pi} = \frac{a^3\cancel{\pi}}{3} \Rightarrow 6 = a^3 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt[3]{6}}$$

(7) Considere el cuerpo $D = \{(xyz)\in\mathbb{R}^3 \,/\, 3x^2+3y^2 \le z \le 4-x^2-y^2,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$ cuya densidad en cada punto es $\delta(xyz) = k\,h(xyz)$, con $k>0$ constante. Sabiendo que $\nabla h(xyz) = (2xy^2, 2yx^2, 0)$ y que la densidad se anula en el origen la masa de D es:

a) $\frac{k\pi}{24}$ b) Ning. otra c) $2k\pi/35$ d) $k\pi/70$ e) $k\pi/96$

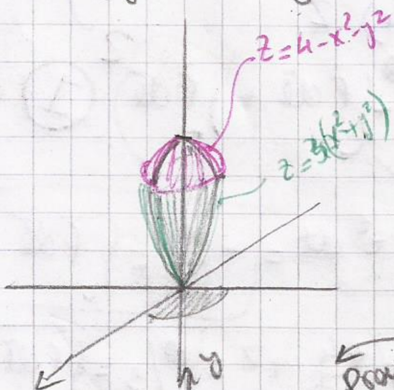
Hallo $h(xyz)$: $\nabla h(xyz) = (h'_x, h'_y, h'_z) = (2xy^2, 2yx^2, 0)$

$$\begin{cases} h'_x = 2xy^2 \xrightarrow{\text{integro en } x} h(xyz) = x^2y^2 + \alpha(y,z) \\ h'_y = 2yx^2 \ \text{(I)} \\ h'_z = 0 \ \text{(II)} \end{cases}$$

derivo en y: $h'_y = 2x^2y + \alpha'_y \overset{(I)}{=} 2yx^2 \Rightarrow \alpha'_y = 0 \Rightarrow \alpha(yz) = \beta(z)$

$h(xyz) = x^2y^2 + \beta(z) \Rightarrow h'_z = \beta'(z) \overset{(II)}{=} 0 \Rightarrow \beta(z) = c \in \mathbb{R}$

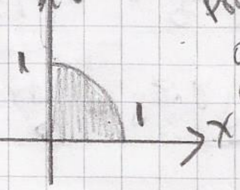
$h(xyz) = x^2y^2 + c$, "la dens. se anula en el origen" $\Rightarrow h(000) = 0 \Rightarrow c = 0$



$\boxed{h(xyz) = x^2y^2}$

$\underbrace{3x^2+3y^2 \le 4-(x^2+y^2)}$

$\boxed{x^2+y^2\le 1}$ → proy en xy



$\begin{cases} x = r\cos(t) \\ y = r\,sen(t) \\ z = z \end{cases}$

$0\le r\le 1$

$0\le t\le \pi/2$

$3r^2 \le z \le 4-r^2$

$$\boxed{Masa_D} = \iiint \overset{k\,x^2y^2}{\delta(xyz)}\, dvol = $$

$$\overset{C.V.}{=} k\int_0^{\pi/2}\int_0^1\int_{3r^2}^{4-r^2} \overset{Jac}{r}\, r^4\cos^2(t)\,sen^2(t)\, dz\,dr\,dt =$$

$$= k\int_0^{\pi/2}\int_0^1 r^5\cos^2 sen^2 \overbrace{(4-r^2-3r^2)}^{4-4r^2}\, dr\,dt =$$

$$= 4k\int_0^{\pi/2}\int_0^1 (r^5 - r^7)\cos^2 sen^2\, dr\,dt =$$

$$= \cancel{4}k\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cancel{24}\,6}\cos^2 sen^2\, dt = \frac{k}{6}\frac{\pi}{16} = \boxed{\frac{\pi k}{96}}$$

NOTA

⑧ Sea $\bar{F}(xyz) = (2x+z+f'_y(xy),\ 3y-z-f'_x(xy),\ 2x+y)$ con $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $f \in C^2$
Sabiendo que la región Ω definida por $x^2+y^2 \leq z \leq h$ con $h>0$ es tal que el flujo de $\bar{F}$ a través de la frontera de Ω orientada en forma saliente es igual a 10π, entonces:

a) $h = 1/2$ b) ning. otra ~~c)~~ $h = 2/3$ d) $h=1$ e) $h=2$

Se cumplen las hip. del t. Gauss $\therefore \oiint_{S\Omega} \bar{F}\, d\bar{s} = \iiint_{\Omega} \operatorname{div} \bar{F}\, dvol$

$\bar{F} = (P, Q, R)$

$\operatorname{div} F = P'_x + Q'_y + R'_z = 2 + f''_{yx} + 3 - f''_{xy} \underset{f \in C^2 \therefore f''_{xy} = f''_{yx}}{=} 5$

