CÁLCULO AVANZADO- UCA
FINAL-18/12/2009 - TEMA 1

Apellido y Nombres: **Registro:**

Carrera:

Ejercicios seleccionados:

1 Calcular el flujo del campo $F(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de la superficie $S = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2 \ \wedge \ 0 \leq z \leq 9\}$ orientada con la normal hacia abajo.

2 Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = (x + y + 1)^2$.
Determinar si f tiene extremos absolutos en $D = \{x^2 + y^2 \leq 4\}$ y, en ese caso, encontrarlos.

3 Sea el sólido W limitado por las superficies:

$$y^2 + z^2 = 1 \qquad x = 5 - y^2 - z^2 \qquad x = 0$$

Hallar el volumen de W.

4 Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable en (a, b) tal que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(a, b) = 3$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(a, b) = 4$
¿Pueden ser todas las derivadas direccionales en (a, b) mayores que 0?
¿Puede ser una derivada direccional igual a 6 ?

5 Sean: $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4 \ \wedge \ z = 2x^2 + 3y^2\}$ y $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $F(x, y, z) = (x + z,\ y + x,\ y + z)$. Calcular $\displaystyle\int_{\partial S} F \cdot ds$, con ∂S orientado en el sentido dado por $(2, 0, 8)$, $(0, 2, 12)$, $(-2, 0, 8)$.

6 Definir para $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ extremos locales y absolutos en un punto (a, b).
Enunciar y demostrar una condición necesaria para extremo local en (a, b).

7 Enunciar el teorema de Stokes.

8 Enunciar y demostrar el teorema de Green.

9 Definir integral de superficie y curvilínea de una función vectorial.
Aclare todos los conceptos que utiliza.

10 Sea $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vectorial C^1.
Indicar cuándo F es un campo gradiente.
Enunciar dos propiedades que sean equivalentes a: "F es un campo gradiente"

NOTA: Debe seleccionar y resolver a lo sumo tres ejercicios de los primeros cinco (1 a 5) y dos de los últimos cinco (6 a 10)
Ejercicios diferentes deben resolverse en hojas distintas.

Justificar todos los pasos utilizados