**CÁLCULO AVANZADO- UCA**
**FINAL-24/07/2009 - TEMA 1**

**Apellido y Nombres:**______________________________ **Comisión:**_______________

**Registro:**__________________________________________ **Ingeniería:**_______________

**1** Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4}{x-y^2} & \text{si} \quad x \neq y^2 \\ 0 & \text{si} \quad x = y^2 \end{cases}$$

a) Probar que se cumple: $\dfrac{\partial f}{\partial u}(0{,}0) = \bigtriangledown f(0,0) \cdot u$

b) ¿Es $f$ continua en $(0,0)$?

**2** a) Probar que si una función escalar es diferenciable en un punto entonces es continua y existen las derivadas direccionales en ese punto.

b)Sean $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ de clase $C^2$ y $C$ la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = a^2$
y el plano x+y+z=0.
Probar que $\int_C (f \bigtriangledown f) \cdot d\overline{r} = 0$

**3** a) Sean el campo vectorial $F(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}(-y,x)$ y $C$ una circunferencia tal que el origen no pertenece a ella ni está en su interior. Probar que $\int_C F \cdot d\overline{r} = 0$

b) Enunciar y demostrar el teorema de Green.

**4** Sean $Q$ la región en el primer octante limitada por los planos coordenados y el plano de ecuación $x + 2y + z = 4$ y el campo vectorial $F(x,y,z) = (y^2 z, y^2 - \sin(z), 4y^2)$.
Enunciar y verificar el teorema de Gauss.

**5** a)Hallar $a \in (0,4)$ para que el volumen de la región interior al hemisferio de determinado por $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$ y exterior al cilindro $x^2 + y^2 = a^2$ sea igual a la tercera parte del volumen de la región determinada por el interior del hemisferio dado.

b) Definir integral de línea y de superficie de un campo vectorial. ¿Dependen de las parametrizaciones utilizadas?

# Justificar todos los pasos realizados