$\oiint_{S\Omega} \bar{F}\, d\bar{s} = \iiint_{\Omega} 5\, dvol \underset{\text{c.v.}}{=} 5 \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{h}} \int_{r^2}^{h} \underset{\text{Jac}}{r}\, dz\, dr\, dt = 5 \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{h}} r(h-r^2)\, dr\, dt =$

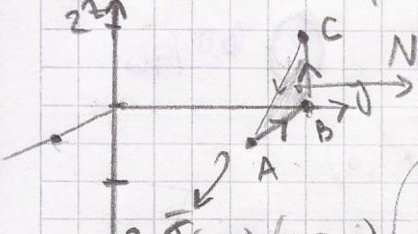
$= 10\pi \cdot \left(\frac{hr^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right)\Big|_0^{\sqrt{h}} = 10\pi \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{4} \right) = \frac{10\pi \cdot h^2}{4} \underset{\text{x enunc.}}{=} 10\pi \underset{h>0}{\Rightarrow} h^2 = 4$ $\boxed{h=2}$

---

⑨ Sean $\bar{f}(xyz) = (\underset{P}{2yz}, \underset{Q}{xz}, \underset{R}{g(y,z)})$ con $\bar{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ y S de ec. $y=5$ con $x+z \leq 2$, $x \geq 0$, $z \geq 0$
Entonces $\oint_{\delta S} \bar{f}\, d\bar{s}$ recorrido con orientación $\underset{A}{(2,5,0)} \to \underset{B}{(0,5,0)} \to \underset{C}{(0,5,2)} \to (2,5,0)$ es:

a) 0 b) 2π c) 1 d) ning. otra e) 20

$C = \delta S$. Se cumplen las hip. t. Stokes $\therefore \oint_{C+} \bar{f}\, d\bar{l} = \iint_S \operatorname{rot} \bar{f}\, \underset{\breve{n}\, ds}{d\bar{s}}$



$N_S = (0,1,0)$

$\operatorname{rot} \bar{f} = (g'_y - x,\ 2y,\ \underset{-z}{z-2z})$.

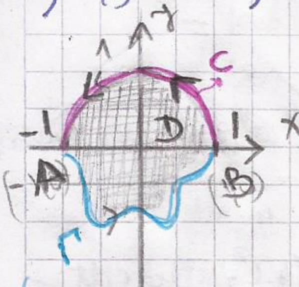
$\oint_{C+} \bar{f}\, d\bar{l} = \iint_S (g'_y - x,\ 2\underset{y=5}{y},\ -z)(0,1,0)\, ds = 10 \iint_S \underset{\text{área}_S \to \frac{2\times 2}{2}}{ds} = \boxed{20 = \oint_{\delta S} \bar{f}\, ds}$

$S: \bar{\sigma}(x,z) = (x, 5, z)$

---

⑩ Sea D una región simple del plano xy limitada superiormente por $C: y = 1-x^2$ con $-1 \leq x \leq 1$ e inf. por Γ que sólo comparte con C a $A=(-1,0)$ y $B=(1,0)$.
Sabiendo que para $\bar{f}(xy) = (\underset{P}{0}, \underset{Q}{x})$, la circulación de $\bar{f}$ de A a B a lo largo de Γ es 2, entonces el área de D es:

a) $2/3$ b) ning. otra c) $4/3$ d) $10/3$ e) 2



(no se conoce la forma)

Sea $C_T = C \cup \Gamma \Rightarrow \oint_{C_T} \bar{f}\, d\bar{l} \overset{*}{=} -\int_C \bar{f}\, d\bar{l} + \underbrace{\int_\Gamma \bar{f}\, d\bar{l}}_{2}$ (I)

$\int_C \bar{f}\, d\bar{l} = \int_{-1}^{1} (0,t)(1,-2t)\, dt = \int_{-1}^{1} -2t^2\, dt = \boxed{-\frac{4}{3} = \int_C \bar{f}\, d\bar{l}}$

Se cumplen las hip. Green | x (I) : $\oint_{C_T} \bar{f}\, d\bar{l} = +\frac{4}{3} + 2 = \boxed{10/3 = \oint_{C_T} \bar{f}\, d\bar{l}}$

$C: \bar{\gamma}(t) = (t, 1-t^2) \to \bar{\gamma}'(t) = (1, -2t)$ | $\oint_C \bar{f}\, d\bar{l} = \iint_D Q'_x - P'_y\, dx\, dy = \boxed{\iint_D dx\, dy = 10/3}$

$t \in [-1, 1]$

$\bar{\gamma}(-1) = (-1, 0) = A$ $\bar{\gamma}(1) = (1,0) = B$

NOTA pero va de B a A (*)

PROYECTO INGENIERÍA